

Moyennes et populations

Il est bien connu que parler de la moyenne d'une grandeur géométrique ou physique n'a de sens que si l'on précise la variable dont on fait dépendre cette grandeur. Ainsi la moyenne de HM, distance d'un point d'un demi-cercle au diamètre, vaut $\frac{\pi R}{4}$ si on considère cette grandeur fonction de l'abscisse de M, $x \in [-R, R]$ et

vaut $\frac{2R}{\pi}$ si on la considère fonction de l'argument de M, $\theta \in [0, \pi]$ (voir par ex. les exercices de Rivaud).

Il en est de même de la moyenne d'un caractère en statistique. Il importe de préciser la population concernée car un même caractère peut être attaché à deux populations différentes.

population	divisions (1) de 6 ^e	élèves de 6 ^e
caractère	superficie effectif	taille effectif de division

Ainsi le caractère : effectifs en 6^e peut-il être rattaché à la population des divisions ou à celle des élèves. Et les moyennes sont très différentes comme on va le montrer. Cet exemple, tiré d'une enquête syndicale à la rentrée 67 pourra peut-être intéresser les collègues chargés de l'enseignement de statistique.

Il est d'abord facile et instructif de faire tracer en travaux pratiques sur un même papier les 2 diagrammes en bâtons avec les fréquences relatives pour mieux comparer. On constate en général tout de suite que le mode dans le second cas (élèves) est plus élevé que dans le premier cas (divisions). Pour les médianes, la première partageant, pour parler rapidement, le groupe des divisions en deux est évidemment inférieure à la seconde qui partage le groupe des élèves en deux puisque le groupe des divisions de « droite », correspondant à des classes « surchargées », contient évidemment plus de la moitié des élèves. Pour les moyennes enfin, un calcul simple permet ici d'explicitier la différence. Désignant par les minuscules les grandeurs relatives à la première population (n divisions de 6^e) et par les majuscules celles relatives à la seconde (N élèves de 6^e) on a, avec les notations habituelles :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_i n_i x_i \quad \bar{X} = \frac{1}{N} \sum_i N_i X_i \quad \text{or ici } X_i = x_i \text{ et } N_i = n_i x_i$$

$$\text{donc } \bar{X} = \frac{1}{N} \sum_i n_i x_i^2 = \frac{\frac{1}{n} \sum_i n_i x_i^2}{\frac{1}{n} \sum_i n_i x_i} = \frac{m_2(x)}{\bar{x}}$$

$$\text{soit } \bar{X} - \bar{x} = \frac{m_2(x) - \bar{x}^2}{\bar{x}} = \frac{V(x)}{\bar{x}}$$

$V(x)$ désignant la variance du caractère de la première population.

(1) J'emploie ici le terme de division non pour être au goût du jour mais parce que celui de classe risque de créer des confusions. « Effectif » est également ambigu mais il est difficile de l'éviter ici.

Il importe donc de distinguer l'effectif moyen des divisions de 6^e (qui est généralement donné) de l'effectif de division moyen des élèves de 6^e qui est toujours supérieur au précédent. N'en concluons pas qu'« on peut faire dire n'importe quoi aux statistiques » mais que, suivant que l'on s'intéresse aux classes ou aux élèves, les choses sont différentes...

M. LEFUR (E.N.S.C.I. Sèvres)

Parmi nos lettres

A la suite de la publication dans le *Bulletin* 265 d'une lettre de notre collègue Bouteloup et d'un ensemble de lettres sur les CAPES 1968, de nombreux collègues se sont étonnés de la virulence de certaines critiques et de l'absence de lettres approuvant au contraire l'action du Bureau de l'A.P.M.E.P. ou la Rédaction du *Bulletin*. Celle-ci est toujours sensible aux encouragements qui lui sont témoignés et en remercie les collègues. Il lui paraît cependant plus utile de publier les critiques que les simples approbations.

De M^{me} VASSEUR, à Lille : « Je pense que l'action de l'A.P.M.E.P. devrait être, cette année, entièrement axée sur la réforme de l'enseignement en matière de pédagogie, de programmes et d'organisation nouvelle des examens. Je souhaiterais en particulier qu'il y ait des réunions régulières des professeurs d'une même ville : on pourrait ainsi étudier en commun tous ces problèmes. Je me sens personnellement assez isolée et je n'ose trop innover dans mes classes par manque d'information et par crainte de commettre des erreurs. Je ne pense pas être la seule personne dans mon cas ! »

De M. Michel QUELFÉTER, à Rennes : « Pour moi, étudiant et élève de l'I.P.E.S., l'A.P.M. est une transition entre la mathématique telle qu'on la reçoit, et les « maths » qu'on enseigne dans le secondaire. Quel changement depuis le temps où nous calculions des périmètres et des aires en classe de Cinquième : on y traite actuellement de $\mathbb{Z}$ et de ses endomorphismes ! A ce propos, j'aimerais un peu plus de détails sur la pédagogie dans chaque article consacré à l'enseignement : ce qu'il faut dire et ne pas dire à tel niveau ; comme par exemple la « remarque sur la terminologie » de M. Dehame, p. 495 du dernier bulletin. Je n'ai que peu d'espoir de voir cette requête aboutir, car je suppose que tout enseignant un tant soit peu expérimenté s'en passe aisément ; mais peut-être n'est-ce pas si certain. »

Sur l'implication. De M. Jean ARTIGUE, Lycée Berthelot, à Toulouse :

« Les mathématiciens doivent-ils refuser l'équivalence admise par les logiciens :

$$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow [(non\ A) \text{ ou } B] ?$$

Après l'article de V.-C. Herz (n° 263-264, p. 331), j'essaierai à mon tour d'éclairer le débat en proposant l'exemple suivant :

n vecteurs $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \dots, \vec{V}_n$ sont dits indépendants si :

$$[\lambda_1 \vec{V}_1 + \lambda_2 \vec{V}_2 + \dots + \lambda_n \vec{V}_n = \vec{0}] \Rightarrow [(\lambda_1 = 0) \text{ et } (\lambda_2 = 0) \text{ et } \dots \text{ et } (\lambda_n = 0)]$$

ou encore si :

$$[\lambda_1 \vec{V}_1 + \lambda_2 \vec{V}_2 + \dots + \lambda_n \vec{V}_n \neq \vec{0}] \text{ ou } [(\lambda_1 = 0) \text{ et } (\lambda_2 = 0) \text{ et } \dots \text{ et } (\lambda_n = 0)]$$