

bulletin de l'association des
professeurs de mathématiques
de l'enseignement public

“de la Maternelle aux Facultés”

Dans le deuxième cycle secondaire • Nombres p-adiques
• Psychologues et enseignants • Échanges • Arithmétique en
Cinquième • Études Newtoniennes • Formation des maîtres

bimestriel - 48^e année - Janvier-Février 1969

n° 266

Association des Professeurs de Mathématiques
de l'Enseignement Public.
29, rue d'Ulm - Paris (5^e)

Président d'Honneur :
M. A. HENNEQUIN.

Bureau national de l'A.P.M.E.P.

Présidente :

M^{me} TOUYAROT, 30, avenue du 6-Juin, 14-Caen (tél. 31-81-70-40).

Vice-Présidents :

Adresser aux vice-présidents les questions relatives à l'ordre d'enseignement dans lequel ils exercent.

Enseignement élémentaire : M. BROUSSEAU, 3, rue A.-Briand, 33-Cenon.

Second degré, premier cycle : M. DUMONT, 6, place Porcaro, 78-Saint-Germain-en-Laye (tél. 963-46-01).

Second degré, second cycle : M. COLOMB, 44, rue Paul-Huvelin, 69-Sainte-Foy-lès-Lyon.

Second degré technique : M. GENESTINE, 24, rue Général-Roguet, 92-Clichy.

Écoles Normales : M^{me} AUDIN, 3, avenue Pierre-Grenier, 92-Boulogne-Billancourt.

Classes préparatoires aux Grandes Écoles : M. RAMIS, 35, rue Pierre-Nicole, Paris, 5^e (tél. 633-09-48).

Enseignement supérieur : M. REVUZ, 16, rue de Rome, 78-Les Essarts-le-Roi (tél. 483-60-55).

Secrétaires généraux :

M. VISSIO, 15, rue Jean-Giraudoux, 92-Sceaux (tél. 350-18-98).

M. GILBERT, 33 bis, rue Champ-la-Garde, 78-Versailles (tél. 950-53-81).

Secrétaires :

Animation des Régionales : M. GAUTHIER, 11, bd des Brotteaux, 69-Lyon, 6^e (tél. 78-24-00-93).

Relations internationales : M. GLAYMANN, 14, rue de Chavril, 69-Sainte-Foy-lès-Lyon (tél. 78-51-93-76).

M. D. BERNARD, 1, rue de Turenne, 67-Strasbourg.

Relations avec les autres associations : M. BLANZIN, 150, avenue Félix-Faure, Paris, 15^e (tél. 250-16-41). M. VISSIO.

Trésorier :

M. CLOPEAU, 12, bd Desgranges, 92-Sceaux (tél. 702-60-27).

Trésorier administratif :

M. FERRACCI, 151, avenue Foch, 92-Saint-Cloud.

Secrétaire administratif (expédition des brochures, réclamations relatives au service du *Bulletin*, etc...) :

M. A. BLONDEL, 154, avenue Marcel-Cachin, 92-Chatillon-sous-Bagneux.

Commissions.

Commission « Recherche et Réforme » : secrétaire : M. ROUMANET, 58, rue de l'Amiral Mouchez, Paris, 14^e.

Formation des maîtres : M. DEHAME, 22, avenue de la Libération, 86-Poitiers.

Formation continue : M. DUVERT, 10, avenue du Point-du-Jour, 69-Lyon, 5^e.

Expérimentation : 1^{er} degré : M. JACQUEMIER, 9, rue Jean-Bocq, 38-Grenoble.

2^e degré : M. GOURET, 32, rue des Essarts, 69-Bron.

Commission du Dictionnaire : M. CHASTENET DE GÉRY, 4, rue des Capucins, 92-Meudon-Bellevue (tél. 027-48-48). M. CHEVALLIER, 37, avenue Anatole-France, 94-Saint-Maur (tél. 472-64-68).

Commission des moyens audio-visuels : M. POLY, 16, rue Germain-Pilon, Paris-18^e (tél. 255-31-30).

Comité de rédaction du Bulletin.

Président : M^{me} TOUYAROT.

Directeur du Bulletin : M. VISSIO.

Membres : MM. CHEVALLIER, DUMONT, GILBERT, GLAYMANN, ITARD, JACQUEMIER, ROUMANET, WALUSINSKI.

Sommaire

ÉDITORIAL.

- 5 P. VISSIO : Sur l'enseignement des mathématiques dans le deuxième cycle secondaire; de quelques principes et de leurs applications.

LE BATON DES AVEUGLES.

- 15 J. DE BIASI : Introduction à l'étude des nombres p -adiques.
P. GRECO : Note sur la coopération des psychologues et des enseignants dans le cadre des expériences didactiques.

ÉCHANGES.

- 33 J.-M. CHEVALLIER : Matériaux pour un dictionnaire.
A. GOURET : Quelle est la dérivée de l'application logarithme lorsque la variable est exprimée en degrés?
M. RIVIÈRE : Vecteurs à peu de frais (suite).
P. GAGNAIRE : Encore la base moins deux.
M. LEFUR : Moyennes et populations.
Parmi nos lettres.

...DANS NOS CLASSES.

- 47 M. GLAYMANN : L'arithmétique en classe de Cinquième.

LES LIVRES.

- 61 J. ITARD : Un manuel d'histoire des mathématiques.
J. ITARD : Les Études Newtoniennes de A. Koyré.
W. MOUNTEBANK : Notes de lecture.

DOCUMENTATION.

- 69 Aménagement dans l'étude des programmes scolaires.
Programmes de Seconde A, C, T.

LA VIE DE L'ASSOCIATION.

- 75 Audience ministérielle du 19-12-68.
Comité national du 19-01-69.
Commission « Formation des maîtres » (18-01-69).
Premier congrès international de l'enseignement mathématique.
Dans les Régionales.
Les publications de l'A.P.M.E.P.
Bloc-notes.

Le *Bulletin* 266 contient de plus :

- deux fiches de « *la mathématique parlée par ceux qui l'enseignent* » : divisible, opération;
- l'index des articles publiés par le Bulletin en 1968;
- un bulletin de souscription pour « *la mathématique parlée par ceux qui l'enseignent* (1967) ».

Les annonces : Belin (74), Bordas (68), Curta (67), Delagrave (couv. 3), L'École (94), Gauthier-Villars (60), Hatier (14, 45), Magnard (95), O.C.D.L. (59, 46), Vuibert (96), Wesmaël (73).

Le coin du Trésorier

Adresse de l'A.P.M.E.P.
29, rue d'Ulm, Paris, 5^e

C.C.P. Paris 5708-21

Les cotisations et les abonnements sont valables pour l'année civile, du 1^{er} janvier au 31 décembre. Tarifs pour l'année civile 1969 :

Cotisation. — Elle comprend l'abonnement au *Bulletin* et le service des fascicules d'énoncés.

Cotisation normale 22 F

Cotisation réduite (stagiaire C.P.R., élèves des E.N.S. et des I.P.E.S., jeunes gens effectuant leur service militaire, retraités) 12 F

Abonnement. — Pour les personnes n'appartenant pas à l'Enseignement Public, pour les collectivités, les bibliothèques, ..., en France et à l'étranger 30 F

Prix de vente au numéro 5 F

Modes de paiement.

L'importance du nombre des adhérents, qui approche de dix mille, nous oblige à utiliser un fichier automatique. La bonne tenue de ce fichier exige que chacun de nous se conforme strictement aux règles suivantes :

1^o ADHÉSIONS NOUVELLES, ABONNEMENTS NOUVEAUX : adresser au siège de l'A.P.M.E.P., *sous enveloppe timbrée*, une fiche rose dûment remplie, et un chèque à l'ordre de l'A.P.M.E.P. Paris 5 708-21.

Note du Secrétariat : utilisez de préférence un chèque de virement à notre C.C.P. ou, à la rigueur, un chèque bancaire. Nous renverrons à son expéditeur tout autre mode de paiement.

2^o RENOUELEMENT DES COTISATIONS ET ABONNEMENTS : vous avez reçu un appel pour ce renouvellement dans le courant de janvier; cet appel porte un *coupon détachable* qu'il faut joindre au titre de paiement (voir ci-dessus la note du Secrétariat).

L'appel lui-même doit être conservé. Vous y trouverez, chaque fois que vous en aurez besoin, le numéro de votre fiche dans notre répertoire. Vous y joindrez le talon de votre chèque et ce couple constituera votre carte d'adhérent.

Note du Secrétariat : si vous aviez renouvelé votre cotisation avant d'avoir reçu l'appel, veuillez nous adresser le coupon détachable qui nous est indispensable, en rappelant la date et la nature de votre premier envoi. Ceci pour nous éviter toute erreur dans la tenue de votre compte.

3^o CHANGEMENT D'ADRESSE (OU D'ÉTAT CIVIL) : porter sur une feuille l'ancienne adresse (ou l'ancien état civil), *rappeler le numéro de votre carte A.P.M.E.P.*, puis donner les renseignements nouveaux; envoyer cette feuille sous enveloppe timbrée au siège de l'A.P.M.E.P.

Note du Secrétariat : impossible de retrouver rapidement et sans erreur votre fiche si vous n'indiquez pas votre numéro A.P.M. (lequel est rappelé sur la bande ou l'étiquette-adresse du Bulletin).

Le Trésorier vous demande instamment de vous conformer à ces règles, faute de quoi les tâches du Secrétariat et de la Trésorerie sont embouteillées, au risque de perturber une bonne expédition du *Bulletin*.

Les Régionales de l'A.P.M.E.P.

Dans chaque académie, il existe une section régionale de l'A.P.M.E.P. qui organise diverses activités pédagogiques et qui s'organise elle-même librement. En particulier, dans certains départements, des sections départementales se réunissent et sont rattachées à la Régionale de l'académie.

Pour chaque Régionale ou section, nous donnons le nom et l'adresse d'un responsable, président ou secrétaire, qui fournira des renseignements complémentaires sur les activités de l'association dans la région ou le département.

- Aix-Marseille : M^{lle} MABILLY, 136, bd National, 13-Marseille 3^e.
- Amiens : M. DUCEUX, 44, rue Gustave-Charpentier, 80-Amiens.
- Besançon : M. ROBBE, Les Prés-Cottreaux, 39-Salins-les-Bains, (Tél. 167).
- Section de Belfort : M. DAUTREVAUX.
- Bordeaux : M. SIGNORET, lycée Montaigne, 33-Bordeaux.
- Caen : M. LETERRIER, 34, avenue du 6-Juin, 14-Caen.
- Clermont-Ferrand : M. ALMERAS, 74, bd de l'Eclache, 63-Royat.
- Dijon : M. VOGT, lycée Carnot, bd Thiers, 21-Dijon.
- Section de Mâcon : M^{me} CHAUSSIER, 32, rue de la Liberté, 71-Mâcon.
- Section de Nevers : M. J. DE JUNTER.
- Section de Chalon : M. GANTHIER.
- Grenoble : M. KUNTZMANN, B.P. 7, 38-Saint-Martin-d'Hères.
- Section de Chambéry : M. COMPAIN, lycée technique, 1, rue du Colourbier, 73-Chambéry.
- Lille : M. LEGRAND, professeur, lycée Faidherbe, 59-Lille.
- Limoges : M. CRUZ, 11, rue Lamartine, 87-Bellac.
- Lyon : M. ANGUELOT, 103, rue Pasteur, 69-Caluire.
- Section de Saint-Étienne : M. VERSET, villa Epilog, rue H. Dunant, 42-Saint-Chamond.
- Montpellier : M. CALCINE, rue des Eglantiers, 34-Montpellier.
- Nantes : M. DES COGNETS, 11, rue Gl-de-Sonis, 44-Nantes.
- Nancy : M. B. MERCIER, 48, rue Jacques-Gruber, 54-Nancy.
- Nice :
- Orléans : M. HEUZÉ, dépt de mathématiques, faculté des sciences, 45-Orléans-la-Source.
- Section de Montargis : M. KISTER, C.E.G. Pontonnière, 45-Chalette-sur-Loing.
- Section de Tours : DELACHET, BASTIEN.
- Paris : M. HAMEAU, 38, avenue du Général-de-Gaulle, 94-Vincennes, (Tél. 808 43 79).
- Poitiers : M. DEHAME, 22, avenue de la Libération, 86-Poitiers.
- Reims : M. THIERUS, 57, rue David, 51-Reims.
- Rennes : M. LE DILY, lycée technique Joliot-Curie, 35-Rennes.
- Section de Brest : M. STEPHAN, collège naval, 29 N-Brest.
- Rouen : M^{me} METENIER, Faculté des sciences, 76-Rouen.
- Strasbourg : M. DE COINTET, 62, rue Diedriez, 67-Sélestat.
- Section d'Allemagne Fédérale : Président, M. ALEXANDRE, proviseur, lycée de Fribourg; secrétaire, M. DEBU, lycée Charles-de-Gaulle, S.P. 69037.
- Section Mosellane : M. SCHNEIDER, 54 bis, rue de Theuleu, 57-Metz.
- Toulouse : M. FRAISSE, 8, rue des Glycines, 31-Toulouse.
- Côte-d'Ivoire : M. MATHURIN, B.P. 20 694, Abidjan.
- Sénégal : M. SEYNI NIANG, lycée Van-Valenhoven, Dakar.

Le Comité national de l'A.P.M.E.P.

Sortants en 1969 : M. AMIOT (C.E.G., Paris); M^{me} AMAR (Paul-Valéry, Paris); MM. BARBUT (Ecole Pratique des Hautes Etudes); CHOQUET (Faculté des Sciences, Paris); CONDAMINE (Lakanal, Sceaux); M^{lle} FELIX (La Fontaine, Paris); MM. GÉNESTINE (Lycée Technique, Clichy); GILBERT (Lycée Technique, Versailles); M^{me} LAULANET (Ecole Normale d'Institutrices, Paris).

Sortants en 1970 : MM. D. BERNARD (Faculté des Sciences, Strasbourg); BLANZIN (C.E.G., Paris); CHEVALLIER (Marcellin-Berthelot, St-Maur); CLOPEAU (Lakanal, Sceaux); M^{lle} DEROO (Racine, Paris); MM. DUCEUX (Lycée mixte, Amiens); GAUTHIER (Ampère, Lyon); JACQUEMIER (Inspecteur départemental, Grenoble); M^{me} TOUYAROT (Ecole Normale, Caen).

Sortants en 1971 : M^{lle} BIARD (E.N.S., Fontenay), MM. BROUSSEAU (Instituteur, Bordeaux); CROZES (Henri-IV, Paris); DUMONT (Lycée international, Saint-Germain-en-Laye); DUVERT (La Martinière, Lyon); P.-L. HENNEQUIN (Faculté des Sciences, Clermont); M^{lle} LICHAU (Institutrice, Calvados); M. RAMIS, (Spéciales, Louis-le-Grand, Paris); M. VISSIO (Lakanal, Sceaux).

Sortants en 1972 : M^{me} AUDIN (Ecole Normale d'Instituteurs, Paris); M. J. COLOMB (Lycée A.-Charial, Lyon); M. CRÉPIN (I.D.E.N., Limoges); M. DEHAME (Math. Sup. Lycée, Poitiers); M. FAUQUETTE (C.E.G., Lens); M. GOURET (Math. Sup. Lycée La Martinière, Lyon); M. KLEIN (Faculté des Sciences, Grenoble); M. ROUMANET (Lycée Rodin et I.P.N., Paris); M. REVUZ (Faculté des Sciences, Paris).

Membres de droit : M^{lle} BRÉNÉOL (Claude-Monet, Paris); MM. CAMY-PEYRET (Lycée Technique, Creil); REICHEN (Lavoisier, Paris).

LES PUBLICATIONS DE L'A.P.M.E.P.

En plus de son *Bulletin* servi à tous les adhérents de l'A.P.M.E.P. et à ses abonnés, l'A.P.M.E.P. a décidé, en 1960, de publier des livres ou des brochures écrits par un ou plusieurs de ses membres et pouvant servir au progrès de l'enseignement des mathématiques.

Les tirages des premiers titres de sa collection « les brochures de l'A.P.M. » ayant été limités ont été rapidement épuisés. Restent disponibles, parmi les derniers ouvrages parus :

7. *Lecture commentée d'une méta-démonstration de Gödel*, par J. Balibar, Maître-Assistant à la Faculté des Sciences de Poitiers (mai 1962) 32 p., prix 3 F.

8. *Le Cours de l'A.P.M.* — 2. *Espaces vectoriels*, par A. et G. Revuz, 1963, 200 p., prix 25 F.

10. *Le Cours de l'A.P.M.* — 3. *Éléments de topologie*, par A. et G. Revuz, 1966, 250 p., prix 27 F.

Bibliothèque d'Enseignement Mathématique, nouvelle collection d'ouvrages pour la formation permanente des maîtres :

1. *Pour apprendre à conjecturer : initiation à la statistique* par MM. L. Guerber et P.-L. Hennequin (Université de Clermont), 1967, 240 p., prix 25 F (cartonné 30 F).

2. *Pour apprendre à conjecturer : initiation au Calcul des Probabilités*, par MM. Guerber et Hennequin, 1968, 232 p., prix 25 F (cartonné 30 F).

Bibliothèque d'Information sur l'enseignement mathématique, brochures qui ne sont ni des manuels, ni encore moins des traités et qui devraient avoir le caractère incisif des libelles...

1. *Charte de Chambéry*, 1969, 1971, 1973, 1976, 1980, ... étapes et perspectives d'une réforme de l'enseignement des mathématiques, octobre 1968, 32 p., prix 2 F.

2. *Matériaux pour l'histoire des nombres complexes*, par Jean Itard, janvier 1969, 32 p. illustrées, prix 3 F.

Conditions de vente et d'expédition.

Les ouvrages précédents ne sont pas en vente en librairie. Pour se les procurer, opérer de la façon suivante :

1° Rédiger une formule de virement postal au compte de l'A.P.M.E.P. : Paris 5708-21, du montant des livres demandés (les prix sont compris franco de port).

2° Bien préciser *au dos du virement* les titres des ouvrages commandés.

3° Envoyer les trois volets du virement, sous enveloppe timbrée à 0,30 F, au Secrétaire administratif de l'A.P.M.E.P., M. Blondel, 154, avenue Marcel-Cachin, 92-Châtillon-sous-Bagneux.

Vous recevrez les ouvrages commandés en paquet-poste dans le plus court délai.

Les ouvrages cités ci-dessus sont édités au prix coûtant. Aucune remise ne peut donc être consentie à quelque titre que ce soit. Aucun des ouvrages précédents n'est vendu en librairie.

* * *

Le secrétariat de l'A.P.M.E.P. participe également à la diffusion des œuvres complètes d'Evariste Dupont dont le seul ouvrage paru est : *Apprentissage mathématique. I*, un volume de 248 p., (Sudel éditeur) (Prix : 15 F franco pour les membres de l'A.P.M.E.P.).

Sur l'enseignement des mathématiques dans le deuxième cycle secondaire; de quelques principes et de leurs applications.

Contrairement à son titre, cet article ne sera pas un éditorial... Il s'agit de la communication que j'ai faite, au nom du Bureau de notre Association le 12 décembre 1968, devant la commission plénière de ... la sous-commission du 2^e cycle... de la commission ministérielle « rénovation pédagogique ».

Tout cela demande explications.

A la suite des « événements », le Ministre décidait, courant juillet, la création de deux commissions, l'une chargée d'étudier la « formation des maîtres », l'autre la « rénovation pédagogique ». Par la suite, celle-ci « éclata » en quatre sous-commissions: enseignement élémentaire, du premier cycle, du second cycle (technique compris), notations et examens.

A ces commissions étaient invitées de très nombreuses associations (parents d'élèves, syndicats, D.J.S...) mais aucune association de « spécialistes » en tant que telle. D'où une première décision à prendre par le Bureau: devait-il intervenir de façon telle que l'A.P.M. soit invitée à participer aux travaux des commissions? Bien qu'en période de « vacances », la réponse à la question posée fut affirmative. Évidemment, cette décision ne pouvait être, vu l'urgence, soumise à l'ensemble des adhérents. Aussi, comme dans tous les cas analogues, le Bureau de l'A.P.M. a pris ses responsabilités. L'Assemblée générale de l'A.P.M. approuvera ou désapprouvera.

Cette décision prise et les démarches effectuées ayant abouti, l'A.P.M. désigna ses représentants. A titre d'information, indiquons que : M^{me} Touyarot et Blanzin nous représentent à la commission « formation des maîtres » (à

laquelle participe, à titre personnel, notre collègue Revuz) ; pour la commission « rénovation pédagogique » : enseignement élémentaire (M^{me} Touyarot ; Jacquemier) ; premier cycle (Blanzin ; Dumont) ; second cycle (Chevallier ; Vissio) ; notations et examens (Gilbert ; Glaymann).

Demander à être invité était une chose, l'obtenir en était une autre, mais participer en était une troisième. Là encore le Bureau de l'A.P.M., aidé par le Comité national, prit ses responsabilités (en effet, il ne pouvait être question de se référer aux décisions de l'assemblée générale, antérieure aux « événements »). Heureusement, le « climat » régnant dans notre association dans laquelle tous les adhérents sont « collègues » à part entière, fait que, soit par l'intermédiaire des Régionales, soit directement, le Bureau reçoit de nombreuses suggestions, approbations, voire... critiques qui lui permettent, en général, de définir une ligne d'action « moyenne ». Peut-être n'est-il pas inutile de rappeler à ce sujet que, depuis toujours, les commissions A.P.M. sont ouvertes à tous ; qu'il suffit, pour participer : soit de faire parvenir son opinion, soit, mieux encore, de demander à être convoqué en s'adressant au responsable de chaque commission.

Dans le but d'informer aussi exactement que possible nos Collègues, il m'a paru nécessaire de faire connaître la communication orale, (puis écrite, à la demande des membres de la sous-commission) que j'ai faite sur l'enseignement des mathématiques dans les seconds cycles longs.

P. VISSIO.

P.S. — Cette communication faite, rappelons-le, le 12 décembre 1968, prend aujourd'hui, 29 mars 1969, une importance nouvelle. En effet, la dernière réunion de la sous-commission ministérielle chargée des seconds cycles se tiendra le 14 avril. En prévision de celle-ci de nombreuses voix, plus ou moins autorisées se font entendre, non sans une certaine cacophonie, sur la façon de concevoir les sections « scientifiques » des seconds cycles et l'art aussi bien que la manière d'y enseigner les mathématiques. Des décisions semblent imminentes. Il me paraîtrait souhaitable qu'avant même notre assemblée générale, le Bureau de l'A.P.M. soit, aussi exactement que possible informé de ce que pensent nos Collègues à ce sujet.

Introduction.

Comme tout discours bien composé cette introduction comporte trois points, ce qui ne veut pas dire... qu'elle soit bien composée.

I. — Je ne parle pas en mon nom propre, mais au nom du Bureau de l'Association des professeurs de Mathématiques (A.P.M.E.P.);

II. — Dans notre association nous nous méfions beaucoup des « grands principes » car, d'expérience, nous savons que, comme la langue d'Ésope, ils peuvent être la meilleure et la pire des choses. Tout dépend de la définition des mots utilisés pour les énoncer, tout dépend aussi de l'application que l'on en fait.

Ainsi, par exemple, dans cette commission j'ai entendu parler de « *fond commun décroisé optionnel* » (FOCODOP.?) comme d'un principe de base commandant la réorganisation de l'enseignement des seconds cycles longs... Avant de se prononcer, l'A.P.M. souhaiterait obtenir de nombreuses précisions.

C'est pourquoi, en ce qui concerne le thème de cette communication, à savoir : *l'enseignement des mathématiques dans les seconds cycles longs*, vais-je m'en tenir à une méthode simple, comportant quatre phases :

1° *Observation* : il s'agit d'*observer* le (ou les) phénomène à étudier. On s'aperçoit alors rapidement que la *réalité* observée est souvent tellement complexe qu'il ne peut être question de la décrire entièrement avec précision. Alors, que faire?

2° *Formalisation* (ou *axiomatisation*, voilà l'affreux mot prononcé).

Il s'agit, par une méthode inductive, d'énoncer un système d'axiomes permettant de construire un *modèle* rendant compte de la « *réalité* ». On conçoit que de nombreux systèmes d'axiomes peuvent être proposés; d'autre part, l'adéquation du modèle à l'observation devra être vérifiée. Mais alors quel sera le (ou les) critère d'adéquation retenu?

Si ces divers points ne sont pas définis avec précision, tous les systèmes proposés sont plus ou moins équivalents et les discussions à leur sujet sont oiseuses. C'est pour cela que dans la suite de cet exposé, j'indiquerai nettement, à chaque fois, le système formel dans lequel je me placerai.

3° *Déduction* : Ayant précisé les prémisses nous en déduirons les conséquences logiques. Il va sans dire (mais cela va mieux encore en le disant) que, s'il est permis de contester les prémisses, une fois celles-ci acceptées les conséquences ne pourront être remises en question.

4° *Applications* : Enfin, dans un dernier temps, il s'agira de voir comment toute la théorie (principes et conséquences) s'applique... *pratiquement*, c'est-à-dire au niveau de l'enseignement réel.

III. — L'A.P.M. n'a pas la prétention de proposer une solution miracle au problème posé. Cela pour diverses raisons. Entre autres : en matière d'enseignement, dans notre association certains ne croient pas aux miracles et ceux qui y croient reconnaissent volontiers que les miracles sont rares.

Cette communication n'est donc qu'une exploration de diverses solutions possibles avec leurs avantages et leurs inconvénients majeurs respectifs. Ensuite, il faudra *choisir*.

Observation initiale.

A l'entrée des classes de Seconde (ou de fin de Troisième) beaucoup d'élèves se dirigent (ou sont dirigés) vers les sections A (dites littéraires), beaucoup moins entrent en C ou T (sections dites scientifiques).

Bien entendu, il est possible de « contester cette observation ».

Quoi qu'il en soit, la suite n'a de sens que pour ceux qui observent le phénomène indiqué. Notons aussi que ce phénomène semble avoir toujours existé dans l'enseignement secondaire français (ce qui est nouveau c'est que l'on s'en alarme au lieu de s'en féliciter comme, parfois, dans le passé). Comment expliquer ce phénomène ?

Premier système d'axiomes.

On peut, je pense, le résumer ainsi :

il existe au niveau de la Seconde des élèves « littéraires » et des élèves « scientifiques ».

On en déduit alors qu'à deux catégories d'élèves, il faut deux types d'enseignement. En pratique, c'est le système actuel.

Avantages du système :

— il est très *économique* ; en effet, les études scientifiques coûtent cher (laboratoires, heures de travaux pratiques, ...) ;

— il est *rentable* ; en effet, n'ont droit à une culture mathématique, donc, éventuellement, scientifique par la suite, que ceux ayant la possibilité, présumée, de « rembourser » l'investissement fait sur eux. Encore une fois, on ne prête qu'aux « riches » (ou présumés tels) ;

— il est *réaliste* ; compte tenu de la pénurie de professeurs de mathématiques (pénurie tantôt réelle, tantôt volontairement entretenue pour diverses raisons), des horaires réduits en mathématiques en sections A (les plus nombreuses), à peine suffisants en C et T (surtout) (sections moins nombreuses) constituent une solution au problème posé.

Inconvénients du système :

Si les avantages sont d'ordre socio-économique, il est évident que les inconvénients appartiennent à un autre domaine : celui de l'enseignement. Le principal concerne une orientation précoce et surtout irréversible : l'accès à une culture scientifique sérieuse est interdit à nombre de jeunes.

Je crois inutile de m'étendre davantage sur ce système qui, actuellement, semble moins en vogue. Encore que certaines communications présentées dans cette commission, semblent vouloir le réhabiliter.

Deuxième système d'axiomes.

Il se présente ainsi :

La partition entre littéraires et scientifiques à l'entrée de la classe de seconde ne correspond pas à la réalité ; cette partition est due entre autres : à l'orientation en fin de Troisième, à la difficulté des programmes des sections C ; de plus, cette partition, artificielle, n'est pas souhaitable.

Bien entendu, ce qui fait la variété des opinions, ce sont les diverses façons d'expliquer en quoi la partition n'est pas souhaitable. Je n'aborderai pas, dans cet exposé, ce sujet, intéressant cependant à plus d'un titre.

— Dans ce système, *on déduit*, la barrière étant « *artificielle* » et non souhaitable, que *tous* les élèves de Seconde doivent être placés, en mathématiques (et plus généralement dans d'autres disciplines peut-être) devant le même enseignement.

— *En pratique*, cela signifie, pour les mathématiques, (peut-être pour la physique et les sciences naturelles, mais pour cela il serait nécessaire que les tenants de ce système d'axiomes exposent clairement leur conception de *tronc commun*) la suppression des sections A, C, T et la création d'une *section unique*.

— Ce système, « complémentaire » du précédent, peut paraître séduisant à première vue. A mon avis, sous couleur « de libéralisme » il est aussi contraignant et simpliste que le premier. J'indiquerai tout à l'heure ses inconvénients majeurs. Pour l'instant, je me contenterai de signaler son caractère peu logique et peu réaliste :

— *peu logique* ; en effet, les élèves entrant en Seconde ont « bénéficié », jusqu'en fin de Troisième, en mathématiques, d'un tronc *absolument commun*. Soit pendant neuf années au moins (depuis le cours préparatoire). Ce, avec le succès constaté. Alors qu'espère-t-on obtenir avec une année de plus ?

— *peu réaliste* ; compte tenu de la pénurie d'enseignants de mathématiques, compte tenu du nombre supérieur des sections A par rapport aux C, cela reviendra, *dans la section unique*, à *prendre un horaire voisin de celui des A actuels, inférieur en tous cas à celui des C*. A moins que, pour donner un horaire « décent » à cette section... « on déshabille Paul pour habiller Jacques », c'est-à-dire que l'on diminue l'horaire de mathématiques dans d'autres classes. Rappelez-vous un passé récent : en 1962, 5 heures de mathématiques, au lieu de 4, apparurent nécessaires en classe de Seconde, alors... on diminuait d'une heure l'horaire des... Sixième ; encore plus récemment, octobre 1968, l'horaire de Sixième prévu, 4 heures hebdomadaires de mathématiques, ne fut pas appliqué.

Procéder ainsi serait à mon avis, commettre une triple malhonnêteté intellectuelle : d'abord, proclamer les mathématiques « matière fondamentale » et réduire l'horaire d'enseignement (je rappelle à ce propos que, naguère, l'horaire de mathématiques considéré comme absolument nécessaire à une sérieuse formation scientifique ultérieure avait été évalué, par les services ministériels et divers autres services compétents, à 21 heures hebdomadaires à répartir entre Seconde, Première et Terminale ; que la réforme Fouchet avait « accordé » 20 heures) ; ensuite, faire croire qu'il y a progrès à tenter de donner une culture mathématique aux « pseudo-littéraires » en réduisant celle, insu-

ffisante, des « pseudo-scientifiques » (bien sûr, il peut être séduisant pour l'esprit de penser à former des scientifiques sans mathématiques; je crains que, comme la pierre philosophale, la solution ne soit pas simple à trouver); enfin, faire croire qu'en opérant ainsi, on est soucieux des intérêts des élèves « pseudo-littéraires » (je me demande même si les placer dans les mêmes conditions que les autres n'est pas le plus sûr moyen de les « achever »).

Inconvénients du système :

— Du point de vue pédagogique, dans ces nouvelles sections, apparaîtrait une grande dispersion du niveau mathématique des élèves, ce qui ne faciliterait pas l'enseignement.

— Du point de vue économique, cela conduirait à un gâchis invraisemblable en moyens financiers et en hommes (surtout si l'on est « honnête », c'est-à-dire si le but est, effectivement, de permettre le « rattrapage » de certains élèves). Rappelons-nous le spectacle souvent désolant donné par les interrogations de mathématiques à l'oral du baccalauréat « philo » et par la contemplation du tas de copies, blanches ou nulles, à l'écrit de l'ex-baccalauréat première partie, série A.

— Du point de vue pratique, est-il possible d'ici la rentrée 1969, toute proche, de concevoir l'organisation de l'enseignement dans ces nouvelles sections à créer? D'établir les programmes? J'en doute.

Troisième système d'axiomes.

Formulons-le ainsi :

A l'entrée des classes de seconde, il y a, du point de vue des mathématiques (et peut-être des autres disciplines...) répartition des élèves en trois sous-ensembles: ceux qui ont suivi « normalement » dans le premier cycle, ceux qui ont éprouvé des difficultés (de divers ordres...), ceux qui ne veulent plus « faire » des mathématiques.

Avant de poursuivre, quelques remarques s'imposent.

— Il ne s'agit pas d'une *partition* des élèves, contrairement à ce qui précède, car la troisième catégorie « rencontre » les deux précédentes;

— Compte tenu des conditions d'enseignement dans le premier cycle (horaire, programme, enseignants, classes surchargées...), il est « normal » que la 2^e catégorie soit la plus nombreuse;

— Compte tenu de ces conditions, les élèves de la première catégorie devraient s'appeler les « malgré nous ». Malgré toutes les conditions défavorables réunies, ils réussissent... Bien qu'ils ne soient pas, quand même, les plus nombreux, c'est réconfortant.

La recherche des causes des difficultés rencontrées par les élèves dans le 1^{er} cycle devrait faire l'étude d'une recherche approfondie.

La déduction stricte (donc... libérale) de cet axiome serait : il faut envisager trois types de classes de Seconde, dont une sans mathématiques.

Mais, il est de bon ton d'ajouter les axiomes supplémentaires suivants (contenus déjà dans la 2^e système) : il est souhaitable de « récupérer » (ce

n'est pas gentil...) des élèves de la 2^e catégorie et, éventuellement, *malgré eux*, cette fois, des élèves de la 3^e catégorie.

J'ajouterai volontiers quant à moi un autre axiome, à savoir : que cette « récupération » ne se fasse pas en pénalisant les élèves de la 1^{re} catégorie. Mais je ferai abstraction, par la suite, de cette adjonction.

Déduction :

Puisqu'un même menu, présenté de façon identique dans le 1^{er} cycle, a été assimilé différemment et qu'il est estimé souhaitable de réduire ces différences d'assimilation, il faut agir sur les divers « composants » du menu : qualité et quantité, présentation différente. (Un problème très important ne sera pas abordé ici, c'est celui de la formation des « cuisiniers », formation initiale et continue, bien sûr...).

Si l'on fait abstraction du problème de la formation des maîtres, il n'est pas paradoxal d'affirmer que c'est la *présentation* du menu qui est primordiale. En effet, comme en diététique, le menu sera toujours composé de glucides, lipides, protides... et cependant il sera possible de le rendre plus ou moins assimilable...

Pratiquement :

Cela conduit à envisager deux sections :

— L'une, réservée aux « malgré nous », caractérisée par : un rythme « doux » (afin de permettre à d'autres de se « rattraper »; afin, aussi, d'éviter qu'apparaissent dans cette section trop d'élèves ayant des difficultés!); un programme allégé par rapport aux C et T actuels. Une solution? Le programme envisagé par la commission Lichnerowicz pour la section Seconde C avec un horaire hebdomadaire de 5 heures.

— Une deuxième section dite des grands commerçants. Dans cette section, l'enseignement des mathématiques comprendrait 3 heures obligatoires par semaine, et 3 heures optionnelles à partir de janvier. Pourquoi cela? Afin de cumuler les avantages suivants : d'abord permettre une acquisition des « mathématiques de base »; ensuite « observer » les élèves; enfin, permettre à ceux-ci de choisir en « connaissance de cause ». L'objectif à atteindre, à savoir, permettre à certains élèves de rejoindre l'autre section pourrait ainsi être atteint. Dans l'immédiat, rentrée 1969, la partie obligatoire aurait pour programme celui proposé par la commission Lichnerowicz pour les Seconde A.

*
* *

Si je me suis étendu longuement sur le cas des classes de Seconde c'est, qu'à mon avis, le problème de l'orientation à ce niveau est capital et sa solution urgente. Qu'allons-nous décider pour la rentrée 1969?

Étudions maintenant les classes de Première.

Quelle est la situation actuelle?

Il existe du point de vue des mathématiques cinq sections :

A (horaire hebdomadaire obligatoire : 2 h), B (4 h 30), C (7 h), D (5 h), E (6 h). Est-ce satisfaisant? Il faut avouer que du strict point de vue de l'enseignement des mathématiques ce n'est pas désastreux sauf en ce qui concerne

l'horaire des sections E inférieur à celui des C. Le gros inconvénient concerne surtout la difficulté (artificielle à mon avis) du passage des élèves de Première C vers les Terminales D.

En toute honnêteté il me faut dire que la méthode utilisée précédemment pour étudier le problème posé par les classes de Seconde ne peut s'appliquer ici. Pourquoi? C'est que l'observation de la situation actuelle ne sert pas à grand'chose puisque nous avons modifié cette année... les conditions de l'expérience : possibilité pour les élèves de Seconde A de suivre un cours supplémentaire de mathématiques de 2 heures, à partir de janvier. Quelles seront les conséquences de cette décision? Bien malin qui pourrait le prévoir actuellement.

La suite appartient donc au domaine spéculatif...

Je prendrai volontiers encore comme axiomes de départ ceux du troisième système indiqué ci-dessus. Par contre, l'axiome supplémentaire concernant la « récupération » éventuelle serait abandonné.

Comment alors éviter d'abandonner à leur « triste sort » les élèves se dirigeant vers les sections à dominante littéraire? Il faudrait, à mon avis, pour ces sections, présenter un « menu » absolument original... L'accent devrait être mis sur la formation de l'esprit logique et la sourdine sur tout ce qui concerne « les techniques de calcul » (sur lesquelles les élèves de ces sections ont, en général, achoppé ou pour lesquelles ils ont eu de l'aversion, ou peu de disposition...).

Mon libéralisme irait jusqu'à souhaiter que ce programme spécifique de mathématiques soit *optionnel* (horaire : deux heures hebdomadaires?) Les avantages des *options* ayant été souvent évoqués dans cette commission, je m'abstiendrai de les rappeler. Je dirai à nouveau qu'actuellement, compte tenu du nombre de professeurs de mathématiques, c'est la seule façon de ne pas pénaliser les élèves des autres sections.

Quelles seraient ces autres sections?

Pour ma part, en ce qui concerne l'enseignement des mathématiques, je n'en verrai bien qu'une seule (horaire hebdomadaire 6 heures ...à condition qu'en Terminale une section retrouve les 9 heures d'antan, sinon 10...). Dans ces 6 heures pourrait (devrait?) être aménagée une *partie optionnelle* (par exemple : Statistique (pour les ex-B et ex-D); applications pratiques (pour les ex-T).

Que dire alors des Terminales?

Actuellement, il existe cinq sections A, B, C, D, E.

Mais en A, l'existence de deux options. (en mathématiques) A_1 - A_2 - A_3 d'une part, A_3 - A_4 de l'autre, avec respectivement une heure et deux heures de mathématiques rend dans certains lycées, la situation peu claire lorsque, dans une même classe, cohabitent des élèves de deux options... Rappelons que les horaires hebdomadaires de mathématiques sont: en B (5 h), en C (8 h), en D (6 h); en E (7 h). Il semble possible et souhaitable de chercher à unifier. Est-il inconcevable de définir seulement trois sections? L'une dans laquelle les mathématiques seraient optionnelles et à programme spécifique comme

en Première (horaire : 2 h ou 3 h); la seconde dans laquelle les mathématiques seraient étudiées en vue de leurs applications dans les sciences expérimentales et humaines (horaire : 6 h); cette section permettrait de « fusionner » les ex-sections B et D; la troisième (horaire : 9 ou 10 h) étant conçue de façon à permettre la « fusion » entre les « ex-C » et « ex-E ».

Mais il est clair que tout ceci n'est qu'un schéma et demande encore beaucoup d'études préalables. En particulier, il serait temps d'étudier la coordination entre l'enseignement des mathématiques et celui de la physique (dont on parle beaucoup et que, comme l'Arlésienne, on ne voit jamais).

* *

En conclusion, disons que tout ce qui précède a été présenté à titre transitoire et pour un avenir à « moyen terme ».

En effet la notion de « sections » a un caractère tellement rigide que, même le système des « options » préconisé ne permet pas, ainsi qu'il apparaît nettement dans ce rapport (et dans ceux concernant les autres disciplines), de donner une réponse satisfaisante au problème de la « rénovation pédagogique » des seconds cycles longs. Pour atteindre (ou seulement approcher) ce but, il faudrait plus d'imagination.

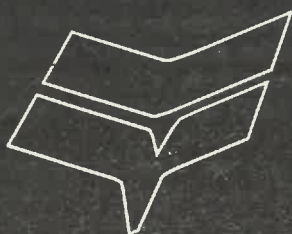
A titre personnel, (c'est-à-dire que je ne parle plus au nom de l'A.P.M. car nous n'avons pas encore, dans notre association, étudié les conséquences de telles propositions), il me paraît qu'une solution possible serait qu'à partir des classes de Première, au moins, puissent être mises en place des « unités » de mathématiques. J'ai eu le plaisir, et la surprise, d'entendre, dans une commission, Madame l'Inspectrice générale Dejean (que je ne connais pas) proposer une solution analogue pour d'autres disciplines. Dans mon esprit il s'agirait de définir des thèmes (en algèbre, analyse, géométrie, statistique, probabilité, logique, astronomie..., pour ne parler que des mathématiques) à étudier dans un temps déterminé (un trimestre ou un semestre) et à un niveau à préciser, parmi lesquels, sous des conditions qu'il faudrait définir, les élèves pourraient choisir. Dans cette optique disparaissent les notions de « sections » et de « classes ».

Est-il absurde d'imaginer qu'un élève soit du niveau n en mathématiques et ($n + n'$) dans une autre discipline? Non bien sûr, puisqu'il en est ainsi dans la réalité... Alors? Il faudrait décider que, durant les trois années du second cycle (ou seulement pendant les deux dernières années?), l'élève a, dans l'ensemble de toutes les disciplines, au plus p unités à suivre, dont nécessairement q (avec $q < p$) de français, r de mathématiques, s de 1^{re} langue vivante (avec $q + r + s < p$).

Mais là, devant l'ampleur des problèmes soulevés et qui ne concernent pas seulement les mathématiques (organisation de l'emploi du temps, nombre et « volume » de ces unités...) je crois prudent de ne pas poursuivre... seul. Ne serait-ce pas un thème de travail pour la commission?

Il me faut m'excuser d'avoir été trop long et « banal ». De plus j'ai conscience de n'avoir pas dit tout ce qu'il aurait fallu dire... Pourquoi? C'est qu'à mon avis, dans une perspective à court terme, plutôt que *dire*, l'important est d'*agir*.

Paris, le 12 décembre 1968.



Mathématiques

Collection E. RICHE - Professeur Agrégé

NOUVEAUTÉ

Classe de 6^e

**NOUVEAU
PROGRAMME**

M. NONNOTTE, ancien élève de l'École Normale Supérieure de Saint-Cloud, Professeur au Lycée Henri IV.

A. FAVIER, Professeur au Collège d'enseignement général Jules-Ferry de Clichy (Hauts-de-Seine).

Ce NOUVEAU manuel, conforme au programme applicable à la rentrée 1969 (arrêté du 29 juillet 1968), paraîtra au PRINTEMPS 1969.

Il sera accompagné d'un livret de compléments et de commentaires à l'usage du Professeur avec corrections des exercices - Parution été 1969.

Caractéristiques :

- ▶ Initiation aux **notions d'ensemble et de relation** de façon logique et continue. Exercices variés et multiples.
- ▶ **Travaux pratiques** nombreux proposés à la fin de chacun des chapitres.
- ▶ Perfectionnement des mécanismes, **mise en ordre** et stabilisation des résultats acquis.
- ▶ Entraînement à la **correction** du vocabulaire, à la rigueur de l'expression mathématique.
- ▶ **Apprentissage du raisonnement**, première prise de conscience de ses exigences, acquisition de saines habitudes de pensée, développement de la compréhension qui ne se fie pas seulement à la mémoire ou à l'intuition.
- ▶ **Initiation** prudente et progressive à l'**abstraction**.

6913

HATIER

8 RUE D'ASSAS PARIS 6^e

« Il faut que les mathématiques domptent les écarts de notre raison; c'est le bâton des aveugles, on ne marche point sans elles... » Voltaire.

Introduction à l'étude des nombres p -adiques

Jean DE BIASI

Faculté des Sciences de Toulouse.

K est un corps supposé commutatif. Ses éléments neutres sont respectivement notés 0 et 1. L'entier n de K est l'élément ainsi défini :

$$n = \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{n \text{ fois}}$$

$\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$ sont respectivement le corps des rationnels et le corps des réels.

1. Corps valués.

1.1. Définitions.

• Une valeur absolue φ sur un corps K est une application de K dans $\mathbb{R}$ satisfaisant aux axiomes suivants.

$$\begin{aligned} a_1 \quad & \begin{cases} \varphi(x) > 0 & \forall x \neq 0 \\ \varphi(0) = 0 \end{cases} \\ a_2 \quad & \varphi(x + y) \leq \varphi(x) + \varphi(y) \\ a_3 \quad & \varphi(xy) = \varphi(x) \cdot \varphi(y) \end{aligned}$$

• Un corps K muni d'une valeur absolue φ est un corps valué noté $K(\varphi)$.
• Un corps valué est immédiatement muni d'une métrique (ou distance) d_φ grâce à la définition :

$$d_\varphi(x, y) = \varphi(x - y)$$

(Il est aisé de constater que les axiomes

$$\begin{aligned} d_1 & \begin{cases} d_\varphi(x, y) \in \mathbb{R}^+ \\ d_\varphi(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y \end{cases} \\ d_2 & : d_\varphi(x, y) = d_\varphi(y, x) \\ d_3 & : d_\varphi(x, z) \leq d_\varphi(x, y) + d_\varphi(y, z) \end{aligned}$$

sont bien vérifiés et que par suite d_φ est une distance).

• Un corps valué est ainsi un espace métrique particulier appelé corps métrique.

1.2. Exemples.

1.2.1. Pour tout corps K , la métrique triviale t définie par

$$t(0) = 0; \quad \forall x \neq 0 \quad t(x) = 1$$

1.2.2. $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$ avec la valeur absolue habituelle définie par

$$|x| = \text{Max}(x, -x)$$

1.3. Propriétés immédiates.

$$\bullet \varphi(1) = 1 \quad \text{car} \quad \varphi(1) = \varphi(1 \cdot 1) = \varphi(1) \cdot \varphi(1) = \varphi(1)^2$$

d'où $\varphi(1)[1 - \varphi(1)] = 0$ et comme $\varphi(1) \neq 0$ on a $\varphi(1) = 1$.

$$\bullet \varphi(-x) = \varphi(x) \quad \text{car} \quad [\varphi(-x)]^2 = \varphi((-x)^2) = \varphi(x^2) = [\varphi(x)]^2$$

d'où $\varphi(-x) = \pm \varphi(x)$ et d'après a_1 : $\varphi(-x) = \varphi(x)$.

$$\bullet \varphi(n) \leq n \quad \text{car} \quad \varphi(n) = \varphi(\underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{n \text{ fois}}) \leq \underbrace{\varphi(1) + \dots + \varphi(1)}_{n \text{ fois}} = n$$

$$\bullet |\varphi(x) - \varphi(y)| \leq \varphi(x - y)$$

$$\text{car} \begin{cases} \varphi(x) \leq \varphi(x - y) + \varphi(y) \Rightarrow \varphi(x) - \varphi(y) \leq \varphi(x - y) \\ \varphi(y) \leq \varphi(y - x) + \varphi(x) \Rightarrow \varphi(y) - \varphi(x) \leq \varphi(y - x) = \varphi(x - y) \end{cases}$$

Conséquence importante :

Si (x_n) est une suite de Cauchy de $K(\varphi)$, $(\varphi(x_n))$ est une suite de Cauchy de $\mathbb{R}$.

2. Complétion d'un corps valué.

2.1. Suites de Cauchy dans un corps valué.

Une suite (x_n) d'éléments d'un corps valué $K(\varphi)$ est dite de Cauchy pour la métrique associée à φ si $\varphi(x_n - x_m)$ tend vers zéro quand n et m tendent vers $+\infty$.

Toutes les propriétés des suites de Cauchy d'un espace métrique sont évidemment valables ici.

2.2. Corps valué complet.

Un corps valué $K(\varphi)$ est dit complet pour la métrique associée à φ si toute suite de Cauchy pour cette métrique est convergente dans K .

2.3. Théorème de complétion.

Pour tout corps valué $K(\varphi)$ il existe un corps valué complet $\widehat{K}(\widehat{\varphi})$ contenant K comme sous corps partout dense. Ce corps $\widehat{K}$ est unique à tout isomorphisme près laissant fixes les éléments de K . $\widehat{K}$ est le complété de K pour la métrique associée à φ .

Disons qu'un corps valué $K_1(\varphi_1)$ est un sous-corps du corps valué $K_2(\varphi_2)$ si

$$\begin{aligned} x \in K_1 &\Rightarrow x \in K_2 \\ \forall x \in K_1 : \varphi_1(x) &= \varphi_2(x) \end{aligned}$$

Disons de plus que K_1 est partout dense dans K_2 si, au sens habituel des espaces topologiques, $\overline{K_1} = K_2$.

Démonstration : Elle est calquée presque mot pour mot sur la démonstration de l'existence et sur la construction de $\mathbb{R}$ corps des réels à partir de $\mathbb{Q}$ corps des rationnels. Nous renvoyons le lecteur à un ouvrage quelconque du premier cycle ou de Spéciales par exemple (I). Indiquons rapidement les différentes étapes :

- Dans l'ensemble $\mathcal{S}_c(K)$ des suites de Cauchy d'éléments de K on démontre que l'ensemble I des suites de Cauchy équivalentes à zéro ($\varphi(x_n) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$) est un idéal maximal.

- Dans $\mathcal{S}_c(K)$ la relation

$$(x_n) \mathcal{R}(y_n) \Leftrightarrow (x_n - y_n) \in I$$

est alors une relation d'équivalence qui, parce que $\mathcal{S}_c(K)$ admet un élément unité ($x_n = 1$ pour tout n) et I est maximal fait de $\frac{\mathcal{S}_c(K)}{I}$ un corps $\widehat{K}$.

Après l'identification classique de l'élément x de K avec la classe d'équivalence de la suite (x) ($x_n = x$ pour tout n), identification faisant de K un sous ensemble de $\frac{\mathcal{S}_c(K)}{I} = \widehat{K}$ et l'extension de la valeur absolue φ à $\widehat{K}$ de la manière suivante :

[Soit x un élément de $\widehat{K}$ défini par la classe d'équivalence $C(x)$ de suites de Cauchy d'éléments de K et soit (x_n) l'une de ces suites :

— $\varphi(x_n)$ est une suite de Cauchy dans $\mathbb{R}$ et converge donc vers un nombre réel que l'on note par définition $(\widehat{\varphi}x)$;

— $\widehat{\varphi}(x)$ ne dépend pas de la suite choisie dans $C(x)$: en effet pour deux telles suites (équivalentes par hypothèse) on a :

$$|\varphi(x_n) - \varphi(y_n)| \leq \varphi(x_n - y_n) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0;$$

— on contrôle alors que $\widehat{\varphi}$ est bien une valeur absolue et que $\widehat{\varphi}(x) = \varphi(x)$ pour x dans K .]

On constate que $\widehat{K}$ est le corps cherché.

$\widehat{K}(\widehat{\varphi})$ sur-corps de $K(\varphi)$ étant construit on vérifie alors que :

• $K(\varphi)$ est partout dense dans $\widehat{K}(\widehat{\varphi})$. En effet, montrons que toute suite (x_n) de la classe $C(x)$ définissant x converge vers x au sens de la métrique $\widehat{\varphi}$ de $\widehat{K}$. (x_n) étant une suite de Cauchy on a :

$$\forall \varepsilon > 0 \exists N; n, m > N \Rightarrow \varphi(x_n - x_m) < \varepsilon$$

Fixant n et faisant tendre m vers $+\infty$, par définition même de $\widehat{\varphi}$, $\varphi(x_n - x_m)$ tend vers $\widehat{\varphi}(x_n - x)$ et l'inégalité se conservant on a démontré que :

$$\forall \varepsilon > 0 \exists N; n > N \Rightarrow \widehat{\varphi}(x_n - x) < \varepsilon$$

et par suite (x_n) converge vers x dans $\widehat{K}(\widehat{\varphi})$.

• $\widehat{K}(\widehat{\varphi})$ est complet. Soit (X_n) une suite de Cauchy dans $\widehat{K}(\widehat{\varphi})$. Puisque X_n est limite d'une suite d'éléments de K il existe un élément x_n de K tel que $\widehat{\varphi}(X_n - x_n) < \frac{1}{n}$. La suite (X_n) étant de Cauchy la suite (x_n) l'est aussi et converge donc vers un élément X de $\widehat{K}$. On vérifie alors sans difficulté que (X_n) converge vers X dans $\widehat{K}$.

• $\widehat{K}(\widehat{\varphi})$ est unique à un isomorphisme près laissant K invariant. Soit K_1 un autre corps complet tel que K soit partout dense dans K_1 et dans $\widehat{K}$. Pour α élément de $\widehat{K}$ il existe une suite de Cauchy (x_n) de K convergente vers α ; mais (x_n) converge également vers un élément α_1 de K_1 . On vérifie que α_1 ne dépend que de la classe de (x_n) et donc que de α et ensuite que la correspondance $\alpha \mapsto \alpha_1$ réalise un isomorphisme entre $\widehat{K}$ et K_1 laissant K invariant.

$\widehat{K}$ est le complété de K pour la métrique associée à la valeur absolue φ . On peut alors le noter classiquement $\overline{K}$; d'autre part comme $\widehat{\varphi} = \varphi$ sur K on notera φ également la valeur absolue prolongée à $\overline{K}$.

3. Les valeurs absolues du corps $\mathbb{Q}$ des nombres rationnels.

Dans le corps $\mathbb{Q}$, nous connaissons :

3.1. La valeur absolue triviale.

3.2. La valeur absolue $\varphi_\alpha(x) = |x|^\alpha$ avec $0 < \alpha \leq 1$.

En effet on sait déjà que $\varphi_1(x) = |x|$ est une valeur absolue. Montrons que $\varphi_\alpha(x) = |x|^\alpha$ avec $0 < \alpha \leq 1$ en est encore une.

Seul a_2 n'est pas évident; démontrons-le en supposant, ce qui ne restreint pas la généralité, que $|x| \geq |y| > 0$ on a :

$$\begin{aligned} |x + y|^\alpha &= \left| x \left(1 + \frac{y}{x} \right) \right|^\alpha = |x|^\alpha \left| 1 + \frac{y}{x} \right|^\alpha \leq |x|^\alpha \left(1 + \left| \frac{y}{x} \right| \right)^\alpha \\ &\leq |x|^\alpha \left(1 + \left| \frac{y}{x} \right| \right) \leq |x|^\alpha \left(1 + \left| \frac{y}{x} \right|^\alpha \right) = |x|^\alpha + |y|^\alpha \end{aligned}$$

Remarquons que $\varphi_\alpha(x)$ définit la même notion de convergence que $\varphi_1(x)$ puisque

$$\varphi_1(x) \rightarrow 0 \Leftrightarrow |x| \rightarrow 0 \Leftrightarrow |x|^\alpha \rightarrow 0 \Leftrightarrow \varphi_\alpha(x) \rightarrow 0.$$

Les espaces métriques $\mathcal{Q}(d\varphi_1)$ et $\mathcal{Q}(d\varphi_\alpha)$ sont donc identiques.

3.3. La valeur absolue p -adique $\varphi_p(x)$.

Celle-ci est définie, p étant un nombre premier quelconque, par

$$\begin{cases} \varphi_p(0) = 0 \\ \varphi_p(x) = p^{v_p(x)} \end{cases}$$

où p est un nombre donné tel que $0 < p < 1$ et $v_p(x)$ est l'exposant de p dans la décomposition de x en facteurs premiers (ainsi $\varphi_3(4) = 1$; $\varphi_5\left(\frac{1}{5}\right) = \frac{1}{p}$; $\varphi_2(8) = p^3 \dots$).

Montrons que φ_p est bien une valeur absolue. Ici encore démontrons seulement a_2 .

Tout nombre rationnel $x \neq 0$, s'écrit :

$$x = \frac{s}{t} p^n \text{ où } n \in \mathbb{N} \text{ et } s \text{ et } t \text{ sont premiers avec } n.$$

Dans ces conditions pour

$$x = \frac{s}{t} p^n \text{ et } y = \frac{u}{v} p^m$$

où l'on suppose par exemple $\varphi_p(y) \geq \varphi_p(x)$, c'est-à-dire $n \geq m$, on a :

$$x + y = \frac{svp^{n-m} + tu}{tv} p^m$$

d'où $\varphi_p(x + y) = p^{m'}$ avec $m' \geq m$ (car tv est premier avec p) et par suite

$$\varphi_p(x + y) \leq \varphi_p(y) = \text{Max}[\varphi_p(x), \varphi_p(y)] \leq \varphi_p(x) + \varphi_p(y)$$

La métrique introduite par φ_p vérifie aussi l'inégalité

$$d_\varphi(x, z) \leq \text{Max} [d_\varphi(x, y), d_\varphi(y, z)]$$

plus forte due d_2 . Une telle métrique est appelée une *ultramétrique*.

Remarquons ici aussi que pour deux nombres p_1 et p_2 compris entre 0 et 1 les métriques définies par un même nombre premier p et par ces deux nombres définissent la même notion de convergence dans $\mathcal{Q}$ puisque :

$$\varphi_p^{(1)}(x) \rightarrow 0 \Leftrightarrow p_1^{(x)} \rightarrow 0 \Leftrightarrow p_2^{(x)} \rightarrow 0 \Leftrightarrow \varphi_p^{(2)}(x) \rightarrow 0$$

On choisit en général $\rho = \frac{1}{p}$ et φ_p est alors la *valeur absolue p-adique normalisée*.

3.4. Théorème d'Ostrowski (II).

Les valeurs absolues du type $\varphi_a(x) = |x|^a$ et les valeurs absolues p-adiques pour tout entier premier p sont les seules valeurs absolues non triviales du corps $\mathcal{Q}$ des nombres rationnels.

Soit φ une valeur absolue non triviale de $\mathcal{Q}$. Deux cas sont possibles :

— ou bien il existe $a \in \mathbb{N}$ tel que $\varphi(a) > 1$ (Remarquer que nécessairement : $a \geq 2$);

— ou bien $\varphi(n) \leq 1$ quel que soit $n \in \mathbb{N}$.

• *Premier cas.* Il existe $a \in \mathbb{N}$ tel que $\varphi(a) > 1$.

Puisque (1, 3), $\varphi(n) \leq n$, quel que soit n , il existe α réel avec $0 < \alpha \leq 1$ tel que $\varphi(a) = a^\alpha$.

Décomposons alors tout entier n suivant les puissances successives de a .

$$n = n_0 + n_1 a + n_2 a^2 + \dots + n_{k-1} a^{k-1}$$

avec $a^{k-1} \leq n < a^k$; $0 \leq n_i \leq a - 1$; $n_{k-1} \geq 1$.

(C'est l'écriture de n dans le système de base a .)

Les propriétés de la valeur absolue et les affirmations précédentes permettent d'écrire :

$$\varphi(n) \leq \varphi(n_0) + \sum_{i=1}^{i=k-1} \varphi(n_i) \varphi(a)^i$$

$$\begin{aligned}\varphi(n) &\leq (a-1)(1 + a^\alpha + \dots + a^{(k-1)\alpha}) = (a-1) \frac{a^{k\alpha} - 1}{a^\alpha - 1} \\ &< (a-1) \frac{a^{k\alpha}}{a^\alpha - 1} = \frac{(a-1)a^\alpha}{a^\alpha - 1} a^{(k-1)\alpha} \\ &\leq \frac{(a-1)a^\alpha}{a^\alpha - 1} n^\alpha = \mu n^\alpha\end{aligned}$$

Ainsi on a :

$$\varphi(n) \leq \mu n^\alpha \quad \text{avec } \mu \text{ indépendant de } n.$$

Mais remplaçant n par n^m il vient :

$$\varphi(n^m) = (\varphi(n))^m \leq \mu n^{m\alpha}$$

d'où

$$\varphi(n) \leq \mu^{\frac{1}{m}} n^\alpha$$

Lorsque m augmente indéfiniment $\mu^{\frac{1}{m}}$ tend vers 1 et par suite :

$$\varphi(n) \leq n^\alpha \quad (1)$$

Posons maintenant $n = a^k - b$ avec $0 < b \leq a^k - a^{k-1}$; on a :

$$\varphi(n) \geq \varphi(a^k) - \varphi(b) = a^{k\alpha} - \varphi(b)$$

Mais

$$\varphi(b) \leq b^\alpha \leq (a^k - a^{k-1})^\alpha$$

d'où :

$$\varphi(n) \geq a^{k\alpha} - (a^k - a^{k-1})^\alpha = a^{k\alpha} \left[1 - \left(1 - \frac{1}{a} \right)^\alpha \right] = \mu_1 a^{k\alpha} \geq \mu_1 n^\alpha$$

Ainsi

$$\varphi(n) \geq \mu_1 n^\alpha \quad \text{avec } \mu_1 \text{ indépendant de } n$$

Remplaçant ici encore n par n^m et faisant tendre m vers $+\infty$, on aboutit à l'inégalité

$$\boxed{\varphi(n) \geq n^\alpha} \quad (2)$$

(1) et (2) impliquent alors :

$$\boxed{\forall n \in \mathbb{N} : \varphi(n) = n^\alpha \quad (0 < \alpha \leq 1)} \quad (3)$$

x étant maintenant un nombre rationnel quelconque, $\pm \frac{p}{q}$ avec p et q positifs, on déduit de (3) que :

$$\varphi(x) = \varphi\left(\frac{p}{q}\right) = \frac{\varphi(p)}{\varphi(q)} = \frac{p^\alpha}{q^\alpha} = \left(\frac{p}{q}\right)^\alpha$$

d'où la

Proposition 1 : S'il existe un nombre entier naturel a tel que $\varphi(a) < 1$ la valeur absolue φ est alors du type :

$$\varphi(x) = |x|^\alpha \quad \text{avec } 0 < \alpha \leq 1.$$

| $\mathcal{Q}$ n'est pas complet pour la métrique associée à φ_x ; son complété est $\mathbb{R}$.

• Deuxième cas: $\varphi(n) \leq 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$.

Si l'on a $\varphi(p) = 1$ pour tout nombre premier p , alors pour tout nombre entier naturel n dont la décomposition en facteurs premiers est

$$n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_k^{\alpha_k}$$

on a :

$$\varphi(n) = \varphi(p_1^{\alpha_1} \dots p_k^{\alpha_k}) = \varphi(p_1)^{\alpha_1} \varphi(p_2)^{\alpha_2} \dots \varphi(p_k)^{\alpha_k} = 1$$

et par suite pour $x = \pm \frac{p}{q}$, il vient

$$\varphi(x) = \varphi\left(\frac{p}{q}\right) = \frac{\varphi(p)}{\varphi(q)} = 1$$

et φ est la valeur absolue triviale, cas écarté.

Il existe donc un nombre premier p tel que $\varphi(p) < 1$. Montrons qu'il ne peut pas en exister un autre, q , vérifiant cette inégalité stricte.

En effet si

$$\varphi(p) < 1 \quad \text{et} \quad \varphi(q) < 1$$

Choissant k et l entiers naturels assez grands on réaliserait

$$(\varphi(p))^k < \frac{1}{3} \quad \text{et} \quad (\varphi(q))^l < \frac{1}{3}$$

or p et q étant premiers sont premiers entre eux et il en est de même de p^k et de q^l . Alors l'identité de Bezout implique l'existence de deux entiers relatifs u et v tels que

$$up^k + vq^l = 1$$

Mais dans ces conditions

$$\begin{aligned} \varphi(1) = 1 &= \varphi(up^k + vq^l) \leq \varphi(up^k) + \varphi(vq^l) \\ &\leq \varphi(u)(\varphi(p))^k + \varphi(v)(\varphi(q))^l < 1 \cdot \frac{1}{3} + 1 \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Cette contradiction démontre l'unicité du nombre premier p tel que $\varphi(p) = p < 1$.

Alors pour tout autre nombre premier q , $\varphi(q) = 1$ et il en est de même pour tout nombre entier relativement premier avec p (ne contenant pas p comme facteur premier).

Enfin pour tout nombre rationnel x on a :

$$x = \pm p^{\frac{a}{b}} \quad \text{où } a \text{ et } b \text{ sont premiers avec } p$$

d'où
$$\varphi(x) = \varphi(p)^m \varphi\left(\frac{a}{b}\right) = p^m \frac{\varphi(a)}{\varphi(b)} = p^m = p^{v_p(x)}$$

d'où la

Proposition 2 : Si pour tout entier naturel n on a $\varphi(n) \leq 1$ il existe un nombre premier unique p tel que $\varphi(p) = p < 1$ et la valeur absolue φ coïncide avec la valeur absolue p -adique φ_p définie par $\varphi_p(x) = p^{v_p(x)}$

Les propositions (1) et (2) démontrent le théorème d'Ostrowski.

$\mathcal{Q}$ n'est pas complet pour la métrique associée à φ_p ; ceci justifie la définition suivante :

4. Le corps des nombres p -adiques.

4.1. Définition.

Le complété de $\mathcal{Q}$ pour la valeur absolue p -adique φ_p associée au nombre premier p est le corps des nombres p -adiques. Il est noté $\mathcal{Q}_p$.

4.2. Remarques.

On démontre que $\mathcal{Q}_p$ a la même puissance que $\mathbb{R}$, c'est-à-dire celle du continu.

Il existe une infinité de corps de nombres p -adiques, un pour chaque nombre premier p .

Deux corps de nombres p -adiques correspondant à des nombres premiers distincts ne sont pas isomorphes.

4.3. Convergences de suites et de séries dans $\mathcal{Q}_p$.

4.3.1. Suites.

Proposition 3 : Pour qu'une suite (x_n) de nombres p -adiques soit convergente il faut et il suffit que $\varphi_p(x_n - x_{n+1})$ tende vers zéro quand n tend vers $+\infty$.

Comme $\mathcal{Q}_p$ est complet il suffit de démontrer l'équivalence :

$$\varphi_p(x_{n+1} - x_n) \rightarrow 0 \Leftrightarrow (x_n) \text{ suite de Cauchy.}$$

L'implication $\Leftarrow$ étant évidente il reste à démontrer l'autre :

Or $\mathcal{Q}_p$ étant ultramétrique, on a :

$$\varphi_p(x_n - x_m) \leq \max [\varphi_p(x_n - x_{n+1}), \varphi_p(x_{n+1} - x_{n+2}), \dots, \varphi_p(x_{m-1} - x_m)]$$

Par suite si l'on a l'implication

$$\forall \varepsilon > 0 \exists N_\varepsilon; k \geq N_\varepsilon \Rightarrow \varphi_p(x_k - x_{k+1}) < \varepsilon$$

on a aussi (même ε et même N_ε)

$$\forall \varepsilon > 0 \exists N_\varepsilon; n, m \geq N_\varepsilon \Rightarrow \varphi_p(x_n - x_m) < \varepsilon$$

et (x_n) est une suite de Cauchy.

4.3.2. Séries.

Proposition 4 : Pour que la série $\sum_1^\infty u_n$ soit convergente dans $\mathcal{Q}_p$ il faut et il suffit que son terme général u_n tende vers zéro.

En effet cette convergence équivaut au fait que la suite $S_n = \sum_1^n u_k$ est convergente ce qui d'après 4, 3, 1 équivaut à $S_{n+1} - S_n = u_{n+1}$ tend vers zéro quand n tend vers $+\infty$.

Exemple :

La série $\sum_1^\infty p^n$ est convergente puisque

$$\varphi_p(p^n) = \frac{1}{p^n} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$$

De l'égalité

$$1 + p + \dots + p^n = \frac{1 - p^{n+1}}{1 - p}$$

où $p^{n+1} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$ (dans $\mathcal{Q}_p$) on déduit que

$$\boxed{\sum_0^\infty p^n = \frac{1}{1 - p}}$$

4.4. Écriture d'un nombre p-adique.

Théorème (Développement de Hensel).

Tout nombre p-adique $x \neq 0$ s'écrit de manière unique sous la forme :

$$x = p^m(x_0 + x_1p + \dots + x_np^n + \dots)$$

où $m = v_p(x)$; $1 \leq x_0 \leq p-1$; $0 \leq x_1 \leq p-1$; ...; $0 \leq x_n \leq p-1$

Pour la démonstration de ce théorème nous renvoyons à II ou à III. Nous allons simplement l'illustrer par quelques exemples.

4.4.1. Écriture de $\frac{3}{10}$ dans $\mathcal{Q}_5$.

Comme $v_5\left(\frac{3}{10}\right) = -1$ on aura $\frac{3}{10} = \frac{1}{5} x_0 + 5x_1 \dots$

Remarquons que déterminer x_0 revient à déterminer le nombre entier x_0 compris entre 0 et 4 tel que $\frac{3}{10} - \frac{x_0}{5} = x_1 + 5x_2 + \dots$ ne contienne plus le facteur 5 en dénominateur. On veut donc avoir

$\frac{3}{10} - \frac{x_0}{5} = \frac{5}{10}$ soit $3 - 2x_0 \equiv 0 \pmod{5}$ dont l'unique solution comprise entre 0 et 4 est $x_0 = 4$.

$\frac{3}{10} - \frac{x_0}{5}$ étant alors égal à $-\frac{1}{2}$, déterminer x_1 revient à déterminer le nombre x_1 tel que $-\frac{1}{2} - x_1$ contienne 5 comme facteur premier en numérateur.

On a ainsi :

$$-\frac{1}{2} - x_1 = -\frac{1 + 2x_1}{2}$$

d'où $2x_1 + 1 \equiv 0 \pmod{5}$ dont l'unique solution comprise entre 0 et 4 est $x_1 = 2$.
Itérant ce procédé on trouve $x_n = 2$ pour tout $n \geq 1$. On écrit alors :

$$\frac{3}{10} = \frac{1}{5} (4 + 2.5 + 2.5^2 + \dots + 2.5^n + \dots) = 42,22\dots$$

Vérification :

$$\begin{aligned} 42,22\dots &= \frac{4}{5} + 2 + 2.5 + \dots + 2.5^n + \dots \\ &= \frac{4}{5} + 2(1 + 5 + \dots + 5^n + \dots) \\ &= \frac{4}{5} + 2 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 5^{n+1}}{1 - 5} = \frac{4}{5} - \frac{1}{2} = \frac{3}{10} \end{aligned}$$

4.4.2. Calcul de $\sqrt{2}$ dans $\mathbb{Q}_7$.

Le problème est de trouver un nombre p -adique

$$x = 7^m(x_0 + 7x_1 + \dots)$$

tel que $(x^2 - 2)$ soit « aussi petit que l'on veut » c'est-à-dire contienne en facteur une puissance de 7 aussi grande que l'on veut.

Comme $v_7(2) = 0$ on cherche a_0 tel que

$$a_0^2 - 2 \equiv 0 \pmod{7} : \text{seule solution } a_0 = 3;$$

ensuite on cherche a_1 tel que

$$\begin{aligned} (a_0 + 7a_1)^2 - 2 &\equiv 0 \pmod{7^2} \text{ ce qui conduit à} \\ 6a_1 + 1 &\equiv 0 \pmod{7} \text{ et } a_1 = 1. \end{aligned}$$

On cherche alors a_2 tel que

$$\begin{aligned} (a_0 + 7a_1 + 7^2a_2)^2 - 2 &\equiv 0 \pmod{7^3} \text{ ce qui conduit à} \\ 1 + 3a_1 &\equiv 0 \pmod{7} \text{ et } a_2 = 2. \end{aligned}$$

Puis a_3 tel que
 $(a_0 + 7a_1 + 7^2a_2 + 7^3a_3)^2 - 2 \equiv 0 \pmod{7^3}$ pour lequel on trouve $a_3 = 3$;
 etc...

Ainsi dans $\mathcal{Q}_7$ on a :

$$\sqrt[7]{2} = 3,123...$$

On remarquera bien que dans $\mathcal{Q}_p$, (x_n) tend vers x si et seulement si $(x_n - x)$ contient en facteur une puissance de p arbitrairement grande.

Le lecteur trouvera dans II et III une théorie approfondie de ces nombres.

Bibliographie

- I. *Leçons d'Algèbre moderne*, par MM. LENTIN et RIVAUD (Vuibert).
- II. *Théorie des nombres*, par MM. BOREVITCH et CHAFAREVITCH (Gauthier-Villars).
- III. *Théorie des nombres*. Séminaire Delange-Pisot (Paris 1960).

La mathématique parlée par ceux qui l'enseignent

le troisième ouvrage de notre collection
Bibliothèque d'Enseignement Mathématique

parution prévue : mai 1969

Souscrivez en remplissant dès aujourd'hui le
bulletin de souscription encarté dans ce *Bulletin* 266

Souscrire, c'est participer à l'édition d'un ouvrage conçu par ceux qui
 enseignent pour ceux qui enseignent

Note sur la coopération des psychologues et des enseignants dans le cadre des expériences didactiques

Pierre GRÉCO,

École pratique des Hautes-Études (VI^e section)

De plus en plus, le psychologue est sollicité de participer à des « expériences » didactiques, pour l'enseignement des mathématiques nouvelles notamment. Même, ce n'est pas ou ce n'est plus seulement au psychologue scolaire ou au psycho-pédagogue que l'on s'adresse, mais souvent au chercheur, à l'expérimentateur, au spécialiste de la psychologie génétique cognitive, naguère tenu volontiers pour un théoricien abstrait, aujourd'hui appelé par les praticiens mêmes pour assurer le « contrôle » de ces expériences. Ni cet excès d'honneur, ni cette indignité ne se justifient cependant tout à fait, si l'on ne prend pas quelques précautions techniques ou épistémologiques. De quel « contrôle » s'agit-il, et d'abord quel est l'objectif d'expériences où, simultanément, s'éprouvent de nouvelles méthodes et de nouveaux contenus? Quelles sont les fonctions qu'un psychologue du développement intellectuel, intéressé aux processus généraux de la croissance mentale et de l'apprentissage (1), peut légitimement remplir dans une équipe de recherche pédago-

(1) Bien entendu, le psychologue peut assumer aussi une tâche de diagnostic individuel, ce qui constitue du reste son emploi le plus classique et le plus usuel. Mais ce n'est pas de ce psychologue ou de cette fonction qu'il sera question ici. La seule remarque qu'on fera à cet égard c'est qu'un tel psychologue, s'il doit en outre procéder, à des exercices rééducatifs, devrait posséder sur la discipline qui fait l'objet de la rééducation une compétence un peu plus large que ce n'est ordinairement le cas. Cela permettrait peut-être de prendre une certaine distance par rapport aux programmes « officiels » et aux non-moins officiels manuels, dont le moins qu'on puisse dire est qu'ils n'ont pas particulièrement été conçus pour des élèves présentant des difficultés d'apprentissage.

gique, et quelles sont, surtout, les limites d'une action licite en ce sens? L'objet de cette note n'est certes pas de définir, de façon savante ou subtile, les conditions particulières de l'expérimentation pédagogique, mais, au risque de déplaire ou de décevoir, d'énoncer quelques banalités, que la pratique, hélas, néglige trop souvent, les sollicitateurs montrant parfois autant de préjugés que les sollicités, et la confiance excessive des enthousiastes conduisant à autant de mécomptes que la méfiance systématique des sceptiques.

1.0. En premier lieu, on ne repètera jamais assez que le psychologue, s'il conserve toujours le droit de critiquer une procédure didactique, et même le devoir d'en exhiber les lacunes et les échecs, ne saurait en aucune façon faire la leçon au spécialiste, et lui prescrire *a priori* des normes qu'il tirerait de ses connaissances sur le fonctionnement intellectuel et les mécanismes de l'acquisition. Pour ma part, et à mes yeux de psychologue non-praticien, s'il me paraît éminemment et évidemment souhaitable que l'instruction des enfants bénéficie des découvertes du laboratoire, en revanche l'idée d'une pédagogie qui serait une psychologie appliquée à l'éducation me semble l'exemple même de l'aberration épistémologique. Bien que ne m'intéressant à la mathématique, par exemple, que d'une manière modeste, élémentaire et artisanale, j'ai la naïveté de penser que sur la nature du savoir mathématique à transmettre, c'est d'abord le mathématicien qui a son mot à dire. Le psychologue apprendra peut-être au mathématicien le style de la communication : il ne lui écrira pas son discours. Aucune psychologie, et sous aucun prétexte, n'autorise la maîtresse à assimiler la relation d'appartenance entre éléments et ensemble à la relation de propriété (« ce jouet appartient à Paule »), sous prétexte que l'idée de propriété est déjà familière à l'enfant de 4-5 ans. On sait que cet exemple n'est pas imaginaire, ni caricaturé.

Deux conséquences peuvent être tirées de ce principe assez simple.

1.1.1. D'abord, l'enseignant doit être prévenu que des questions telles que « A quel âge un enfant peut-il comprendre la structure de groupe? » ou « A quel âge un enfant a-t-il la notion de surface? » sont des questions littéralement vides de sens. Il est vrai que les livres de psychologie (de fort bons livres, au demeurant, et aussi bien quelques textes dont je suis responsable) s'expriment souvent à ce propos d'une façon préemptoire : « le groupe de Klein apparaît vers 12-14 ans », « la notion de poids est acquise seulement vers 8-9 ans » etc. Mais : 1°) dans le contexte des recherches psychologiques correspondantes, « groupe de Klein », « notion de poids », etc. sont définis par une procédure d'examen sur un modèle, et sous des affirmations de ce genre, le psychologue entend caractériser une structure de la pensée « naturelle » ou « spontanée » (pour autant qu'une telle pensée existe) et non pas un savoir explicitement communiqué. Or, c'est une toute autre tâche cognitive que d'organiser des inférences propositionnelles selon une structure conforme à l'algèbre d'un groupe de Klein, d'une part, et d'autre part, de reconnaître sur un matériel (ou même une classe de matériels) *ad hoc*, comme la célèbre « petite usine

où des jetons peuvent changer de forme et de couleur, une organisation des propriétés et des transformations qui constitue un modèle du groupe de Klein. Au demeurant, un psychologue généticien sérieux s'intéresse moins à l'âge d'apparition de telle structure ou de telle notion qu'à leur histoire ontogénétique, c'est-à-dire aux étapes de leur organisation progressive : il est plus important de savoir que l'invariant de poids s'appuie génétiquement sur celui que Piaget a appelé autrefois « substance », que d'en dater la constitution.

1.1.2. En outre, 2°, les expressions du genre « avoir la notion de surface » « comprendre la structure de groupe », etc... peuvent, en dehors du contexte expérimental où le psychologue leur a assigné une définition opérationnelle précise, recevoir une foule d'interprétations différentes. Le bébé de 18 mois qui atteint un objectif un peu éloigné dans l'espace en combinant d'une façon nouvelle divers déplacements, puis revient à son point de départ par un itinéraire différent, « possède » en un certain sens un « groupe de déplacements ». Il n'en a sans doute aucune représentation imagée, ni *a fortiori*, algébrique, mais il n'est pas abusif de prétendre qu'il « comprend » ce groupe, puisqu'il invente des cheminements appropriés et non habituels pour résoudre des problèmes nouveaux : compréhension « pratique » certes, mais compréhension, et non pas seulement habitude acquise et structure locomotrice passivement subie. De même « avoir la notion de surface », ce peut être simplement abstraire des objets eux-mêmes la notion d'une portion de l'espace comprise à l'intérieur d'un contour, ou bien établir une relation d'équivalence entre deux figures A et B différentes, mais telles qu'une fois B découpée en n morceaux d'une certaine façon, ces n morceaux agencés autrement recouvrent exactement F , [ou encore tracer ou imaginer la courbe de variation de l'aire d'un rectangle de périmètre constant quand, par exemple, on augmente la longueur au détriment de la largeur (ce qui, on s'en doute, est un peu plus difficile à comprendre...)]. Bref, si l'on n'est pas libre de donner des êtres mathématiques des définitions ou des images qui contredisent à leur nature propre, on peut révéler de ces êtres un plus ou moins grand nombre de propriétés, les exploiter dans des manipulations ou calculs plus ou moins raffinés, etc. La tâche commune du psychologue et de l'enseignant est, en ces circonstances, de déterminer : a) la forme des messages propre à communiquer au mieux telle ou telle information concernant l'être considéré, b) — tâche souvent négligée à cause du caractère circonscrit des expériences — la progression qui enrichira graduellement la liste des propriétés de l'objet en question, et enfin c) les tests indiquant ce qu'un élève, à un moment donné de sa progression, est capable de retenir et surtout d'utiliser dans la liste des propriétés qui ont été exhibées.

1.2. L'énumération qui précède indique la deuxième conséquence du principe élémentaire énoncé au début. La coopération du psychologue et de l'enseignant devrait instituer une recherche psychodidactique originale, qui ne serait ni le mélange approximatif de deux expériences et de deux savoirs se tempérant mutuellement, ni la subordination d'une « science » aux décrets

de l'autre. Si en effet le professeur de mathématiques ne doit pas s'interdire *a priori* de faire manipuler correctement la relation d'inclusion à des enfants de 5 ans, sous prétexte que « les études de psychologues prouvent (!) que cette relation n'est comprise (?) qu'à 7 ans », — le psychologue, en retour, n'a pas à s'émerveiller exagérément, jusqu'à récuser des croyances qui lui étaient chères, quand un pédagogue triomphant lui montre un groupe de joyeux bambins de 5 ans qui, au terme d'un enseignement approprié, proclament qu'« il y a dans la classe plus d'élèves que de fillettes, parce que les fillettes sont des élèves » (ce dernier exemple n'est pas imaginaire non plus : il nous vient à la fois d'Amsterdam et de Harvard). Mais le psychologue et l'enseignant ont l'un *et* l'autre à se demander sérieusement *quelle* relation d'inclusion manient véritablement ces jeunes prodiges : simples routine verbale? relation binaire de partie à tout sans plus? relation asymétrique transitive? convertible par dualité ($A \subset B \Rightarrow \bar{B} \subset \bar{A}$)? etc.

2.0. Ces réflexions conduisent à un deuxième ensemble de remarques, concernant cette fois la notion-même de « contrôle » qui est souvent sujette à caution tant on en fait un usage simpliste ou (non-exclusif) pervers. Je résumerais volontiers mes convictions en la matière par trois affirmations lapidaires, aussi naïves à mon sens que tout ce qui précède, mais qu'il y a encore lieu de défendre, je crois, en droit comme en fait, et en Faculté autant que sur le terrain :

1° La fonction du psychologue ne se réduit pas à fournir aux enseignants (ni, *a fortiori*, aux princes que les gouvernent) des instruments de mesure grâce auxquels par le secours miraculeux des *t* de Student (1) (niveau élémentaire) ou des analyses factorielles (niveau supérieur) on décidera si une méthode ou, mieux encore, un programme sont « efficaces » ou non.

2° « Claude Bernard, que de crimes on commet en ton nom ».

3° La finalité d'une expérience didactique n'est pas de contrôler un enseignement en fonction d'un critère extérieur, mais de s'instituer en expérience auto-contrôlée.

2.1. On comprend que ces trois affirmations n'en font, à la vérité, qu'une seule. Ce n'est sans doute pas verser dans l'humanisme pathétique que d'affirmer qu'on ne peut laver le cerveau d'un écolier avec la même élégance que le grand savant cité plus haut employait à laver le foie que l'on sait. La méthodologie du laboratoire exige une ascèse que la vie scolaire ne permet pas, et même que la réflexion devrait déconseiller là où elle paraît possible. L'étude au laboratoire du processus d'apprentissage se fait, en général, avec des sujets neufs, affrontés à des situations à la fois insolites et artificielles, ce qui est tout à fait recommandable quand on souhaite, justement, « contrôler les

(1) Il s'agit, comme chacun sait, d'un indice pour tester la signification statistique des différences.

variables ». En situation pédagogique, il n'y a pas de « sujets neufs », guère de variables manipulables, et les enfants qui ont subi un mois ou un an d'enseignement expérimental ont un bel avenir devant eux, un avenir que l'homme de laboratoire peut délibérément ignorer (la vérité scientifique est, comme on sait, hors de l'histoire), mais dont il serait quasi-criminel que le pédagogue ne s'inquiât point, sous prétexte que ses élèves le quittent au mois de juin, (et, quelquefois, un peu plus tôt). Hormis les cas spéciaux où la didactique vise à l'installation d'un savoir ou savoir-faire rigoureusement ajusté à une tâche prédéterminée, l'enseignement est une affaire à long terme. De la façon dont on aura présenté les fractions, les procédés de mesure ou la liaison « si... alors... » dépend la façon dont il faudra, plus tard, introduire les rationnels, la géométrie métrique ou la théorie de l'implication et de la déduction.

2.2. Quant à demander au psychologue, comme il m'est advenu de l'entendre, de choisir les tests permettant de voir si des enfants ayant, une année durant, pratiqué des jeux ensemblistes avaient au bout du compte « gagné quelques points de Q.I. », c'est peut-être prêter aux ensembles (ou aux tests) des vertus qu'ils n'ont sans doute pas. Lors d'un colloque récent (Varna, août 1968) sur l'enseignement programmé, Robert Glaser, pourtant orfèvre et pionnier en la matière et, de surcroît américain, donc censé ne pas reculer devant les mesures (et Dieu sait, du reste, s'il en fait), Robert Glaser défendait cette idée qu'en changeant une méthode d'enseignement, même à contenu identique, on se mettait en devoir de changer les critères d'évaluation. Aussi dénonçait-il comme une superstition un peu rustique la mise en parallèle groupe expérimental — groupe témoin, en matière, bien sûr, de technologie de l'éducation. Cette thèse mériterait, il est vrai, un développement et une charge de preuve plus importants qu'il n'est possible de le faire ici. Qu'on sache à tout le moins que, dans l'esprit de R. Glaser comme chez l'auteur de la présente note, l'adhésion à cette thèse n'implique pas qu'on renonce à la rationalisation des procédures didactiques, ni aux évaluations précises, pour verser derechef dans l'ineffable, l'artisanat et la pédagogie considérée comme l'un des beaux-arts.

2.3. Même, c'est pour se prémunir à la fois contre ces deux paresse de l'esprit : le bricolage inspiré et la pseudo-expérimentation, que la collaboration du psychologue et de l'enseignant est recommandable. Il ne convient pas que celui-là soit le contrôleur de celui-ci. Il faut, me semble-t-il, en revanche qu'une équipe procède à ces recherches conjointes qui devraient permettre à la fois de définir les contenus hiérarchisés des connaissances à transmettre, et les étapes effectives du parcours de la progression par l'élève. Les instruments du contrôle pédagogique ne figurent pas, patiemment préparés depuis Alfred Binet (pour les plus exigeants, disons : depuis Guilford) dans l'armoire à tests du psychologue : ils sont à réinventer constamment. Le contrôle pédagogique n'est pas le verdict final d'un expert, scientifiquement qualifié, prononcé au terme d'un labeur enseignant, et capable soit d'ajouter une ligne

au Grand Livre de la Vérité, soit d'orienter les décisions des bailleurs de fond ou des inspecteurs plus ou moins généraux (qui d'ailleurs ont coutume de se régler aussi à d'autres critères). Il est capital en revanche que les résultats de l'expérimentation didactique soient réinjectés au fur et à mesure dans la pratique enseignante. Il me semble du reste que c'est très exactement le sens du mot « contrôle » aujourd'hui, quant on pense à des systèmes en fonctionnement, et non pas seulement à la politique militaire, au relevé du gaz ou à la déclaration des revenus (1).

P. G.

(1) Le lecteur voudra bien excuser l'auteur d'avoir parlé en première personne. Il s'est reconnu en effet le droit d'engager que lui-même, en tant que psychologue, et psychologue sollicité. On excusera de même la relative abondance des guillemets, qui marquent chaque fois des mots ou expressions aussi usuels qu'amphibologiques.

la mathématique parlée...

La Commission du Dictionnaire de l'A.P.M.E.P., comptant sur une coopération permanente des collègues à son ouvrage, plutôt que d'un dictionnaire *pour* les mathématiciens, souhaite avoir jeté les bases d'un dictionnaire *par* les praticiens des mathématiques.

Le recueil de fiches mis en souscription sera donc indispensable à tous ceux qui désireront que cet effort soit poursuivi, quitte à ce qu'eux-mêmes y contribuent.

Souscrivez donc sans tarder.

...par ceux qui l'enseignent

Matériaux pour un dictionnaire

J.-M. CHEVALLIER

Secrétaire de la Commission du Dictionnaire

Vocabulaire strict au pagaie large ?

Pour rendre à Duvert ce qui est à Duvert, ce titre est de lui : mais je m'associe pleinement à son interrogation, ayant déjà posé des questions analogues aux siennes — voire les mêmes — à diverses reprises et depuis longtemps. Et il a raison de les poser à nouveau, car les divergences de vocabulaire deviennent une plaie de l'enseignement élémentaire. Libéral, Dieu sait si je pense qu'il faut l'être, mais quand on en arrive au point de ne plus savoir ce qui signifient les mots les plus simples, le libéralisme devient pour nous une gêne, pour nos élèves un véritable péril. Surtout qu'on ne vienne pas me dire que tel emploi est plus commode au niveau de telle théorie supérieure, comme le démontre à l'évidence le remarquable ouvrage de M. X. Acceptable quand tous les spécialistes sont d'accord, l'argument tombe à plat dans le cas (plutôt fréquent) où ils se chicanent. Or, ce dont nos élèves de Quatrième ont besoin, ce sont des idées nettes, exprimées s'il se peut par des mots univoques ; la relativité du vocabulaire de MM. X... et Y... leur sera (plus tard) une excellente occasion de s'assouplir.

A vrai dire, on a inventé une échappatoire, les mots *strict* et *strictement*, ce qui élève le galimatias au carré si j'ose dire : car dès qu'on admet qu'un nombre « strictement positif » est nécessairement distinct de zéro, on ne voit plus comment on ose dire que zéro est « positif », à moins de verser dans une « stricte » incohérence ! Même histoire avec l'« ordre strict » (qui ne satisfait pas strictement à la définition de l'ordre), avec « supérieur », « inférieur » bien sûr, et aussi avec « inclus », « parallèle », etc. Les périphrases « au sens strict », « au sens large » ne valent pas mieux, et l'alourdissement qu'elles provoquent montre à quel point nous avons fait une mauvaise opération en imaginant que nous allions simplifier notre langage.

J'ai sur ces divers points une opinion personnelle qui ne coïncide pas toujours avec celle de Duvert. Cela importe peu d'ailleurs, car ni lui, ni moi, nous ne songeons à imposer quoi que ce soit ; mais nous voudrions bien, et nous ne sommes sûrement pas les seuls, savoir une bonne fois à quoi nous en tenir, c'est-à-dire savoir ce que pensent les collègues. Il est tout de même ahurissant que tout le monde actuellement pérore sur le « dialogue », et qu'au sein d'une association comme la nôtre, sur des

questions qui touchent à notre activité quotidienne, le fameux dialogue se réduise à un rarissime courrier.

C'est pourquoi je me propose de demander au Comité de l'A.P.M. d'incorporer dans le questionnaire traditionnel diffusé lors de l'assemblée générale une consultation sur ces mots élémentaires (*positif* signifie-t-il ≥ 0 ou bien > 0 ? Une droite est-elle parallèle à elle-même? etc.). Et, pour faire bonne mesure, je pense qu'il conviendrait aussi d'éclairer le mot *angle*. Deux de ses acceptions sont devenues inutilisables, semble-t-il, à savoir : *a*) l'intersection (ou la réunion) de deux demi-plans, pour lesquelles « secteur angulaire saillant » (ou « rentrant ») ou tout simplement « saillant » (ou « rentrant ») ont toutes chances d'être adoptés; *b*) la variable réelle x dans $\sin x$, $\cos x$, etc., qui est celle de la cinématique et pour laquelle j'ai proposé « phase ». Restent donc en présence : d'une part la mesure des saillants ou rentrants (angle? ouverture? amplitude?...), d'autre part l'opérateur de rotation (angle? trope?...)

Sur ces points je reste naturellement tout disposé à recueillir et à publier, au moins sommairement, les suggestions, argumentations « explications de vote » que les collègues jugeront à propos de m'envoyer. Mais, par [Thalès, qu'on en sorte!

J.-M. C.

Quelle est la dérivée de l'application logarithme lorsque la variable est exprimée en degrés?

Tout le monde trouve cette question stupide (ou du moins sans intérêt). Et pourtant plusieurs manuels posent une question analogue à propos de l'application sinus. Qui n'a lu (et parfois enseigné) que la dérivée de sinus est cosinus si la variable est en radians et qu'il faut faire intervenir le facteur $\frac{\pi}{180}$ si la variable est en degrés. Je pense que lorsque les élèves « comprennent » cela, ils font preuve de plus de docilité que d'esprit critique. De quoi s'agit-il en fait?

Le programme du second cycle concernant les dérivées ne comporte que des applications dont la source est une partie de $\mathbb{R}$, dont le but est une partie de $\mathbb{R}$. Premier point : la source est une partie de $\mathbb{R}$ et non un ensemble de radians (?) ou de degrés (?). Quelle est donc cette application sinus que l'on veut dériver?

Traditionnellement, on présente aux élèves :

1° le sinus d'un angle;

2° la mesure des angles en radians, degrés, grades à partir de cela on peut définir trois applications de source $\mathbb{R}$, but $\mathbb{R}$.

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto f(x) = \text{sinus de l'angle dont la mesure en radian est } x.$$

$$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto g(x) = \text{sinus de l'angle dont la mesure en degré est } x.$$

$$h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto h(x) = \text{sinus de l'angle dont la mesure en grade est } x.$$

et l'on a les relations :

$$\begin{aligned} g &= f \circ c & \text{avec} & & c : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ & & & & x \mapsto \frac{\pi}{180} x. \\ h &= f \circ \gamma & & & \gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ & & & & x \mapsto \frac{\pi}{200} x. \end{aligned}$$

c'est-à-dire quel que soit le réel x , $g(x) = f\left(\frac{180}{\pi} \times x\right)$;

$$h(x) = f\left(\frac{\pi}{200} \times x\right).$$

D'une façon analogue on introduit :

$$\begin{aligned} f_1 : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto \text{cosinus de l'angle dont la mesure en radian est } x; \\ g_1 : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto \text{cosinus de l'angle dont la mesure en degré est } x; \\ h_1 : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto \text{cosinus de l'angle dont la mesure en grade est } x; \end{aligned}$$

et l'on démontre : $f_1 = f'$ (dérivée de f).

Par ailleurs l'on a les relations :

$$\begin{aligned} g_1 &= f_1 \circ c \\ h_1 &= f_1 \circ \gamma \end{aligned}$$

D'où l'on tire, en utilisant les théorèmes de dérivation des applications composées :

$$\text{quel que soit le réel } x, g'(x) = f'\left(\frac{\pi}{180} x\right) \times \frac{\pi}{180},$$

$$h'(x) = f'\left(\frac{\pi}{200} x\right) \times \frac{\pi}{200};$$

$$\text{soit, quel que soit } x, g'(x) = g_1(x) \times \frac{\pi}{180}$$

$$h'(x) = h_1(x) \times \frac{\pi}{200}.$$

Il paraît indispensable de distinguer f, g, h qui sont trois applications **différentes** (quoique liées intimement) par des notations **différentes**.

Je propose de garder pour f la notation $\sin$.

Je propose de prendre pour g la notation $\sin_{360}$.

Je propose de prendre pour h la notation $\sin_{400}$.

L'indice rappelle la plus petite période positive. Ces notations sont utilisées notamment dans le (très bon) livre d'exercices d'algèbre et d'analyse de M. G. Lefort.

Je pense qu'il faut mettre les élèves en garde contre la notation $\sin 31^\circ$ (mis pour $\sin_{360} 31$). Ces élèves par ailleurs doivent savoir que $\sin x$ (où x est un réel) n'a pas à être systématiquement interprété comme le sinus d'un angle.

A la fin de cet article, j'ai l'impression de n'avoir énoncé que des évidences, notamment « pour dériver, il faut savoir ce qu'on dérive donc bien préciser l'application en question ». Ne s'agit-il que de difficultés soulevées artificiellement?

Quelques remarques.

1. Il n'échappe pas au rédacteur que les « définitions » précédentes de f , g , h , souffrent de ne pas être suffisamment dégagées de l'arpentage, de la physique, du découpage. Je rappelle pour mémoire des introductions du sinus « propres », aux origines immaculées.

1° par les séries entières

2° par l'inversion de l'application : $] -1, +1[\rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \int_0^x \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}$$

3° par les nombres complexes.

Le sinus ainsi introduit est le « modèle mathématique » du sinus des géomètres. Dans les introductions 1° et 2°, il apparaît nettement que l'application sinus n'a rien à voir, *a priori*, avec les angles.

2. Ces questions de « variables en degrés » rappellent curieusement les « nombres-de-mètres-carrés », ces êtres introduits dans certains ouvrages à propos des mesures.

3. Il est intéressant de demander aux élèves de relever sur leurs manuels (et dans le cours) les définitions, démonstrations qui paraissent louches (ou exigent beaucoup de bonne volonté de la part du lecteur) et de les passer au crible de leur critique. Ils peuvent réaliser un beau tableau (de chasse) sur les chapitres consacrés aux limites.

4. J'ai soumis cet article à un membre (éminent) de la commission du dictionnaire. Il préférerait, pour des raisons pratiques, à « $\sin_{360}$ » la notation « $\sin_d$ » ou « sin_d », à « $\sin_{400}$ » la notation « $\sin_g$ » ou « sin_g ».

Alain GOURET (*Lycée La Martinière, Lyon*).

Vecteurs à peu de frais (suite)

L'article de notre collègue Gouret, « des vecteurs à peu de frais » (Bulletin 262, p. 254) a inspiré à notre collègue M. Rivière, maître-assistant au C.S.U. du Mans la note suivante :

Dans son très intéressant article, l'auteur avait pour souci de trouver des exemples de structures avec un matériel aussi réduit que possible, en l'occurrence $\mathcal{I}(E)$ et $F = \{0, i\}$ pour construire un exemple d'espace vectoriel. Si l'on suppose que l'étude du corps $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ n'a pas été faite, l'introduction de F risque de paraître très artificielle aux élèves, si, par contre, elle a été faite, c'est le caractère non numérique de F qui devient... douteuse!

Mon propos est de faire remarquer que l'on peut se passer de F et trouver dans $\mathcal{T}(E)$ tout le matériel nécessaire tant du point de vue des objets que des opérations.

$\mathcal{T}(E)$ est un groupe abélien pour l'opération Δ , et, si l'on considère l'opération $\cap$ comme multiplicative, $A = \{\mathcal{T}(E), \Delta, \cap\}$ est un anneau commutatif, unitaire et idempotent. Il se trouve que $A' = \{\{\emptyset, E\}, \Delta, \cap\}$ est un sous-anneau de A et que A' est un corps isomorphe à $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ (il peut donc jouer avantageusement le rôle de F :

Δ	$\emptyset$	E	$\cap$	$\emptyset$	E
$\emptyset$	$\emptyset$	E	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
E	E	$\emptyset$	E	$\emptyset$	E

Le théorème : « Tout anneau commutatif est (canoniquement) un module sur l'un quelconque de ses sous anneaux », permet d'affirmer que des exemples de modules peuvent être trouvés naturellement dans $\mathcal{T}(E)$, ainsi qu'un exemple d'espace vectoriel car, A étant un corps, le module devient espace vectoriel.

$\mathcal{T}(E)$ est un espace vectoriel sur le corps $\{\emptyset, E\}$ pour les lois suivantes :

$$(X, Y) \in [\mathcal{T}(E)]^2$$

Loi interne : $(X, Y) \mapsto X \Delta Y$

Loi externe : $\begin{cases} (\emptyset, X) \mapsto \emptyset \cap X = \emptyset \\ (E, X) \mapsto E \cap X = X \end{cases}$

Si E possède n éléments alors $\mathcal{T}(E)$ est un espace vectoriel isomorphe à $(\emptyset, E)^n$. $\mathcal{T}(E)$ est toujours un espace vectoriel isomorphe à $(\emptyset, E)^E$.

Ainsi on peut trouver dans $\mathcal{T}(E)$ des exemples de toutes les structures algébriques courantes : groupe, anneau, corps, module, espace vectoriel, et bien entendu algèbre de Boole.

On peut d'ailleurs y trouver un exemple d'un groupe célèbre : le groupe de Klein.

Δ	$\emptyset$	X	$\complement X$	E	$\cap$	$\emptyset$	X	$\complement X$	E
$\emptyset$	$\emptyset$	X	$\complement X$	E	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
X	X	$\emptyset$	E	$\complement X$	X	$\emptyset$	X	$\emptyset$	X
$\complement X$	$\complement X$	E	$\emptyset$	X	$\complement X$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\complement X$	$\complement X$
E	E	$\complement X$	X	$\emptyset$	E	$\emptyset$	X	$\complement X$	E

où X est un sous-ensemble de E distinct de E et de $\emptyset$. Notons qu'avec l'opération $\cap$, on obtient un anneau et avec la réunion une algèbre de Boole.

Michel RIVIÈRE (C.S.U., Le Mans).

Si vous savez tout, alors vous ne souscrirez pas au dictionnaire
« la mathématique parlée par ceux qui l'enseignent. »

Encore la base moins deux !

Il est bien connu que l'ensemble $\mathbb{Z}$ des entiers (relatifs) peut être introduit de plusieurs façons : étude des classes d'équivalence dans l'ensemble des couples de naturels, prolongement de l'ensemble $\mathbb{N}$ des naturels de l'autre côté de zéro, institution d'un ordre nouveau dans un ensemble formé de mots anciens (idée de Dumont sur la base moins deux).

Ce qui suit a pour but d'essayer de montrer comment on peut raccrocher l'étude des classes d'équivalence de couples d'entiers à l'introduction de la base moins deux. De plus, et ce n'est pas négligeable, il s'agit d'un jeu que l'on peut proposer aux élèves : ça ne doit donc pas être ennuyeux.

On trouve dans Papy, *Mathématique Moderne 1*, pages 296 et suivantes un procédé pour représenter un nombre de jetons dans le système binaire. Pour cela, on utilise une table, partagée en cases, et dénommée « abaque » par l'auteur. On retrouvera ici des idées semblables.

1. Le matériel.

Chaque élève dispose d'une table divisée en cases alternativement rouges et vertes (ou jaunes et bleues, ou noires et blanches, ...) comme l'indique la figure ci-dessous

	r	v	r	v	r	vert	rouge

On distribue à chacun une poignée de pions rouges et une poignée de pions verts : par exemple, Évariste a reçu dix-huit pions rouges et onze pions verts.

2. La règle du jeu.

On devrait plutôt dire *les* règles du jeu : en effet, il y en a trois.

Les pions reçus sont placés sur la case la plus à droite de la table (dans notre exemple, c'est une case rouge). On va pouvoir les déplacer en suivant les règles n° 1 ou n° 2, dans l'ordre qu'il plaît.

Règle n° 1 : toute paire de pions rouges peut être remplacée par un pion rouge unique situé dans la case immédiatement à gauche. Tout pion rouge peut être remplacé par une paire de pions rouges que l'on placera dans la case immédiatement à droite.

Même règle pour les pions verts : remplacer mot pour mot « rouge » par « vert ».

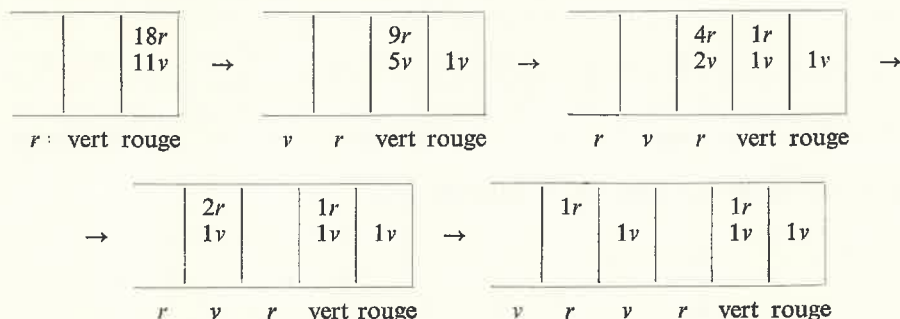
Règle n° 2 : un pion rouge et un pion vert placés dans la même case se neutralisent : on peut les enlever du jeu. Inversement, on peut introduire sur une case quelconque un pion vert et un pion rouge à la fois.

Règle n° 3 : le jeu s'arrête lorsque chaque case rouge contient au plus un pion rouge et lorsque chaque case verte contient au plus un pion vert. Il ne doit plus rester de pion vert dans une case rouge, ni de pion rouge dans une case verte.

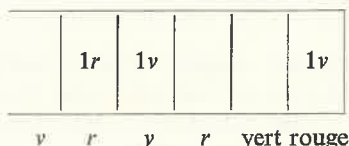
3. Comment Évariste jouera-t-il ?

Il a plusieurs possibilités :

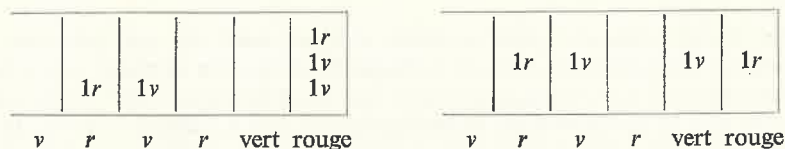
a) 1° Il applique systématiquement la règle n° 1



2° Il applique alors la règle n° 2 en enlevant les deux pions de couleurs différentes de la 2^e case

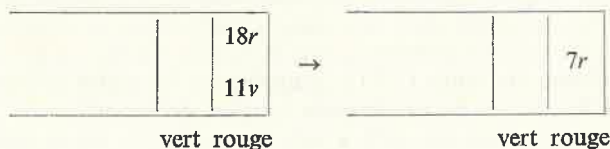


3° La première case rouge est occupée par un pion vert. Évariste place sur cette case un pion rouge et un pion vert, puis applique une dernière fois la règle n° 1 :

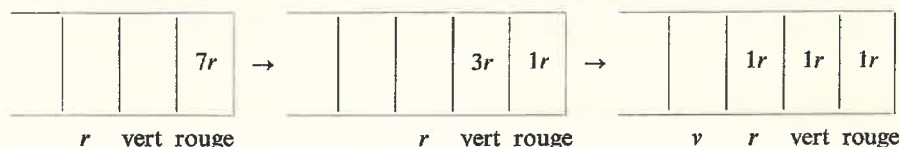


Évariste a satisfait à la règle n° 3.

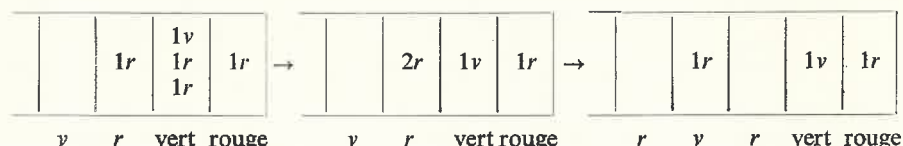
b) 1° Évariste applique d'abord la règle n° 2 : il enlève autant de couples formés par un pion rouge et un pion vert qu'il peut, sur la première case :



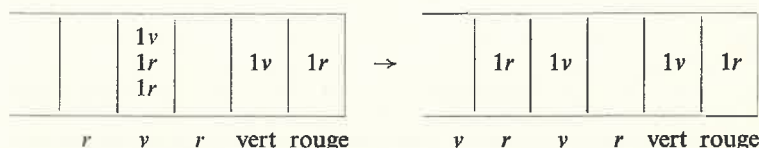
2° Il applique ensuite la règle n° 1, autant qu'il peut :



3° Il ajoute un pion rouge et un pion vert sur la case n° 2 (règle n° 2) et termine ainsi :



il lui faut ajouter un pion vert et un rouge à la 4^e case :



Évariste arrive au même résultat que précédemment.

c) Évariste peut évidemment imaginer d'autres tactiques, par exemple celle qui consiste à éliminer tout pion vert sur case rouge ou tout pion rouge sur case verte avant de passer à la suite des opérations, en introduisant, au besoin un nombre approprié de couples de pions rouges et verts.

4. Que dire des résultats?

Évariste n'est pas seul, dans sa classe, et il ne jouera pas une seule fois. Son professeur lui aura demandé de noter à chaque jeu le nombre de pions rouges reçus, le nombre de pions verts reçus, ce qu'il fera tout naturellement en écrivant un couple (ici : (18; 11)), et de noter aussi la configuration finale à laquelle il arrive. Il sera naturel (si Évariste n'y pense pas, l'un de ses copains en aura l'idée) de noter 1 une case qui contient un pion et 0 une case qui n'en contient pas : ainsi Évariste notera 11 0 11 son résultat précédent.

Parions qu'un copain d'Évariste a obtenu le même résultat! Et pourtant, on lui avait donné seulement 10 jetons rouges et 3 jetons verts. Alors?...

Et voici les couples équivalents qui interviennent! Un même résultat servira à noter, non pas un couple mais une classe d'équivalence de couples.

Si Évariste n'en est pas convaincu, son professeur l'invitera à jouer à l'envers : partant de la disposition notée 11 0 11, et appliquant les règles du jeu, il faut tout rassembler sur la case de droite. A quels couples arrive-t-on?

Voici qu'un élève annonce qu'il a reçu le couple (11; 18) et que pourtant il

n'arrive pas au résultat d'Évariste : il obtient 1001. Et en voici un troisième qui proteste : lui aussi a bien eu le couple (11; 18) et il arrive, comme Évariste, à 11 0 11. Renseignement pris, ce dernier a une case verte à droite de sa table. Qu'en conclure? (ou : de la démystification du négatif).

5. *Paragraphe laissé à l'imagination du lecteur, mon collègue,*

dans lequel il s'apercevra que 11 0 11 n'est que l'écriture de sept en base moins deux, sept étant le premier terme du couple (7, 0), considéré comme privilégié et équivalent à (18; 11). De même 1001 est l'écriture de moins sept en base moins deux.

6. *Addition en base moins deux.*

On a placé deux tables côte à côte et on rassemble les pions sur une troisième. On applique ensuite les trois règles du jeu, et on obtient le résultat 111 00. Dans cette opération, il apparaît la propriété fondamentale de la base moins deux :

$$11 + 1 = 0$$

1 ^{re} table		1 _r	1 _v	0 _r	1 _v	1 _r
2 ^e table				1 _r	0 _v	1 _r
3 ^e table		1 _r	1 _v	1 _r	1 _v	2 _r
3 ^e table		1 _r	1 _v	1 _r	1 _r 1 _v	0 _r
3 ^e table		1 _r	1 _v	1 _r	0 _v	0 _r

Que pouvons-nous tirer de tout ceci dans nos classes?

P. GAGNAIRE (C.E.S. Éd. Herriot, Bron).

Moyennes et populations

Il est bien connu que parler de la moyenne d'une grandeur géométrique ou physique n'a de sens que si l'on précise la variable dont on fait dépendre cette grandeur. Ainsi la moyenne de HM, distance d'un point d'un demi-cercle au diamètre, vaut $\frac{\pi R}{4}$ si on considère cette grandeur fonction de l'abscisse de M, $x \in [-R, R]$ et

vaut $\frac{2R}{\pi}$ si on la considère fonction de l'argument de M, $\theta \in [0, \pi]$ (voir par ex. les exercices de Rivaud).

Il en est de même de la moyenne d'un caractère en statistique. Il importe de préciser la population concernée car un même caractère peut être attaché à deux populations différentes.

population	divisions (1) de 6 ^e	élèves de 6 ^e
caractère	superficie effectif	taille effectif de division

Ainsi le caractère : effectifs en 6^e peut-il être rattaché à la population des divisions ou à celle des élèves. Et les moyennes sont très différentes comme on va le montrer. Cet exemple, tiré d'une enquête syndicale à la rentrée 67 pourra peut-être intéresser les collègues chargés de l'enseignement de statistique.

Il est d'abord facile et instructif de faire tracer en travaux pratiques sur un même papier les 2 diagrammes en bâtons avec les fréquences relatives pour mieux comparer. On constate en général tout de suite que le mode dans le second cas (élèves) est plus élevé que dans le premier cas (divisions). Pour les médianes, la première partageant, pour parler rapidement, le groupe des divisions en deux est évidemment inférieure à la seconde qui partage le groupe des élèves en deux puisque le groupe des divisions de « droite », correspondant à des classes « surchargées », contient évidemment plus de la moitié des élèves. Pour les moyennes enfin, un calcul simple permet ici d'explicitier la différence. Désignant par les minuscules les grandeurs relatives à la première population (n divisions de 6^e) et par les majuscules celles relatives à la seconde (N élèves de 6^e) on a, avec les notations habituelles :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_i n_i x_i \quad \bar{X} = \frac{1}{N} \sum_i N_i X_i \quad \text{or ici } X_i = x_i \text{ et } N_i = n_i x_i$$

$$\text{donc } \bar{X} = \frac{1}{N} \sum_i n_i x_i^2 = \frac{\frac{1}{n} \sum_i n_i x_i^2}{\frac{1}{n} \sum_i n_i x_i} = \frac{m_2(x)}{\bar{x}}$$

$$\text{soit } \bar{X} - \bar{x} = \frac{m_2(x) - \bar{x}^2}{\bar{x}} = \frac{V(x)}{\bar{x}}$$

$V(x)$ désignant la variance du caractère de la première population.

(1) J'emploie ici le terme de division non pour être au goût du jour mais parce que celui de classe risque de créer des confusions. « Effectif » est également ambigu mais il est difficile de l'éviter ici.

Il importe donc de distinguer l'effectif moyen des divisions de 6^e (qui est généralement donné) de l'effectif de division moyen des élèves de 6^e qui est toujours supérieur au précédent. N'en concluons pas qu'« on peut faire dire n'importe quoi aux statistiques » mais que, suivant que l'on s'intéresse aux classes ou aux élèves, les choses sont différentes...

M. LEFUR (E.N.S.C.I. Sèvres)

Parmi nos lettres

A la suite de la publication dans le *Bulletin* 265 d'une lettre de notre collègue Bouteloup et d'un ensemble de lettres sur les CAPES 1968, de nombreux collègues se sont étonnés de la virulence de certaines critiques et de l'absence de lettres approuvant au contraire l'action du Bureau de l'A.P.M.E.P. ou la Rédaction du *Bulletin*. Celle-ci est toujours sensible aux encouragements qui lui sont témoignés et en remercie les collègues. Il lui paraît cependant plus utile de publier les critiques que les simples approbations.

De M^{me} VASSEUR, à Lille : « Je pense que l'action de l'A.P.M.E.P. devrait être, cette année, entièrement axée sur la réforme de l'enseignement en matière de pédagogie, de programmes et d'organisation nouvelle des examens. Je souhaiterais en particulier qu'il y ait des réunions régulières des professeurs d'une même ville : on pourrait ainsi étudier en commun tous ces problèmes. Je me sens personnellement assez isolée et je n'ose trop innover dans mes classes par manque d'information et par crainte de commettre des erreurs. Je ne pense pas être la seule personne dans mon cas ! »

De M. Michel QUELFÉTER, à Rennes : « Pour moi, étudiant et élève de l'I.P.E.S., l'A.P.M. est une transition entre la mathématique telle qu'on la reçoit, et les « maths » qu'on enseigne dans le secondaire. Quel changement depuis le temps où nous calculions des périmètres et des aires en classe de Cinquième : on y traite actuellement de $\mathbb{Z}$ et de ses endomorphismes ! A ce propos, j'aimerais un peu plus de détails sur la pédagogie dans chaque article consacré à l'enseignement : ce qu'il faut dire et ne pas dire à tel niveau ; comme par exemple la « remarque sur la terminologie » de M. Dehame, p. 495 du dernier bulletin. Je n'ai que peu d'espoir de voir cette requête aboutir, car je suppose que tout enseignant un tant soit peu expérimenté s'en passe aisément ; mais peut-être n'est-ce pas si certain. »

Sur l'implication. De M. Jean ARTIGUE, Lycée Berthelot, à Toulouse :

« Les mathématiciens doivent-ils refuser l'équivalence admise par les logiciens :

$$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow [(non\ A) \text{ ou } B] ?$$

Après l'article de V.-C. Herz (n° 263-264, p. 331), j'essaierai à mon tour d'éclairer le débat en proposant l'exemple suivant :

n vecteurs $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \dots, \vec{V}_n$ sont dits indépendants si :

$$[\lambda_1 \vec{V}_1 + \lambda_2 \vec{V}_2 + \dots + \lambda_n \vec{V}_n = \vec{0}] \Rightarrow [(\lambda_1 = 0) \text{ et } (\lambda_2 = 0) \text{ et } \dots \text{ et } (\lambda_n = 0)]$$

ou encore si :

$$[\lambda_1 \vec{V}_1 + \lambda_2 \vec{V}_2 + \dots + \lambda_n \vec{V}_n \neq \vec{0}] \text{ ou } [(\lambda_1 = 0) \text{ et } (\lambda_2 = 0) \text{ et } \dots \text{ et } (\lambda_n = 0)]$$

Il en résulte que n vecteurs sont dits dépendants *s.s.s.*, la négation de l'assertion précédente est exacte. C'est-à-dire si :

$$[\lambda_1 \vec{V}_1 + \lambda_2 \vec{V}_2 + \dots + \lambda_n \vec{V}_n = \vec{0}] \text{ et } [(\lambda_1 \neq 0) \text{ ou } (\lambda_2 \neq 0) \text{ ou } \dots \text{ ou } (\lambda_n \neq 0)].$$

Cet exemple éclaire-t-il le débat? De toute façon, il éclaire la définition de la dépendance quand on connaît celle de l'indépendance... et inversement. »

— *Sur le C.A.P.E.S. 1968*, de M. l'Inspecteur général Cagnac : Madame la Présidente, Après avoir lu le Bulletin n° 265 de l'A.P.M.E.P., je vous serais obligé de bien vouloir porter à la connaissance des membres de votre Bureau et de vos lecteurs les deux observations suivantes :

1° Page 456, M. Vissio écrit « Je dois à la vérité d'ajouter qu'à l'intérieur du lycée quelques « promeneurs » attirèrent mon attention, alors que, la semaine précédente, lors d'une de mes visites à des jurys de baccalauréat, je n'avais rien remarqué de semblable. »

Je regrette que M. Vissio, contrairement à la coutume, ne m'ait pas envoyé pour accord le compte rendu de l'entrevue qu'il m'a demandée le 6 juillet 1968. Je lui aurais appris que, chaque année, des candidates du C.A.P.E.S. arrivaient accompagnées de leur fiancé ou de leur mari; de plus, en 1968, après les incidents du 4 juillet, des candidates sont venues avec leur père ou avec un parent.

Que les accompagnateurs, pendant une attente qui durait trois heures et demie, aient préféré se promener dans le parc du lycée Victor-Duruy (le connaissez-vous? il est délicieux) plutôt que sur le boulevard, qui songerait à s'en étonner?

Que Madame la Directrice du lycée Victor-Duruy ait interdit l'usage du parc aux parents des candidats bacheliers et qu'elle l'ait autorisé aux parents des candidates au C.A.P.E.S., là encore, qui songerait à s'en étonner? En tout cas, le Président du Jury l'en a vivement remerciée.

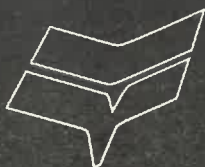
2° Page 553, M. Vissio a parlé des conditions « abusives » imposées par le Président du Jury. Les conditions matérielles de l'organisation des oraux de 1968, à partir du 5 juillet, ont été conformes aux directives de Monsieur le Directeur de la Pédagogie; elles ont eu pour seul but d'éviter que se renouvellent les incidents violents du 4 juillet provoqués par des personnes totalement étrangères au C.A.P.E.S. Ce but a été atteint.

Je regrette enfin que M. Vissio, en parlant du contrôle d'identité par la police, ait rapporté au Bureau un fait inexact : la lettre de M. Forest reproduite page 455 met les choses au point.

Recevez, je vous prie, Madame la Présidente, l'expression de mes sentiments distingués.

G. CAGNAC.

N.D.L.R. — *Pour sa part, la Rédaction du Bulletin considérait qu'une place largement suffisante avait été faite aux lettres des personnes contestant la version des faits ou leur interprétation présentées par Walusinski et Vissio. Tel n'a pas été l'avis de M. Cagnac. Il nous paraît cependant séant d'arrêter ici toute polémique à ce sujet.*



MATHEMATIQUE 6^E

par E. Galion

Programme 1969

Le nouveau programme (Ensembles $\epsilon, \subset, \cap, \cup, \emptyset$, relations, naturels, etc...) entre en vigueur en 1969.

E. Galion (une équipe de 33 professeurs de mathématique) a pu établir et tester au cours de l'année scolaire 1967-1968 un INSTRUMENT DE TRAVAIL correspondant à ce nouveau programme.

BUT : Permettre à tous les enfants de comprendre dans tous les détails l'activité mathématique qui leur est proposée, grâce aux fiches qui permettent un travail individuel ou par équipe.

RÉALISATION : Un manuel de type nouveau. Des fiches de travail et d'exercices. Format 21x27. Impression 4 couleurs.

E. GALION a décidé de consacrer la totalité de ses droits d'auteurs au financement d'entreprises propres à développer la recherche pédagogique en mathématique.

Pour vous permettre d'apprécier cette méthode :

O.C.D.L. HATIER vous offrent :

- ▶ Un spécimen du Manuel MATHÉMATIQUE 6°.
- ▶ Un spécimen du Livre du Maître correspondant.
- ▶ La possibilité d'acquérir :

- Un coffret de blocs logiques de Dienes
édition de poche au prix spécial de : **9,00 F** au lieu de 12,00 F
- 3 livres de documentation élémentaire
 - TP de mathématique - Série I - Ensembles
 - TP de mathématique - Série II - Relations
 - Ensembles, Logique et cartes perforées(Fiches de travail pour enseignants manipulation avec blocs logiques) **13,00 F** au lieu de 16,55 F

Total **22,00 F**

Cette offre, réservée à MM. les Professeurs de 6° et 5°, est valable jusqu'au 30/6/69

Nom	Je désire recevoir en spécimen MATHÉMATIQUE 6° par E. GALION accompagné du livre du maître. ☐
Classe	Je désire recevoir l'offre spéciale blocs logiques: 9 F. ☐
Etablissement	T.P. Ensembles, Relations
Adresse	Ensembles, Logique et cartes perforées: 13 F. ☐
Adresse personnelle	Ci-joint : chèque postal (3 volets) ☐
	chèque bancaire à l'ordre de la Librairie HATIER ☐
	C.C.P. Paris 1027-18
	(cochez les cases utiles)

OCDL - Diffusion HATIER 8 rue d'Assas - PARIS 6°

Veuillez découper cette annonce et nous la retourner
pour bénéficier de notre offre spéciale

vient de paraître

dans la série

« POUR LA FORMATION CONTINUE »

Travaux pratiques de mathématique

Série III

LOIS DE COMPOSITION

par **L. DUVERT, R. GAUTHIER**
et **M. GLAYMANN**

Les fiches ont été mises au point et rodées au cours de nombreux stages de formation.

Un volume de 22,5 × 17,5, 122 pages 8,60 F

parues précédemment :

— Série I : Les ensembles, 50 pages 5 F

— Série II : Les relations, 64 pages 6 F

Adressez votre commande accompagnée d'un chèque bancaire ou d'un chèque postal à O.C.D.L., 65, rue Claude-Bernard, PARIS-5^e.

O.C.D.L., 65, rue Claude-Bernard, PARIS-5^e

Tél. : 707.62.10

C.C.P. Paris 16.458.25

...dans nos classes

« ...car vous aurez beau faire, c'est toujours avec le même élément de base qu'il vous faudra reconstruire. »

Roger Martin du Gard.

L'arithmétique en classe de Cinquième

Maurice GLAYMANN

Faculté des Sciences, Lyon

Le programme de Cinquième comporte le texte suivant relatif à l'arithmétique :

« Ensemble des multiples d'un nombre; division euclidienne d'un naturel par un naturel.

Diviseurs d'un naturel; nombres premiers.

Sur des exemples : pratique de la décomposition d'un naturel en produit de nombres premiers et exercices sur les multiples communs et diviseurs communs à deux ou plusieurs naturels. »

Nous retrouvons ici des notions bien connues des professeurs. C'est un danger ! Il faudra veiller à ne pas présenter l'arithmétique comme un chapitre à part; au contraire, nous devons utiliser tout ce que les enfants ont pu découvrir par ailleurs, en particulier, les concepts d'*ensemble* et surtout les *relations* qui seront fort utiles et efficaces.

Il ne peut être question, au niveau de la classe de Cinquième, « d'épuiser » l'arithmétique, il faut ouvrir des voies importantes et préparer l'avenir; d'ailleurs, le programme de la classe de Quatrième prévoit de généraliser dans $\mathbb{Z}$ les résultats obtenus dans $\mathbb{N}$. Les grandes structures, groupe, anneau et idéal doivent nous guider. Au stade de l'initiation, il est nécessaire que les enfants puissent faire de nombreuses expériences afin de découvrir des propriétés intéressantes; ces expériences conduiront tout naturellement les enfants à vouloir faire des « mini-démonstrations » pour s'assurer que des résultats obtenus dans des cas particuliers, sont valables dans le cas général. Nous aurons ainsi l'occasion de montrer aux enfants l'intérêt d'une démonstration. Il va de soi que nous ne ferons pas d'axiomatique; l'arithmétique restera expérimentale...

1. Notion de « multiples ».

En partant de la table de multiplication, *bien connue des enfants*, il est possible de faire découvrir le concept de « multiples » d'un naturel. Ainsi, 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, ... sont les premiers multiples de trois.

Prenons alors l'ensemble $E = \{0, 1, 2, 3, \dots, 13, 14, 15\}$ et la fonction m de E dans E :

$$m: x \mapsto 3x$$

il est intéressant de demander aux enfants pourquoi m n'est pas une *application*. Par contre, la fonction M de $\mathbb{N}$ dans $\mathbb{N}$:

$$M: x \mapsto 3x$$

est une application.

Quelle est l'*image* du naturel 31 par M ? Le naturel 36 est-il image d'un élément de $\mathbb{N}$? Lequel? Le naturel 37 est-il image d'un élément de $\mathbb{N}$?

Ces questions et d'autres analogues conduisent à la définition suivante :

L'ensemble des images des éléments de $\mathbb{N}$ par l'application M est l'ensemble des MULTIPLES de 3. Il est utile de noter cet ensemble; l'écriture $3\mathbb{N}$ semble tout indiquée; on la retrouvera en théorie des groupes par exemple.

Un retour sur l'utilisation du système de numération en *base trois* permettra de faire remarquer que les multiples de trois s'écrivent très simplement dans cette base. Il en est de même des multiples de dix en *base dix*!

Que représente l'écriture $2\mathbb{N}$? l'écriture $4\mathbb{N}$?

Plus généralement, n est un naturel, que représente l'écriture $n\mathbb{N}$?

Deux cas particulier sont intéressants : $0\mathbb{N}$ et $1\mathbb{N}$.

Le problème qui se pose est de donner un sens à la phrase

« a est MULTIPLE de b »

où a et b sont des naturels.

L'étude de quelques exemples numériques permet de préciser le problème.

12 est le produit de 3 par 4 : 12 est MULTIPLE de 3.

« a est MULTIPLE de b » signifie « il existe un naturel q tel que $a = bq$ ».

On est alors conduit à introduire la relation $\mathcal{M}$ de $\mathbb{N}$ dans $\mathbb{N}$: « ...est MULTIPLE de... ».

Écrire $a\mathcal{M}b$ signifie que « a est MULTIPLE de b » ce qui se traduit par

$$a \in b\mathbb{N}.$$

n étant un naturel, est-il vrai que

$$0\mathcal{M}n? n\mathcal{M}1? n\mathcal{M}n?$$

L'exercice suivant permet de vérifier que les enfants ont compris ce concept :

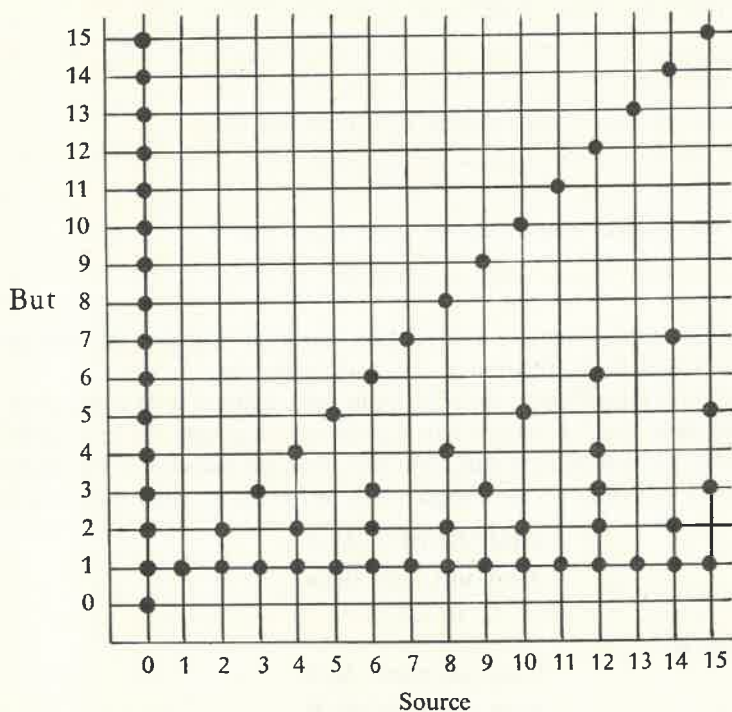
Trouver tous les naturels x tels que

$$8\mathcal{M}x$$

Même exercice en prenant les naturels 10, 1 et 0.

On peut alors demander de construire le schéma cartésien de la relation »

On peut alors demander de construire le schéma cartésien de la relation
« ...est MULTIPLE de... » dans l'ensemble $E = \{0, 1, 2, 3, \dots, 13, 14, 15\}$.



A l'aide de ce schéma cartésien, on peut demander de résoudre les problèmes suivants :

a) trouver les naturels x , éléments de E , tels que

« 6 est MULTIPLE de x »;

b) trouver les naturels y , éléments de E , tels que

« y est MULTIPLE de 6 ».

En revenant à l'ensemble $\mathbb{N}$, il est intéressant d'étudier certaines relations entre des ensembles de multiples. Voici quelques thèmes d'étude.

1° Représenter à l'aide d'un diagramme de Venn les ensembles $2\mathbb{N}$ et $3\mathbb{N}$.

Où faut-il placer les naturels 4, 9, 12, 120, 67, 1?

Que peut-on dire des naturels qui appartiennent à l'ensemble

$$2\mathbb{N} \cap 3\mathbb{N}?$$

Trouver une relation entre les ensembles

$$6\mathbb{N} \text{ et } 2\mathbb{N} \cap 3\mathbb{N}.$$

2° Représenter à l'aide d'un diagramme de Venn les ensembles $2\mathbb{N}$ et $4\mathbb{N}$.
Quelle relation existe-t-il entre les ensembles $2\mathbb{N}$ et $4\mathbb{N}$?

3° Représenter sur un diagramme de Venn les ensembles $2\mathbb{N}$, $3\mathbb{N}$ et $4\mathbb{N}$.
Même question pour les ensembles $2\mathbb{N}$, $3\mathbb{N}$ et $5\mathbb{N}$.

4° Peut-on trouver trois naturels a , b et c tels que

$$a\mathbb{N} \subset b\mathbb{N} \subset c\mathbb{N}?$$

5° Peut-on trouver deux naturels a et b tels que

$$ab\mathbb{N} = a\mathbb{N} \cap b\mathbb{N}$$

D'un autre côté, l'analyse du schéma cartésien permet de découvrir certaines propriétés de la relation « ...est MULTIPLE de... ».

Cette relation est *réflexive*. En effet, pour tout élément a de l'ensemble E , a est multiple de a . Ceci se traduit par la présence de points sur la diagonale.

Ce schéma montre d'autre part, que si a n'est pas nul et si a est multiple de b , alors a est supérieur au sens large à b ($a \geq b$). On ne peut avoir à la fois

a est MULTIPLE de b

et

b est MULTIPLE de a

que si

$$a = b.$$

De même si,

0 est MULTIPLE de b

et si

b est MULTIPLE de 0,

le seul choix possible pour b est 0.

La relation « ...est MULTIPLE de... » est *antisymétrique*. Comment se traduit cette propriété sur le schéma cartésien?

Prenons les naturels 12, 6 et 3. Nous avons à la fois

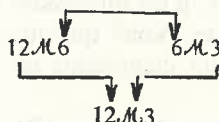
12 est MULTIPLE de 6

et

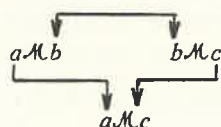
6 est MULTIPLE de 3;

d'autre part

12 est MULTIPLE de 3.



On peut alors demander aux enfants s'il est possible de trouver d'autres couples (a, b) , (b, c) et (a, c) ayant cette propriété.

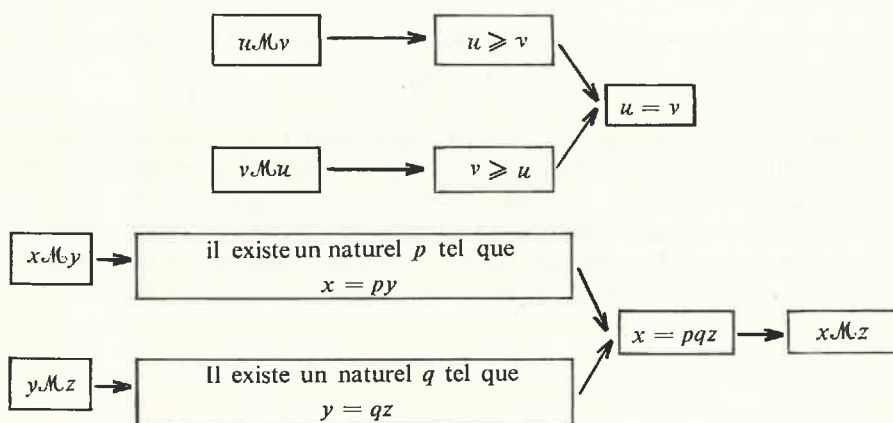


Il faut leur laisser ici l'occasion de faire un certain nombre d'expériences, ils auront peut être ensuite envie d'inventer une démonstration.

Cette étude conduit à établir que la relation " ... est MULTIPLE de ... " est *transitive*.

Nous avons ainsi un exemple de *relation d'ordre* sur un ensemble.

Il est alors intéressant d'étudier s'il en est de même sur l'ensemble $\mathbb{N}$. Ici, il n'est plus question de faire des expériences; seules des démonstrations permettent de conclure. Voici à titre d'exemples, les organigrammes des démonstrations de l'antisymétrie et de la transitivité :



2. Notion sur les « diviseurs ».

Reprenons le schéma cartésien de la relation « ...est MULTIPLE de... » dans l'ensemble $\mathbb{E}$.

En échangeant la source et le but, nous obtenons la relation *reciproque* « ...est DIVISEUR de... » dans $\mathbb{E}$. Nous noterons cette relation à l'aide du symbole $|$; ainsi $4 | 8$, Les enfants doivent découvrir qu'il revient au même de dire

« a est MULTIPLE de b »

ou

« b est DIVISEUR de a ».

Les deux problèmes :

a) Trouver tous les naturels x tels que $8Mx$;

b) Trouver tous les naturels y tels que $y | 8$, sont équivalents.

Le schéma cartésien montre que 1, 2, 4 et 8 sont les diviseurs de 8.
En désignant par D_n l'ensemble des diviseurs du naturel n , on a ici

$$D_8 = \{1, 2, 4, 8\}.$$

On peut alors demander aux enfants de déterminer les ensembles D_{10} , D_{15} , D_2 , D_3 , D_0 , ... En particulier, la notion de *diviseurs communs* des naturels a et b devient claire en prenant l'intersection de D_a et D_b .

Voici quelques exercices intéressants :

1° Peut-on affirmer que, quel que soit le naturel n , l'ensemble D_n n'est pas vide ?

2° Pour quel naturel n , l'ensemble D_n contient-il un seul élément ?

3° Peut-on trouver deux naturels x et y tels que

$$D_x \cap D_y = \emptyset?$$

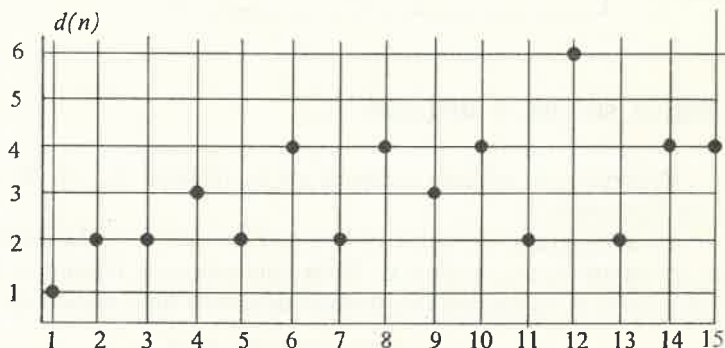
4° Pour deux naturels a et b tels que « b est DIVISEUR de a », démontrer que

$$D_a \subset D_b.$$

En utilisant le fait que la relation « ...est DIVISEUR de... » est la réciproque de la relation « ...est MULTIPLE de... », il est possible de faire découvrir aux enfants que c'est encore une *relation d'ordre* sur l'ensemble des naturels.

Une autre direction intéressante est celle de l'étude du nombre des diviseurs d'un naturel. En utilisant encore le schéma cartésien et en désignant par $d(n)$ le nombre des diviseurs de n , on est conduit à la table suivante :

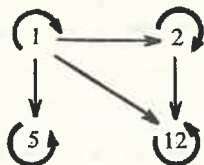
n	$d(n)$
1	1
2	2
3	2
4	3
5	2
6	4
7	2
8	4
9	3
10	4
11	2
12	6
13	2
14	4
15	4



Cette étude permet de caractériser les *naturels premiers* : les naturels qui ont deux diviseurs. Notons que 1 n'est pas premier.

Pour analyser la nature profonde des naturels, il est possible d'associer à chaque naturel un *treillis*.

Prenons l'ensemble des naturels $\{1, 2, 5, 12\}$ et traçons le schéma sagittal de la relation « ...est DIVISEUR de ... » :

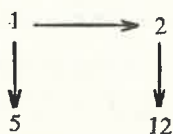


supprimons alors les flèches

a) qui concrétisent la *réflexivité*,

b) et celles que l'on obtient par *transitivité*,

nous obtenons ainsi le schéma simplifié suivant :



c'est le treillis associé à l'ensemble $\{1, 2, 5, 12\}$.

On appelle *treillis d'un naturel n* , le treillis associé à son ensemble de diviseurs D_n .

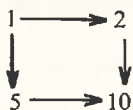
1° $n = 8$, $D_8 = \{1, 2, 4, 8\}$

le treillis de 8 est la « chaîne » suivante



2° $n = 10$, $D_{10} = \{1, 2, 5, 10\}$

le treillis de 10 est le « carré »



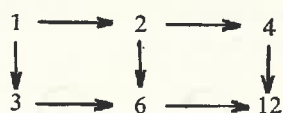
Nous constatons que $d(8) = d(10) = 4$ et pourtant les treillis de ces deux naturels sont distincts. Pourquoi?

Trouvez des naturels ayant pour treillis :

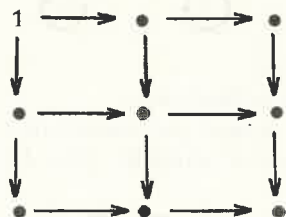


Que pouvez-vous dire des naturels associés à ce dernier treillis?

Nous pouvons maintenant rechercher d'autres types de treillis.
En prenant 12 par exemple, avec $D_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, nous obtenons



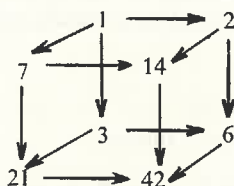
Trouvez d'autres naturels associés à un treillis de ce type.
Déterminez de même des naturels associés au treillis :



Le naturel 42 conduit à un nouveau type de treillis. Comme

$$D_{42} = \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$$

nous sommes conduits au « cube » suivant



Inventez d'autres treillis et associez à ces treillis des naturels.

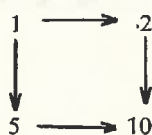
L'analyse de ces treillis montre de manière précise le rôle joué par les naturels premiers ainsi que les *puissances des naturels premiers*, appelés *naturels primaires*.

Les naturels suivants sont primaires : $2^3, 5^2, 7^{11}, 11$. Par définition, un naturel premier est primaire.

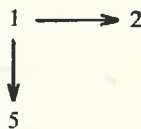
Nous pouvons alors introduire une nouvelle notion : les « bords » d'un treillis. Prenons un naturel n et son treillis T_n ; limitons ce treillis aux naturels primaires, nous obtenons ainsi les bords du treillis T_n , notés B_n .

Exemples :

$$n = 10$$

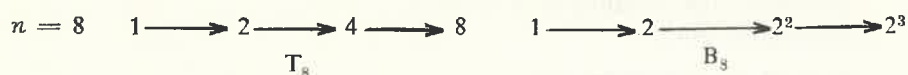


T_{10}

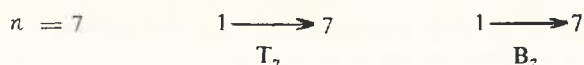


B_{10}

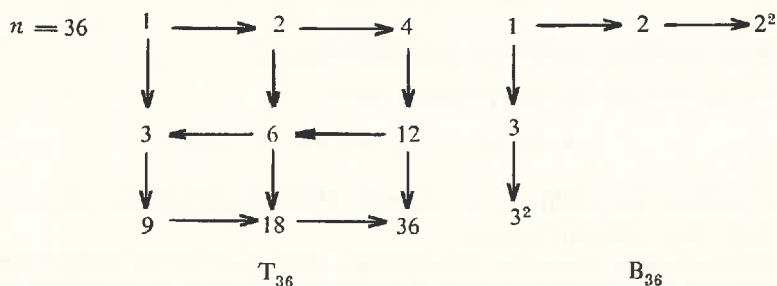
l'ensemble $P_{10} = \{1, 2, 5\}$ est l'ensemble des diviseurs primaires de 10.



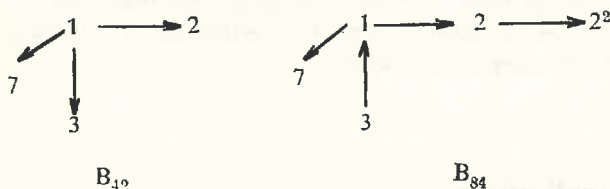
ici $T_8 = B_8$ et $P_8 = D_8 = \{1, 2, 2^2, 2^3\}$;



ici encore $P_7 = D_7 = \{1, 7\}$.



Les naturels 42 et 84 conduisent respectivement aux « bords » suivants :



il en résulte que

$$P_{42} = \{1, 3, 7\} \text{ et } P_{84} = \{1, 2, 2^2, 7\}.$$

Remarque.

Bien que 1 ne soit pas un nombre premier, il est intéressant de l'inclure dans l'ensemble D_n ainsi que dans l'ensemble P_n , car 1 est diviseur du naturel n .

Voici maintenant quelques thèmes de réflexion que l'on pourra proposer aux enfants :

1° Pour quels naturels a-t-on $P_n = D_n$?

2° n est un naturel tel que

$$P_n = \{1, a, a^2, b, b^2, b^3\}$$

où a et b sont des naturels premiers.

Construire le treillis de n et déterminer l'ensemble D_n .

Exprimer n en fonction de a et de b .

Déterminer $d(n)$.

3° n est un naturel tel que

$$P_n = \{1, a, a^2, \dots, a^p, b, b^2, \dots, b^q\}$$

où a et b sont des naturels premiers et p et q des naturels.

Exprimer n en fonction de a, b, p et q .

Établir que

$$d(n) = (p + 1)(q + 1)$$

(on pourra peut-être tenter une généralisation...).

4° Voici la liste des dix premiers carrés :

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100.

Construisez les treillis de ces naturels. Pour chacun de ces naturels calculez $d(n)$. Que remarquez-vous?

Démontrez que le nombre des diviseurs d'un carré est un naturel impair.

Si le nombre des diviseurs d'un naturel n est impair, ce naturel est-il un carré?

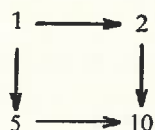
5° Étant donné trois naturels consécutifs, montrez que l'un d'eux est multiple de 3. p est un naturel premier; montrez que $p - 1$ ou $p + 1$ est un multiple de 6 (on supposera $p \neq 2$).

3. Quelques applications.

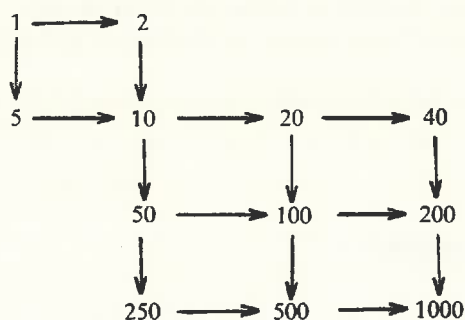
L'étude des multiples communs et diviseurs communs à deux naturels est très simple dès que l'on dispose des treillis et des bords de treillis.

On fera d'abord remarquer aux enfants que tout naturel qui appartient au treillis T_n est un diviseur de n . D'autre part, si nous « prolongeons » le treillis à partir de n , les nouveaux naturels ainsi introduits sont des multiples de n .

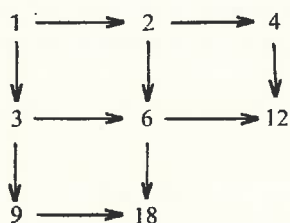
Exemples : voici le treillis de 10



en le prolongeant à partir de 10, il vient :



Pourquoi n'obtient-on pas ainsi *tous* les multiples de 10?
En superposant les treillis de 12 et de 18, nous obtenons



on en déduit que 1, 2, 3 et 6 sont les *diviseurs communs* de 12 et de 18.

D'ailleurs

$$D_{12} \cap D_{18} = \{1, 2, 3, 6\};$$

6 est le plus grand commun diviseur des naturels 12 et 18.

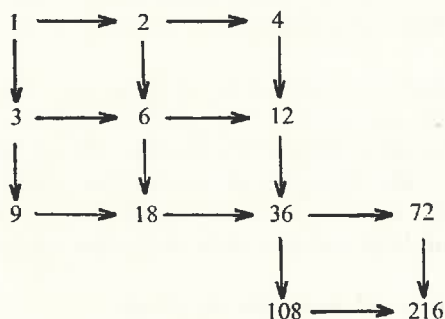
De même, en prenant

$$P_{12} = \{1, 2, 2^2, 3\} \text{ et } P_{18} = \{1, 2, 3, 3^2\}$$

on a

$$P_{12} \cap P_{18} = \{1, 2, 3\} = P_6.$$

En prolongeant alors les treillis superposés des naturels 12 et 18, nous obtenons



les naturels 36, 72, 108, 216, etc sont des multiples communs à 12 et 18. 36 est le plus petit multiple commun de 12 et de 18.

Il n'est pas possible de trouver ce résultat en utilisant les ensembles D_{12} et D_{18} .

Par contre, en prenant la réunion des ensembles P_{12} et P_{18} , il vient

$$P_{12} \cup P_{18} = \{1, 2, 2^2, 3, 3^2\} = P_{36}$$

4. En guise de conclusion.

Nous avons montré qu'il est possible d'aller assez loin tout en restant purement expérimental — ce qui fait dire à certains que nous ne faisons que des « Sciences Naturelles » (et pourquoi pas!) —; après tout quel est notre but? Familiariser les enfants avec des notions intéressantes et utiles, exciter leur imagination et leur donner l'envie d'aller de plus en plus loin. Utilisons tous les moyens pour ouvrir le plus grand nombre de perspectives et pour préparer efficacement l'avenir...

Lyon, le 10 novembre 1968.

Bibliographie

1. Marcel DUMONT : *Algèbre* (Dunod).
2. T.-J. FLETCHER : *L'Apprentissage de la Mathématique aujourd'hui* (O.C.D.L.).
3. PAPY : *Mathématique moderne 5* (Arithmétique) (Didier).
4. CONDAMINE et VISSIO : *Algèbre* (Delagrave).

Appel de la Rédaction du Bulletin

La mise en application généralisée des nouveaux programmes de Sixième en septembre 1969 sera facilitée par la publication des documents qui résultent des expériences réalisées depuis septembre 1967 dans un certain nombre de classes dites d'expérience. C'est pourquoi la Rédaction a prévu que le Bulletin 269 (daté juillet-août 1969) sera entièrement consacré à la publication de tels documents.

L'idée toute simple qui doit servir de guide aux rédacteurs des articles est la suivante : plutôt que de directives générales présentant des idées qui ne le seraient pas moins, les collègues qui enseigneront en Sixième en septembre prochain préféreront des exemples de réalisations effectives déjà présentées à des élèves, enrichies souvent par le bon usage que ces élèves en auront fait.

Avant le 15 juin 1969, adressez à la Rédaction vos contributions pour ce numéro spécial.

Reportez-vous page 92 pour plus de détails.

Z. P. DIENES

LES RELATIONS

Dienes fait découvrir aux enfants, dès le départ, au C.P., les notions logiques, ensemblistes, spatiales et les relations. Les fiches de travail que voici traitent d'abord des relations entre objets, relations d'ordre, relations de différence, relations d'équivalence, puis les mêmes relations au niveau des ensembles. Un chapitre spécial est consacré au processus de symbolisation et un autre au passage des relations aux nombres naturels.

Du point de vue pédagogique, c'est la première fois que des fiches de travail aussi détaillées, accompagnées de commentaires rédigés pour des cours de formation, sont publiées.

Un volume, format 21 × 27, 206 pages, fiches de travail . . 9,60 F

Un volume, format 21 × 27, 72 pages, commentaires . . 6 F

Pour les membres de l'A.P.M. ces deux ouvrages sont mis en souscription au prix spécial de 12 F, valable jusqu'au 30 avril 1969.

Adressez votre commande accompagnée d'un chèque bancaire ou d'un chèque postal à : **O.C.D.L.**, 65, rue Claude-Bernard, Paris-V^e.

O.C.D.L., 65, rue Claude-Bernard, PARIS-5^e

Tél. : 707.62.10

C.C.P. Paris 16.458.25

Nouveautés :

INTRODUCTION AU CALCUL DES PROBABILITÉS

par J.-P. IMHOF

Professeur aux Universités de Lausanne et de Genève.

Cet ouvrage qui s'adresse à des étudiants possédant une ou deux années de formation mathématique universitaire donne les bases du calcul des probabilités en maintenant un contact étroit entre notions intuitives et théorie formelle.

15,5 x 24, 168 pages, 1969 24 F

Mathématiques et Sciences de l'Homme

INTRODUCTION A L'ALGÈBRE

par R.-V. ANDREE

Professeur à l'Université d'Oklahoma.

Ce livre aidera l'étudiant à dépasser le stade de l'enseignement secondaire pour atteindre le mode de pensée abstrait, indispensable à la compréhension des mathématiques supérieures.

15 x 23, 238 pages, 1968, en coédition avec Mouton . . . 29 F

GAUTHIER-VILLARS - ÉDITEURS - PARIS

« ... un livre n'est rien qu'un petit tas de
feuilles sèches, ou alors une grande forme
en mouvement : la lecture. »

J.-P. Sartre.

Un manuel d'histoire des mathématiques

Jean ITARD.

C'est celui que vient de faire paraître notre collègue Carl B. Boyer, professeur de mathématiques au Brooklyn College (1).

C'est un ouvrage de plus de sept cents pages, en anglais bien entendu. Son auteur enseigne les mathématiques, mais aussi leur histoire. Il a exercé non seulement au Brooklyn College, mais aussi à Yeshiva University, l'Université du Michigan, celle de Californie (Berkeley), et celle du Kansas. Car, aussi étrange que cela puisse paraître à un Français, on enseigne un peu partout aux U.S.A. l'histoire de notre science. Ajoutons que C.-B. Boyer est un des promoteurs du monumental *Dictionary of Scientific Biography* (New York), œuvre internationale en cours de réalisation, et qu'il est membre de l'Académie internationale d'Histoire des Sciences.

Son traité est divisé en 27 chapitres dont voici les titres : Origines; Égypte; Mésopotamie; l'Ionie et les Pythagoriciens; l'Age héroïque (d'Anaxagore à Démocrite); l'Age de Platon et d'Aristote; Euclide d'Alexandrie; Archimède de Syracuse; Apollonius de Perge; la métrique et la trigonométrie grecques; regain et déclin des mathématiques grecques; la Chine et les Indes; l'hégémonie arabe; l'Europe du Moyen Age; la Renaissance; prélude aux Mathématiques modernes; l'époque de Fermat et Descartes; une période de transition; Newton et Leibniz; l'Ère des Bernoulli; l'Age d'Euler; Mathématiciens de la Révolution française; l'époque de Gauss et de Cauchy; l'Age héroïque de la Géométrie; l'Arithmétisation de l'Analyse; apparition de l'Algèbre abstraite; quelques aspects du xx^e siècle, chapitre qui se termine par « Bourbaki et les nouvelles mathématiques ».

Le tout est accompagné d'une abondante bibliographie et d'une table chronologique. L'ouvrage est sorti en septembre, je viens de le parcourir, j'en garantis

(1) Carl B. BOYER, *A History of Mathematics*. John Wiley and Sons [LTD, Baffins Lane, Chichester. Sussex (Angleterre), prix 97 s., 1968.

le sérieux. En tant que spécialistes nos conceptions peuvent différer sur tel ou tel point, mais dans l'ensemble, tous les historiens ne pourront dire que du bien de ce travail.

Le niveau où il se situe est accessible à tout professeur, disons même à la plupart des élèves. Une particularité : les chapitres se terminent par des exercices dont voici quelques échantillons. :

Écrivez 7654 en hiéroglyphes.

Exprimez $\frac{2}{103}$ comme somme de deux quantités inégales.

Montrez que si p et q sont des entiers positifs, $0 < p^2 - q^2 < 2pq$ entraîne $1 < \frac{p}{q} < 1 + \sqrt{2}$.

Si $a > b > c$ les relations

$$\frac{a-b}{b-c} = \frac{a}{a}, \quad \frac{a-b}{b-c} = \frac{a}{b}, \quad \frac{a-b}{b-c} = \frac{a}{c}$$

définissent b , respectivement, comme moyenne arithmétique, géométrique, harmonique, de a et de c .

Si p_i et P_i sont les périmètres de polygones réguliers de i côtés, inscrit et circonscrit à un même cercle, prouvez l'algorithme d'Archimède

$$P_{2n} = 2P_n P_n / (P_n + p_n) \text{ et } p_{2n} = \sqrt{p_n P_{2n}}.$$

Vérifiez l'assertion de Bombelli que $4 + \sqrt[3]{(-1)}$ est racine cubique de $52 + \sqrt[3]{(-2209)}$.

Formez une équation cubique dont les racines soient $1 \pm \sqrt[3]{3}$ et -2 et appliquez lui la méthode de résolution de Cardan-Tartaglia.

Prouvez l'observation de Viète que si x_1 et x_2 sont les racines positives de $x_3 + b = 3ax$ (a et b positifs) alors $3a = x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2$ et $b = x_1 x_2^2 + x_2 x_1^2$.

Utilisez la méthode de Fermat pour trouver $\int_2^\infty 1/x^3 dx$.

Construisez à la règle et au compas, par la méthode de Roberval, la tangente à la cycloïde en un de ses points.

Utilisez la méthode de Barrow pour trouver la sous-tangente à la courbe $y = x^2 + 2x^3$.

Pourquoi Newton doit-il plus à Wallis qu'à Barrow?

Pourquoi Leibniz doit-il plus à Pascal qu'à Barrow?

Vérifiez l'affirmation de Leibniz :

$$\sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{1 + \sqrt[3]{-3}} + \sqrt[3]{1 - \sqrt[3]{-3}}$$

Vérifiez que les formules de Newton pour le rayon de courbure sont équivalentes aux formules actuelles.

Trouvez l'intégrale singulière de l'équation différentielle de Clairaut

$$y = xy' + (y')^2.$$

Résolvez l'équation d'Euler $x^2 y'' + 4xy' + 2y = 0$.

Dans une lettre à Goldbach, de 1741, Euler disait que $2^{-1+i} + 2^{-1-i}$ était voisin de $\frac{10}{13}$. Vérifiez cette approximation.

Expliquez clairement pourquoi Gauss a pu être appelé le Prince des Mathématiciens.

Le dernier chapitre ne comprend cependant aucun exercice, mais au précédent vous en trouverez sur Boole, Hamilton, De Morgan. Il y en a au total plus de 500, de quoi faire travailler tout le monde, à tous les niveaux, de la Sixième à la Licence.

C. B. Boyer a donné beaucoup de sa personne dans cet utile manuel. Mais il déclare avoir puisé chez les autres en toute simplicité. On ne peut pas faire autrement en cette matière. Ses références sont pour la plupart relatives à des ouvrages en langue anglaise mais il en donne d'autres pour amener les étudiants à briser « le provincialisme de la langue qui comme l'autruche, se réfugie dans la fausse impression que tout ce qu'il y a de valable a été écrit, ou tout au moins traduit, en anglais ». Prenons-en de la graine pour notre jardin à la Française.

J. I.

Newton.

Alexandre KOYRÉ. — *Études Newtoniennes*. 1 vol., 22 × 14 cm, 350 p. Gallimard, Paris, 1968, 30 F.

Né en Russie en 1892, Alexandre Koyré fit, en Allemagne puis en France, des études de mathématiques et de philosophie. Sa carrière universitaire s'est déroulée à l'École Pratique des Hautes Études, entrecoupée de missions à l'étranger, en particulier aux États-Unis. Spécialiste de l'histoire des Religions, puis de l'Histoire des Sciences, il était, depuis 1955, Secrétaire perpétuel de l'Académie Internationale d'Histoire des Sciences, lorsqu'il disparut le 28 avril 1964.

Ses travaux concernent essentiellement le XVII^e siècle, depuis Galilée et ses précurseurs jusqu'à Newton. Il préparait une édition critique des *Principes*, en collaboration avec le Pr I.-B. Cohen, Cambridge (U.S.A.) lorsque la mort interrompit son activité.

La médaille Alexandre Koyré, destinée par l'Académie d'Histoire des Sciences, à honorer un ouvrage particulièrement représentatif du développement des recherches dans le domaine qui la concerne, vient d'être attribuée, le 31 août 1968, au Pr White-side pour ses *Mathematical Papers of Isaac Newton*, tomes I et II.

Cette publication fondamentale a apporté un véritable bouleversement dans les idées que l'on se faisait jusqu'ici quant à la formation mathématique de Newton. Le rôle joué par la géométrie de Descartes, édition latine de 1659-1660, dans cette formation est prépondérant, Si la mathématique de Newton dépasse et prolonge celle de Descartes, elle doit à sa devancière beaucoup plus qu'on ne le supposait.

Les *Études Newtoniennes* d'Alexandre Koyré réunissent huit articles écrits soit en français soit en anglais, ces derniers étant ici traduits en notre langue :

- La gravitation universelle de Képler à Newton, 1951.
- Sens et portée de la synthèse Newtonienne, 1948.
- L'hypothèse et l'expérience chez Newton, 1956.
- Newton et Descartes, 1965.
- Newton, Galilée et Platon, 1959.
- Une lettre inédite de Robert Hooke à Isaac Newton, 1952.
- Les *Regulae philosophandi*, 1960.
- L'attraction : Newton et Cotes, 1961.

Ces diverses études sont toutes assorties de notes et de compléments et leur enrichissement est frappant pour qui a connu leur première publication.

Dans l'impossibilité de les examiner toutes, nous nous attacherons à la quatrième : Newton et Descartes. Elle est centrée sur un fragment de jeunesse, écrit par Newton vers 1670, en tout cas entre 1664 et 1672. Cet essai est maintenant édité dans les *Unpublished Scientific Papers of Isaac Newton*, par A. R. Hall et Marie Boas Hall, Cambridge, Angleterre, 1962.

Le jeune Newton s'y proposait de traiter l'équilibre des fluides et des corps dans les fluides, de deux manières différentes, « à la manière des géomètres, en déduisant les propositions particulières de principes abstraits, évidents en soi » et en illustrant les propositions ainsi obtenues « par de nombreuses expériences ». Programme éminemment cartésien qui, d'ailleurs, n'aboutit pas. Mais le jeune chercheur pose un certain nombre de définitions qui, d'une part, préfigurent celles de ses *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle* (1687) et, d'autre part, prennent le contre-pied des *Principes de la Philosophie* de Descartes (1644).

Descartes ne conçoit de mouvement que relatif. C'est cette conception qui soulève l'opposition de Newton, ainsi que quelques-unes des thèses philosophiques les plus fondamentales de Descartes : 1^o identification de l'étendue et de la matière avec le rejet corrélatif du vide et de la réalité indépendante de l'espace; 2^o distinction radicale entre substance pensante et substance étendue.

Dans son manuscrit, d'une quarantaine de pages, Newton au contraire, prenant une position proche de celle de Pascal suppose « un espace séparé des corps » et considère « le mouvement en égard aux parties de cet espace lui-même et non en égard à la position des corps environnants »... « Afin que l'on ne pense pas que j'oppose aux Cartésiens des suppositions gratuites, j'essaierai maintenant de détruire les fictions de Descartes ».

La connaissance de cet écrit de jeunesse fait ainsi mieux apparaître la partie polémique du grand Traité de 1687 qui allait, non sans difficultés, s'imposer pendant plus de deux siècles à la science occidentale.

L'opposition entre les deux philosophes, aussi tranchée soit-elle, n'est cependant pas totale. Comme Descartes, c'est en l'existence de Dieu que Newton trouve la base inébranlable de sa physique. Nous n'en sommes pas encore à l'époque où l'un de ses meilleurs disciples, Laplace, n'aura « plus besoin de cette hypothèse ». L'évolution sera longue, et le chemin encombré de difficultés. La Physique Cartésienne se défendra pied à pied. Elle aura au début des défenseurs de grande classe — parfois un peu hérétiques cependant — comme Huygens et Leibniz. Mais elle se révélera non mathématisable, à l'inverse de sa rivale qui, dès son premier manifeste, s'affirmait fondée sur des principes mathématiques et le prouvait.

En France, à côté des jeunes savants de l'Académie des Sciences groupés vers 1730-1740 autour de Maupertuis, Clairaut, et d'Alembert, François Arouet de Voltaire sera un propagandiste et un vulgarisateur zélé et efficace de l'œuvre de Newton.

Donnons-lui la parole pour faire entrevoir par quels cheminements de la pensée, le rôle primordial passa insensiblement de la Métaphysique à la Science objective, la simple physique, jusqu'à faire de Dieu, en ce domaine, une hypothèse que l'on puisse écarter :

« Lorsque j'étais en Angleterre..., je dis à un membre très éclairé de la Société : M. Clarke est un bien plus grand métaphysicien que M. Newton. Cela peut être, me répondit-il froidement; c'est comme si vous disiez que l'un joue mieux au ballon que l'autre. Cette réponse me fit rentrer en moi-même. J'ai depuis osé percer quelques-uns de ces ballons de la métaphysique, et j'ai vu qu'il n'en était sorti que du vent ».

Jean ITARD.

Carnet de lecture

Où est l'heureux temps au cours duquel je visitais divers pays des deux mondes pendant que mon *alter ego* Hans Wilmotte assurait cette rubrique? Non pas que je sois fâché ou fatigué de lire ce que maints collègues écrivent et publient; au contraire, je voudrais trouver le temps de lire plus (et mieux) et de rendre compte aussi bien. Quand aurons-nous trouvé une machine à lire qui nous fera savoir ce qu'elle aura lu pour nous?

Destiné aux étudiants ayant dépassé le premier cycle M.P. des facultés françaises ou des Spéciales (qui le sont encore plus spécifiquement, françaises), le livre de Daniel Bernard (Faculté de Strasbourg) *Techniques d'analyse mathématique* n'est donc pas spécialement écrit pour la formation permanente des professeurs. Mais où ceux-ci trouveraient-ils meilleur moyen de « rafraîchir leurs connaissances » sur les intégrales impropres, la convergence uniforme, les séries de Fourier, etc... Chaque chapitre est suivi de nombreux exercices (Masson, Paris, 1968, 64 F).

Dans un tout autre genre, j'ai trouvé très agréable et instructive la lecture de « *Les ordinateurs, mythes et réalités* », par J.-M. Font et J.-C. Quiniou, un petit livre de 188 pages de la collection *Idées* (Gallimard). Lecture facile que j'aurais pu faire dans le métro s'il y avait un underground à Stratford! Mais, dans nos provinces, nous restons fidèles à la marche à pied.

Ainsi puis-je faire de longues stations à la vitrine des libraires. Je décèle une évolution dans les titres. Martin Davis, de l'Université de New York, publie *Lectures on Modern Mathematics* (Gordon and Breach, New York, 1967) : conférences d'actualité pour la formation permanente des maîtres (algèbre, ensembles, calcul différentiel et intégral); l'auteur regrette l'usage d'une expression douteuse : « new mathematics ». Je la trouve pourtant sur la couverture d'un plaisant livre de poche « *Mathématiques nouvelles pour le recyclage des parents* », par A. Kaufmann et G. Gullmann (Dunod, Paris, 196 p., 1968, 9 F) où il y a beaucoup de bonnes idées. L'avouerai-je? Je ne suis pas plus content du « moderne » que du « nouveau »; pourquoi faut-il que les titres soient accrocheurs par recours à quelque vocable à sensation? C'est à l'intérieur qu'il faudrait trouver toujours une pensée neuve, c'est-à-dire vivante.

Sans tapage, mais avec tout le sérieux et en même temps l'enthousiasme qu'il faut pour innover, Guy Brousseau du C.R.E.M. de Bordeaux, dresse un *Canévas pour l'Enseignement moderne de la Mathématique* à l'École Maternelle et au Cours Préparatoire. De quoi exciter l'ironie de tel Académicien dans le giron de qui une petite fille est venue pleurer. Mais pendant que cet auguste savant dénigrera ce qu'il ignore, les pédagogues avertis liront ce travail de Brousseau réalisé avec des enfants. Grâce à quoi, la réforme finira par se faire en commençant par le commencement. Tant pis si, un jour futur, les élèves de Maternelle devenus étudiants se gaussent des inquiétudes (que je crois feintes) de l'Académicien.

Les recherches de ce type ne sont pas réservées aux Gascons. Lisez plutôt le livre de M^{lle} Hug « *L'enfant et la mathématique* » (Bordas, Paris, 1969) qui relate une expérience originale de rénovation de l'enseignement à l'école primaire réalisée à la fois à Chambéry et à Grenoble. Pour mieux dire la qualité de ce travail, je renvoie le lecteur du *Bulletin* à l'article de M^{lle} Hug, « A propos de la mesure des aires au Cours Moyen » (n° 263-264, p. 337). Notre collègue pousse l'audace jusqu'à inscrire elle-même son travail dans la perspective des réformes proposées par la *Charte de Chambéry* !

Je remets à une prochaine chronique des remarques sur les travaux des disciples de Freinet. Mais je ne résiste pas au besoin de citer le livre d'Élise Freinet « *Naissance d'une pédagogie populaire* » qui relate fort opportunément l'œuvre de son compagnon et quels obstacles il dut surmonter (un volume, Maspero éditeur). A ceux qui s'imaginent que la contestation et l'innovation pédagogique datent de mai 68, il faut proposer le n° 78 des *Cahiers Pédagogiques* sur les classes nouvelles, avenir ou passé? Cahier qui s'ouvre par un entretien, qui devait être le dernier, avec Gustave Monod. Proposons leur encore le n° 79 des mêmes Cahiers où ils liront avec profit « Quarante-deux années de service » par François Goblot, leur fondateur. Et s'ils ne sont pas encore convaincus de l'ancienneté et de l'éternité des idées qui voudraient un enseignement en perpétuelle rénovation, qu'ils lisent alors ce que Tolstoï écrivait il y a cent ans :

« Pour déterminer ce qui est bon et ce qui ne l'est pas, celui qu'on instruit doit avoir le plein pouvoir d'exprimer son mécontentement ou, du moins, d'esquiver l'instruction qui ne le satisfait pas. Reconnaissons qu'il n'existe qu'un seul critère à la pédagogie : *la liberté* ».

William MOUNTEBANK (Stratford ou Avon).

Nouveaux livres.

— J. LEVY-BRUHL : *Introduction aux structures algébriques*, relié, 344 p., Dunod, Paris 1968, prix 76 F.

— L. CHAMBADAL et J. L. OVAERT : *Algèbre linéaire et algèbre tensorielle*, 568 p., relié, Dunod, Paris 1968, 58 F.

— M. CARVALLO : *Logique à trois valeurs*, 164 p., Gauthier Villars, Paris, 1968, 38 F.

— W. J. TRJITZINSKY : *La totale-D de Denjoy et la totale-S symétrique*, 104 p., Gauthier Villars 1968, 36 F.

— R. PERNELLE : *Le calcul matriciel*, 204 p., Eyrolles, Paris 1969, 53 F.

— J. MAILLOT : *La traduction scientifique et technique*, 236 p., Eyrolles, 1969, 61 F.

— COX et LEWIS : *L'analyse statistique des séries d'événements*, 280 p., Dunod 1969, 56 F.

— J.-J. MOREAU : *Mécanique classique*, 170 p., tome I, Masson, Paris 1969, 24 F.

— R. LECOMTE : *Problèmes de mathématiques et résumés de cours, C.B., B.G., C.P.E.B.H.*, 424 p., Dunod 1969, 44 F.

— G. LEFORT : *Exercices d'algèbre, d'analyse et probabilités*, tome II, 586 p., Dunod 1969, 48 F.

— C. BERGE : *Principes de combinatoire*, 156 p., Dunod 1968, 34 F.

— HARARY, NORMAN et CARTWRIGHT : *Introduction à la théorie des graphes orientés*, 448 p., Dunod 1968, 88 F.

N.D.L.R. — Nos remerciements à la *Quinzaine Littéraire* qui nous autorise à reproduire l'article sur les Études Newtoniennes de Jean Itard.



A chaque élève, sa machine à calculer

CURTA

Les méthodes modernes d'enseignement commercial rendent indispensable l'exécution fréquente, par les élèves, de **travaux pratiques** de calcul.

En raison de leur encombrement, de leur poids et de leur bruit, les machines à calculer normales présentent souvent de nombreuses difficultés d'emploi dans une classe.

Chaque CURTA peut réaliser aisément tout le travail d'une machine à calculer standard et offre, en outre, bien d'autres possibilités. Son fonctionnement silencieux permet de

plus l'exécution simultanée d'autres exercices pendant la classe.

La sécurité d'emploi de la CURTA (celle-ci est fabriquée par les **horlogers suisses**) est de réputation mondiale.

Des **planches de grand format**, très lisibles, facilitent l'exposé au tableau noir, du fonctionnement de la machine.

Vous pouvez obtenir toutes les informations désirées en complétant le coupon-réponse ci-contre, et en le retournant à **INNOVA**, 10, rue aux Ours, PARIS (3^e) - Tél. : 887-46-80.

☐ Veuillez m'envoyer une documentation détaillée et les conditions réservées à l'Education Nationale.

☐ Veuillez prendre rendez-vous pour effectuer une démonstration.

☐ Veuillez m'adresser une machine CURTA pour un essai gratuit de 10 jours.

Nom : _____

Etabl. scolaire : _____

Adresse : _____

Téléphone : _____

Bordas Encyclopédie

SOUS LA DIRECTION DE ROGER CARATINI

**20 volumes en couleurs de 160 à 184 pages
de format 25 × 32, reliés toile dorée au fer,
sous jaquette illustrée.**

*Chaque volume peut être acheté séparément sans
engagement d'achat pour les autres volumes.*

CHAQUE VOLUME COMPREND

- La présentation de l'ouvrage par une haute personnalité scientifique.
- Une étude complète de 128 pages, précédée d'un lexique, et illustrée [d'environ 500 schémas, diagrammes, dessins, cartes, photographies en noir et en couleurs.
- Une bibliographie commentée, permettant au lecteur d'orienter ses lectures avec profit.
- Des tableaux statistiques et systématiques détaillés.
- Un index complet de tous les thèmes traités et de tous les noms importants cités dans l'ouvrage.

**Les matières sont classées selon un ordre thématique (par sujets) et non
alphabétique (une encyclopédie n'est pas un lexique).**

PARUS :

- | | |
|-----------------------------------|---|
| 1. — La vie animale . . . 24,00 F | 3. — Philosophies et Religions. . 28,00 F |
| 2. — Astronomie 26,00 F | 4. — Histoire universelle 27,00 F
(Le Monde antique) |
-

A PARAÎTRE EN 1969 :

- | | |
|---|--|
| 5. — Histoire universelle (De l'Antiquité à nos jours; 2 tomes) | 7. — Les lois de la nature (physique-chimie) |
| 6. — Visages de la Terre | 8. et 9. — L'aventure littéraire de l'humanité |
-

ABONNEMENT-SOUSCRIPTION

- Demandez à votre libraire les conditions d'abonnement aux 20 volumes de BORDAS-ENCYCLOPÉDIE.
- Un ATLAS BORDAS gratuit à tous souscripteur.

En lisant le B. O.

Circulaire n° IV 68 441 du 7 novembre. 1968 (B.O. du 14-11-68).

Aménagements dans l'étude des programmes scolaires.

Sans attendre l'issue des travaux entrepris depuis le début d'octobre par la commission pédagogique, il est possible d'indiquer dès à présent l'esprit dans lequel sont conduites ses recherches. Celles-ci tendent d'une manière générale à alléger les enseignements dispensés notamment quant à leur contenu.

Avant même que soient revus dans leur ensemble les programmes scolaires, il apparaît que les aménagements peuvent être apportés dans leur mode d'emploi. En effet l'étendue de ces programmes ne permet pas en général une étude également détaillée de tous leurs chapitres. Il convient d'éviter que les élèves gardent le sentiment qu'obligation leur est faite de les explorer tous d'une façon exhaustive.

Aussi m'est-il apparu nécessaire d'informer MM. les Professeurs que, sans parler des allègements réglementaires déjà publiés, ils ont la possibilité, à tous les niveaux, d'opérer un choix parmi les questions figurant au programme pour que certaines d'entre elles fassent l'objet d'une étude plus détaillée, et que d'autres ne soient évoquées qu'à grands traits. Surtout dans le second cycle ce choix peut être utilement guidé par l'intérêt que manifeste l'ensemble de la classe pour telle partie du programme.

Il va de soi que dans les classes terminales et dans les classes de troisième, on veillera à ce que ces dispositions ne puissent entraîner le risque que les élèves soient empêchés de traiter les sujets d'épreuves écrites, notamment dans les disciplines scientifiques. S'agissant de disciplines qui font l'objet d'épreuves orales, pour chaque classe devra être établie une liste des questions plus précisément étudiées. Cette liste sera jointe au livret scolaire et présentée au moment des épreuves.

Les présentes dispositions, immédiatement applicables, devront être communiquées d'urgence à tout le corps enseignant. Elles seront complétées par des instructions propres à chaque discipline.

Pour le ministre et par délégation,
Le directeur de la Pédagogie,
des Enseignements scolaires et de l'Orientation :
H. GAUTHIER.

Circulaire n° IV 68 449 du 14 novembre 1968 (B.O. du 21-11-68) sur l'enseignement des mathématiques dans la classe de Seconde durant l'année scolaire 1968-69.

Arrêté du 7 février 1969 (B.O. du 20-2-69) : Complément de l'arrêté du 29 août 1968 relatif aux horaires et aux programmes des classes orpéparatoires aux baccalauréats de technicien du secteur tertiaire.

Circulaire n° IV 69.85 du 13 février 1969. (B.O. du 20-2-69).

N.D.L.R. Prière aux lecteurs du Bulletin de l'A.P.M.E.P. de se reporter au texte publié dans notre n° 265, p. 529. Des commentaires sur cette circulaire du 13 février modifiant ou altérant le programme mis en place par la Commission Ministérielle seront publiés ultérieurement.

Harmonisation de l'enseignement des mathématiques dans les sections A, C et T de la classe de Seconde.

J'ai l'honneur de vous faire connaître qu'en vue d'une harmonisation de l'enseignement des mathématiques dans les sections A, C et T de la classe de seconde les dispositions suivantes seront applicables durant l'année scolaire 1969-1970.

1° Le programme de mathématiques de la classe de seconde A fixé par l'arrêté du 26 juillet 1968 (*Bulletin officiel* du 29 août 1968) est complété par les questions figurant à l'annexe I. Un horaire facultatif sera prévu, pour l'approfondissement du programme et l'enseignement de ces paragraphes supplémentaires.

2° Dans les classes C et T, les parties des programmes figurant à l'annexe II ne feront l'objet d'aucun enseignement systématique durant la prochaine année scolaire.

Pour le ministre et par délégation,
Le directeur de la Pédagogie,
des Enseignements scolaires et de l'Orientation :
H. GAUTHIER.

ANNEXE I

Seconde A

Les paragraphes suivants sont ajoutés au programme de seconde A, pour être traités pendant des heures d'enseignement facultatif.

III. — Fonctions numériques d'une variable réelle.

.....

5°

Équation et inéquation du premier degré à une inconnue dans $\mathbb{R}$.

Équation numérique du second degré à une inconnue dans $\mathbb{R}$, somme de produit des racines.

6° Système de deux équations du premier degré à deux inconnues, déterminant.

IV. — Vecteurs.

.....

6° A partir des notions expérimentales (dans le plan) de distance, d'orthogonalité et de projection orthogonale sur une droite, on dégagera la notion de produit scalaire de deux vecteurs. Bilinéarité, symétrie. Carré scalaire.

- 7° Repère cartésien dans le plan. Coordonnées d'un point. Changement de coordonnées par translation des axes.
Équation cartésienne d'une droite, droite définie par un point et un vecteur directeur, par deux points. Interprétation géométrique du signe d'un polynôme du premier degré à deux variables.

ANNEXE II

Seconde C

Les modifications suivantes sont apportées au programme de seconde C.

II. — Nombres réels (Notation $\mathbb{R}$).

4°

Toute étude générale de la structure de corps est exclue du programme.

6° supprimer : « calculs de valeurs approchées par encadrement ».

III. — Fonctions numériques d'une variable réelle.

.....

4° Ce paragraphe est supprimé.

IV. — Géométrie plane et espaces vectoriels sur $\mathbb{R}$.

supprimer les phrases suivantes :

7°

Définition d'un segment du plan vectoriel. Ensemble convexe : définition, exemples, intersection d'ensembles convexes.

9°

Résolution géométrique des systèmes d'équations et d'inéquations du premier degré à deux inconnues.

V. — Géométrie métrique plane.

supprimer les paragraphes suivants :

4° en entier

5° en entier

Seconde T

III. — Fonctions numériques d'une variable réelle.

.....

4° Ce paragraphe est supprimé.

V. — Géométrie et calcul vectoriel.

supprimer les phrases suivantes :

5°

Ensemble convexe : définition, exemples, intersection d'ensembles convexes.

7°

Résolution géométrique des systèmes d'équations et d'inéquations du premier degré à deux inconnues.

8°

Cercle et disque. Positions relatives d'une droite et d'un cercle, de deux cercles, de deux disques.

Circulaire n° IV 69.72 du 7 février 1969 (B.O. du 20-2-69). Horaire de mathématiques en classe préparatoire au haut enseignement commercial.

N.D.L.R. Cette publication fait suite à de nombreuses démarches entreprises par le Bureau de l'A.P.M.E.P. dès juin 1968; illustration de l'adage : « patience et longueur de temps... ».

Circulaire n° IV 69.89 du 12 février 1969 (B.O. du 20-2-69). Sur les épreuves orales du CAPES, précisant :

« l'exposé est relatif à une question extraite du programme de mathématiques des classes de seconde, première, philosophie, sciences expérimentales, mathématiques ». En application du décret du 10 juin 1965, il y a lieu dans ce texte, de substituer à l'ancienne dénomination « philosophie, sciences expérimentales, et mathématiques » celle de « Terminales A, B, C, D et E ».

Lu dans la presse.

Sur les classes terminales des lycées (dans *Le Monde*, 14-2-69) :

« En réponse à une question de M. Gilbert Faure, député F.G.D.S.-S.F.I.O. de l'Ariège, le ministre de l'éducation nationale apporte dans le *Journal Officiel* du 25 janvier des précisions sur les créations et les suppressions de classes terminales à la rentrée 1968. Par rapport à l'année précédente, il y a eu, pour l'ensemble de la France et non compris les écoles normales, dix créations de sections A (littéraire), 107 de sections B (économique), 4 de sections D (sciences biologiques), 10 de sections E (technique). En revanche, 5 sections C (mathématiques et sciences) ont été supprimées.

N.D.L.R. On a bien lu : « en revanche... ».

Sur l'assemblée générale de l'Amicale des Inspecteurs généraux, tenue le 1^{er} février 1969 (dans *L'Éducation* du 13-2-69) :

« Au cours de l'échange de vues qui a suivi les rapports statutaires, l'Assemblée a manifesté la volonté de l'Inspection générale de développer les activités qui tendent dans les perspectives ouvertes par les réformes en cours, à favoriser la vie des établissements, l'animation pédagogique, le perfectionnement et la promotion des maîtres. »

Lire le *B.O.*, c'est bien; lire les arrêtés, circulaires ou instructions officielles, c'est encore bien (il faut tout lire!).

Participer, d'une façon ou d'une autre, par une simple lettre ou par un grand article, au *Bulletin* spécial 269 sur les *Sixièmes 69*, c'est mieux. Voyez pour cela les pages 58 et 93 de ce *Bulletin*.

Éditions WESMAEL-CHARLIER

28, rue Madame
Téléphone. 548-1661

(S.A.R.L.)

PARIS-6^e
C.C.P. 16.124-11

Sort de presse

COLLECTION HERBIET-HORWART-DE VAERE

MATHÉMATIQUE

Tome II — Classe de Cinquième

par G. DELANDE et G. BOSTEELS

CONFORME AUX NOUVELLES DIRECTIVES
relatives à l'Enseignement de la Mathématique.

432 pages. En couleurs 24,57 + TVA

Prix spécial aux Professeurs :

17,90 + T.V.A. = 20,00 + 1,70 (port) : 21,70 F.

Dans la même Collection

MATHÉMATIQUE

Tome I — Classe de 6^e — 3^e édition

420 + XVI pages. En couleurs 23,75 + T.V.A

Prix spécial aux professeurs : 19.60 (frais d'envoi et de T.V.A. compris).

Applications résolues

Livre du maître (1^{re} partie) du manuel « MATHÉMATIQUE, tome I ».

234 pages 51,73 + T.V.A.

Prix spécial aux professeurs : 44,00 F (frais d'envoi et de T.V.A. compris).

En préparation :

MATHÉMATIQUE

Tome III — Classe de 4^e

MATHÉMATIQUES

NOUVEAUTÉ

par **M. MONGE**

Ancien élève de l'École Normale Supérieure
Agrégé de l'université
Conseiller pédagogique

M. GUINCHAN

Licencié ès sciences
Professeur de Collège d'Enseignement général

J.P. PELLE

Agrégé de l'Université

J. MONGE

Licenciée ès sciences

G. PELLE

Professeur certifié

Classe de

Sixième

NOUVEAU PROGRAMME

Arrêté du 29-7-68 (B.O. du 31-10-68)

Instructions du 28-2-69 (B.O. du 6-3-69)

Un volume totalement nouveau

288 pages, relié pelliculé 11,50 F

Belin

8, rue Férou, - Tél. : 326.89-45 - PARIS-VI^e

Audience ministérielle du 19 décembre 1968

Une délégation du Bureau de l'A.P.M. composée de :

M^{me} Touyarot, MM. Colomb, Glaymann, Revuz, Vissio a été reçue de 11 h 30 à 13 heures, par M. Biancheri du Cabinet du Ministre assisté de M. Gauthier, directeur de la Pédagogie.

*
* *

Un peu d'histoire récente.

Au nom de la délégation, Vissio rappelle les faits suivants :

— le 13 septembre, reçu en audience (au sujet des horaires de mathématiques en classe de 6^e) par M. Prum, conseiller technique, le Bureau de l'A.P.M. se voit suggérer, compte tenu de l'importance d'autres questions soulevées au cours de l'entretien, de solliciter une audience *personnelle* auprès du Président E. Faure. Il suffit d'attendre que celui-ci en ait terminé avec la « loi d'orientation » ;

— le Comité national de l'A.P.M., réuni le 13 octobre, considérant le nombre et l'importance des décisions à prendre dépendant directement du Ministre, estime souhaitable une telle entrevue. Aussi, la Présidente de l'A.P.M. adresse-t-elle, le 16 octobre, une demande en ce sens ;

— le 21 novembre, n'ayant reçu aucune réponse, il est décidé que Vissio se rendra au Cabinet du Ministre pour connaître le sort fait à notre demande ; au cours de cette démarche, Vissio apprend qu'« on » ne trouve pas trace de notre lettre ; il lui est conseillé de laisser son numéro de téléphone pour qu'« on » l'avise de la suite ;

— le 5 décembre, aucune suite n'ayant été donnée, il est alors décidé d'adresser à Monsieur le Ministre de l'E.N. le télégramme suivant :

A.P.M. rappelle respectueusement avoir sollicité audience personnelle le 16 octobre. Orientation travaux commission ministérielle « rénovation pédagogique » et création I.R.E.M. rendent urgente une telle audience.

— dans les 48 heures, le Bureau de l'A.P.M. est avisé que MM. Biancheri et Gauthier le recevront le 19 décembre à 11 h 30.

*
* *

Dès le début de l'audience, il est précisé, qu'au nom du Bureau de l'A.P.M., vont être présentés les 7 points qu'il aurait été souhaitable de soumettre au Ministre lui même. Ensuite seront abordées des questions dont les solutions dépendent soit de M. Biancheri, soit de M. Gauthier.

* * *

Problèmes de la compétence du Ministre.

1° Au sujet des I.R.E.M.

— Pour 1968-69, bien que cette solution ne soit pas totalement satisfaisante, il faudrait que le Ministère, dans l'impossibilité de pourvoir, en cours d'année, au remplacement des collègues assistant aux stages, indique nettement son intention de payer les heures supplémentaires correspondantes, *même aux professeurs de C.E.G.*

— *Pour 1969-70, quel sera le nombre des I.R.E.M. créés? quelle sera leur localisation?*

Sur ce point, la réponse est : Compte tenu de la politique d'austérité, pas de nouvel I.R.E.M. Bien entendu, le Bureau de l'A.P.M. ne peut accepter cette éventualité. Le Comité national du 19 janvier sera saisi.

2° Pour la rentrée 1969, en classe de Sixième.

Trois points sont soulevés : les *horaires* (4 heures assure M. Gauthier), les *programmes* (ceux présentés par la commission Lichnerowicz assure M. Gauthier); de plus, les inquiétudes du Bureau de l'A.P.M. relatives aux instructions ministérielles devant accompagner ces programmes et en cours de rédaction par l'Inspection générale sont sans fondement : assurance est donnée qu'avant publication, la commission Lichnerowicz sera consultée; *l'information des maîtres* (le Bureau de l'A.P.M. suggère deux stages d'une semaine chacun, l'un durant l'année scolaire en cours, l'autre la semaine précédant la rentrée scolaire).

3° Pour la rentrée 1969, en classe de Seconde.

Le Bureau de l'A.P.M. souhaiterait avoir des précisions sur le « fond commun » (français, math, une langue vivante); sur l'unification des classes de Seconde, sur les horaires et programmes correspondants.

4° Pour les classes de Quatrième, Troisième, Première et Terminale.

Quels sont les projets du Ministre? Les travaux commencés par la « commission Lichnerowicz » sont-ils abandonnés? Cette commission est-elle « morte » ou non? Sinon, quelle tâche va-t-on lui confier? Et quand?

M. Gauthier répond, qu'à son avis, le Ministre va confier, dès janvier, à cette commission, le soin de poursuivre ses travaux et de rédiger les commentaires devant accompagner les nouveaux programmes déjà parus.

5° Concernant l'enseignement primaire.

— Le Bureau de l'A.P.M. souhaite que, partout où il existe des « stages de formation continue » le samedi après-midi, nos collègues instituteurs aient la possibilité de ne pas faire classe (sous réserve que ceux de leurs élèves qui le désireraient soient accueillis à l'école).

— D'autre part, le Bureau demande l'abrogation immédiate des *instructions* *devenues parfaitement inadéquates* accompagnant les programmes actuels. De plus, il souhaite une modernisation rapide de ceux-ci.

6° Sur l'Inspection générale.

Le rôle actuel et futur de l'Inspection générale de Mathématiques, dans la réalisation des réformes, a été examiné.

7° Congrès de la C.I.E.M.

Glammann rappelle que le 1^{er} congrès international de la C.I.E.M. aura lieu à Lyon du 24 au 30 août 1969 et qu'il transmet, en tant que responsable de l'organisation, à Monsieur le Ministre de l'E.N. une invitation afin que celui-ci prononce le discours d'ouverture.

Il est convenu que Glammann fera parvenir une invitation et une documentation écrites.

* *

A M. Biancheri, en tant qu'ex-directeur de la radio-télévision scolaire, Revuz expose la position du Bureau de l'A.P.M. sur l'organisation, envisagée par la R.T.S., d'une série d'émissions intitulée « Promotion » et ayant pour but de faire connaître « les mathématiques modernes » aux « adultes ».

Il semble qu'un accord soit possible : G.-Th. Guilbaud serait nommé directeur de cette série d'émissions.

* *

A M. Gauthier, en tant que Directeur de la Pédagogie, Vissio expose cinq points d'actualité, ou questions, demandant une réponse urgente.

1° Quel sera le nombre de places au CAPES mathématiques de 1969? *Réponse* (fâcheuse) : il n'est pas encore fixé.

2° Où en est la revendication de nos Collègues préparant à H.E.C. et relative à l'obtention d'une heure de T.D. supplémentaire. Cette demande présentée en mars 1968 (!) par l'A.P.M. a reçu, selon nos informations, un avis favorable de tous les services intéressés. Elle devrait entrer en application en janvier 1969; elle est, paraît-il, à « la signature ». De qui? M. Gauthier répond qu'il va s'informer...

3° Il faudrait que les services d'intendance des lycées où se déroulent les expériences de 6^e et 5^e soient informés qu'ils doivent payer des heures supplémentaires aux Collègues responsables de ces expériences. M. Gauthier prend note.

4° Où en est le remboursement des dépenses engagées par les Collègues qui ont participé au stage de Chambéry (janvier 1968). M. Gauthier répond qu'il suit de près cette affaire...

5° Les stages interacadémiques organisés par l'I.P.N. à l'intention des animateurs d'expérience en classes de 6^e semblent compromis par manque de crédits. M. Gauthier

conteste cette interprétation. Il semble alors, au Bureau de l'A.P.M., qu'il y ait « divergence » entre certains services ministériels et ceux de l'I.P.N. Aussi, Vissio tient-il à affirmer que l'A.P.M. n'a pas, pour l'instant, en l'absence de renseignements suffisamment précis, l'intention d'intervenir dans la « querelle », mais qu'elle demande fermement que ces stages aient lieu.

* * *

Aussi long soit-il, un compte rendu d'une audience ayant duré 1 h 30 ne peut que donner une impression de « sécheresse ». Bien entendu le Comité du 19 janvier devra étudier soigneusement les suites à donner à cette audience. D'autre part, il est clair que, comme toujours à l'A.P.M., tout collègue désirant des renseignements complémentaires sur tel ou tel point abordé au cours de l'entrevue, les obtiendra en s'adressant à un membre de la délégation.

Paris, le 22 décembre 1968.
P. VISSIO.

Comité national du 19 janvier 1969

Le comité de l'A.P.M.E.P. réuni à Paris le 19 janvier 1969 ému par l'inquiétude qui règne chez de nombreux étudiants et professeurs de mathématiques, transmet à Monsieur le Ministre de l'Éducation Nationale les vœux suivants.

1° Vœu relatif au C.A.P.E.S. de Mathématiques 1969.

Le comité déplore que plus d'un mois après l'ouverture des inscriptions, les modalités définitives pour ces inscriptions d'une part et pour les épreuves d'autre part ne soient pas encore connues.

Étant donné les besoins en enseignants, le grand nombre et la valeur des candidats prévus, il souhaite que le nombre de postes mis en concours en 1969 soit de 50 % plus élevé qu'en 1968.

2° Vœu relatif aux admissibles à l'Agrégation de Mathématiques de 1968.

Le comité déplore que ces candidats ne soient pas encore fixés sur leur sort, et sur les conditions dans lesquelles ils pourront obtenir le titre d'agrégé en 1969. Il souhaite que tous les postes mis au concours en 1968 et 1969 soient effectivement pourvus d'ici la rentrée 1969.

3° Vœu relatif à la maîtrise ès science mathématiques.

Le comité déplore que sa création annoncée dès octobre 1968 ne soit pas encore effective alors que les enseignements correspondants ont lieu depuis la rentrée 1968 dans la plupart des Universités.

Commission « Formation des maîtres »

Étaient présents (séance du 18-01-69) : M^{me} Touyarot, M^{me} Audin, M^{lle} Brénéol, M^{me} Méténier; MM. Bernard (Aix), Blanzin, Crépin, Dehame, Dumont, Duvert, Gilbert, Gouret, P.-L. Hennequin, Jacquemier. Klein, Revuz, Vissio, Vogt, N..., M...

Des membres de la Commission « Formation des Maîtres » du Ministère étaient invités : M^{lle} Cartier (S.G.E.N.), M^{lle} Lordon (S.N.I.), MM. Alaphilippe (S.N.E.S.) et Samuel (S.N.E. Sup.).

Le but de cette réunion (qui n'a pas été atteint) devait être de définir une politique de l'A.P.M. sur la formation des maîtres. Il s'agissait essentiellement de projets à moyen terme : les mesures d'urgences nécessaires pour parer aux difficultés actuelles n'ont pas été envisagées, et les projets irréalisables dans les quelques années à venir n'ont été mentionnés qu'à titre de point de mire.

L'accord d'une bonne partie des présents semble pouvoir se faire sur un projet (§ 1 ci-dessous) qui a quelques chances d'être adopté par la Commission Ministérielle. Mais il s'agit d'un projet partiel, qui n'apporte de solutions qu'à un petit nombre de problèmes.

Des divergences sont apparues sur la question de la continuité entre les enseignements du premier et du second degré, et de la continuité entre l'enseignement du second degré et le supérieur.

Enfin, certains problèmes cruciaux n'ont pas été abordés, ou l'ont été sans qu'une solution approuvée par la majorité des présents ne se dégage.

1. Projet du S.N.E.S. et du S.G.E.N. sur la formation des maîtres.

Ce projet a été exposé par Alaphilippe (S.N.E.S.), M^{lle} Cartier (S.G.E.N.) en a précisé certains points sans en contredire la ligne générale.

Principe.

Pour les maîtres du second degré, 4 années de formations universitaire et une année de formation pédagogique.

Pour les maîtres du premier degré, 2 années de formation universitaire et une année de formation pédagogique.

Donc pas de coupure entre le premier et le second cycle, pas de types d'enseignants différents pour les types d'élèves différents.

Ce projet est considéré comme une première étape, le but final étant de demander la formation en 4 années + 1 pour tous les enseignants.

Formation universitaire des maîtres du second degré (en 4 ans).

12 « unités de valeur » (petits certificats conçus de manière qu'un étudiant moyen puisse en préparer 3 par an : 5 heures hebdomadaires) parmi lesquelles :

— 7 ou 8 unités dans la spécialité dominante,

— 5 ou 4 unités se répartissant en

unités complémentaires (discipline voisine : la physique pour les maths)

unités libres (discipline littéraire pour les scientifiques par exemple).

Ainsi disparaît la coupure entre le premier et le second cycle de l'enseignement supérieur.

Cette formation théorique doit être suffisante pour assurer l'enseignement d'une discipline de la Sixième à la Terminale.

Elle doit aussi mener à la recherche.

Formation universitaire des maîtres du premier degré (en 2 ans).

6 unités de valeur, dont 3 dans la spécialité dominante.

Il est donc théoriquement possible qu'un maître du premier degré passe dans le second degré avoir après complété sa formation universitaire par 6 autres unités (2 ans).

2. Discussion de ce projet.

Objections des membres de l'enseignement supérieur.

Revuz pense qu'une formation commune aux futurs enseignants et aux futurs chercheurs n'est possible que moyennant certains aménagements. On peut penser, par exemple, à certaines unités orientées vers l'enseignement, d'autres vers la recherche, d'autres vers les deux à la fois (dans cette hypothèse un enseignant et un chercheur auraient en 4 ans des formations distinctes, mais qui seraient considérées comme équivalentes sur le plan légal, ce qui permettrait des changements d'orientation). Mais un tel aménagement ne semble pas cadrer avec le projet du S.N.E.S. qui craint que la maîtrise d'enseignement ne devienne une maîtrise au rabais, comme l'actuelle licence.

Hennequin craint que, pour un grand nombre d'étudiants, les 4 années + 1 ne soient en réalité 6 + 1, et que cela ne décourage certains étudiants de se lancer dans une carrière d'enseignement. M^{lle} Cartier précise qu'il s'agit de 4 ans pour un étudiant moyen : les programmes doivent être conçus de manière qu'un étudiant doué puisse se présenter à plus de 3 unités par an.

Mais *Samuel* reste sceptique sur ces programmes à la portée d'un étudiant moyen (la maîtrise actuelle, qui forme les futurs chercheurs, est considérée comme très difficile par un grand nombre d'étudiants) et *Revuz* doute que les étudiants soient suffisamment raisonnables pour que ce système souple soit viable (ils ont tendance à préparer simultanément un trop grand nombre de certificats).

Objections du S.N.I. (M^{lle} Lordon).

Le S.N.I. souhaite que les instituteurs puissent enseigner jusqu'à la fin du premier cycle, afin d'assurer la continuité entre le premier et le second degré : un grand nombre d'enfants s'adapte difficilement au second degré traditionnel (le 1^{er} cycle s'adresse maintenant à tous les enfants), ils auraient l'avantage d'avoir des maîtres préparés à une pédagogie globale qui pourraient travailler en équipe avec des maîtres plus spécialisés, M^{lle} Lordon n'exclut pas, dans l'hypothèse de la formation en 4 années + 1 tous les enseignants réclamée par le S.N.I., la possibilité du passage pour en sens inverse (du second degré vers le premier degré).

De la discussion qui suit, assez confuse parce que les soucis corporatifs se mêlent aux soucis pédagogiques, et aussi parce que certaines personnes se placent dans la situation actuelle, d'autres dans l'hypothèse de la formation en 2 années + 1 pour les instituteurs, d'autres dans l'hypothèse de la formation en 4 années + 1 pour tout le monde, on peut retenir les remarques suivantes :

Alaphilippe : dans l'hypothèse de la formation des instituteurs en 2 années + 1, la revendication du S.N.I. présente le danger que l'on voie se former un corps de maîtres du premier cycle au rabais comme il en existe dans la situation actuelle. D'ailleurs la présence d'instituteurs dans le premier cycle ne résout pas le problème de la continuité des enseignements du premier et du second degré : les difficultés d'adaptation sont aussi grandes dans les C.E.G. que dans les lycées. La solution est d'ordre pédagogique : équipes de professeurs, refonte du système, groupes de travail — groupes de niveau.

Vissio, Revuz, etc... : pour assurer la continuité, on peut aussi envisager de confier le cours moyen à une équipe de maîtres (par exemple deux maîtres formés en 2 années + 1 et ayant des spécialités dominantes différentes).

M^{lle} Lordon : cela pose le problème des écoles à classe unique.

Jacquemier : Les 3 % d'enfants inadaptés peuvent très bien avoir 2 ou 3 maîtres différents, les autres 6 et 7 maîtres.

M^{lle} Lordon : Ce n'est pas une question de nombre de maîtres, mais de qualités pédagogiques (l'expérience du primaire).

M^{lle} Cartier (S.G.E.N.) : Pour les élèves les moins doués, les seuls pour lesquels se pose le problème de l'adaptation en 6^e, nous proposons un rythme plus lent, mais non des maîtres d'un type différent.

Alaphilippe : S'il est nécessaire de prévoir des maîtres spécialisés pour les classes de transition, cette spécialisation devrait s'ajouter à la formation normale (en 4 années + 1), de même qu'un médecin spécialiste fait d'abord des études de médecine générale, et se spécialise ensuite.

M^{me} Méténier : Dans l'hypothèse de la formation de tous les enseignants en 4 années + 1, des passages pourraient avoir lieu dans les deux sens : les maîtres du premier degré désirant passer dans le premier cycle recevraient un supplément d'information théorique, les maîtres du premier cycle désirant passer dans le premier degré recevraient un supplément de formation pédagogique.

3. Questions non envisagées dans le projet du § 1.

La formation (initiale) des maîtres pose le problème de la formation théorique, celui de la formation pédagogique et, celui du recrutement; seul le premier de ces trois problèmes a été envisagé dans le projet ci-dessus; rien ou pratiquement rien n'a été dit sur la *nature de la formation pédagogique*; le problème du *mode de recrutement* a été discuté (voir ci-dessous § 4) sans qu'aucune solution recevant l'accord de la majorité des présents ne se dégage.

Les *modalités d'application* de ce projet n'ont pas été envisagées : que deviennent les C.E.G., les Écoles Normales, les E.N.N.A...? Où trouvera-t-on des bacheliers se destinant à l'enseignement élémentaire et résolu à préparer 6 unités dont 3 scientifiques et 2 littéraires? Faudra-t-il créer des unités spéciales pour les futurs instituteurs? La mise en place du système (qui promet d'être assez complexe) des unités de valeurs est-elle compatible avec l'autonomie des Universités?

Le problème de la *formation permanente* et de la promotion interne n'a été qu'effleuré. Alaphilippe a insisté sur les deux points suivants :

— il faut d'abord exiger une bonne formation initiale,

— il faut que la formation permanente soit reconnue comme nécessaire, et prise en charge par l'État.

Il propose la création de « centres de formation des maîtres » où des élèves-maîtres recevraient des compléments d'information (dans leur discipline et dans les autres disciplines) et une formation pédagogique bénéficiant de l'expérience des maîtres en exercice; ces mêmes centres se chargeraient également de la formation permanente.

4. Discussion sur les concours de recrutement.

Comment choisir parmi les maîtres ayant reçu leur formation (4 années + 1) ceux qui seront nommés dans les postes vacants?

Alaphilippe: Pour l'instant, dans la plupart des disciplines, le problème ne se pose pas : on peut les prendre tous. Quand le problème se posera, il faudra faire un classement, prendre les premiers.

X...: On peut envisager un recrutement national du type suivant : le jury serait national (des jurys pourraient éventuellement siéger dans les académies, mais il y aurait un brassage entre les académies). Il tiendrait compte de la façon dont la maîtrise a été acquise (nature des unités, « livret scolaire »).

Les épreuves comporteraient :

- un écrit portant sur les notions générales,
- une leçon (avec documents) portant sur un sujet plus précis,
- une discussion avec le jury portant sur un sujet choisi par l'étudiant;

on éviterait ainsi l'année de préparation au concours.

Objections (Hennequin, Bernard): Que feront les « collés » à ce concours? Se représenteront-ils l'année suivante, ce qui ne résoudrait rien dans le cas où le nombre des candidats serait supérieur au nombre de postes vacants? Ou bien seront-ils recrutés comme suppléants (inconvenients du double recrutement actuel)? Dans l'hypothèse du maintien des I.P.E.S., peut-on éliminer de l'enseignement des étudiants ayant contracté un engagement?

M^{lle} Cartier: Un recrutement au début des études (comme les I.P.E.S.) semble nécessaire, afin que les futurs maîtres puissent recevoir une formation psychopédagogique initiale. Mais, actuellement, les I.P.E.S. ne sont pas « rentables ». Faut-il maintenir les deux formes de recrutement (I.P.E.S. et C.A.P.E.S.)?

Alaphilippe ne conclut pas (mais semble plutôt partisan du contrôle à la sortie : C.A.P.E.S.) et pose le problème de l'agrégation. La position du S.N.E.S. est la suivante :

— ne pas supprimer la possibilité d'avoir des maîtres du second degré de formation supérieure à 4 années + 1,

— ne pas chercher à recruter au niveau de l'agrégation tous les maîtres du second degré,

— ne pas faire disparaître les indices des agrégés,

— ne pas chercher à « défendre l'agrégation » en maintenant à un niveau beaucoup plus bas les autres modes de recrutement.

Mais il reste à définir la *forme* à donner à l'agrégation (concours, acquisition d'unités supplémentaires, thèse de 3^e cycle, publications, examen sur des connaissances, examen ou concours sur des qualités pédagogiques) et le *rôle* exact de l'agrégation (second degré seulement ou second degré et supérieur — en tout cas ne pas réserver aux agrégés une tranche « horizontale » de l'enseignement comme les Terminales et les Classes préparatoires; les agrégés acquièrent le droit à des emplois particuliers comme l'enseignement dans les Classes préparatoires, mais il doit en rester dans le second degré).

A la question de la forme à donner à l'agrégation, M^{me} Méténier répond qu'on peut la remplacer par une promotion interne réservée aux maîtres ayant fait un 3^{em}e cycle de pédagogie (dans les I.R.E.M.).

Vogt (Dijon) propose une agrégation à 2 volets :

- une agrégation réservée aux membres titulaires du second degré pour continuer à enseigner dans le second degré.,

- une agrégation ouverte à tous donnant droit à l'enseignement dans les classes préparatoires et dans le supérieur.

Revuz s'oppose à ce qu'un concours, quel qu'il soit, donne droit à enseigner dans le supérieur.

Samuel appuie l'opposition de Revuz, et, par surcroît, se déclare opposé à tous les concours, donc aussi aux grandes écoles qu'il considère comme non démocratiques. Il existe d'ailleurs un projet du S.N.E. Sup. sur la formation des maîtres du supérieur (I.P.R.E.S. : 3 ans au delà de la maîtrise, dont un an de formation professionnelle); selon ce projet, le recrutement se fait par inscription sur la liste d'aptitude.

Hennequin considère que le recrutement par concours a l'avantage d'être national.

Plusieurs personnes contestent le recrutement par cooptation, mais Revuz estime que les concours sont encore plus dangereux. Le favoritisme est vite décelé; il est facile d'obliger les professeurs à formuler sur les candidats des avis justes et nuancés.

Alaphilippe est d'accord pour séparer les problèmes du supérieur et ceux du second degré (les problèmes ne sont pas les mêmes, un contact direct avec la recherche est nécessaire). Il se déclare hostile au projet des *Collèges universitaires* (qui réuniraient les Terminales, les Classes préparatoires et le 1^{er} cycle du Supérieur); les dangers de ce projet sont les suivants :

- sélection supplémentaire (à l'entrée en Terminale),
- scission du supérieur en enseignement court (*Collèges universitaires*) et enseignement long (Universités),
- impossibilité pour les certifiés d'enseigner en Terminale,
- disparition des agrégés de la sixième à la première.

Conclusion (Dehame).

Grâce à la participation active des personnes invitées, le Comité de l'A.P.M. a été mis au courant de l'état des travaux de la Commission Ministérielle, et des tendances des syndicats représentés. Aucun problème n'est résolu, mais beaucoup de problèmes sont posés maintenant avec suffisamment de clarté pour que des discussions fructueuses puissent avoir lieu.

Nous souhaitons que les Régionales organisent des réunions pour discuter ces problèmes et adressent les résultats de leurs débats à

DEHAME, 22, avenue de la Libération, 86-POITIERS

Il serait intéressant en particulier d'avoir les avis des Associations non représentées à la réunion du 18 janvier et comprenant des professeurs de mathématiques (autres syndicats), société des agrégés, U.P.S., U.P.A., etc...

DEHAME.

Premier Congrès International de l'Enseignement mathématique

Organisé par la C.I.E.M., Lyon, 24-30 août 1969.

Président : H. Freudenthal; *Secrétaire* : M. Glaymann; *Secrétariat du Congrès* : 43, boulevard du 11-novembre-1918, 69-Villeurbanne.

Première circulaire

Siège et date.

En conséquence de la décision prise par la Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique (C.I.E.M.) réunie à Utrecht le 26 août 1967, le Premier Congrès International sur l'Enseignement Mathématique se tiendra à Lyon (France) en 1969.

Les séances auront lieu du 25 au 30 août 1969, au Palais des Congrès de Lyon et à la Faculté des Sciences.

Arrivée 24 août, clôture l'après-midi du 30 août.

Organisation des travaux.

Les travaux du Congrès se dérouleront sur trois plans :

- 1° environ 15 conférences dont les auteurs seront invités,
- 2° conférences libres,
- 3° tables rondes animées par les conférenciers.

La traduction simultanée des exposés des conférenciers invités et des tables rondes sera assurée.

Les conférences libres seront regroupées en sections, dont voici une liste provisoire :

- a) L'enseignement des mathématiques au niveau secondaire :
 - 1° La géométrie;
 - 2° La logique;
 - 3° L'algèbre;
 - 4° L'analyse;
 - 5° Les probabilités et la statistique;
 - 6° Le calcul numérique.
- b) L'enseignement des mathématiques à l'école primaire.
- c) L'enseignement des mathématiques pour les élèves qui ne feront pas d'études supérieures scientifiques.
- d) La formation des maîtres.
- e) La recherche sur les méthodes et le contenu de l'enseignement des mathématiques.

Les thèmes et les détails de l'organisation des conférences seront précisés dans la seconde circulaire.

Communications libres.

Les congressistes qui désirent présenter une communication libre sont priés de faire parvenir leur texte au Secrétaire du Congrès, *avant le 1^{er} mars 1969* (au maximum 4 pages dactylographiées).

Les communications pourront être rédigées et prononcées en anglais, français ou russe. Le Comité se réserve le droit de refuser toute communication qui ne lui paraîtrait pas entrer dans le cadre du Congrès; en outre, si le nombre des communications libres est trop important, le Comité en limitera le nombre.

La durée des communications libres ne devra pas dépasser 15 minutes.

Les textes des communications libres seront publiés avant le Congrès.

Inscriptions.

Il est prévu deux catégories de membres :

1^o les membres actifs qui participeront aux manifestations du Congrès; ils recevront les textes des communications ainsi que les actes;

2^o les membres associés.

Les droits d'inscription sont de 160 F pour les membres actifs et de 85 F pour les membres associés. Ces sommes seront majorées de 25 F après le 1^{er} mai 1969.

Le Comité limite à environ 1 200 le nombre des membres actifs. Les premiers inscrits seront retenus; il sera cependant tenu compte d'une répartition par nationalité.

Voyage, séjour et repas.

L'agence de voyage officielle du Congrès est l'Agence des Wagons Lits COOK, 105, rue Président-Édouard-Herriot, 69-Lyon (2^e) (France).

Vous trouverez ci-joint un bulletin préliminaire d'inscription.

Les congressistes pourront loger soit à l'hôtel, soit dans les cités universitaires. (environ 15 F par jour). Les repas seront pris dans les cités universitaires ou en ville.

Des loisirs seront organisés pour les membres associés. Vous trouverez tous les détails dans la seconde circulaire.

Envoi de la deuxième circulaire.

La seconde circulaire sera adressée au mois de mars 1969 aux personnes qui auront retourné le bulletin préliminaire d'inscription que les organisateurs souhaitent recevoir dès que possible. L'adresser au Secrétaire du Congrès : M. GLAYMANN.

Dans les Régionales

A Noël 68, les Régionales se portent bien...

Ce premier trimestre a vu l'organisation de la Régionale de Limoges présidée par notre collègue Cruz Jean; vice-présidente : M^{lle} Clément; secrétaire : Robert; trésorier : Robert.

A signaler aussi la naissance de la Régionale d'Orléans, présidée par Delachet; vice-président : Grandhomme; secrétaires : Bastien et Heuzé; trésoriers : Jeangirard et Pineau.

Plusieurs sections locales ont vu le jour :

- Chalon-sur-Saône : responsable Ganthier Gérard.
- Nevers : responsable J. Le Junter.
- Tours : responsable Bastien.
- Le Havre : responsable Maurières.

Voici le point au 31 décembre 1968 :

15 Régionales sont organisées définitivement (statuts et C.C.P.) : Amiens, Besançon, Bordeaux, Caen, Nantes, Nancy, Limoges, Paris, Poitiers, Rennes, Brest, Reims, Strasbourg, Toulouse, Clermont.

6 Régionales organisées ne sont pas encore pourvues de C.C.P. : Aix, Grenoble, Lille, Lyon, Rouen, Orléans.

4 Régionales ne semblent pas s'être organisées : Dijon, Montpellier, Nice, Côte-d'Ivoire.

Nous en appelons aux membres de l'A.P.M. de ces Académies pour que l'organisation statutaire soit mise en place; elle n'allourdira en rien le travail des responsables. Seule une organisation décentralisée permet une bonne « circulation » des idées; elle doit permettre à notre association de vivre au niveau de chaque académie, voire de toute ville dans laquelle une section dynamique organise des rencontres A.P.M.

Trésorerie : dès que sera ouvert un C.C.P. propre à la Régionale, vous adresser au trésorier national; il vous versera pour chaque année civile une somme en francs exprimée par $(500 + n)$, n étant le nombre des adhérents de la Régionale.

Adhérents : la liste des membres de l'A.P.M.E.P., classés par départements, sera remise à jour dans un délai que nous espérons proche. Dès que cette opération sera menée à bien, chaque Régionale recevra les listes qui la concernent.

Formation continue : une enquête nationale a été entreprise auprès des Régionales pour connaître les initiatives prises dans chaque région en vue de la formation continue. Lorsque les réponses seront parvenues, un compte rendu de cette enquête sera donné dans le bulletin.

Certaines indications sont déjà parvenues.

Signalons tout particulièrement le travail considérable de la Régionale de Paris qui a mis en « chantier » une vingtaine de centres d'études pédagogiques.

A cette occasion, la Régionale parisienne vous offre, pour 10 F, un abonnement pour six fascicules consacrés aux notions de base de la mathématique actuelle. Renseignements au secrétariat de cette Régionale, ou bien auprès du responsable de votre Régionale qui a reçu des spécimens.

Publications : quelques Régionales ont entrepris certaines publications. Voici celles qui ont été reçues dans les derniers mois.

- Paris : cahiers pour la formation permanente.
- Grenoble : enquête sur les classes terminales des lycées et la première année d'enseignement supérieur (brochure de 117 pages). Cette brochure contient des statistiques et des remarques recueillies au cours de deux rencontres tenues à Grenoble les 25 avril et 4 mai 68... (secrétariat : Kuntzmann).
- Rennes : premier bulletin régional publié en juin; le réclamer au responsable de la Régionale de Rennes.
- Nantes : texte d'une conférence de M. Simon sur les espaces topologiques. Demander au secrétariat de la Régionale de Nantes.
- Lyon : en préparation, un bulletin de la Régionale.

Le Secrétaire aux Régionales :
R. GAUTHIER.

Section locale de Chalon-sur-Saône.

En présence de M. Vogt, secrétaire académique de l'A.P.M.E.P., et sous la présidence de M. Beaumont, directeur du Lycée technique d'État et professeur de mathématiques, des professeurs de mathématiques de la région chalonnaise, d'Autun, de Louhans et du Creusot se sont réunis au Lycée technique d'État de Chalon-sur-Saône le 21 novembre 1968.

La décision de créer une section locale de l'A.P.M.E.P. a été prise au cours de cette réunion. Cette section est ouverte à tous les membres de l'Enseignement public qui s'intéressent au développement de l'Enseignement de la Mathématique d'aujourd'hui. La zone d'influence de la section comprend les régions de Chalon, Autun, Le Creusot, Montceau-les-Mines, Louhans.

Trois commissions de travail ont été créées :

— Étude des nouveaux programmes de la classe de Sixième (responsable : M. Henriot, Lycée de Louhans).

— Étude des nouveaux programmes de la classe de Seconde (responsable : M. Roblet, E.M.P., Autun).

— Vocabulaire et recherche pédagogique (responsable : M. Heutte, Lycée d'État de Jeunes Filles, Chalon-sur-Saône).

Les conclusions de ces commissions donneront lieu à des débats au cours des prochaines réunions.

D'autre part, une réunion sera consacrée à la projection de films relatifs à l'Enseignement de la Mathématique. Cette projection sera suivie d'un débat.

La liste des activités ci-dessus n'est pas limitative. En particulier le concours de membres de l'Enseignement primaire et d'Institutrices d'écoles maternelles serait très apprécié. Il permettrait la création de commissions chargées de l'étude des problèmes de l'Enseignement de la Mathématique à ces niveaux.

Pour tous renseignements, s'adresser à :

M. GANTHIER Gérard, professeur de mathématiques, Lycée technique d'État, 141, avenue Boucicaut, 71-Chalon-sur-Saône.

Régionale de Toulouse.

1. *Compte rendu d'activité.*

L'Assemblée Générale constitutive de la Régionale A.P.M. de l'Académie de Toulouse a eu lieu le 21 mars 1968 à la Faculté des Sciences de Rangueil. Elle a élu un comité de 24 membres qui a aussitôt constitué son bureau :

Présidente : M^{me} Fonvieille (C.R.D.P.);

Vice-présidents : MM. Colomban (inspecteur départemental), Mascart (Fac. des Sc.);

Secrétaires : MM. Bareil (Lycée Bellevue), Fraysse (Lycée Fermat); M^{me} Zehren (C.E.S. Jolimont, actuellement en stage à Marly-le-Roi, mais que nous espérons retrouver bientôt).;

Trésoriers : MM. Jouanard et Forgues (Lycée de Tarbes).

Si les « événements » de mai ont contrarié nos premières activités, nous sommes dès la rentrée 1968 repartis du bon pied. C'est ainsi que le 10 octobre, grâce au concours

de M^{lle} Camblat (C.E.S. La Cépière) était organisée une exposition de matériel pédagogique et audio-visuel qui allait depuis des fiches de travail et des livres de tous niveaux jusqu'à une petite machine à calculer électronique en passant par règles à calcul, Vu-graph, blocs logiques, etc... Ce matériel a vivement intéressé les centaines de collègues qui s'étaient déplacés parfois de fort loin. Parallèlement à l'exposition qui occupait plusieurs salles et couloirs du C.R.D.P. eurent lieu à la salle Dottin deux séances de projection de films mathématiques. Par la qualité des exposants, la richesse du matériel et des films présentés et par le nombre des participants, cette journée fut un très grand succès et fit mieux connaître l'A.P.M.

Quinze jours plus tard, devant une salle comble, M. Mascart, professeur à la Faculté des Sciences, faisait une brillante conférence sur un sujet-choc destiné à inquiéter l'auditoire : « De quelques monstres ou les fausses évidences ». Il s'en dégageait la conclusion très nette que notre enseignement traditionnel pour ne pas s'enliser dans la routine devait se rénover pour pouvoir s'améliorer constamment. Une discussion suivit, après laquelle l'assistance convint de se répartir immédiatement en quatre commissions :

COMMISSIONS DES MOYENS AUDIO-VISUELS

COMMISSION DU CYCLE ÉLÉMENTAIRE

COMMISSION DU PREMIER CYCLE

COMMISSION DU SECOND CYCLE

Le 21 novembre à la Faculté de Ranguel avait lieu à partir de 14 h 30 la première séance de travail de ces commissions. Une centaine d'auditeurs, essentiellement professeurs de C.E.S. et de C.E.G., qui ont ou auront à enseigner le vocabulaire de la théorie des ensembles et qui pour la plupart en sont restés à une théorie extrêmement naïve écoutèrent avec beaucoup d'attention M. Frasnay, professeur à la Faculté des Sciences, leur exposer la nécessité d'une théorie formalisée dont il jeta les premiers fondements. Ensuite devant une cinquantaine de professeurs du second cycle, M^{me} Lafon, elle aussi professeur à la Faculté des Sciences, fit brillamment la démonstration que la théorie des Probabilités était une branche des Mathématiques en plein essor et, après avoir parlé de la tribu de Boole des événements liés à une épreuve, éclaira parfaitement le concept de variable aléatoire grâce à la notion d'application mesurable. Le rythme prévu des réunions ultérieures est d'une séance par quinzaine.

2. Nos projets.

En plus des séances régulières de travail des commissions mentionnées ci-dessus sont prévues dès le mois de janvier des réunions en plus petit comité pour examiner les nouveaux programmes de Sixième et de Seconde et analyser les manuels existants. Nous devons organiser aussi une discussion sur les problèmes soulevés dans la Charte de Chambéry quand chacun aura pu étudier à loisir la brochure que nous venons de recevoir ainsi que sur la motion du 8 juin 1968. Nous devons examiner aussi les questions proposées par notre collègue Gauthier comme thèmes de réflexion pour les Régionales. Comme on le voit il ne manque pas de pain sur la planche et c'est pourquoi nous nous souhaitons bon courage.

Henri FRAYSSE,
Lycée Pierre de Fermat.

Régionale de Clermont-Ferrand.

Programme 1968-1969 : Activités proposées par la Régionale pour les 2^e et 3^e trimestres.

1^o *Jeudi 19 décembre 1968* : Exposé de M. Guerber, professeur à la Faculté de Droit et Sciences Économiques : « La programmation linéaire » pour niveaux 3^e à Terminale D (Salle Galois, Faculté des Sciences, 34, avenue Carnot, Clermont-Ferrand).

2^o *Samedi 11 janvier 1969* : Ensembles convexes, étude des notions, dans les programmes Lichnérowicz de 5^e, 4^e et application en Terminale D, Fonctions convexes (Terminale C).

3^o *Jeudi 20 février 1969* : Débat en commissions, sur le questionnaire proposé aux Régionales par le Comité national de l'A.P.M.E.P.

4^o *Samedi 22 mars 1969* : Application de la convexité : aux fonctions logarithmes et exponentielles (Terminales C), à l'Analyse (Enseignement supérieur).

5^o *Jeudi 8 mai 1969* : Étude des isométries et indications sur leur étude en 5^e et 4^e, par M. Pérol.

6^o Comte-rendu de l'expérience des 6^e dites « expérimentales », et débat sur les programmes de 6^e et Seconde applicables en octobre 1969.

N.B. Le début de chaque séance est fixé à 14 h 30, le lieu de la réunion, et l'auteur de l'exposé seront précisés, par circulaire, en temps utile.

Les veillées mathématiques, réunissent à Clermont, Riom, Issoire les collègues du premier et du second degré désireux de travailler les mathématiques modernes (trois mercredis sur quatre, à Clermont) se renseigner auprès de Pérol, leur animateur (écrire à la Faculté des Lettres, qui transmettra).

Zammit (E.N. filles Moulins-03) anime de son côté les « Cercles mathématiques de l'Allier », se renseigner auprès de lui.

Un cours élémentaire de Logique sera exposé cette année à l'intention des collègues de tous degrés, par M. Guillaume, professeur à la Faculté des Sciences, Clermont.

Régionale d'Orléans.

Compte rendu de l'A.G. constitutive du 12-12- 68 (Lycée Pothier d'Orléans).

La séance (ouverte vers 15 h 15) se déroule sous la présidence du plus ancien membre de l'assistance : Grandhomme.

Bastien (resp. Kister) rend compte des activités de la section locale de Tours (resp. Montargis).

Un échange de vues a lieu sur le rôle de la Régionale. Il en ressort qu'elle doit participer à l'organisation de l'information permanente des maîtres et favoriser les échanges pédagogiques. Par ailleurs compte tenu de la morphologie particulière de l'Académie (6 départements et plusieurs pôles urbains : Tours, Orléan, Bourges,...)

les activités auront surtout un caractère départemental et local (ce qui ne doit pas interdire — au contraire — les liens entre sections voisines).

L'Assemblée Générale alors élit un Comité régional: *Cher*: M^{me} Bordère (Lycée Vierzon); *Eure-et-Loir*: Maupetit (Lycée Chartres); *Indre*: Complin (Lycée Château-roux); *Indre-et-Loire*: M^{me} Bailleul (E.N. Tours); Bastien (Lycée Tours), Boisséuil (C.E.S. Tours), Chaillou (Sup. Tours), Delachet (M. Sp. Tours); M^{me} Logeais (Lycée Tours); *Loir-et-Cher*: M^{me} Barre (Lycée Blois); *Loiret*: Anselme (Lycée Montargis), M^{lle} Asselin (Lycée Orléans), Garnier (C.E.G. Orléans), Gehendges (C.E.S. Meung-sur-Loire), Grandhomme (retraité Orléans), Heuze (Sup. Orléans), Jeangirard (M. Sup. Orléans), Kister (C.E.G. Montargis), Masson (I.U.T. Orléans), Orliac (C.A.P.E.S. Orléans), Pinaud (C.P.R. Orléans), Thomas (Lycée Orléans).

L'Assemblée générale laisse au Comité le soin de déposer à la Préfecture du Loiret les statuts de la Régionale (sur le modèle du projet figurant dans le n° 258 du Bulletin). Elle demande que le siège social soit de préférence au C.R.D.P., à défaut au Département de Mathématiques de l'Université.

A la fin de l'Assemblée générale (vers 17 h) le Comité se réunit et désigne un bureau constitué ainsi : *Président*: Delachet; *Vice-Président*: Grandhomme; *Secrétaires*: Bastien, Heuze; *Trésoriers*: Jeangirard, Pinaud. Le comité décide enfin de se réunir au moins une fois avant l'Assemblée générale nationale.

Régionale de Strasbourg.

La première réunion organisée par la Régionale de Strasbourg a eu lieu le mercredi 13 novembre 1968. Elle comportait une conférence de M. Strosser, maître-assistant à la Faculté des Sciences de Strasbourg, sur les organigrammes, précédée d'une Assemblée générale durant laquelle eut lieu l'élection du bureau. Les candidats ont été élus à une très forte majorité des 45 électeurs. La composition du bureau est la suivante :

Président: M. R. ISS;

Vice-Président: M. D. BERNARD;

Secrétaire: M^{lle} G. GOERINGER;

Correspondant: M. M. de COINTET;

Trésorier: M. H. IGOT;

Assesseurs: M^{lle} MEDER, MM. J. GLASER et J. SAMSON.

Il s'est constitué, en outre, un groupe de statistique, groupant une dizaine de participants, animé par M. H. Igot, qui se réunit tous les quinze jours. A son programme : Organigramme de la Statistique, la Loi normale et ses applications, le Théorème central, les tests d'hypothèse, l'estimation par intervalle et les sondages d'opinion.

N.D.L.R. Nous nous excusons auprès des Régionales dont nous ne reproduisons pas *in extenso* les circulaires. Une des raisons est que la reproduction tardive de celles-ci n'aurait plus d'intérêt pratique. Signalons en particulier : la Régionale de Limoges, celle de Besançon; l'activité de la section de Bolbec (Régionale de Rouen).

Les publications de l'A.P.M.

Avec ce *Bulletin* 266, commence la 48^e année de notre publication. Nous y insérons une table des articles parus durant la 47^e année, habitude qui avait été perdue et que nous tenterons de ne plus oublier.

Le retard du présent *Bulletin*, la Rédaction en est seule coupable; seule circonstance atténuante, l'abondance de ses tâches :

— la brochure Itard sur *l'histoire des complexes* a paru en janvier; tous les Collègues, en particulier ceux qui enseignent en Terminale, en apprécieront la documentation; pour se la procurer, voyez page 4;

— le recueil 1967 des fiches de *la mathématique parlée par ceux qui l'enseignent* est en bonne voie : la deuxième lecture des épreuves est finie, grâce au précieux concours du Secrétaire de la Commission du Dictionnaire.

Faut-il présenter cette dernière édition? Les lecteurs du *Bulletin*, depuis un an, ont trouvé, encartées, douze fiches représentant neuf notices. Les notices déjà publiées auparavant, sous diverses formes, ont été reprises, corrigées (en profitant des observations reçues), et recomposées sur le modèle des fiches actuelles. Dans ces conditions, deux cas peuvent se présenter :

— Ou bien vous avez conservé les fiches 1968; alors en les réunissant au recueil 1967, et aux fiches 1969 parues et à paraître, vous disposerez du dictionnaire le moins incomplet, le plus actuel (sachant que ce dictionnaire ne sera jamais complet, ni jamais actuel);

— Ou bien vous êtes nouvel adhérent 1969, ou bien vous n'avez pas conservé les fiches parues; alors vous pourrez, d'ici quelques mois, vous procurer les fiches 1968 pour compléter le recueil 1967.

Dans tous les cas, le recueil 1967, avec son étui en carton, avec sa brochure contenant notice lexicographique et deux index, est un outil indispensable à tous ceux qui enseignent la mathématique et par conséquent la parlent.

Deux raisons supplémentaires vous feront souscrire à cet ouvrage (voir, encarté dans ce *Bulletin*, la fiche de souscription) :

— le dictionnaire est œuvre collective; les lecteurs sont invités à participer à la rédaction de nouvelles fiches;

— la publication est une entreprise coopérative, publication au prix coûtant par ceux qui enseignent pour ceux qui enseignent.

Comment ne souscririez-vous pas?

Chantiers de pédagogie mathématique.

Fâcheuse confusion des tâches : la Rédaction du *Bulletin* a pris une part à la rédaction et à la publication des *Chantiers de Pédagogie Mathématique* lancée par la Régionale parisienne pour la formation permanente. Trois des six cahiers de la première série sont parus : décembre, janvier, février; le quatrième est en bonne voie.

Au départ, la Régionale ne savait pas exactement quel accueil serait réservé à sa publication. Le premier tirage avait été de 5 000 exemplaires. On ne savait pas si les finances de la Régionale auraient à pâtir de l'entreprise.

La réalité fut très différente : fin janvier, il y avait presque 5 000 souscripteurs; fin février, ce nombre a plus que doublé; le tirage actuel des Cahiers est de 15 000 exemplaires.

On imaginera peut-être (mais ce n'est pas du tout certain) l'ensemble de tâches qui en ont résulté : rédaction, correction des épreuves, inscription des souscriptions, confection des étiquettes et des paquets pour l'expédition. Certains souscripteurs impatients n'ont visiblement pas compris dans quelles conditions nous travaillons, « à temps perdu » comme on dit très inexactement car nous tenons au principe : s'occupent de l'A.P.M.E.P. et de l'enseignement des mathématiques des Collègues qui enseignent effectivement.

Rappelons les conditions de souscription : la série de six cahiers 10 F; pour dix souscriptions groupées (ou plus) 80 F. Par virement postal à la Régionale parisienne de l'A.P.M.E.P., Paris 25 108 63.

Remercions les associations ou les revues qui ont fait de la publicité en faveur de ces Cahiers : *L'Éducation*, *Interéducation*, *L'École libératrice*, *L'École des Parents*, ainsi que plusieurs bulletins de groupements de Parents d'élèves.

Le bloc-notes de l'A.P.M.

— **Deuxième séminaire d'Echternach**, organisé par la C.I.E.M. et les autorités luxembourgeoises, du 28 au 31 mai 1969. Sur le thème : le passage du Secondaire à l'Université et les études mathématiques. Quinze conférences parmi lesquelles celles de MM. Behnke, Frenkel, Papy, Pickert, Revuz, Servais, Van der Blij.

Inscription gratuite : S'adresser à M. Jos Hallé, Lycée classique, Echternach, Grand Duché de Luxembourg.

— **Annales 1967** : Des exemplaires d'annales du B.E.P.C., du baccalauréat et du D.U.E.S. 1967 sont encore disponibles. Les Collègues intéressés peuvent les commander au Secrétariat de l'A.P.M., en accompagnant leur commande d'un virement postal de 3 F par exemplaire.

— **Il fallait l'écrire...**, rubrique enrichie par tous les lecteurs découvrant, ici ou là, quelque « perle » :

De la copie d'un candidat au baccalauréat D sur la définition de la structure de groupe : « Ensemble possédant deux propriétés, l'association et la productivité. »

D'un document de la R.T.S. (émission radio sur la planification, le 20-11-68) :

« Coût moyen pour quatre tabliers : $\frac{\text{coûts fixes} + \text{coûts variables}}{4}$ ».

Ce coût décroît quand 4 augmente car il y a étalement des frais fixes sur un nombre accru d'unités produites. »

— **Les Bulletins en 1969** : Ce numéro 266 est donc très en retard par la faute de la Rédaction. Viendront ensuite :

— le n° 267, préparant l'assemblée générale du 8 juin 1969; bulletin réduit à paraître en mai;

— n° 268 (mai-juin), réduit également pour rattraper le retard;

— n° 269, *spécial*, consacré aux *Sixièmes 69*, paraîtra en septembre;

— n° 270 (septembre-octobre);

— n° 271 (novembre-décembre).

Assemblée générale et journées d'études 69

Elles auront lieu du 5 au 8 juin 1969, à Besançon (Doubs). Les autorisations d'absence nécessaires seront accordées aux participants.

Tous les Collègues qui désirent participer à ces journées d'étude et à l'assemblée générale de l'association, noteront donc ces dates et prendront contact soit avec leur Régionale soit avec le Bureau pour les autorisations d'absence.

Sixièmes 69

Sous ce titre, la Rédaction désire présenter, à la rentrée de septembre prochain, un numéro spécial du *Bulletin* consacré à la mise en application des nouveaux programmes dans toutes les classes de Sixième.

Comme nous l'écrivons plus haut (p. 58), il s'agit de fournir aux collègues qui enseigneront dans ces classes des documents utiles et même utilisables mis au point par d'autres collègues qui enseignent effectivement dans ces classes. Pas de discours général ou de rhétorique sur la musique et tel instrument à vent, des exemples vécus, des idées déjà exploitées et pouvant l'être encore d'autres façons.

Vous qui lisez cette note, sous quelle forme pourrez-vous participer à ce *Bulletin* spécial? Ce n'est pas à la *Rédaction*, ici, d'en décider; *vous êtes libre*. Depuis la remarque de trois lignes jusqu'à l'article de 10 pages, nous nous efforcerons de tout utiliser de notre mieux.

Une seule recommandation très pressante : ne remettez pas à plus tard de nous écrire : 1° que vous nous enverrez un article, 2° pour envoyer l'article avant le 20 juin 1969.

Pour toute correspondance concernant ce numéro spécial, écrivez à :

G. WALUSINSKI, 26, rue Bérengère, 92-Saint-Cloud



L'ECOLE

11, rue de Sèvres
PARIS 6^e

Mathématiques 6^e

Mars 1969

Mathématiques

Tests d'acquisition 6^e

Mars 1969

Mathématiques

Documents Pédagogiques 6^e

Avril 1969

Mathématiques

Solutions 6^e

Mai 1969

Mathématiques

Tests d'acquisition

Solutions 6^e

Mai 1969

NOUVEAUX

MATHÉMATIQUES 6^e

BREARD

Programme du
28 Juillet 1968

NOUVEAUX PROGRAMMES

MATHÉMATIQUES

CLASSE DE

6^e

NOUVEAU LIVRE

CONFORME AUX PROGRAMMES DU 29-7-68



LA MATHÉMATIQUE

par LE BRETON — DEDRON

Parution : AVRIL - MAI 69

MAGNARD

64, RUE DE RENNES
PARIS-6^E

Collection A. FOUCHÉ

NOUVEAUTÉ,

VIENT DE PARAÎTRE :

MATHÉMATIQUES

Classes de Première B et D

Tome I

Les études fondamentales

par

André FOUCHÉ

Professeur agrégé au lycée Janson-de Sailly

Volume 16 × 21 cm, de 288 pages 9,50 F (T.T.C.)

★

SOMMAIRE

Notions générales. Algèbre et notions d'analyse. —
Produit scalaire et fonctions circulaires. — Notions
succinctes de géométrie analytique plane.

★

L'auteur a tenu à montrer que la vraie démarche
mathématique est naturellement hésitante, mais que
cette incertitude ne doit pas être une cause d'impuis-
sance mais au contraire être active, expérimentale et
prospective.

Rappel du même auteur :

Mathématiques, classe de Seconde A. 10,50 F (T.T.C.)

La Géométrie et ses Problèmes par les Figures-Clés

1. : de la Quatrième à la Première 9,50 F (T.T.C.)

VUIBERT 63, bd SAINT-GERMAIN, 63, PARIS-V^e

Printed in France

Le Directeur de la publication : G. WALUSINSKY
FD - Imp. Alençonnaise, B.P.57, 61-Alençon - Dépôt légal 1968 ; 8.431 - C.P.P.P. 35.996

la mathématique parlée
par ceux qui l'enseignent

la mathématique parlée...

...par ceux qui l'enseignent

*Encartée dans ce Bulletin 266
vous trouverez une fiche
de souscription. Si vous
savez tout, si vous n'enseignez
pas et si vous ne parlez
jamais, ne le remplissez pas !*



DELAGRAVE

Nouveautés

Collection
P. VISSIO

R. CLUZEL et P. VISSIO

MATHÉMATIQUE

Classe de 2^{ème}

Un volume 16 × 22, 608 pages, cart..... 28

(Début Mai)

MATHÉMATIQUE

Classe Terminale A

● Options A₃, A₄. Un volume, 344 pages, cart..... 22,50

● Options A₁, A₂, A₅. Un volume, 184 pages, cart. 12,50

R. POLLE et G. H. CLOPEAU

MATHÉMATIQUE 6^{ème}

Un volume 22 × 16, 272 pages, en deux couleurs, cart. 12,50

Une pochette de fiches d'exercices 8,90

R. POLLE

L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

EN CLASSE DE SIXIÈME

A l'usage des professeurs qui auront à enseigner
en septembre 1969 le nouveau programme de mathématique

Mai