

divisible, adj.

1969 - 1/1

divisibilité, n.f.

divisible

Propriété de ce qui peut être séparé, fractionné en parties plus petites : au XVII^e siècle, les « indivisibles » de Cavalieri ont été les ancêtres de nos infiniment petits.

Arithmétique et algèbre.

1.1. Si l'on se donne un ensemble E muni d'une opération notée multiplicativement, la « division » associée n'est en général définie pour que certains éléments (a, b) de $E \times E$. Pour ces couples particuliers on pourrait dire que « a est multiple de b » ou que « b est diviseur de a » ou que « b divise a » ou que « a est divisible par b » [DIVISION, 3]. (En fait ces expressions ne s'utilisent que pour la division des entiers et des polynômes. Une notation assez usuelle dans $\mathbb{N}^*$ pour « b divise a » est : $b|a$).

Comme on ne parle pratiquement de division que dans les cas où la multiplication est associative, la relation « être divisible par » est une relation d'ordre dans E .

1.2. *Caractères de divisibilité dans $\mathbb{N}^*$.* Dans une représentation basale des naturels on appelle *caractères de divisibilité* les procédés qui permettent de reconnaître, d'après la suite de chiffres qui représente un naturel a , si ce naturel est divisible par un autre naturel b ; les mêmes procédés permettent d'ailleurs, dans le cas général de non-divisibilité, de trouver le reste de a par b .

En principe, quel que soit le naturel b , il est toujours possible de lui associer un caractère de divisibilité; mais un tel caractère n'offre d'intérêt que s'il est simple. En pratique on se borne aux cas suivants :

1° divisibilité par la base K ou ses diviseurs (on considère le dernier chiffre de a), plus généralement par K^n ou ses diviseurs, au moins pour les premières valeurs de n (on considère le nombre représenté par les n derniers chiffres de a);

2° divisibilité par $K - 1$ ou ses diviseurs (on considère la somme des chiffres de a) ou par $K + 1$ ou ses diviseurs (on considère la somme alternée des chiffres de a). *Ex.*: Prenons, dans une représentation octale, $a = (572\ 635)_8$; ses restes par $(7)_8$, $(11)_8$ et $(3)_8$ sont respectivement $(0)_8$, $(10)_8$ et $(2)_8$, il y a donc divisibilité par sept, mais non par neuf et trois.

C'est sur les caractères de divisibilité par $K - 1$ et $K + 1$ que sont fondées la « preuve par neuf » et la « preuve par onze » en numération décimale et leurs généralisations en représentation basale quelconque.