

Matériaux pour un dictionnaire

J.-M. CHEVALLIER.

Secrétaire de la Commission du Dictionnaire.

Éléments de réponse.

Certains éléments de réponses apparaissent à diverses questions que je posais. Approbations, critiques ou suggestions, tout cela est bon, infiniment meilleur en tout cas que le ronronnement de la « pagaie large ».

Approbation (enthousiaste, mais je n'en demande pas tant) de notre collègue Ruscassie, de Pau : « J'ai trouvé lumineuse votre idée de conserver le mot *angle* pour désigner la mesure (réel positif) d'un secteur (d'un saillant, d'un rentrant), et de désigner par *trope* l'opérateur de rotation (ou classe d'équivalence de couples de vecteurs), par *ditrope* la classe d'équivalence de couples de droites; de même *tritrope* pour la réunion de 3 tropes (...). J'ai extrêmement apprécié l'identification d'un trope avec le *singleton* $\{x\}$ (avec $x \in \mathbb{R}/2\pi\mathbb{Z}$), d'un ditrope avec la *paire* $\{x, x + \bar{\omega}\}$ (en désignant par $\bar{\omega}$ la classe de π) et la *distinction très importante* entre la multiplication et la dilatation par n . »

Ici Ruscassie propose une notation un peu différente pour cette multiplication et cette dilatation. Il écrit pour la multiplication par 2 :

$$\begin{aligned}\{x\} + \{x\} &= 2\{x\} = \{2x\} \\ \{x, x + \bar{\omega}\} + \{x, x + \bar{\omega}\} &= 2\{x, x + \bar{\omega}\} = \{2x, 2x + \bar{\omega}\}\end{aligned}$$

mais pour la dilatation par 2 :

$$\begin{aligned}2 \times \{x\} &= \{2x\} \\ 2 \times \{x, x + \bar{\omega}\} &= \{2x\}\end{aligned}$$

« Il me semble que noter la dilatation par une $\times$ et la multiplication externe sans aucun symbole ne crée aucune ambiguïté relative à ces opérations. »

Toujours du même collègue une critique cette fois, et parfaitement justifiée, je dois le dire. J'avais commis une bétise en prétendant que « $\frac{\{2, 4\}}{2}$ » pourrait désigner indifféremment les paires $\{1, 2\}$, $\{1, 5\}$, $\{2, 4\}$, $\{4, 5\}$ ou les triades $\{1, 2, 4\}$, $\{1, 2, 5\}$, $\{1, 4, 5\}$; en revanche l'écriture $\frac{\{2\}}{2}$ ne prête à aucune équivoque, elle ne peut désigner que la paire $\{1, 4\}$. » A quoi Ruscassie rétorque que la première notation peut tout aussi bien désigner $\{1, 2, 4, 5\}$ et la seconde $\{1, 4\}$ ou $\{1\}$ ou $\{4\}$. De toute évidence il a raison, et ces notations, si on les emploie, doivent dans tous les cas désigner l'ensemble *maximal* si l'on veut exclure toute ambiguïté; alors la première signifie en effet $\{1, 2, 4, 5\}$ et la seconde $\{1, 4\}$ sans hésitation possible.

C'est bien ainsi d'ailleurs que Ruscassie les interprète, car il conclut par la suggestion suivante : désigner par $\sqrt[n]{z}$ l'ensemble des complexes y tels que $y^n = z$; ainsi on aurait : $\sqrt[4]{1} = \{1, i, -1, -i\}$. Cela me paraît très conforme à l'esprit de mon article du n° 261, et j'y souscris sans difficulté. Le seul inconvénient c'est que l'écriture inverse $\{1, i, -1, -i\}^4$ risque de créer une confusion avec la puissance 4^e cartésienne; et comme Ruscassie n'aime visiblement pas mes traits ondulés verticaux ou horizontaux, il propose la notation $\sqrt[1/4]{}$, mais j'avoue qu'il m'est difficile de le suivre jusque-là. En tout cas cela mérite d'être approfondi.

Autre suggestion, de notre collègue Laporte, de Béziers, consécutive aux notices sur la division. Il relève l'ambiguïté du mot *diviseur* en ces termes : « Lorsqu'on écrit $14 = 5 \times 2 + 4$, 5 est le *diviseur* sans être un *diviseur* de 14; tandis que dans $15 = 5 \times 3$, 5 est un *diviseur* de 15 sans être à coup sûr le *diviseur* qui pourrait aussi bien être 3. Je propose : a) de garder au mot *diviseur* son premier sens; b) de convenir, lorsque a est multiple de d , que d s'appelle *sous-multiple* de a . C'est peut-être là déterrer un vieux mot; c'est peut-être aussi lui donner son plein sens ». Cela paraît assez judicieux en effet; même si, dans un anneau, on devait dire « sous-multiple de zéro », où serait le mal?

Enfin je relève dans les récentes instructions ministérielles relatives au cycle d'observation un élément de réponse, qui ne m'est certainement pas destiné personnellement et qui est d'ailleurs antérieur à la parution du n° 266, mais qui recoupe certaines questions touchant l'énonciation des symboles $>$, $\geq$, etc. Lesdites instructions penchent vers le « sens strict » puisque $>$ s'énonce *supérieur* à et $\geq$ s'énonce *supérieur ou égal* à ou encore *au moins égal* à. C'est un élément important à verser au dossier; mais cela ne devrait pas empêcher les collègues de donner leur opinion sur ce sujet et les sujets voisins.

J.-M. C.

Note sur l'antisymétrie

Embarrassé par une question posée lors d'une séance de « recyclage » des instituteurs : « Si je comprends bien, l'antisymétrie et la réflexivité ne sont pas indépendantes », j'ai été conduit à réfléchir sur la question et à feuilleter différents ouvrages. J'y ai fait la surprenante découverte suivante :

— ou bien l'ouvrage contient des erreurs flagrantes dans ses contre-exemples (La relation $<$ dans $\mathbb{R}$ n'est pas antisymétrique);

— ou bien les exemples cités concernent TOUS des relations à la fois antisymétriques ET RÉFLEXIVES ($\leq$, *divise*, n'est pas antérieur à...) ce qui donne à penser au lecteur qu'il y a corrélation.

Et pourtant, si R est une relation binaire sur E , l'implication de définition :

$$x \in E, y \in E : x R y \text{ ET } y R x \Rightarrow x = y$$

est logiquement satisfaite par les relations strictes « est plus petit que », « est postérieur à » puisque l'implication $P \Rightarrow Q$ est vraie dès lors que P est fausse, même si P n'est vérifiée par aucun élément du référentiel.

LE DILY,
Lycée Joliot-Curie, Rennes.