bulletin de l'association des

professeurs de mathématiques

de l'enseignement public

"de la Maternelle aux Facultés"

Métrologie légale • Variations prudentes sur quelques problèmes d'écriture • Triangulations et combinatoire • Numération en base moins deux • Quadrillages • Besançon en juin 1969

bimestriel - 48e année - Novembre-Décembre 1969 n° 271

Association des Professeurs de Mathématiques
de l'Enseignement Public.
29, rue d'Ulm - Paris (5e)

Président d'Honneur :
M. A. HENNEQUIN.

Bureau national de l'A.P.M.E.P.

Présidente :
Mme TOUYAROT, 5, rue des Terrasses, 14-Caen (tél. 31-81-70-40).

Vice-Présidents :
Adresser aux vice-présidents les questions relatives à l'ordre d'enseignement dans lequel ils exercent.

Enseignement élémentaire : M. CRÉPIN, I.D.E.N., 94, avenue de Locarno, 87-Limoges. (tél. 55 32 53 95).
Second degré, premier cycle : M. DUMONT, 6, place Porcaro, 78-Saint-Germain-en-Laye (tél. 963-46-01).
Second degré, second cycle : M. COLOMB, 44, rue Paul-Huvelin, 69-Sainte-Foy-lès-Lyon.
Second degré technique : M. ZANDSTEIN.
Écoles Normales : Mme AUDIN, 3, avenue Pierre-Grenier, 92-Boulogne-Billancourt.
Classes préparatoires aux Grandes Écoles : M. DEHAME, 22, avenue de la Libération, 86-Poitiers.
Enseignement supérieur : M. REVUZ, 16, rue de Rome, 78-Les Essarts-le-Roi (tél. 483-60-55). I.R.E.M. : DUVERT, 10, avenue du Point-du-Jour, 69-Lyon (5e).

Secrétaires généraux :
M. VISSIO, 15, rue Jean-Giraudoux, 92-Sceaux (tél. 350-18-98).
M. BLANZIN, 150, avenue Félix-Faure, Paris (15e) (tél. 250-16-41).

Secrétaires :
Animation des Régionales : M. GAUTHIER, 11, bd des Brotteaux, 69-Lyon, 6e (tél. 78-24-00-93).
Relations internationales : M. GLAYMANN, 14, rue de Chavril, 69-Sainte-Foy-lès-Lyon (tél. 78-51-93-76).
Relations avec les autres associations : M. BLANZIN, 150, avenue Félix-Faure, Paris, 15e (tél. 250-16-41). M. VISSIO. Mlle BOLON, 99, rue de la Tombe-Issoire, Paris 14e.

Trésorier :
M. CLOPEAU, 12, boulevard Desgranges, 92-Sceaux (tél. 702-60-27).

Trésorier administratif :
M. FERRACCI, 151 avenue Foch 92-Saint-Cloud.

Secrétaire administratif (expédition des brochures, réclamations relatives au service du *Bulletin*, etc.) :
M. A. BLONDEL, 154, avenue Marcel-Cachin, 92-Chatillon-sous-Bagneux.

Commissions.
Commission « Recherche et Réforme » : secrétaire : M. DUCEUX, 44, rue Gustave-Charpentier, 80-Amiens.
Formation des maîtres : MM. DEHAME, DUVERT, TARALLE.
1er degré : MM. CRÉPIN, BROUSSEAU, JACQUEMIER.
2e degré : MM. COLOMB, DUMONT.
Technique : M. ZANDSTEIN.
Moyens audio-visuels : Mlle BOLON.
Informatique : M. POLY, 16, rue Germain-Pilon, Paris-18e (tél. 255-31-30).
Commission du Dictionnaire : M. CHASTENET DE GÉRY, 4, rue des Capucins, 92-Meudon-Bellevue (tél. 027-48-48). M. CHEVALLIER, 37, avenue Anatole-France, 94-Saint-Maur (tél. 883-64-68).

Comité de rédaction du Bulletin.
Président : Mme TOUYAROT.
Directeur du Bulletin : M. VISSIO.
Membres : MM. CHEVALLIER, DUCEUX, DUMONT, FRASNAY, GILBERT, GLAYMANN, ITARD, JACQUEMIER, ROUMANET, WALUSINSKI.

48e année - N° 271 - Novembre-Décembre 1969

Sommaire

ACTUELLE.

563 Joies et périls de la haute mer.

ÉTUDES.

565 A. Defix : Métrologie légale.
J.-M. Chevallier : Variations prudentes sur quelques problèmes d'écriture.

ÉCHANGES.

597 J.-M. Chevallier : Matériaux pour un dictionnaire.
A propos des triangulations, par Euvrard et C. Frasnay.
E. Ehrhart : Deux ensembles structurés amusants et instructifs.
P. Gagnaire : Numérations en base moins deux.
G. W. : Quatre jours à Exeter.
Sur le Congrès de Lyon.

In memoriam: Jean Delsarte, Bertrand Le Ménager, Maurice Weber.

Parmi nos lettres: sur le *Bulletin*, sur les mathématiques arabes, sur l'algèbre moderne, sur la vie de l'association.

DANS NOS CLASSES.

637 R. Gauthier : Quadrillages.

LES LIVRES.

653 J. Itard : Sur des livres d'histoire.
M. Bouteiller : Quatre livres.
Sur J. Hadamard. *Activités mathématiques* (N. Picard). Carnet de lecture. *Méthodes numériques* (J. Kuntzmann). Autour de la Lune. Livres et manuels.

LA VIE DE L'ASSOCIATION.

665 Journées d'étude et assemblée générale 1969 à Besançon.
Réunions du Comité (22 juin et 12 octobre) et du Bureau.
Activités des Régionales : le secrétariat, les effectifs, Côte d'Ivoire, Auxerre, Clermont, Nantes, Toulouse, Strasbourg, Var, Orléans, Chambéry.
Le bloc-notes de l'A.P.M.E.P.

Le *Bulletin* 271 contient de plus :

— quatre fiches de *« La mathématique parlée par ceux qui l'enseignent »* : approximation;

— une fiche de renseignements à compléter et à adresser au Secrétariat de votre Régionale (violette), une fiche d'inscription aux journées d'étude de Clermont (blanche).

Les annonces : Aristo (704), Bordas (705), Belin (698), Colin (694), Curta (702), Delachaux et Niestlé (couverture, p. 3), Delagrave (709), Dunod (695), L'École (700), Eyrolles (696), Foucher (694), Graphoplex (706), Hachette (708), Hatier-O.C.D.L. (couverture, p. 4), Hatier (697), Larousse (703), Nathan (707), Payot (652), Le Seuil (699), Wesmaël-Chartier (701).

Pour une lecture rapide

Un de nos Collègues, dans une lettre qu'on lira plus loin (p. 632) souhaite qu'une sorte d'analyse du sommaire du *Bulletin* rende la lecture de celui-ci plus facile. Il s'agit d'aider le lecteur à choisir ce qu'il lira par priorité.

Dans un sens, le vœu de notre Collègue me paraît raisonnable; je sais bien que ce qui manque le plus à chacun de nous, c'est le temps disponible pour des lectures « superflues » donc essentielles; il faut choisir et l'idéal serait de ne rien manquer des lectures indispensables. D'un autre point de vue, je trouve qu'il a tort; tout d'abord parce que je ne suis pas sûr du tout de réussir dans ce genre d'article (un article sur les articles); ensuite parce que je préférerais que les lecteurs lisent tout; enfin parce que je devrai bien finir cette note par l'aveu (cuisant, bien sûr) des insuffisances du sommaire. J'essaierai pourtant.

Je vois, dans ce numéro du *Bulletin*, **trois grandes catégories d'articles : A.** des études de culture générale (on devrait se sentir coupable, si on ne les a pas lues); **B.** des notes mathématiques plus ou moins directement utilisables (mais comment?) dans nos classes (mais lesquelles?); **C.** des échos plus ou moins pertinents sur la vie de l'association (et il est évident que tout membre de l'A.P.M.E.P. devrait avoir à cœur de suivre son activité). Détaillons :

A. *Pour la culture générale.* La conférence de M. Defix aux Journées de Besançon avait captivé quelque deux cents auditeurs; la veille nous avions eu un exposé de Revuz sur l'enseignement des bases mathématiques de la mesure qu'on peut retrouver (partiellement) dans le Bulletin 269-270 (pp. 335 à 346); ici nous avons le point de vue indispensable à connaître d'un spécialiste de la métrologie.

Sur un tout autre registre, celui des mots, vous lirez *les* articles de Chevallier. Avec « Variations prudentes... » il reprend l'essentiel des exposés de Lacombe devant la Régionale Parisienne. Nous n'aurons jamais fini de discuter sur les notations et le vocabulaire; d'où l'utilité des fiches du dictionnaire. Words, words, bien sûr et même dans tout cela beaucoup de mots sur les mots (et ceux-ci, c'en sont de plus), mais, j'oserai le demander, qui imaginera une culture muette? (*)

B. *Notes pour nos classes.* Ce sont des articles écrits par des Collègues qui pensent, inévitablement, à utiliser dans leurs classes tout ce qu'ils glanent. Mais ce qui a été écrit par un professeur de Spéciales, n'est-il forcément utilisable qu'à ce niveau? Nos auteurs évitent aussi de prescrire telle ou telle utilisation de ce qu'ils écrivent : à chacun de transformer, d'adapter selon ses besoins et ses goûts.

A partir d'un sujet de problème proposé par Adler à ses élèves de Spéciales et du commentaire qu'il en a fait (*Bulletin* 268, p. 237) deux autres collègues, Euvrard et Frasnay donnent des développements, en particulier du côté de la combinatoire, qui intéresseront les bacheliers ou apprentis bacheliers.

La note de Ehrhart sur des structurations de l'ensemble des élèves d'une classe est plus facile; il me semble que dans toutes les classes secondaires on pourrait y puiser des jeux amusants.

(*) Pas moi, en tout cas, qui trouve plaisir à rédiger le *Bulletin* à mes heures de loisir.

Sur la numération binaire, tout le monde est renseigné; mais Gagnaire revient opportunément sur la base « moins deux ». A partir de la Quatrième, il y a là des idées à exploiter.

L'article de Gauthier sur les quadrillages est écrit en pensant aux nouvelles Sixièmes. Mais on retrouve une utilisation de ces quadrillages aux niveaux plus élémentaires (voir, par exemple, l'ouvrage de Nicole Picard, *Activités Mathématiques* dont il est rendu compte p. 657).

C. *La vie de l'Association* et, plus généralement, l'activité générale pour la réforme. S'y rattachent des notes comme « l'actuelle », les échos d'Exeter (sur le travail de nos Collègues anglais) ou de Lyon (à propos du Congrès international d'août 1969).

Il me semble important que les lecteurs qui n'étaient pas à Besançon prennent connaissance des votes à l'assemblée générale, des discussions du Comité et du Bureau. Enfin qu'ils prennent connaissance de l'activité des Régionales. Page 556, ils trouveront une liste mise à jour et complétée de celles-ci; encartée, une fiche violette à remplir sans tarder.

Les lettres de certains lecteurs, les notes sur quelques disparus, devraient être lues par les Collègues qui comprennent le caractère collectif de notre action. Nous ne sommes presque jamais les premiers à avoir eu telle idée, à prendre telle initiative; nous espérons ne pas être les derniers non plus; nous voulons faire la chaîne...

Trois remarques pour finir. J'ai à peine parlé des livres. Parmi les comptes rendus, celui sur le livre de Kuntzmann concerne la formation des maîtres donc tout le monde alors que la note de K. Mizar sur la Lune est peut-être superflue. Celle de Itard, par contre, rentrerait dans la catégorie A.

Il est clair que ce sommaire pêche par deux insuffisances au moins : une bonne étude mathématique en tête sur un thème instructif pour tous; un article sérieux sur un aspect de la réforme au niveau élémentaire.

Pourquoi ces trous? Parce que la Rédaction ne sait pas ou ne peut pas, à elle toute seule, les boucher. Elle essaiera de faire mieux en 70; mais son ouvrage dépendra inévitablement des articles qui lui seront proposés; elle s'efforce d'en susciter, en particulier aux niveaux élémentaires. Aidez-la!

G. W.

P.S. — J'insisterai encore :

• Remplissez sans tarder *la fiche violette* pour informer votre Régionale. Pensez à désigner un correspondant local de l'A.P.M.E.P. Consultez (p. 680 à 689) la chronique des Régionales et enrichissez-la.

• Remplissez sans tarder non plus *la fiche blanche* pour les journées de Clermont. Consultez à ce sujet les informations sur ces journées : p. 562 à 690.

Si vous informez rapidement les Collègues qui animent les Régionales ou qui organisent les journées de Clermont, vous simplifiez leurs lourdes tâches.

Vous aurez ensuite tout loisir d'examiner les faiblesses de ce sommaire et, par conséquent, de chercher comment vous pouvez contribuer à améliorer les prochains *Bulletins*.

Les Régionales de l'A.P.M.E.P.

Dans chaque académie, il existe une section régionale de l'A.P.M.E.P. qui organise diverses activités pédagogiques et qui s'organise elle-même librement. En particulier, il existe des sections départementales qui se constituent à l'intérieur de la Régionale à laquelle elles sont rattachées.

Les lecteurs du Bulletin *sont invités à prendre contact avec les animateurs de ces sections régionales et départementales, voire locales. A la dispersion géographique de ses adhérents qui correspond à leurs fonctions, l'A.P.M.E.P. propose un remède: la constitution d'équipes de maîtres qui enseignent des mathématiques « de la Maternelle aux facultés », en dehors de toute hiérarchie administrative, par-dessus les barrières artificielles des divers degrés d'enseignement. Elle propose à chacun et de conserver l'autonomie de son action et de sa réflexion, conditions indispensables d'un enseignement libéral, d'une éducation libératrice, et de coopérer au travail collectif sans lequel aucun ouvrage n'est plus possible à l'échelle de nos sociétés. Elle reprendrait donc volontiers à son compte la devise des coopérateurs: « tous pour un, un pour tous » pour le seul profit, ici, de l'enseignement mathématique et de la formation de la jeunesse.*

*
* *

Liste des sections régionales ou départementales.

arrêtée au 31-12-69. Pour chaque section, nous donnons l'adresse d'un animateur à qui les Collègues s'adresseront pour avoir des informations supplémentaires sur l'activité de sa section. Entre crochets [ ], nous donnons les numéros des départements qui sont du ressort de la régionale. Entre doubles parenthèses (( )) le numéro de chèque postal quand il y a lieu (sauf avis contraire, l'intitulé du compte est « Régionale A.P.M.E.P. de ... ».

AIX-MARSEILLE [04, 05, 13, 84]
Mlle MABILLY, 136, bd National, 13-Marseille (3e). ((Marseille 28-94-82)).

AMIENS [02, 60, 80]
M. DUCEUX, 44, rue Gustave-Charpentier, 80-Amiens. ((Lille 862-04)).

BESANÇON [25, 39, 70, 90]
M. ROBBE, Les Prés Cautaux, 39-Salins. ((Dijon 2505 45 V)).
Section de Belfort: M. DAUTREVAUX, 41, rue du Château, 90-Essert.

BORDEAUX [24, 33, 40, 47, 64]
M. SEM Albert, 8, rue Bourbaki, 33-Le Bouscat. ((Bordeaux 3902 91)).
Section de Lot-et-Garonne: M. DE LATAULADE, Lycée de Villeneuve.

BREST [22, 29]
M. STEPHAN, 29, rue de Glasgow, 29N-Brest. ((Rennes 2559 27)).

CAEN [14, 50, 61, 72]
M. LETERRIER, 34, avenue du 6-Juin, 14-Caen. ((Rouen 1084 56 M)).

CLERMONT-FERRAND [03, 15, 43, 63]
M. ALMERAS, 74, bd de l'Éclache, 63-Royat. ((Clermont 1569 75)).

DIJON [21, 58, 71, 89]
M. VOGT, 26*bis*, av. Victor-Hugo, 21-Dijon. ((Dijon 2505-45 V)).
Section d'Auxerre: M. REISZ, Lycée Amyot, 89-Auxerre.
Section de Chalon: M. GANTHIER.
Section de Mâcon: Mme CHAUSSIER, 32, rue de la Liberté, 71-Mâcon.
Section de Nevers: M. LE JUNTER, Nevers.

GRENOBLE [07, 26, 38, 73, 74]
M. KUNTZMANN, B.P. 7, 38-Saint-Martin-d'Hères. ((Lyon 7060-95)).
Section de Chambéry: M. COMPAIN, Lycée technique, 73-Chambéry.
Section de Vienne: M. CHARNAY, Lycée Ponsard, 38-Vienne.
Section d'Annecy: M. VIDIANI, B.P. 316, 74-Annecy.

LILLE [59, 62]
M. MAS, Lycée Faidherbe, rue A-Carrel, 59-Lille. ((Lille 4242 55)).
Section du Pas-de-Calais: M. LAURENT, 15, rue Albert-1er, 62-Arras.

LIMOGES [19, 23, 87]
M. CRUZ, 11, rue Lamartine, 87-Bellac. ((Limoges 177-66)).

LYON [01, 42, 69]
M. ANGUENOT, 103, rue Pasteur, 69-Caluire. ((Lyon 708-118)).
Section de Saint-Étienne: M. VERSET, rue H.-Dunant, 42-Saint-Chamond.

MONTPELLIER [11, 30, 34, 48, 66]
M. CALCINE, rue des Églantiers, 34-Montpellier.

NANTES [44, 49, 85]
M. DES COGNETS, 11, rue du Gal-de-Sonis, 44-Nantes. ((Nantes 3118 23)).

NANCY [54, 55, 88]
M. MERCIER, 48, rue Jacques-Gruber, 54-Nancy. ((Nancy 1394 64 S)).

NICE [06, 20, 83]
M. ROUBAUDI, Bloc A, 152, boulevard de Cessolles, 06-Nice.
Section du Var: Mme PAPAZIAN, Colle d'Artaud, 83-La Seyne.

ORLÉANS [18, 28, 36, 37, 41, 45]

M. JEANGIRARD, Lycée Pothier, 45-Orléans.

Section de Tours: M. BASTIEN, Lycée Descartes, 37-Tours.

Section de Montargis: M. KISTER, C.E.G. Pontonnière, 45-Chalette-sur-Loing.

PARIS [75, 77, 78, 91, 92, 93, 94, 95]

M. HAMEAU (Premier degré), 38, av. du Gal-de-Gaulle, 94-Vincennes.

M. BLANZIN (C.E.G.), 150, av. Félix-Faure, Paris (15e).

M. WALUSINSKI (Second degré), 26 Bérengère, 92-Saint-Cloud. ((Régionale Parisienne de l'A.P.M.E.P., Paris 25 108 63)).

POITIERS [16, 17, 79, 86]

M. DEHAME, 22, av. de la Libération, 86-Poitiers. ((Bordeaux 38 52 59)).

REIMS [08, 10, 51, 52]

M. THIERUS, 51, rue David, 51-Reims. ((Châlons-sur-Marne 1262 80 L)).

RENNES [35, 53, 56]

M. LE DILY, Lycée technique Joliot-Curie, 35-Rennes. ((Rennes 1707 29)).

Section du Morbihan: M. LAGRÉE, Mme COUTANT, Vannes.

ROUEN [27, 76]

Mme MÉTÉNIER, Faculté des Sciences, 76-Rouen.

Section du Havre: M. MAURIÈRES, I.D.E.N. à 76-Bolbec.

STRASBOURG [57, 67, 68]

M. DE COINTET, 62, rue Dieweg, 67-Sélestat. ((Strasbourg 1538 47 K)).

Section de Moselle: M. SCHNEIDER, 54*bis*, rue de Teulen, 57-Metz.

Section du Haut-Rhin (en cours de formation)

TOULOUSE [09, 12, 31, 32, 46, 65, 81, 82]

M. FRAISSE, 8, rue des Glycines, 31-Toulouse. ((Toulouse 2035 51)).

— Dans chaque *Bulletin*, lisez la chronique des Régionales.

— Si vous jugez possible l'organisation d'une section locale, prenez l'initiative d'inviter les Collègues à se réunir; si personne ne prend l'initiative, l'absence d'activité est inévitable.

Le Comité national de l'A.P.M.E.P.

Organisme élu par l'ensemble des adhérents et qui a la responsabilité de l'action de l'A.P.M.E.P. dans l'intervalle des assemblées générales. Celles-ci ont lieu annuellement, au printemps le plus souvent; chaque assemblée renouvelle par quart le Comité dont l'effectif a été porté à 40 membres (vote de juin 1969).

Le Comité se réunit trois fois par an. Il élit le Bureau national à qui il délègue ses pouvoirs de façon permanente. La composition du Bureau et des commissions est rappelée sur la page 2 de la couverture du Bulletin.

Les Régionales peuvent se faire représenter aux réunions du Comité par un membre de l'association non membre du Comité et alors avec voix consultative.

Sortants en 1970 : MM. D. BERNARD (*Faculté des Sciences*, Strasbourg), BLANZIN (*C.E.G.*, Paris); CHEVALLIER (*Marcellin-Berthelot*, St-Maur); CLOPEAU (*Lakanal*, Sceaux); Mlle DEROO (*Racine*, Paris); MM. DUCEUX (*Lycée mixte*, Amiens); GAUTHIER (*Ampère*, Lyon); JACQUEMIER (*Inspecteur départemental*, Grenoble); Mme TOUYAROT (*École Normale*, Caen).

Sortants en 1971 : Mlle BIARD (*E.N.S.*, Fontenay), MM. BROUSSEAU (*Instituteur*, Bordeaux); CROZES (*Henri-IV*, Paris); DUMONT (*Lycée international*, Saint-Germain-en-Laye); DUVERT (*La Martinière*, Lyon); P.-L. HENNEQUIN (*Faculté des Sciences*, Clermont); Mlle LICHAU (*Institutrice*, Calvados); M. RAMIS (Spéciales, *Louis-le-Grand*, Paris); M. VISSIO (*Lakanal*, Sceaux).

Sortants en 1972 : Mme AUDIN (*École Normale d'Instituteurs*, Paris); M. J. COLOMB (*Lycée A.-Charial*, Lyon); M. CRÉPIN (*I.D.E.N.*, Limoges); M. DEHAME (*Math. Sup. Lycée*, Poitiers); M. FAUQUETTE (*C.E.G.*, Lens); M. GOURET (*Math. Sup. Lycée La Martinière*, Lyon); M. KLEIN (*Faculté des Sciences*, Grenoble); M. ROUMANET (*Lycée Rodin et I.P.N.*, Paris); M. REVUZ (*Faculté des Sciences*, Paris).

Sortants en 1973 : M. BERNARD (*Mignet*, Aix-en-Provence), Mlle BOLON (*R.T.S.*), Mlle BORNENS (*C.E.S.* de Montrouge), M. BOUTEILLER (*Lycée* de Brive), M. FRASNAY (*Faculté des Sciences*, Toulouse), M. GLAYMANN (*I.R.E.M.* de Lyon), M. TARALLE (*I.U.T.*, La Rochelle), Mlle VERTU (*Institutrice*, Paris), M. ZANDSTEIN ( ).

Membres de droit : Mlle BRÉNÉOL (*Claude-Monet*, Paris); MM. CAMY-PEYRET (*Lycée Technique*, Creil); REICHEN (*Lavoisier*, Paris).

Sections de l'A.P.M.E.P. organisées à l'extérieur du territoire métropolitain.

Les Collègues ou lecteurs résidant dans les pays indiqués ci-dessous sont invités à prendre contact avec les animateurs dont nous donnons les adresses.

Allemagne Fédérale : M. G. TOUYET, S.P. 69.037 F.F.A.

Côte d'Ivoire : M. Maxime DURANY, B.P. 8429, Abidjan, Côte d'Ivoire. (Il s'agit de l'Association Ivoirienne, qui travaille en liaison étroite avec l'A.P.M.E.P.) Section locale à Bouaké.

Sénégal : M. Seyni NIANG, Lycée Van Valenhoven, Dakar.

Laos : M. P. M. GAGNEUX, S.P. 50 056 C, Vientiane.

Tunisie : M. Antoine VALENZA, Lycée Carnot, Tunis.

Syrie : M. Yves DUVERGER, Centre de Documentation pédagogique, Damas. République Arabe Syrienne.

Liban : M. MAUMUS, Centre d'études mathématiques, Beyrouth, Liban.

Cambodge : M. GUYOT, Conseiller pédagogique, ambassade de France Pnom-Penh, Cambodge.

Le coin du Trésorier

Adresse de l'A.P.M.E.P.
29, rue d'Ulm, Paris, 5e
C.C.P. Paris 5708-21

Les cotisations et les abonnements sont valables pour l'année civile, du 1e janvier au 31 décembre. Tarifs pour l'année civile 1969 :

Cotisation. — Elle comprend l'abonnement au *Bulletin* et le service des fascicules d'énoncés.

Cotisation normale ..... **22 F**

Cotisation réduite (stagiaire C.P.R , élèves des E.N.S. et des I.P.E.S., jeunes gens effectuant leur service militaire, retraités) ..... **12 F**

Abonnement. — Pour les personnes n'appartenant pas à l'Enseignement Public, pour les collectivités, les bibliothèques, ..., en France et à l'étranger **30 F**

Prix de vente au numéro ..... **5 F**

Modes de paiement.

L'importance du nombre des adhérents, qui approche de dix mille, nous oblige à utiliser un fichier automatique. La bonne tenue de ce fichier exige que chacun de nous se conforme strictement aux règles suivantes :

1° **ADHÉSIONS NOUVELLES, ABONNEMENTS NOUVEAUX** : adresser au siège de l'A.P.M.E.P., *sous enveloppe timbrée*, une fiche rose dûment remplie, et un chèque à l'ordre de l'A.P.M.E.P. Paris 5 708-21.

Note du Secrétariat : utilisez de préférence *un chèque de virement à notre C.C.P. ou, à la rigueur, un chèque bancaire. Nous renverrons à son expéditeur tout autre mode de paiement.*

2° **RENOUVELLEMENT DES COTISATIONS ET ABONNEMENTS** : vous avez reçu un appel pour ce renouvellement dans le courant de janvier; cet appel porte un *coupon détachable* qu'il faut joindre au titre de paiement (voir ci-dessus la note du Secrétariat).

L'appel lui-même doit être conservé. Vous y trouverez, chaque fois que vous en aurez besoin, le numéro de votre fiche dans notre répertoire. Vous y joindrez le talon de votre chèque et ce couple constituera votre carte d'adhérent.

Note du Secrétariat : si vous aviez renouvelé votre cotisation avant d'avoir reçu l'appel, veuillez nous adresser le coupon détachable qui nous est indispensable, en rappelant la date et la nature de votre premier envoi. Ceci pour nous éviter toute erreur dans la tenue de votre compte.

3° **CHANGEMENT D'ADRESSE (OU D'ÉTAT CIVIL)** : porter sur une feuille l'ancienne adresse (ou l'ancien état civil), *rappeler le numéro de votre carte A.P.M.E.P.*, puis donner les renseignements nouveaux; envoyer cette feuille sous enveloppe timbrée au siège de l'A.P.M.E.P.

Note du Secrétariat : impossible de retrouver rapidement et sans erreur votre fiche si vous n'indiquez pas votre numéro A.P.M. (lequel est rappelé sur la bande ou l'étiquette-adresse du Bulletin.

Le Trésorier vous demande instamment de vous conformer à ces règles, faute de quoi les tâches du Secrétariat et de la Trésorerie sont embouteillées, au risque de perturber une bonne expédition du *Bulletin*.

LES PUBLICATIONS DE L'A.P.M.E.P.

En plus de son *Bulletin* servi à tous les adhérents de l'A.P.M.E.P. et à ses abonnés, l'A.P.M.E.P. a décidé, en 1960, de publier des livres ou des brochures écrits par un ou plusieurs de ses membres et pouvant servir au progrès de l'enseignement des mathématiques.

Les tirages des premiers titres de sa collection « **les brochures de l'A.P.M.** » ayant été limités ont été rapidement épuisés. Restent disponibles, parmi les derniers ouvrages parus :

7. *Lecture commentée d'une méta-démonstration de Gödel*, par J. Balibar, Maître-Assistant à la Faculté des Sciences de Poitiers (mai 1962) 32 p., prix 3 F.

10. *Le Cours de l'A.P.M. — 3. Éléments de topologie*, par A. et G. Revuz, 1966, 250 p., prix 27 F.

Bibliothèque d'Enseignement Mathématique, nouvelle collection d'ouvrages pour la formation permanente des maîtres :

1. *Pour apprendre à conjecturer: initiation à la statistique* par MM. L. Guerber et P.-L. Hennequin (Université de Clermont), 1967, 240 p., prix 25 F (cartonné 30 F).

2. *Pour apprendre à conjecturer: initiation au Calcul des Probabilités*, par MM. Guerber et Hennequin, 1968, 232 p., prix 25 F (cartonné 30 F).

3. *La mathématique parlée par ceux qui l'enseignent* par la Commission du Dictionnaire de l'A.P.M.E.P. Édition 1967 (A) : prix 25 F. Millésime 1968 (B), prix 4 F. Édition 1969 ($A \cup B$) : prix 27 F. [Voir p. 689].

Bibliothèque d'Information sur l'enseignement mathématique, brochures qui ne sont ni des manuels, ni encore moins des traités et qui devraient avoir le caractère incisif des libelles...

1. *Charte de Chambéry*, 1969, 1971, 1973, 1976, 1980, ... étapes et perspectives d'une réforme de l'enseignement des mathématiques, octobre 1968, 32 p., prix 2 F.

2. *Matériaux pour l'histoire des nombres complexes*, par Jean Itard, janvier 1969, 32 p. illustrées, prix 3 F.

3. *Première étape... vers une réforme de l'enseignement mathématique dans les classes élémentaires*, octobre 1969, 32 p., prix 2 F.

Conditions de vente et d'expédition.

Les ouvrages précédents ne sont pas en vente en librairie. Pour se les procurer, opérer de la façon suivante :

1° Rédiger une formule de virement postal au compte de l'A.P.M.E.P. : Paris 5708-21, du montant des livres demandés (les prix sont compris franco de port).

2° Bien préciser *au dos du virement* les titres des ouvrages commandés.

3° Envoyer les trois volets du virement, sous enveloppe timbrée à 0,30 F, au Secrétaire administratif de l'A.P.M.E.P., M. Blondel, 154, avenue Marcel-Cachin, 92-Chatillon-sous-Bagneux.

Vous recevrez les ouvrages commandés en paquet-poste dans le plus court délai.

Les ouvrages cités ci-dessus sont édités au prix coûtant. Aucune remise ne peut donc être consentie à quelque titre que ce soit. Aucun des ouvrages précédents n'est vendu en librairie.

***

Le secrétariat de l'A.P.M.E.P. participe également à la diffusion des œuvres complètes d'Evariste Dupont dont le seul ouvrage paru est : *Apprentissage mathématique. I*, un volume de 248 p., (Sudel éditeur) (Prix : 15 F franco pour les membres de l'A.P.M.E.P.).

Les journées de Clermont

7-8-9-10 mai 1970

sur le thème

« Mathématisation du réel »

Renseignements et inscriptions

Remplir la fiche blanche insérée dans le *Bulletin* 271 et l'adresser sans tarder à la Régionale de Clermont.

Pour tout autre renseignement, adressez-vous à M. C. ALMERAS, 74, boulevard de l'Éclache, 63-ROYAT (une enveloppe timbrée à votre adresse pour simplifier les réponses).

Programme des journées

Jeudi 7 mai

10 heures : Réception des Congressistes des « Journées » et discours de bienvenue, par M. le Recteur de l'Académie de Clermont-Ferrand, et apéritif.
11 heures : « Architecture de la basilique N.-D. du Port, et nombre d'or », par M. Mourlevat, professeur de lettres.
15 heures : « Sur les courbes minces » exposé par M. J. P. Kahane.
16 h 45 : « Problèmes de programmation linéaire, par M. L. Guerber ».
18 heures : « Problèmes de structures des files d'attente de voitures par M. P. L. Hennequin.

Vendredi 8 mai

9 heures : « Problèmes mathématiques en médecine et en biologie », par M. Alfiéri.
10 heures : « Évolution des modèles mathématiques, en mécanique et en physique », par M. Souriau, professeur à la Faculté des Sciences de Marseille.
14 h 30 à 19 heures : Excursion à travers la chaîne des puys et les lacs d'Auvergne.
20 heures : Banquet de l'A.P.M.E.P. au golf de Charade.

Samedi 9 mai

9 h 30 : Table ronde sur l'enseignement programmé.
ou 9 h 30 : « Promenades aléatoires plus ou moins un » par M. Le Tac.
11 heures : Mme Pavel : « Recherche des structures ».
14 h 30 : « Les mathématiques et l'enseignement » par M. André Lichnérowicz, professeur au Collège de France.
17 heures : « Les problèmes de la formation permanente des maîtres », par M. André Revuz, Directeur de l'I.R.E.M. de Paris.

*
* *

En outre, à l'intention des accompagnateurs, sont prévues le Jeudi après-midi, une excursion vers Volvic, les châteaux (Tournoël), etc.

Le samedi après-midi, une visite commentée du vieux Clermont.

*
* *

Si Pascal venait aux journées 1970 de Clermont, — ce qui, après tout, n'est pas impossible —, laisserait-il au hasard le soin de faire parvenir son bulletin d'inscription?

Actuelle

Joies et périls de la haute mer

Avoir parlé d'appareillage à propos de la réforme en Sixième m'engage dans les métaphores maritimes. J'oserai dire que cela s'impose.

En effet, « mise en route » de la réforme aurait évoqué je ne sais quelle machine, pas infernale sans doute, mais au fonctionnement inexorable : une machine qui fabrique ce qu'elle doit fabriquer et ne peut rien inventer par elle-même. Il faut espérer, au contraire, que la réforme en Sixième permettra d'être plus audacieux en Cinquième et suggérera pour un avenir très proche un enseignement plus profondément rénové en Sixième même.

Ou bien, « mise en route » évoquerait le départ sur un chemin bien tracé, si bien tracé que route engendrerait bientôt routine, ce mal pernicieux qui ronge tout enseignement quand on oublie le traitement permanent qui s'impose pour maintenir ses germes en léthargie. (Étrange situation : pour éviter de s'endormir dans une routine, il faut maintenir les germes de celles-ci en léthargie...). Et puis, chemin bien tracé, signifierait aussi que la réforme est réalisable selon cette voie et cette voie seulement. Il y a, évidemment, des partisans de ce dirigisme unitaire; ceux, en particulier, qui se prennent pour des oracles; j'espère qu'on les laissera parler, qu'on les écoutera même, ce qui sera la bonne façon de discuter leurs édits, d'en prendre et d'en laisser.

Car c'est pour la haute mer que nous avons appareillé. Il faut que nous apprenions à naviguer, à faire le point souvent, c'est indispensable; à naviguer « au plus près » parfois quand les vents sont contraires; en réduisant la voilure quand la tempête est à craindre. Mais nous devons surtout profiter des grandes houles porteuses, des vents favorables,...

Par la force des choses, ou plutôt du vent, nous nous disperserons à la

surface de la mer. Car c'est une flottille qui a démarré. Il n'y a pas que les navires de Sixième; il y a ceux de Seconde et toute une flotte encore plus nombreuse pour l'enseignement élémentaire qui croyait bien appareiller en septembre 69 et qui est tout étonnée de devoir attendre septembre 70. On aurait sans doute pu gagner un an (ou ne pas en perdre un de plus) mais, vous savez, il y a dans certains ports, des employés tâtillons qui avaient découvert quelques retouches à faire au texte « première étape »; ils justifient ainsi leur fonction et en même temps, ils retardent d'un an un départ qui les effraie.

Nous en profiterons, nous, pour mieux entraîner les équipages. Que les navires soient en partance ou qu'ils affrontent le large, c'est la qualification des équipages qui fera le succès de leur expédition. Or parmi ces marins, il y en a qui ont fréquenté les « écoles » (les instituts pour le réconfort des équipages en mer ou I.R.E.M.) et d'autres qui n'ont pas eu cette chance. Notre tâche est simple : assurer une bonne ambiance au quartier des équipages dont nous faisons partie, animer les équipes, lancer, au bon moment, le « ho hisse » qui fera claquer la voile quand le vent s'y engouffrera.

Tâche toute simple mais qui demande de la persévérance. Nous avons déjà à répondre aux objections des impatients qui voudraient être arrivés avant d'être partis, à celles des timorés qui regrettent d'avoir embarqué et voudraient retourner d'où ils viennent : il y a toujours eu des nostalgiques des eaux dormantes. Tâche toute simple mais qui requiert la coopération de tous ceux qui veulent réellement le succès de la réforme; ce n'est vraiment pas le moment, pour eux, de se disputer sur le quart ou le tiers de rhumb dont il faudra l'an prochain, infléchir la route.

Plus que jamais il me paraît souhaitable que sur le navire atelier ou bateau hôpital que constitue le *Bulletin* tous les marins sachent qu'ils y trouveront ravitaillement et soutien. Dose supplémentaire de confiance aussi en l'avenir de cette navigation heureuse qui ne devrait jamais finir.

G. W.

Publications

Avec ce Bulletin *271, fort en retard, s'achève la 48e année de notre revue; retard inexcusable mais que le volume total (700 pages) explique assez.*

La parution du Bulletin *272 sera effectuée aussi rapidement que possible pour préparer les journées et l'assemblée générale 1970 (le 10 mai à Clermont).*

En même temps, une deuxième édition de la brochure Première étape *est en cours; elle comporte des additions et des corrections qui rendent le texte conforme à celui qui a été adopté officiellement. Commandez cette brochure (2 F) qui sortira des presses au début mars.*

1

Études

Métrologie légale : origine et choix des systèmes d'unités de mesure légales

M. Defix
Faculté des Sciences de Besançon

N.D.L.R. — Nous avons le plaisir de publier ici la conférence prononcée le 7 juin 1969 par M. Defix au cours des journées d'étude de l'A.P.M.E.P. Il aurait été regrettable que le nombreux et attentif auditoire qui suivit avec une attention passionnée l'exposé de notre Collègue fut le seul à en profiter. Aux remerciements que nous devons au conférencier s'ajoutent donc ceux que nous lui devons pour la rapide et précise rédaction qu'il nous a fournie dès le mois d'août.

La métrologie est un art fort ancien qui remonte à la nuit de la préhistoire. Certains peuples de l'Antiquité lui conféraient la plus haute origine puisqu'ils en attribuaient la création à Dieu lui-même. Il est dit, dans la Bible, aux proverbes de Salomon :

« Le poids et la balance juste viennent de l'Éternel,
Tous les poids du sachet sont son œuvre. »

De nos jours, métamorphosée en science, la métrologie a perdu ses lettres de fulgurante noblesse (c'est un signe des temps). Mais elle est, en revanche, devenue une des sources essentielles de la connaissance: « Si vous pouvez mesurer ce dont vous parlez, observait Lord Kelvin, et l'exprimer par un nombre, vous savez quelque chose de votre sujet; mais, si vous ne savez pas le mesurer, vos connaissances sont d'une pauvre espèce et bien peu satisfaisantes ».

En fait, les progrès de la métrologie suivent fréquemment ceux des autres sciences; souvent aussi ils les précèdent et les engendrent. Je citerai un seul exemple (1), puisé dans l'histoire de l'astronomie : c'est grâce aux mesurages d'angles, extrêmement précis pour la fin du seizième siècle, réalisés par Tycho Brahé (ne détermina-t-il pas les positions de certaines étoiles à moins d'une minute près?) que Johann Kepler, ce « romantique de l'astronomie », comme l'a appelé Paul Couderc, put énoncer les trois lois qui immortalisent son nom.

Il a eu la chance, il faut le noter au passage, que les résultats de Tycho Brahé ne fussent pas assez précis pour mettre en évidence les perturbations de Mars, qui avait servi, en l'espèce, de sujet d'expérience. Sinon il est probable qu'il n'eût pas songé à l'ellipse et se fût découragé. Ainsi la substitution de cette courbe au cercle, pour représenter les orbites planétaires, est-elle due à un progrès de la métrologie angulaire, mais à un progrès limité, laissant subsister des incertitudes bénéfiques.

Parmi les principales causes des progrès survenant dans la science des mesures se trouvent le perfectionnement des étalons et l'amélioration des définitions des unités. C'est précisément de l'origine et du choix des unités légales que je dois vous entretenir aujourd'hui.

Je vous exposerai, très succinctement il est vrai, l'évolution (jusqu'à son état présent et fort heureusement non définitif) du système métrique décimal ou plus exactement comment sont nés, se sont développés, succédés ou juxtaposés des systèmes rattachés au mètre et à la numération décimale, que Pérard appelait « formes du système métrique ». « Une conception quelconque, a écrit Auguste Comte, ne peut être bien connue que par son histoire. »

1. Systèmes cohérents et incohérents d'unités.

L'ensemble des unités utilisées, à une époque déterminée, soit par les membres d'une corporation, soit par les habitants d'un village, d'une ville ou d'une province, soit par un peuple ou un groupe de peuples, forment un système. Si certaines d'entre elles, appelées (2) par le décret du 3 mai 1961

(1) Tout aussi édifiante est l'expérience de MICHELSON (1881), reprise avec la collaboration de MORLEY (1887), interprétée par LORENTZ (1895), qui est à l'origine des théories relativistes.

(2) Conformément à la résolution 12 de la XIe Conférence générale des Poids et Mesures (1960).

« unités de base » (1), ont été ou semblent avoir été choisies au hasard, et si les autres, qualifiées par le même texte de « secondaires » (2), s'en déduisent par des équations ou relations dites « de définition », le système est « cohérent ». Dans le cas contraire, il est « incohérent ». Les lois de la physique et certains théorèmes de mathématiques s'expriment alors au moyen de formules contenant des coefficients numériques qui paraissent en général aberrants aux non-initiés.

2. Aperçu de quelques systèmes antérieurs à l'invention du mètre.

Avant de parler des diverses « formes du système métrique », pour reprendre l'expression d'Albert Pérard, effectuons, si vous le voulez bien, Mesdames, Mesdemoiselles, Messieurs, quelques sondages sporadiques dans le silo poussiéreux et encombré où gisent les unités successivement ou concomitamment utilisées au cours des millénaires qui précédèrent les dernières années du XVIIIe siècle.

Les premières apparues semblent avoir été liées aux dimensions du corps de l'homme, à son activité quotidienne, aux propriétés des objets qu'il manipulait couramment. Certaines, malgré quelques changements, d'ailleurs relativement légers de valeurs, se sont maintenues jusqu'à nos jours. Citons en exemples :

— pour les longueurs :

le doigt (djebâ) d'environ 19 millimètres, le palme (shesep) de 4 doigts, les diverses coudées (petite coudée de 45 cm, coudée royale de 52,4 cm, coudée sacrée de 635,6 mm, représentant avec une stupéfiante approximation la dix-millionième partie du rayon polaire terrestre), employés par les Égyptiens à l'aube de l'histoire, le pied (pes) de 29,57 cm (subdivisé en quatre palmes de quatre doigts), le pas (passus) de cinq pieds (1,48 m, en fait le double pas humain) en usage dans la Rome antique, le pied (foot) de 304,8 mm et le pouce (inch) de 25,4 mm encore utilisés en Grande-Bretagne (3) et aux États-Unis d'Amérique (4);

— pour les mesures agraires :

le journal, l'hommée, la béliée de certaines provinces françaises, représentant la superficie de terre arable qu'un homme ou une paire de bœufs pouvaient labourer en un jour;

---

(1) Les grandeurs correspondantes sont dites « fondamentales ».
(2) Les grandeurs correspondantes sont dites « dérivées ».
(3) Au Royaume-Uni, le « Weights and measures act » de 1963 spécifie que les unités de longueur sont :
— le mètre, conforme à la définition internationale en vigueur,
— le yard égal à 0,9144 m.
Le yard vaut 3 feet et 36 inches.
(4) Aux États-Unis d'Amérique, l'acte approuvé le 29 juin 1959 par le Secrétaire d'État au Commerce définit ainsi le yard et l'inch :
1 yard = 0,9144 mètre 1 inch = 25,4 millimètres.

— pour les masses :

le grain britannique (64,79892 mg), le grain de l'Ancienne France (à Paris 53,11 mg).

Notons toutefois que les systèmes aujourd'hui enfouis dans la nuit du passé n'étaient pas toujours entièrement incohérents. Ainsi les Égyptiens mesuraient-ils, dans l'Antiquité, les surfaces de leurs champs en verges carrées (setat ou aroure), la verge (khet) étant elle-même égale à 100 coudées. L'amphore (26,26 l), unité de capacité des Romains, se confondait pratiquement avec le pied cube. La toise carrée, le pouce carré servaient à exprimer les aires, dans notre pays, avant la Révolution de 1789.

Les étalons étaient déposés en des lieux sacrés ou hautement respectables : les Hébreux les conservaient dans le temple de Jérusalem; les Romains, sur le Capitole, à l'intérieur du temple de Jupiter; Justinien dans la principale église de Constantinople, au VIe siècle après Jésus-Christ Dagobert et Charlemagne leur réservaient une place au palais royal ou impérial.

En France, à la veille de la Révolution, les unités variaient de ville en ville, de village en village, et, dans la même agglomération, entre les professions. Par exemple, l'aune, employée par les marchands de tissus, pour en mesurer les longueurs, valait 1,432 m à Laval, 1,191 m à Bordeaux, 0,808 m à Bourges, 0,677 m à Metz. A Paris, le menuisier qui posait une fenêtre en exprimait les dimensions en toises d'environ 1,949 m; le tapissier qui fournissait les rideaux en évaluait la longueur et la largeur en aunes valant à peu près 1,188 m. Cette diversité engendrait des fraudes et gênait considérablement les transactions.

Les étalons de longueur étaient généralement à becs, comme l'aune de 0,815 m, datant du XVIe siècle, encore fixée à la façade de l'hôtel de ville de Besançon. Pour vérifier une mesure, on l'introduisait entre les talons dont on usait ainsi lentement les faces internes. Il en résultait un allongement progressif de la distance séparant ces faces, c'est-à-dire de l'étalon lui-même. Pouvaient s'y ajouter les détériorations provenant de la maladresse, du caractère facétieux ou de la malignité d'un passant. C'est ainsi que la toise en fer, scellée dans le mur du Grand Châtelet, à Paris, et accessible au public, fut plusieurs fois renouvelée. En 1766, Louis XV fit construire quatre-vingts copies de l'excellent étalon (cette fois à traits, à points et à bouts) emporté en 1735 par Godin, Bouguer et La Condamine en Amérique du Sud (1), pour y mesurer des arcs de méridien et surtout la longueur du pendule battant la seconde, à l'équateur (2). La distance séparant les repères extrêmes de cet étalon devint alors la toise du Pérou ou de l'Académie. Les copies en furent réparties entre les principales villes du royaume et quelques pays étrangers. Ce fut, en quelque sorte, un étalon international.

---

(1) La mission dura neuf ans.

(2) RICHER avait découvert, en 1673, que la période d'un pendule donné est plus grande à Cayenne qu'à Paris.

Néanmoins l'allongement, maintes fois constaté, des prototypes des unités de longueur, avait incité les savants à en rechercher un dans la nature. Ainsi serait-il possible (du moins le croyaient-ils) d'en retrouver en permanence et sans difficulté la valeur. Ils refusaient donc la solution que plusieurs rois (1) et conseillers de la couronne avaient, en vain il est vrai, tenté de faire appliquer : étendre les unités de Paris à la totalité du territoire.

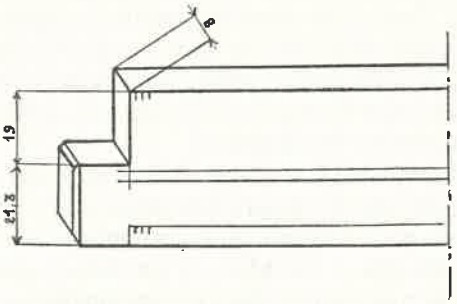


FIG. 1. — Représentation schématique de l'une des extrémités de la « Toise du Pérou » (cotes en millimètres), d'après un dessin de M. Moreau.

Parmi les précurseurs peuvent être cités (2) :

— Simon Stévin, inspecteur des digues aux Pays-Bas qui, en 1585, exposa, dans « la Disme », les avantages de la subdivision décimale des unités;

— Jean Picard qui participa à la restauration de la toise du Châtelet en 1668, mesura par triangulation l'arc de méridien séparant Sourdon, au sud d'Amiens, de Malvoisine, au sud de Paris (3), et proposa de prendre comme étalon la longueur du pendule battant la seconde;

— l'abbé Gabriel Mouton qui suggéra, en 1670, d'adopter comme unité de longueur la virga, millième partie de l'arc de méridien correspondant à une minute.

3. Création du système métrique.

Tel était l'état des unités de mesure françaises quand éclata la Révolution.

Je vais maintenant exposer brièvement, car il s'agit d'un sujet bien connu, les conditions dans lesquelles fut créé le système métrique décimal.

En 1790, Talleyrand, évêque d'Autun (il s'agissait, comme vous le savez, d'un évêque non conformiste), présenta à l'Assemblée constituante un projet d'unification des poids et mesures.

---

(1) Philippe le Bel, Philippe le Long, Louis XI, Louis XII, François Ier, Henri II, Louis XIV.

(2) Voir Maurice DANLOUX-DUMESNILS, Étude critique du système métrique (Gauthier-Villars & Cie).

(3) Il trouva que la Terre, supposée par lui sphérique, avait un rayon dont la longueur était voisine de 6 372 kilomètres.

Après avoir exposé quelques-unes des solutions antérieurement envisagées par les savants ou les administrateurs et avoir rejeté notamment l'extension des unités de Paris à tout le territoire (ce qui, selon lui, eût fait refuser la réforme par les autres peuples), il suggéra d'adopter comme étalon, pris dans la nature, la longueur du pendule battant la seconde à la latitude de 45 degrés.

Le projet voté, l'Académie des Sciences, chargée d'une partie de son application, nomma une première commission, composée de Borda, Lagrange, Tillet et Condorcet. Celle-ci se prononça pour l'assujettissement à l'échelle arithmétique, c'est-à-dire décimale, de tous les poids, mesures et monnaies. Sans doute est-il dit, dans son rapport, que l'échelle duodécimale aurait quelques avantages de plus mais que ce changement, ajouté à tous les autres « rendrait le succès presque impossible ».

Évidemment le nombre 12, multiple de 2, 3 et 4, qui correspondent aux divisions classiques de l'esprit humain (on demande la moitié, le tiers ou le quart d'une chose, on n'en demande qu'exceptionnellement le cinquième), est, en l'occurrence, préférable à 10. Mais, si on l'avait adopté, il aurait fallu changer la base de la numération. Les révolutionnaires y ont avec prudence renoncé, bien que la Convention nationale, qui vota les deux premières lois instituant le système métrique, ne fut pas, comme vous le savez, une assemblée timide.

Une autre commission composée de Borda, Lagrange, Laplace, Monge et Condorcet, considéra que trois bases prises dans la nature étaient à examiner :

— la longueur du pendule à secondes,
— un quart de l'équateur,
— un quart du méridien, entre le pôle et l'équateur.

La première fut rejetée parce qu'elle faisait intervenir le temps et l'accélération de la pesanteur, grandeurs étrangères aux longueurs. La seconde fut aussi repoussée parce que les régions équatoriales étaient d'accès difficile.

On retint donc la troisième et décida que l'arc de méridien compris entre Dunkerque et Barcelone, à cheval sur le parallèle 45°, serait mesuré. Il suivait la méridienne de Paris déjà déterminée deux fois, ce qui fournissait des vérifications précieuses (1).

Après d'inévitables désistements, les opérations incombèrent à Jean-Baptiste Delambre, pour la partie située au nord de Rodez, et à Pierre Méchain

(1) La première détermination relativement précise de la longueur d'un méridien semble être celle que fit, vers 200 av. J.-C., le mathématicien grec ERATOSTHÈNE de Cyrène, directeur de la Bibliothèque d'Alexandrie et précepteur de Ptolémée IV Philopator. Il mesura la longueur de l'ombre d'un style, au solstice d'été, à Alexandrie. Sachant qu'à la même époque le soleil se mirait dans les puits à Syène et supposant (ce qui n'est pas rigoureusement vrai) les deux villes sur le même méridien, il en déduisit l'angle formé par les rayons terrestres aboutissant à ces deux villes. La connaissance de cet angle et celle de la distance des dites localités (déterminée peut-être par les arpenteurs de la Vallée du Nil) lui permit d'évaluer, selon certains auteurs anciens (tous ne sont pas d'accord), à 250 000 stades la longueur du méridien. HIPPARQUE porta ce nombre à 252 000. Cela correspond à 39 690 km si, comme d'aucuns le pensent, il s'agissait du stade égyptien (157,5 m), à 44 755 ou 46 620 km si l'unité employée était l'un ou l'autre des deux stades grecs (177,6 m ou 185 m).

pour la partie située au sud de cette ville. Elles s'avérèrent longues et difficiles, en des temps troublés, d'autant plus que la guerre ne tarda pas à surgir entre la France et l'Espagne. Les deux astronomes faillirent plusieurs fois y laisser leurs têtes.

Bien avant la fin de ces opérations, la Convention nationale vota la loi du 1er août 1793 puis celle du 18 germinal an III (7 avril 1795) relatives au nouveau système d'unités (il faut noter au passage que les actes de cette assemblée étaient alors appelés décrets, mais il s'agissait évidemment de lois selon la terminologie du droit actuel). La seconde définissait le mètre comme la « dix-millionième partie de l'arc de méridien terrestre compris entre le pôle boréal et l'équateur » et le gramme comme le poids absolu (1) d'un volume « d'eau pure égal au cube de la centième partie du mètre, à la température de la glace fondante ». Ce n'est que plus tard, au cours des travaux effectués par Lefèvre-Gineau et Fabbroni, pour déterminer la valeur en grains du kilogramme, que l'on adopta la température correspondant au maximnm de densité, soit 4 °C.

La principale raison de cette entorse à la loi, commise à aussi bref délai, fut que les expérimentateurs, qui pesaient successivement dans l'air et dans l'eau un cylindre de laiton, dont le volume était déduit de ses dimensions, ne purent jamais opérer à une température inférieure à 0,3 °C. Aussi, par une honnêteté scientifique qu'on ne saurait trop louer, renoncèrent-ils à procéder à une extrapolation. Ils craignaient en effet qu'au voisinage du point de solidification se produisît une variation brusque de la densité du liquide.

Deux autres raisons furent données, *a posteriori* semble-t-il : la première était que le maximum de densité de l'eau représentait une anomalie dont l'adoption de la température s'imposait; la seconde, à mon avis plus péremptoire, qu'au voisinage de cette température les variations de masse volumique, engendrées par le fait qu'on s'en écarte, sont plus faibles.

Une question a été maintes fois posée à propos de la définition du gramme. Comment les conseillers scientifiques de la Convnetion nationale entendaient-ils le mot « poids »? S'agissait-il d'une force ou d'une masse? La question paraît tranchée en faveur de la seconde hypothèse par le rapport établi le 11 prairial an VII (30 mai 1799) par le physicien suisse Trallès, président de la commission chargée de vérifier les opérations relatives à la détermination du kilogramme. Il y est dit qu'il représente « l'unité adoptée pour la quantité de matière (2) ou l'unité de poids parce que nous mesurons le plus ordinairement la quantité de matière par son poids ».

Ainsi la loi du 18 germinal an III crée un système d'unités de longueur, de surface, de volume et de masse (les seules qui, avec le franc, y sont nom-

---

(1) Corrigé de la poussée de l'air.

(2) Le mot masse (latin : massa, masse, amas de choses pressées et comme pétries, bloc, tas) paraît s'être surtout introduit en physique au cours du XIXe siècle.

mément mentionnées (1)) comportant une seule unité de base : le mètre.

Les travaux de géodésie et de pesée hydrostatique terminés et interprétés, on conclut que le mètre était égal à 3 pieds 11 lignes, 296 et le kilogramme à 18 827,15 grains. On construisit alors deux étalons en platine. Celui du mètre était à bouts, conformément à la technique de l'époque, bien que la loi du 18 germinal an III semble avoir envisagé une mesure à traits. C'était une règle ayant la forme d'une bande plate de 25,3 mm de largeur et de 4 mm seulement d'épaisseur, qui est encore conservée aux Archives nationales et qu'on appelle, pour cette raison, « le mètre des Archives ». Elle définissait l'unité de longueur à 20 microns près environ. Quelques années après, Delambre reconnut qu'elle était plus courte que la dix-millionième partie du quart du méridien terrestre. Bessel le confirma en 1841.

Pour la masse on préféra établir un étalon du kilogramme, bien que, comme je l'ai déjà dit, l'unité prévue par la loi du 18 germinal an III fût le gramme. Le kilogramme est en effet d'une « taille » plus convenable, c'est-à-dire qu'il se rapproche davantage de la masse des objets couramment pesés.

Cet étalon, également en platine, avait la forme d'un cylindre. Il fut présenté, avec celui du mètre, au Conseil des Anciens et au Conseil des Cinq-cents, le 4 messidor an VII (22 juin 1799), puis déposé le même jour aux Archives qui se trouvaient alors dans l'enceinte des Tuileries.

Peu de temps après, sous le Consulat, la loi du 19 frimaire an VIII (10 décembre 1799) précisa que la règle et le cylindre, dont il vient d'être question, « étaient les étalons définitifs des mesures de longueur et de poids dans toute la République ». Comme, en fait, leurs valeurs différaient légèrement de celles attribuées au mètre et au kilogramme par la loi du 18 germinal an III, il s'agissait, en réalité, d'une seconde définition de chacune de ces unités et de l'institution, non expressément avouée, de deux grandeurs fondamentales. Mais, du point de vue purement théorique, rien n'était changé.

4. Mise en application du système métrique.

Ainsi se trouvait établi par la France, à la fin du XVIIIe siècle, le système métrique décimal. Restait à résoudre le problème le plus difficile : en rendre l'application effective. Nous, qui avons assisté à un simple changement d'unité monétaire, n'avons aucune peine à imaginer les obstacles auxquels se sont, en l'occurrence, heurtés les pouvoirs publics. Encore faut-il souligner la répugnance éprouvée par la quasi-unanimité de la population pour la terminologie gréco-latine adoptée (2). Aussi Napoléon tenta-t-il, malgré l'opposition de

(1) Les réformateurs évitèrent soigneusement, pour ne pas dresser davantage contre eux toute l'opinion publique, de faire figurer les unités de temps dans la loi, notamment d'y maintenir la disposition de la loi du 4 frimaire an II (24 novembre 1793) prescrivant la division décimale du jour.

(2) Les chansonniers ne poussaient-ils pas l'humour jusqu'à prétendre que l'Académie devrait « fournir des épiciers »?

Laplace, de familiariser le public avec les valeurs des unités métriques par un artifice. Il signa le 12 février 1812 un décret instituant un système dit des « unités usuelles ». Elles avaient les noms de celles qui étaient employées avant 1789, mais leurs valeurs se déduisaient des unités métriques à l'aide de coefficients simples. Ainsi apparurent une toise de deux mètres, une aune de 120 centimètres. Cette décision fut un échec. Sa principale conséquence fut d'accroître encore la confusion.

Il faut tout de même noter que l'article 5 du décret précité prévoyait que le « système légal » (c'est-à-dire métrique) continuerait « à être seul enseigné dans toutes les écoles ». Même si elle ne fut pas rigoureusement observée, cette prescription eut des conséquences bénéfiques pour l'avenir.

C'est finalement sous le règne de Louis-Philippe que la loi énergique du 4 juillet 1837 rendit le système métrique décimal obligatoire à partir du 1er janvier 1840. L'exécution d'une telle décision fut surtout assurée grâce aux pouvoirs précis donnés par l'article 7 aux vérificateurs des poids et mesures.

Est-ce à dire que les anciennes unités disparurent aussitôt sur la totalité du territoire? Évidemment non puisqu'aujourd'hui encore les imprimeurs parlent de cicéros de 4,5 mm, se décomposant en 12 points typographiques, et que certains cultivateurs continuent à évaluer les surfaces agraires en cartades, cartonnées ou arpents.

Signalons que, avant la promulgation de la loi du 4 juillet 1837, le système métrique décimal avait été adopté par les Pays-Bas, dès 1816, et par la Grèce en 1836.

5. Création des systèmes électrostatique et électromagnétique C.G.S. et du système pratique des électriciens.

Vers 1825, Gauss établit un système électrostatique dont le millimètre, le milligramme et la seconde étaient des unités de base. La relation $f = m\gamma$, dépourvue de tout coefficient numérique autre que 1, y formait l'une des équations de définition. Un peu plus tard, Weber créa un système électromagnétique fondé sur ces mêmes unités.

Les deux inventions précédentes sont à l'origine du système électromagnétique C.G.S., conçu, entre 1863 et 1873, par l'Association britannique pour l'Avancement des Sciences (1), entériné et complété par les Congrès des Électriciens tenus respectivement à Paris, en 1881, et à Londres, en 1908.

Il convient de signaler que le système électrostatique C.G.S. ne fut jamais sanctionné officiellement par une assemblée d'électriciens. Mais son unité de quantité d'électricité est mentionnée, à propos de la définition du rœntgen, dans le tableau annexé au décret n° 61 501 du 3 mai 1961.

---

(1) Parmi les physiciens qui participèrent à son élaboration se trouvaient notamment James Clerck Maxwell et William Thomson, le futur Lord Kelvin. La « British Association » fut instituée en 1831.

Le susdit Congrès de 1881 créa quelques unités électriques qualifiées de « pratiques », à savoir : l'ohm, le volt, l'ampère, le coulomb, le farad. En 1893, le Congrès de Chicago leur adjoignit le henry.

Il est possible de lier ces six unités à un système mécanique qui forme avec elles un ensemble cohérent et dont les unités de base sont :

— le quadrant (10 000 km, sensiblement le quart du méridien terrestre) pour la longueur,
— l'eleventh-gramme (10^{-11} g) pour la masse,
— la seconde pour le temps.

Maxwell suggéra de le désigner par le sigle Q.E.S.

6. Organismes internationaux institués par la Convention du Mètre (1875).

Au cours du troisième quart du XIXe siècle, les expositions internationales contribuèrent à faire connaître et apprécier hors de nos frontières le système métrique. Le prince Albert, mari de la reine Victoria d'Angleterre, en étant le promoteur, la première fut ouverte à Londres le 1er mai 1851. Lors de celle qui eut lieu à Paris en 1867 et qui reçut plusieurs millions de visiteurs, un « Comité des poids, mesures et monnaies », comprenant les délégués de nombreux états, fut institué.

Les unités métriques furent autorisées au Royaume-Uni en 1864, rendues légales et facultatives aux États-Unis d'Amérique en 1866, introduites sur le territoire allemand par le Reichstag en 1868, admises au Canada en 1871 et en Égypte en 1873.

A la même époque, l'Association géodésique, établie à Berlin et composée de représentants de nombreux pays européens, observait que les règles à bouts, longtemps employées d'une manière quasi exclusive, offraient moins de sécurité que les règles à traits. Elle constatait avec regret que les grandes triangulations effectuées présentaient, aux côtés de jonction, des différences systématiques empêchant de les combiner. Aussi, dans sa séance du 5 octobre 1867, se prononça-t-elle pour le choix d'une unité de longueur internationale, en l'occurrence le mètre, pour la construction d'un nouveau prototype et pour la création d'un bureau des poids et mesures.

L'Académie des Sciences de Paris et celle de Saint-Pétersbourg avaient, de leur côté, émis des vœux pour que le gouvernement français convoque une commission internationale et lui demande d'étudier comment devraient être exécutées les copies du mètre et du kilogramme destinées aux divers pays, sur l'invitation des autorités impériales, les délégués de vingt-quatre états se réunirent à Paris le 8 août 1870. Mais, en raison de la guerre franco-prussienne, cette commission dut ajourner ses travaux. Ils reprirent en 1872.

Il fut alors décidé de ne pas mesurer une nouvelle fois la méridienne,

mais de déduire la longueur du nouveau prototype, à traits, du mètre de celle de la règle déposée aux Archives (1).

L'intérêt psychologique de la définition basée sur le quart du méridien terrestre avait disparu (2). De plus, pour ne pas modifier l'ensemble des mesures existantes, il convenait d'adopter un nouvel étalon qui fût plus précis mais dont la longueur restât comprise entre les valeurs limitant la zone d'incertitude de l'ancien. On avait depuis longtemps compris que le maintien de la définition donnée par la loi du 18 germinal an III imposerait un changement de la longueur du mètre après chaque nouvelle détermination de la distance du pôle boréal à l'équateur. Voici, d'ailleurs, pour préciser la question quelques ellipsoïdes successivement proposés, depuis 1799, comme susceptibles de représenter la surface de la Terre (3), relief éliminé (les dimensions indiquées comportent parfois un nombre de chiffres décimaux un peu présomptueux) :

Ellipsoïde de	Date	Demi-grand axe a (km)	Aplatissement $\alpha = \frac{a-b}{a}$ b étant le demi-petit axe
La Commission générale des poids et mesures (4)	1799	6 375,7387	1/334,29
Delambre	1810	6 376,9850	1/308,64
Bessel.....	1837-1841	6 377,39715	1/299,1528
Clarke	1880	6 378,2492	1/293,466
Hayford (5)	1909	6 378,388	1/297
Krassovsky	1942	6 378,245	1/298,3
Union astronomique internationale	1964	6 378,160	1/298,25 (6)

Notons que le quart du méridien de l'ellipsoïde d'Hayford (7) (admis en 1924, à Madrid, par l'Association de Géodésie de l'Union géodésique et géophysique internationale comme surface de référence) a une longueur de

(1) En 1808, les Archives avaient été transférées dans l'ancien Hôtel de Soubise, rue des Francs-Bourgeois. Les étalons sanctionnés par la loi du 19 frimaire an VIII s'y trouvent encore. Mais ils ne sont pas présentés au public. Le kilogramme, en meilleur état que le mètre, est un cylindre dont le diamètre est de 39 mm et la hauteur voisine de 39,5 mm.

(2) Dès 1830 on commença à ne plus considérer le mètre comme la valeur d'un « étalon naturel », mais comme une longueur arbitraire.

(3) Une surface qui, en chacun de ses points, est normale à la direction du fil à plomb est une « surface de niveau ». Celle qui passe par le point dont la cote est par convention égale à zéro est appelée « géoïde ». Bien qu'elle soit de forme irrégulière, les géodésiens l'assimilent à un ellipsoïde de révolution. Les écarts sont, d'ailleurs, faibles : ils dépassent rarement l'hectomètre (voir, à ce sujet, l'Annuaire du Bureau des Longitudes pour l'année 1968).

(4) Cet ellipsoïde a servi pour déterminer la valeur initiale du mètre.

(5) La longueur de la circonférence équatoriale est de 40 076,594 km.

(6) Cet aplatissement résulte de l'étude des mouvements des satellites artificiels.

(7) Ellipsoïde déduit des nombreuses déterminations faites sur le territoire des États-Unis d'Amérique.

10 002,288 km. Ainsi le mètre actuel est-il inférieur de 228,8 microns à sa dix-millionième partie.

Quant au kilogramme, il fut également décidé qu'il serait déduit de l'étalon des Archives, dans son état du moment, et que la matière constitutive du prototype serait l'alliage, comportant 90 % de platine et 10 % d'iridium, que l'on venait d'adopter pour l'étalon international du mètre. Cet alliage avait été proposé par le chimiste Henri Sainte-Claire Deville dans un rapport où il éliminait le quartz, le verre, les métaux qui s'altèrent à l'air pur ou chargé d'hydrogène sulfuré, l'or qu'il estimait trop mou.

Peu après, le 1er mars 1875, se réunit à Paris, sous la présidence du duc Decazes, ministre des Affaires étrangères, une « conférence diplomatique », groupant les plénipotentiaires de vingt états, assistés de techniciens, dont les travaux aboutirent à la « Convention du Mètre » du 20 mai 1875.

Celle-ci institua trois organismes, à savoir :

— le Bureau international des Poids et Mesures,
— le Comité international des Poids et Mesures,
— la Conférence générale des Poids et Mesures.

a) Le Bureau international des Poids et Mesures.

Le premier est permanent. Installé, depuis sa fondation, au Pavillon de Breteuil, situé sur un terrain enclavé dans le parc de Saint-Cloud (1) et offert par le gouvernement français, il est entretenu, à frais communs, par les états signataires de la Convention du Mètre.

Il doit notamment :

— établir les « étalons fondamentaux » des principales grandeurs physiques,
— conserver les prototypes internationaux,
— effectuer les comparaisons des étalons nationaux et internationaux de longueur, masse, température, électricité, photométrie, et radiations ionisantes,
— étalonner les règles et les fils géodésiques.

b) Le Comité international des Poids et Mesures.

Le Bureau international fonctionne sous la direction et la surveillance du Comité international, placé lui-même sous l'autorité de la Conférence générale.

Ce Comité est composé de dix-huit membres appartenant à des états

(1) Le Pavillon de Breteuil, construit au XVIIIe siècle, habité sous le Second Empire par la princesse Mathilde, incendié en 1871, occupe l'emplacement de l'ancien « Trianon de Saint-Cloud ».

différents. Il choisit son président et son secrétaire. Il se réunit au moins une fois tous les deux ans.

Il peut s'adjoindre, pour l'étude de certaines questions, des comités consultatifs (1).

c) **Conférence générale des Poids et Mesures.**

La Conférence générale, formée des délégués de tous les gouvernements ayant signé la Convention du Mètre (actuellement au nombre de quarante), se réunit au moins une fois tous les six ans, sur la convocation du Comité international.

Elle a pour mission de discuter et de provoquer les décisions nécessaires pour la propagation ou le perfectionnement du système métrique, ainsi que de sanctionner les nouvelles déterminations métrologiques fondamentales faites dans l'intervalle des sessions. Elle reçoit le rapport du Comité international sur les travaux accomplis.

Les votes y ont lieu par état, chaque état ayant droit à une voix.

Les membres du Comité international siègent de droit à la Conférence. Ils peuvent être en même temps délégués de leurs gouvernements.

La Conférence prend des résolutions que les états contractants ont l'obligation morale d'appliquer. Elles sont préparées par le Comité international, éventuellement secondé par le comité consultatif compétent.

Il faut signaler qu'en 1954 la Xe Conférence générale des Poids et Mesures, sortant du cadre classique des questions traitées par ses devancières, a recommandé l'emploi d'un système à six unités de base (mètre, kilogramme, seconde, ampère, degré Kelvin, candela).

7. Définitions du mètre et du kilogramme données en 1889.

Mais reprenons l'ordre chronologique.

a) **Le mètre.**

Une fois organisé et installé, le Bureau international mit au point les étalons de longueur et de masse, en platine iridié, prévus en 1872.

Le prototype du mètre, qui fut alors établi, était, comme chacun sait, constitué par une règle, d'environ 102 centimètres, sur laquelle deux traits transversaux marquaient les extrémités de l'unité. Il est encore conservé, avec les mêmes soins qu'avant 1960 (année où il fut détrôné au profit d'une longueur d'onde), à côté du kilogramme international (placé, lui, sous des

(1) Exemples : Comités consultatifs d'électricité, de photométrie, de thermométrie, de définition du mètre, de définition de la seconde, des étalons de mesurage des radiations ionisantes.

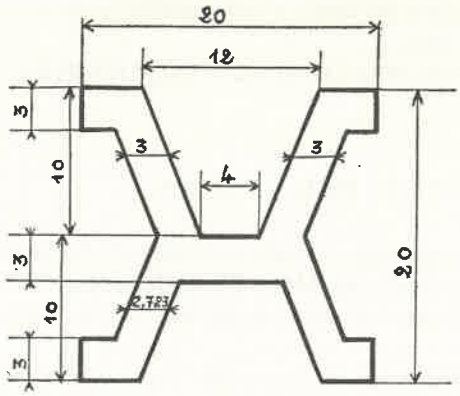


FIG. 2. — Section de l'ancien prototype international du mètre (cotes en millimètres).

cloches en verre) et de certains témoins, dans une armoire en fer, située à l'intérieur d'un caveau, au Pavillon de Breteuil.

La section a la forme d'un X à talons. Elle a été imaginée par Henri Tresca, professeur de mécanique au Conservatoire des Arts et Métiers. La largeur, égale à la hauteur, est de vingt millimètres. Le plan neutre est mis à nu sur toute la longueur et sur une largeur d'environ 4 mm. A chaque extrémité de cette bande de plan se trouve une mouche polie spéculairement, portant deux traits parallèles longitudinaux, distants d'à peu près 0,2 mm, définissant l'axe de la règle, et trois traits transversaux qui coupent les précédents à angle droit et sont situés à sensiblement 0,5 mm l'un de l'autre. La partie médiane (c'est-à-dire comprise entre les segments de droite longitudinaux) du trait transversal central de chaque mouche constituait une des extrémités du mètre quand la règle se trouvait à zéro degré Celsius.

La VIIe Conférence générale des Poids et Mesures avait complété la définition. La règle devait être disposée horizontalement, sur deux rouleaux d'au moins 1 cm de diamètre, symétriquement disposés par rapport au plan médiateur de la règle et situés à 571 mm l'un de l'autre. La différence entre la lon-

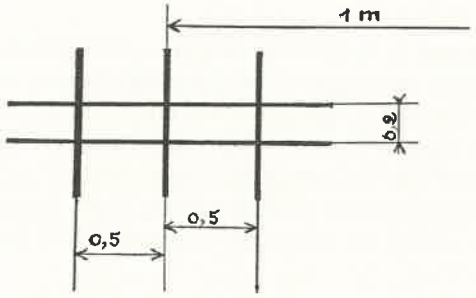


FIG. 3. — Représentation schématique des traits gravés sur l'une des mouches de l'ancien prototype international du mètre (cotes en millimètres).

gueur de la fibre neutre (voisine, comme il a été dit, de 102 cm) et celle de sa projection horizontale passait alors par un minimum (1).

La règle devait en outre être soumise à la pression atmosphérique normale car dans le vide, elle aurait eu environ 0,21 micron de plus (2).

Les traits, gravés au diamant, qui ont à peu près 8 μ d'épaisseur (3), étaient visés, au microscope, par la « méthode des plages ». Comme vous le savez, dans un tel procédé, le micromètre à deux fils parallèles est disposé de manière que les aires des surfaces comprises entre l'image du trait et celle de chacun de ces fils paraissent à l'observateur équivalentes (fig. 4).



FIG. 4. — Pointage de la partie centrale du trait transversal médian par la méthode dite « des plages. »

Ainsi pouvait-on, avec un grossissement de l'ordre de 100, repérer « l'axe du trait » avec une précision de 0,2 μ.

Les conditions d'observation furent plus tard améliorées par l'emploi d'une photodiode au germanium et d'un faisceau lumineux animé d'un mouvement alternatif.

Vers 1888, en même temps que l'ancien prototype, avaient été faits une trentaine d'autres mètres (4), dont quelques-uns ont été conservés au Bureau international des Poids et Mesures et les autres répartis au sort entre les divers pays adhérant à la Convention du Mètre. Avant 1960, la plupart servaient d'étalons nationaux.

Celui qui échut à la France porte le numéro 8. Il avait pour équation :

$$l = 1\ \text{m} - 0{,}4\ \mu + (8{,}649\ t + 0{,}00100\ t^2)\mu$$

t étant la température de la règle en degrés Celsius.

---

(1) 102 cm × 0,5594 ≈ 571 mm.
Cette distance est donc pratiquement égale à celle des points de Bessel. Un faible écart des supports par rapport aux positions ainsi prévues a une influence négligeable sur la longueur du segment de droite limité par les deux traits.
Si les génératrices portantes des rouleaux se trouvent aux extrémités de la règle les traits se rapprochent d'environ 0,4 μ.

(2) Suspendue par une extrémité, elle aurait, dans l'atmosphère normale, sensiblement 0,55 μ de plus que lorsqu'elle est en position horizontale.

(3) Aujourd'hui on sait, grâce aux travaux de M. VOLET et de la Société genevoise d'Instruments de Physique, graver des traits plus profonds, plus réguliers et plus symétriques, de 4 à 5 μ d'épaisseur.

(4) En fait, on avait choisi comme prototype international, celle des règles ainsi fabriquées dont la longueur, entre traits, se rapprochait le plus de celle du « mètre des Archives ».

Il est encore conservé, avec le prototype français du kilogramme, au Laboratoire national d'Essais (1), rattaché au Conservatoire national des Arts et Métiers.

Le nouvel étalon international du mètre fut sanctionné par la Ire Conférence générale des Poids et Mesures, tenue à Paris en 1889. La résolution, adoptée à l'unanimité à cet effet, déclarait : « ce prototype représentera désormais, à la température de la glace fondante, l'unité de longueur ».

Cette définition fut rendue officielle en France par la loi du 11 juillet 1903.

Les qualités d'un étalon s'expriment en général à l'aide de trois termes : permanence, précision, facilité de reproduction. A cet égard, plus particulièrement en ce qui concerne les deux premiers volets du triptyque, le prototype du mètre, admis en 1889, s'est avéré excellent. Il a d'ailleurs résisté pendant soixante et onze ans aux progrès des sciences et des techniques. Il définissait l'unité à 0,2 μ (en valeur relative 2.10^{-7}) près (2).

Deux sortes de phénomènes précipitent les variations de la matière, notamment les changements de dimensions engendrés par le temps : les sautes de températures et les secousses. Pour s'assurer de la stabilité du platine iridié, on a soumis des barres constituées par cet alliage à des écarts répétés de température, entre 0 et 40 °C, ainsi qu'à des vibrations, obtenues à l'aide de trembleurs électriques, pendant des journées entières. Aucune modification de longueur dépassant les erreurs possibles d'expérience n'a jamais été constatée.

Il n'en est pas de même pour l'étalon britannique du yard, constitué par une règle de bronze, à section carrée, d'un inch de côté : il se raccourcit d'environ 4 μ par siècle (3).

***b*) Le kilogramme.**

La Ire Conférence générale des Poids et Mesures décida également que le kilogramme serait désormais la masse du prototype en platine iridié (90 % de platine, 10 % d'iridium; masse volumique voisine de 21,5 kg/dm³) adopté par le Comité international.

Celui-ci avait été choisi, en 1883, dans un groupe de trois étalons apparemment identiques, parce que son poids dans le vide coïncidait avec celui du « kilogramme des Archives » dans la limite d'incertitude de la comparaison. Entre temps 40 autres étalons du même modèle, destinés à devenir, pour la plupart, des prototypes nationaux, avaient été fabriqués.

Le « kilogramme international » a la forme d'un cylindre, dont le diamètre, sensiblement égal à la hauteur, est d'environ 39 mm. La surface a été parfaitement polie dans le triple but (4) :

---

(1) Situé 1, rue Gaston-Boissier, à Paris (15e).

(2) Ce qui correspond sensiblement à une précision de 2 dm sur la distance de Paris à Marseille.

(3) Les traits sont gravés sur des pastilles d'or incrustées aux fonds de trous pénétrant dans la barre jusqu'au milieu de son épaisseur.

(4) Voir à ce sujet l'article d'Albert PÉRARD, paru dans le numéro de janvier 1944 de la Revue de Métrologie pratique et légale.

— de mettre en évidence la compacité de l'alliage,

— de faire disparaître les anfractuosités ou rugosités où pourraient se loger des poussières inexpugnables ou rebelles au passage du blaireau,

— de rendre facilement observables les altérations qu'aurait éventuellement subies le cylindre.

La masse d'un corps diminue peu à peu sous l'effet des manipulations. Aussi le meilleur moyen de conserver un prototype dans sa valeur initiale est de l'utiliser le moins possible. C'est pourquoi le « kilogramme international » n'a jamais été employé entre 1890 et 1938.

Ainsi constitué, le prototype international définit l'unité de masse à environ 2/100 de mg près (en valeur relative 2.10^{-8}). Il excède d'à peu près 27 mg la masse du décimètre cube d'eau prise à son maximum de densité.

La définition du kilogramme donnée par la Ire Conférence générale des Poids et Mesures fut adoptée, en France, par la loi, déjà citée, du 11 juillet 1903. Elle a été conservée par les différents textes parus depuis à ce sujet.

8. Le système des unités légales françaises prévu par le décret du 3 mai 1961.

Continuant à suivre l'ordre chronologique, je citerai simplement le choix, fait par notre pays, du système M.T.S., en 1919 (loi du 2 avril, décret du 26 juillet), et les modifications apportées aux définitions de certaines unités électriques ou optiques en 1948 (loi du 14 janvier, décret du 28 février), pour m'attarder davantage sur la réforme de 1961 qui nous régit encore.

En octobre 1960, la XIe Conférence générale des Poids et Mesures avait donné une nouvelle définition du mètre, basée sur la longueur d'onde, dans le vide, de l'une des radiations orangées du krypton 86. Six ans auparavant la Xe Conférence avait, comme je l'ai déjà dit, recommandé l'adoption d'un système à six unités de base, constituant une extension de celui qui était désigné par le sigle M.K.S.A. et qu'avait proposé en 1901 l'ingénieur italien Giovanni Giorgi. Ce dernier avait alors montré que quatre unités de base étaient nécessaires pour englober les domaines mécanique et électrique.

Son invention avait l'indéniable mérite de faire figurer, dans un ensemble cohérent, à la fois les unités électriques dites pratiques et des unités mécaniques de taille convenable.

La France avait donc l'obligation morale de changer encore une fois de système d'unités.

Les réformes antérieures comportaient une loi fixant les généralités et définissant les unités de base, un règlement d'administration publique concernant les unités secondaires. Mais l'article 34 de la Constitution du 4 octo-

bre 1958, qui énumère limitativement les questions réglées par la loi, ne prévoit pas les unités de mesure. En application de l'article 37, elles doivent donc faire l'objet d'un acte du gouvernement.

C'est pourquoi le texte fondamental est maintenant un décret, celui du 3 mai 1961 (1), qui a pu abroger certaines dispositions des lois traitant du même sujet. Il a été rendu en Conseil d'État, après avis de la Commission technique des Instruments de Mesure, du Bureau national scientifique et permanent des Poids et Mesures et de l'Académie des Sciences. La partie concernant les unités ne peut être modifiée ou complétée que par un texte de même nature, élaboré dans des conditions identiques.

Le système ainsi institué coïncide, en grande partie, avec le système international SI, préconisé par la Conférence générale. Il comporte six unités de base, à savoir :

— le mètre, unité de longueur,
— le kilogramme, unité de masse,
— la seconde, unité de temps,
— l'ampère, unité d'intensité de courant électrique,
— le degré Kelvin, unité de température,
— la candela, unité d'intensité lumineuse.

Des définitions nouvelles sont données pour le mètre (1 650 763,73 longueurs d'onde, dans le vide, de la radiation correspondant à la transition entre les niveaux $2p_{10}$ et $5d_5$ de l'atome de krypton 86), et la seconde (fraction 1/31 556 925,9747 de l'année tropique pour 1900, janvier zéro, à 12 heures de temps des éphémérides). Le mètre semble ainsi défini à 3.10^{-9} près (au lieu de 2.10^{-7}) et la seconde à 10^{-9} (au lieu de 10^{-7}) près. Il faut toutefois noter que, par une prudence louable, le Comité international indique seulement une précision de 10^{-8} à propos de l'unité de longueur.

Le tableau annexé au décret donne les définitions de toutes les unités, qu'elles soient « de base », « secondaires » ou « hors système » (comme le mille (2), le carat métrique (3), le nœud (4), l'ampère-heure (5)). Il en fixe les symboles. Ces derniers doivent être soigneusement observés. Il est interdit de leur ajouter la lettre *s* pour marquer le pluriel. Cela en changerait d'ailleurs la signification puisque cette lettre représente la seconde.

En règle générale, le symbole d'une unité dont le nom dérive de celui d'un savant comporte comme première lettre une majuscule. Par exemple, les symboles du pascal, du stokes, du poiseuille, de l'ohm sont respectivement : Pa, St, Pl, Ω.

---

(1) Modifié par celui du 5 janvier 1966.
(2) 1 852 mètres (autorisé seulement en navigation maritime ou aérienne).
(3) 200 mg (employé dans le commerce des diamants, perles fines et pierres précieuses).
(4) Unité de vitesse égale à 1 mille par heure, c'est-à-dire $\frac{1\,852}{3\,600}$ m/s.
(5) 3 600 coulombs.

Le décret du 5 janvier 1966, rendu dans les conditions précédemment indiquées, a complété la liste des préfixes servant à former les noms des multiples et sous-multiples en y adjoignant « femto » (*f*) et « atto » (*a*). Ils correspondent aux facteurs 10^{-15} et 10^{-18}. Ils dérivent des mots signifiant quinze et dix-huit en danois, c'est-à-dire femten et atten.

9. Modifications devant prochainement intervenir.

Mais, dès maintenant certaines modifications des textes en vigueur s'imposent et notre pays ne pourra pas s'y soustraire.

La XIIIe Conférence générale des Poids et Mesures, réunie à Paris, en octobre 1967, a modifié la définition de la seconde en la rapportant au temps atomique (durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133 (la précision relative atteint probablement 10^{-12}, au lieu de 10^{-9}).

Bien que sa valeur reste la même, le degré Kelvin (symbole : °K) devient le kelvin (symbole : K) ainsi défini : « fraction 1/273,16 de la température thermodynamique du point triple de l'eau ».

Enfin, également sans changer de valeur, la candela est désormais « l'intensité lumineuse, dans la direction perpendiculaire, d'une surface de 1/600 000 m^2 d'un corps noir à la température de congélation du platine (1), sous la pression de 101 325 pascals » (2).

Peut-être faut-il, avant de terminer, signaler que le mot kilogramme déplaît à beaucoup de métrologistes. Il leur semble, avec raison, anormal que le préfixe « kilo » apparaisse dans le nom d'une unité de base. De nombreuses solutions ont été proposées. Mais, jusqu'à maintenant aucune n'a été officiellement retenue.

Nous venons de survoler, très rapidement il est vrai, le maquis des unités de mesure passées, présentes et futures. Nous n'en avons vu ou deviné que les grandes masses. Je serais heureux si j'avais réussi à vous faire sentir la ténacité déployée par les générations de métrologistes pour s'approcher de plus en plus des valeurs vraies des grandeurs physiques, tout en sachant qu'il est impossible de les atteindre. On ne saurait trop louer un effort aussi soutenu. Seul peut lui être comparé celui que vous avez fait en m'écoutant jusqu'au bout.

Réponses aux questions posées.

M. Defix a ensuite répondu aux nombreuses questions posées par les auditeurs. Il a notamment donné les explications suivantes à propos de la définition du mètre.

(1) 1 772 degrés Celsius (échelle internationale pratique de température de 1968).

(2) La Conférence générale des Poids et Mesures n'emploie pas le mot « pascal ». Elle le remplace par l'expression « newton par mètre carré ».

1° Conditions pour qu'une longueur d'onde soit un bon étalon.

En 1827, Jacques Babinet estimait qu'une longueur d'onde lumineuse serait un excellent étalon. Mais, en fait, le problème était beaucoup plus complexe qu'il croyait. Des difficultés insoupçonnées ont surgi au fur et à mesure que se développait la spectroscopie.

Les longueurs d'onde des raies spectrales sont soumises à maintes causes de variation.

L'agitation thermique des molécules contenues dans un gaz correspond à une vitesse moyenne quadratique proportionnelle à $\sqrt{\frac{T}{M}}$, M étant la masse moléculaire du corps dont est constitué ce gaz et T sa température absolue. Il en résulte un élargissement, par effet Doppler-Fizeau, des raies de l'élément envisagé. Cet accroissement de largeur est donc d'autant plus faible que le corps émetteur a une masse atomique plus élevée et qu'il se trouve à une température plus basse.

Si le même gaz est soumis à une induction magnétique importante chacune de ses raies spectrales se décompose en plusieurs autres (effet Zeeman). Il en est de même quand agit sur lui un champ électrique (effet Stark). Ainsi, par les actions réciproques de leurs champs électriques et aussi par leurs collisions, les atomes voisins provoquent un élargissement supplémentaire des raies (effet de pression). Le phénomène est encore accru par la présence d'ions dans la source lumineuse (1).

Signalons aussi que la structure hyperfine (raies formées de plusieurs composantes dont l'intervalle est inférieur à 1 Å) provient de la présence de plusieurs isotopes dans le gaz émetteur et des spins des noyaux.

Dès lors, pour qu'une raie spectrale soit un bon étalon (2), il faut que :

— le corps dont elle émane ne soit pas composé de plusieurs isotopes et comporte un noyau à spin nul (absence de structure hyperfine),

— la masse atomique de ce corps soit élevée et sa température, au moment de l'émission, très basse (réduction de l'effet Doppler-Fizeau),

— la pression (qui est d'ailleurs une fonction de la température) de la partie gazeuse (c'est-à-dire de la fraction émettrice) soit faible (diminution des actions mutuelles des atomes).

(1) En fait les champs électriques dont il s'agit produisent un élargissement et non une décomposition des raies par effet Stark parce que ces champs varient constamment.

(2) Voir Jean TERRIEN, La spectroscopie (Presses universitaires de France; Collection « Que sais-je?)

2° Définition actuelle du mètre (1).

La définition actuelle du mètre repose, comme je l'ai dit, sur la longueur d'onde, dans le vide, de l'une des nombreuses radiations orangées (2) du krypton 86, celle qui correspond à la transition entre les niveaux $2p_{10}$ et $5d_5$. Elle doit être émise par un atome non perturbé. Or il est évidemment impossible de supprimer entièrement l'effet de pression et l'effet Doppler-Fizeau. Il faut donc recourir à une extrapolation. La lampe utilisée peut avoir la forme schématiquement représentée ci-dessous. La partie utilisée est le capillaire AB. Elle se trouve plongée dans l'air liquide.

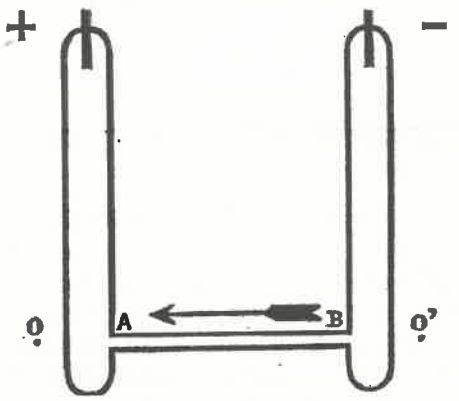


FIG. 5. — La flèche indique le sens du déplacement des électrons dans le capillaire.

Les électrons, se déplaçant de B vers A, engendrent, par entraînement, un mouvement d'ensemble des atomes et consécutivement un effet Doppler-Fizeau. Ainsi la longueur d'onde varie-t-elle suivant que l'observation a lieu du côté O ou du côté O′.

En opérant successivement des deux côtés, et en abaissant progressivement la température (à laquelle est liée la pression), on peut tracer les deux arcs de courbes C_{BA} et C_{AB}. Le premier correspond aux longueurs d'onde de la radiation orangée vue de O, le second à celles de cette même radiation vue de O′ (fig. 6).

La courbe représentative de la moyenne arithmétique des ordonnées est sensiblement un segment de droite. En la prolongeant jusqu'à son intersection avec l'axe Oy, c'est-à-dire en faisant une extrapolation, on trouve

---

(1) Lire à ce sujet la conférence faite, en 1960, au Palais de la Découverte, par M. Jean TERRIEN, Directeur actuel du Bureau international des Poids et Mesures, et intitulée « Le Changement de la définition du mètre et le rôle du B.I.P.M. ». Au cours de cet exposé, a été projeté le graphique dont j'ai été aimablement autorisé à me servir pour établir la figure 6.

(2) Parmi la multitude des radiations correspondant au spectre visible, il y a plus de dix radiations orangées principales. Le rayonnement global doit donc traverser un monochromateur avant de pénétrer dans l'interféromètre. L'atome de krypton 86 $\left(^{86}_{36}\mathrm{Kr}\right)$ comporte 36 électrons ainsi répartis : $1s^2$, $2s^2$, $2p^6$, $3s^2$, $3p^6$, $3d^{10}$, $4s^2$, $4p^6$. Le krypton atmosphérique est composé de six isotopes (nombres de masse : 78, 80, 82, 83, 84, 86).

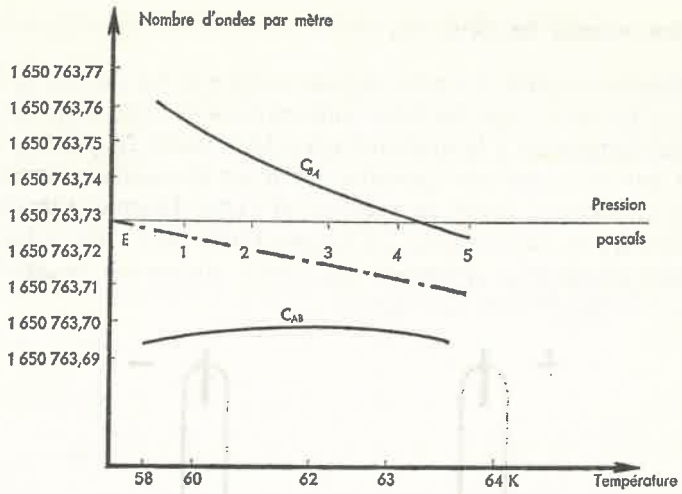


FIG. 6. — Graphique établi d'après un dessin de M. Jean Terrien.

qu'elle coupe cet axe au point E d'ordonnée 1 650 763,73. On admet que c'est le nombre d'ondes par mètre de l'atome non perturbé de krypton 86. La parallèle menée par E à l'axe O*x* coupe la courbe C_{BA} en un point d'abscisse comprise entre 63 et 64 K. Ainsi peut-on considérer la longueur d'onde de la radiation idéale (non accessible à l'expérience) comme celle de la raie observée du côté O quand la lampe se trouve à cette dernière température. Il faut noter qu'alors la quasi-totalité du krypton est à l'état solide.

Les remarques précédentes justifient les instructions ci-après, données, en 1960, par le Comité international des Poids et Mesures.

Il est recommandé « que la radiation du krypton 86 adoptée comme étalon fondamental de longueur soit réalisée au moyen d'une lampe à décharge à cathode chaude contenant du krypton 86 d'une pureté non inférieure à 99 %, en quantité suffisante pour assurer la présence de krypton solide à la température de 64 K, cette lampe étant munie d'un capillaire ayant les caractéristiques suivantes : diamètre intérieur : 2 à 4 mm, épaisseur des parois : 1 mm environ.

On estime que la longueur d'onde de la radiation émise par la colonne positive est égale, à un cent-millionième (10^{-8}) près, à la longueur d'onde correspondant à la transition entre les niveaux non perturbés, lorsque les conditions suivantes sont satisfaites :

1) le capillaire est observé en bout de façon que les rayons lumineux utilisés cheminent du côté cathodique vers le côté anodique;

2) la partie inférieure de la lampe, y compris le capillaire, est immergée dans un bain réfrigérant maintenu à la température du point triple de l'azote, à 1° près;

3) la densité du courant dans le capillaire est $0{,}30 \pm 0{,}1$ A/cm² ».

Il convient de signaler, pour terminer, qu'une légère dissymétrie de la raie adoptée pour définir l'unité de longueur a été récemment constatée.

A. D.

Variations prudentes sur quelques problèmes d'écriture

J.-M. CHEVALLIER
Lycée Marcelin-Berthelot, Saint-Maur

Notre collègue Lacombe a bien voulu faire, en février-mars 1968, à l'intention de la Régionale parisienne un certain nombre d'exposés. Je pense qu'on en travestirait gravement le caractère en parlant d'un « cycle de conférences » affublé d'un titre pompeux : car ce qui a surtout retenu l'attention des auditeurs, c'était la liberté du dialogue — questions, réponses, parfois digressions — où nous, maîtres du second degré, trouvions ample matière à réflexion critique et à exercices pratiques sur les exigences, et aussi les traquenards, d'un langage que nous croyons parfois bien connaître — et même enseigner!

Une sténographie de pareilles causeries, sans « l'atmosphère » et le tableau noir, serait à peine lisible; d'un autre côté une mise en forme systématique, concevable sous la plume de Lacombe lui-même, serait de ma part une manière de trahison. Je pense donc être plus fidèle, malgré les apparences, en abordant très librement quelques-uns des points traités, sans m'interdire, le cas échéant, quelques détours, banalités, redites, ou remarques personnelles de « l'auditeur moyen » que j'étais. Au fond j'apporte un témoignage, qui a la fragilité habituelle des témoignages. Cela présente un certain risque, mais, vu l'intérêt des exposés de Lacombe, ce risque vaut d'être pris.

Mathématique, péri-mathématique, méta-mathématique.

Une distinction admise par tous, mais qu'il ne faut jamais perdre de vue, doit être faite entre les objets proprement mathématiques et des objets *péri-mathématiques* parmi lesquels on peut ranger toutes sortes de choses : symboles, numérotage des théorèmes, mots du langage « vulgaire » employés dans les énoncés, typographie des manuels, jusqu'aux intonations et gestes du professeur (car après tout il existe une « péri-pédagogie ») : toutes choses qui

pourraient être radicalement modifiées sans la moindre atteinte à l'idée mathématique sous-jacente. Parmi eux cependant on peut distinguer une classe d'objets (*métamathématiques*) plus spécialisés, par exemple le *nom* des objets mathématiques (qu'on évitera de confondre avec les objets), certains objets comme *expression, énoncé, théorème,* etc.

Il existe d'autre part, comme en littérature, des « genres » caractérisés par des styles différents : il y a le style de la publication et le style du tableau noir, encore faudrait-il distinguer la publication savante du manuel élémentaire, sans compter le ronéoté qui ne touche que des initiés, l'enseignement par correspondance destiné à des autodidactes, etc. Et bien sûr chacun de nous a son style personnel.

Or les objets mathématiques proprement dits, les symboles qui les représentent, la syntaxe qui les lie sont à peu près indépendants du style employé, du moins dans un domaine assez vaste où règne un accord pratiquement général. Il n'en va pas du tout de même pour les objets périmathématiques, dont l'emploi varie énormément avec les situations.

On pourrait donc songer à un moyen radical : renoncer à tout signe périmathématique, langage vulgaire compris. Ce serait affreusement long, difficile à la lecture, impraticable à la parole : imaginez qu'au lieu de renvoyer commodément aux théorèmes antérieurs on redonne en chaque occasion de rencontre leur énoncé intégral, lui-même passablement hermétique! Ce symbolisme puriste prendrait le contrepied d'un autre purisme, assez vieillot, qui consistait à vouloir tout exprimer « en bon français »; certes nous devons veiller à la correction du langage, mais l'expérience montre d'abord que ce « bon français » devient rapidement d'une lourdeur insupportable, et aussi que, même élégante, une phrase peut être mathématiquement critiquable. Exemple : *Un idéal b d'un anneau A est un sous-groupe additif tel que* $x \in b$ *et* $a \in A$ *impliquent* $ax \in b$; or la conjonction logique, marquée ici par *et* et le pluriel du verbe, est au moins ambiguë, et surtout il manque les quantificateurs universels.

Sur ce « mélange des styles » une attitude modérée semble la meilleure : entre l'interdiction brutale et le laisser-aller il y a place pour un juste milieu; bon sens et clarté sont les meilleurs guides. Exemple de mélange classique qui demeure tout-à-fait acceptable : *Si* $\lim \sqrt[n]{|a_n|} = \frac{1}{r}$ *la série entière converge absolument pour* $|x| \leqslant r$ *et sa somme tend vers* $f(r)$ *lorsque* $x \to r$.

Laissons à présent de côté cet emploi inévitable du langage quotidien et venons-en aux graffiti périmathématiques. Dans la publication imprimée mieux vaut restreindre le plus possible leur emploi; au tableau ils offrent une commodité, mais faut-il les codifier? C'est plus dangereux qu'utile, car cette codification risque de les faire prendre pour des signes mathématiques et d'accroître la confusion. Donc ne pas abuser d'eux, mais surtout *ne pas en introduire là où existent déjà des signes précis, ou, pis encore, employer des signes précis avec une signification faussée,* que nos élèves se hâteront d'aggraver.

Exemples de cette perversion : l'emploi sténographique de $\exists$, $\forall$, $=$, $\Rightarrow$ pour « il existe », « quelconque », « égal », « donc »; pire qu'une faute de goût ou de soin, c'est une *faute de pensée :* car $\exists$ signifie « pour au moins un ... », $\forall$ signifie « pour tout ... », $=$ signifie « est égal à ... », quant à $\Rightarrow$ (qui mérite à lui seul un article), on fait un contresens grave en l'interprétant comme un lien causal, Bien peu recommandable encore est l'emploi de l'égalité des programmeurs; irréprochable dans la technique de programmation, ce signe périmathématique est dangereux pour nous; écririons-nous, comme les programmeurs le font parfois, $n := n+1$? En revanche la suggestion d'Ehrhart (n° 262), adopter $\stackrel{\prime\prime}{=}$ pour signifier « est égal par définition à » me semble pouvoir être retenue.

Exemple de signes inutiles : on a proposé les deux graffiti *accolade* et *trait sinueux* pour indiquer une liaison conjonctive ou disjonctive entre des énoncés écrits sur plusieurs lignes. Cela peut être commode au tableau, mais pas plus commode que

$$\wedge \left| \begin{array}{l} \ldots\ldots \\ \ldots\ldots \\ \ldots\ldots \end{array} \right. \qquad \text{et} \qquad \vee \left| \begin{array}{l} \ldots\ldots \\ \ldots\ldots \\ \ldots\ldots \end{array} \right.$$

Dernier exemple : le point d'interrogation, écrit soit à part, soit associé à un $\exists$, un $=$, etc. pour signifier « est-il vrai que ...? Lacombe le proscrit dans les livres, et il a raison; je pense même qu'en le tolérant au tableau il atteint les limites de l'indulgence. En tout cas je crois qu'il faut pourchasser l'abominable $\exists?$, non parce qu'il est pire que les autres, mais parce qu'on lui donne un sens aberrant : $\exists ?x, f(x) = 0$, c'est-à-dire littéralement « Y a-t-il au moins un x qui annule $f(x)$? » n'est absolument pas synonyme de « Résoudre l'équation $f(x) = 0$ ».

Les mutificateurs.

Que les âmes sensibles se rassurent! Ces mutificateurs ne sont pas des bâillons, ni même des problèmes propres à laisser nos élèves sans voix. Il s'agit de signes — au sens le plus général du mot — qui rendent *muettes* (ou *liées*) certaines occurrences d'une lettre, les autres occurrences étant *parlantes* (ou *libres*). Pour que ces signes puissent remplir leur office, il est nécessaire que leur usage soit codifié, en particulier que la place de la lettre à mutifier soit parfaitement déterminée; cette place ou *occurrence indicative*, sera marquée ici par un $\square$.

Exemple courant de mutificateur : le signe $\int_a^b \ldots\ldots d\square$, où le $\square$ indique la « variable d'intégration »; ainsi, dans $\int_0^1 x^2 \sin 3x dx$ toutes les occurrences de x sont muettes; dans $\int_0^x x^2 \sin 3x dx$, les occurrences de x sous le signe somme sont muettes, mais la borne supérieure est parlante; dans $\int_0^y y^2 \sin 3x dx$

les occurrences de x sont muettes, celles de y sont parlantes; etc. Autre exemple simple : $\sum_{\square}$.

Dès l'abord une remarque importante. Dans son cours de logique, Lacombe insiste assez fortement sur ce fait que l'occurrence indicative doit être occupée par *une simple lettre*, jamais par un nombre ou une expression; il tolère un multiplet de lettres, par exemple $\forall(x, y, z)$ comme abréviation de $\forall x$, $\forall y$, $\forall z$. Or au cours de ses causeries il a fait un certain nombre d'entorses à ce principe, à vrai dire toutes dans le même esprit. Comme l'illogisme n'est pas son travers dominant, il est intéressant de démêler ce qui l'a poussé et justifié.

Lorsque nous écrivons une expression, notre souci primordial — du moins dans le cadre déjà passablement large d'une conception ensembliste — est (ou devrait être) de savoir *quels ensembles* décrivent les variables qui y figurent, sans quoi le sens de l'expression reste mal défini. Parfois cette appartenance est sous-entendue parce qu'elle va de soi : si l'on écrit sans commentaire $\sum_i a_i$, tout le monde sent « d'instinct » que i décrit $\mathbb{N}$. Ou bien elle est clairement annoncée à l'avance : dès que nous avons écrit $\int_a^b$, nous savons que la variable d'intégration va décrire le segment orienté qui va de a à b. Mais si par exemple i prend les valeurs entières de 0 à n? La diversité des notations suffit à traduire notre embarras. Certains écrivent $\sum_0^n$, qui est à proscrire, car l'occurrence indicative de i a complètement disparu; d'autres $\sum_{i=0}^{n}$, ce qui n'est pas encore fameux. L'écriture la plus « honnête » consisterait sans doute à se ramener aux cas précédents en *annonçant* l'ensemble décrit *avant* d'écrire le $\sum$; mais où? Et si, comme la chose est possible, i sert à nouveau de lettre muette mais en décrivant un ensemble différent, comment distinguer? Alors, en pratique :

a) ou bien on fait suivre immédiatement la somme indiquée par le $\sum$ de l'indication de l'ensemble, la ponctuation entre les deux étant assez indécise :

$$\sum_{i} a_i \qquad i\in\{0, 1, 2, \ldots, n\}$$

b) ou bien on écrit $\sum_{0\leqslant i\leqslant n} a_i$, écriture assez condensée et par là commode, mais où l'occurrence indicative comporte, *outre la lettre à mutifier, l'indication de l'ensemble qu'elle décrit* (variante $\sum_{i\in I} a_i$). C'est cette situation que nous allons retrouver dans la plupart des cas, à des détails près.

1° **Les quantificateurs $\forall\square$ et $\exists\square$.** — Comment écrire que la variable muette décrit un ensemble E? Proscrivons tout de suite $(\forall x)$ $(x\in E)$ qui signifierait « n'importe quel x appartient à E ». Si l'on sait d'avance ou si l'on a

écrit d'avance $x \in E$, le plus simple est d'employer $\forall x$; mais on risque des malentendus dans les cas compliqués. Sinon :

a) ou bien on emploie le *quantificateur relativisé* $\forall x / x \in E$,

b) ou bien on l'abrège en $\forall x \in E$, écriture qui, malgré quelques inconvénients, a le mérite d'être très ramassée et courante. Ici encore l'occurrence est indicative de la lettre *et de l'ensemble.*

2° **Définition d'un ensemble en compréhension.** — En principe il faut disposer d'une accolade à *trois* compartiments : le premier pour le terme général, le second pour l'occurrence indicative des variables muettes, éventuellement complétée par l'indication des ensembles qu'elles décrivent, le troisième pour la propriété caractéristique qui définit l'ensemble (au fond le dernier apparaît encore comme relativisant le mutificateur du second). Le double exemple suivant met en lumière l'importance du rôle du compartiment médian :

$$\{x+y / x \in \mathbb{R} / (y \in \mathbb{R}) \wedge (x^2+y^2 = 1)\} = \{y-\sqrt{1-y^2},\ y+\sqrt{1-y^2}\}$$

tandis que :

$$\{x+y / (x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2+y^2 = 1\} = [-\sqrt{2}, +\sqrt{2}].$$

Dans nombre de cas usuels, où la variable muette n'est pas douteuse, on se contente de deux compartiments, mais cette mutification masquée n'est pas sans inconvénients pédagogiques.

3° **Les applications.** — Remarque préalable : la flèche $\to$ n'a qu'un sens très général : écrire $f : E \to F$ signifie seulement « f appartient à l'ensemble des applications de E dans F ». Malgré le très grand usage qu'on en fait, l'économie de cette flèche serait donc possible, et d'autant plus souhaitable qu'on risque la confusion avec le mutificateur $\square \mapsto$, beaucoup plus précis. Car $x \mapsto x^2 \sin(y \cos x)$ est le *nom* d'une application f parfaitement définie et l'on peut écrire sans remords $f : x \mapsto x^2 \sin(y \cos x)$ et même

$$f = [x \mapsto x^2 \sin(y \cos x)].$$

Mais attention! d'après la remarque générale du début, je n'ai pas le droit d'écrire la « valeur particulière » : $\pi \mapsto \pi^2 \sin(y \cos \pi)$, où la flèche n'est plus du tout mutifiante. (Naturellement je l'ai fait cent fois, et je ne dois pas être le seul.) On conserve bien sûr le droit d'écrire $f(\pi) = \pi^2 \sin(y \cos \pi)$.

Après ce qui a été dit, il apparaît tout naturel, au moins dans les cas simples, de faire figurer l'ensemble de définition de l'application en même temps que l'occurrence indicative, par exemple : $(x \in \mathbb{R}^*) \mapsto \frac{1}{x}$. Naturellement, si cet ensemble de définition est plus compliqué, si l'ensemble d'arrivée doit également être précisé, une écriture plus circonstanciée sera nécessaire.

4° **Les limites.** — La critique de la phrase « $f(x)$ tend vers b lorsque x tend vers a » n'est plus à faire; il faut considérer cette phrase comme un tout non analysable où les deux verbes « tend » ne sont même pas synonymes. Les traduire par des flèches n'arrange rien, en tout cas la graphie $f(x) \xrightarrow[x \to a]{} b$ n'est pas non plus décomposable en deux flèches. Certainement meilleur, dans le langage parlé comme dans l'écriture, est l'emploi du mot « limite » et du mutificateur lim, par exemple $\lim_{\square \to} \quad \lim_{x \to 0} \sin x = 0$.

Cette écriture, pour être courante, est-elle excellente? On peut lui faire deux reproches : d'abord cela fait *encore une flèche* — avec son cortège d'associations d'idées « cinématiques », tout-à-fait inopportun ici; et puis la notion de limite recouvre non une fonction d'*ensemble*, mais une fonction de *fonction :* elle porte sur f et non sur $f(x)$. Une autre écriture a été proposée, avec un « Lim » *qui n'est pas mutificateur*, écriture pour laquelle je ne dissimule pas ma très nette préférence : $\operatorname{Lim}_a f = b$, ce qui entraînerait, de façon très simple : $\operatorname{Lim}_0 \sin = 0$, ou, lorsqu'il est nécessaire de détailler :

$$\operatorname{Lim}_0 \left(x \mapsto \frac{\sin x}{x} \right) = 1.$$

Par exemple, pour la définition de la dérivée, on aurait, à volonté :

soit $\operatorname{Lim}_0 \left(h \mapsto \frac{f(x+h)-f(x)}{h} \right)$ soit $\operatorname{Lim}_{x_0} \left(x \mapsto \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} \right)$.

Pratiquement ce n'est pas plus compliqué que l'écriture habituelle, mais à mon sens beaucoup plus conforme à l'idée à exprimer.

Les incidentes.

Comme on l'a déjà dit, une tournure peut être correcte pour la grammaire, voire élégante par son style, sans être mathématiquement bonne; même si elle l'est, sa transcription littérale au moyen des symboles mathématiques ou logiques usuels peut aboutir au contre-sens ou au non-sens (ce qui est d'ailleurs le cas de toutes les traductions mot-à-mot).

Parmi les pièges où nous risquons de trébucher, et nos élèves avec nous, l'un des plus perfides est l'*incidente* des grammairiens. Déjà du simple point de vue de sa forme grammaticale, ses aspects sont multiples : souvent c'est une proposition relative introduite par un « qui », un « que », un « dont »; on peut volontairement l'alourdir (en général par souci de précision) en l'introduisant par un « lequel », « duquel »; etc., on peut aussi l'alléger en lui substituant une tournure participiale ou même l'apposition d'un simple adjectif ou nom entre virgules. Exemple :

Relative : les Français, qui habitent la zone tempérée, ...
Participiale : Les Français, habitant la zone tempérée, ...
Apposition : Les Français, habitants de la zone tempérée, ...

A la limite disparaît même parfois toute trace de subordination, une juxtaposition suffit. Au lieu de « Trois et deux (sous-entendu : qui font cinq) et cinq font dix », le Malade imaginaire dit dans une langue on ne peut plus classique : « Trois et deux font cinq, et cinq font dix, et dix font vingt » — alors que pour nous « $3+2 = 5+5 = 10+10 = 20$ » est une monstruosité.

Si de la grammaire on passe à la logique, la diversité est encore plus troublante : le plus souvent cette incidente, explicative ou causale, se traduit par un « vu que » ou un « parce que », parfois au contraire elle est concessive et se traduit par un « quoique ». Dans ces conditions on ne sait *a priori ni quel signe logique employer, ni surtout où le mettre,* car cette incidente, qui ne concerne qu'une partie de l'énoncé, vient interrompre nos chaînes de symboles.

C'est ainsi qu'on tombe (trop) facilement dans un emploi fautif du signe $=$ en lui donnant la valeur adjective « égal » au lieu de la valeur verbale « est égal à » (remarques analogues pour $\neq$, $<$, etc.). Exemple emprunté à un texte de baccalauréat : *Considérons la suite* $u_0, u_1, u_2 = a, u_3, u_4$. Rigoureusement seules deux interprétations sont permises : ou bien « la suite (u_0, u_1, u_2) est égale à la suite (a, u_3, u_4) » — ou bien « la suite proposée est constituée de cinq éléments dont les deux premiers et les deux derniers appartiennent à $\mathbb{R}$, l'élément médian, c'est-à-dire *l'énoncé* $u_2 = a$, appartenant à la paire {Vrai, Faux}. Autre exemple, probablement très courant : $x \mapsto x^2 = y$; qu'entendre par là? Faut-il comprendre $(x \mapsto x^2) = y$? alors y est une *application* et non un réel; ou bien $x \mapsto (x^2 = y)$? alors on a une application de $\mathbb{R}$ dans {Vrai, Faux}. Visiblement aucune de toutes les interprétations proposées ne correspond aux idées qu'on voulait exprimer. On dira que tout le monde avait compris sauf ceux qui font exprès de ne pas comprendre; c'est probable en effet, mais au fond ce n'en est que plus grave.

L'équivalence logique $\Leftrightarrow$ étant une égalité particulière, l'égalité sur {Vrai, Faux}, elle donne lieu avec la même déplorable facilité à des erreurs analogues, surtout au tableau. Exemple :

$$(x-1)(x+3) = 0 \Leftrightarrow \vee \left| \begin{array}{l} x-1 = 0 \Leftrightarrow x \in \{\ \ 1\} \\ x+3 = 0 \Leftrightarrow x \in \{-3\} \end{array} \right.$$

Or, à droite, l'énoncé de la première ligne est vrai pour tout x, celui de la seconde aussi, leur disjonction également; conclusion inattendue : quel que soit x, $(x-1)(x+3) = 0$! En réalité les deux équivalences de droite, *adjectives et non verbales,* doivent être supprimées sans pitié.

Sur quoi on a fait à Lacombe l'objection qu'il avait d'ailleurs prévue : Quand vous écrivez $\forall x \in E$, ou encore $(x \in \mathbb{R}) \mapsto x^2$, votre signe $\in$ a la valeur adjective « appartenant à » et non la valeur verbale correcte « appartient à ». Répondre que $\forall x \in E$ est une notation abrégée pour $\forall x / x \in E$ n'est satisfaisant

qu'en partie : cela donne le moyen d'expliciter la notation quand elle risque d'être confuse, cela n'explique pas que l'abréviation soit tolérable ici alors qu'on la proscrit ailleurs. Au fond la vraie raison me paraît être la présence du mutificateur ($\forall\square$ ou $\square\mapsto$); car ce mutificateur cesserait d'être interprétable si l'on s'avisait de lire « pour toute appartenance de x à E » ou si c'était l'appartenance de x à $\mathbb{R}$ qu'on prétendait envoyer sur x^2. Cela confirme, semble-t-il, que la convention la plus commode et la plus générale est de considérer que l'occurrence $\square$ est indicative *à la fois* de la variable à mutifier et de l'ensemble qu'elle décrit.

Le péché par omission.

Je commencerai par un aveu : j'avais lu et entendu tant d'opinions contradictoires sur les quantificateurs que je finissais par ne plus oser y toucher; et d'autres m'avaient confié un égal embarras. J'attendais donc beaucoup des exposés de Lacombe, et mon attente n'a pas été déçue.

Et d'abord, dénonciation non équivoque du camouflage des quantificateurs — plus généralement : des mutificateurs — sous des apparences innocentes : un *avec*, un *pour*, une simple juxtaposition. Exemples :

« Soit M l'ensemble des réels $u+v\sqrt{2}$ *avec* u et v rationnels »,

« Soit Y l'ensemble des valeurs $f(x)$ *pour* $x\in X$ »,

et cet exemple, aggravé par l'emploi de l'indéfini *des :*

« G, constitué par *des* éléments de la forme $x+i\sqrt{5}y$, $x\in\mathbb{Z}$, $y\in\mathbb{Z}$ ».

Particulièrement dangereux est *pour* puisqu'il sert d'abréviation *injustifiée* aussi bien à *pour tout* qu'à *pour au moins un ;* ainsi *pour* était existentiel dans l'exemple ci-dessus, alors qu'il est universel dans cette définition de la commutativité :

« $x*y = y*x$, *pour* x et y dans E ».

Tout cela, qui n'indique ni quelles lettres sont mutifiées, ni comment elles le sont, est à condamner sans rémission.

Passons donc aux signes. Il nous arrive fréquemment de négliger d'écrire le $\forall\square$; si bien que nous écrivons de la même façon les deux propositions : $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$, et : $(x-1)^2 = (x-1)(x+2)$. Or, si nous avions la bonne habitude d'écrire un $\forall x$ devant la première, nous n'éprouverions pas le besoin d'agrémenter la seconde d'un point d'interrogation ou de quelque autre signe périmathématique. Car, *et c'est là le point essentiel,* du fait qu'elle possède un x libre, cette seconde proposition recèle une *condition* imposée à x, alors que la première, ayant son x muet, ne peut être qu'absolument vraie ou absolument fausse (et il est raisonnable alors d'admettre que, si elle

était fausse, on prendrait la peine de le signaler; l'écrire sans commentaire revient donc à une affirmation implicite).

Encore ce cas est-il assez simple pour que nous n'ayons guère de doute sur l'interprétation; quand on en vient à l'implication $\Rightarrow$ et aussi à l'équivalence logique ou implication mutuelle $\Leftrightarrow$, on court à l'erreur grave. Ayant défini l'implication « des logiciens » $P \Rightarrow Q$ par son tableau de valeurs, on prétend parfois que les mathématiciens suppriment « en pratique » une partie de ce tableau; or supprimer « P faux, Q faux » reviendrait à énoncer Q seul; et supprimer « P faux » rendrait l'implication indiscernable de la conjonction $P \wedge Q$ et aussi de l'équivalence logique $P \Leftrightarrow Q$. Ce n'est certainement pas le sens que nous lui donnons « usuellement ».

En réalité nous l'employons exactement comme les logiciens, mais nous sous-entendons la plupart du temps des quantificateurs universels ; là est la source de notre embarras, outre le fait que le mot « impliquer » est souvent pris dans le sens causal « entraîner comme conséquence » dont il faut se garder dans le domaine logico-mathématique.

Si beaucoup se sentent gênés par $2<0 \Rightarrow 3<0$ ou par $2<0 \Rightarrow 3>0$, affirmations pourtant inattaquables, c'est qu'ils cherchent inconsciemment le quantificateur implicite ... et le cherchent en vain puisqu'il n'y a aucune variable à mutifier. Écrivons donc par exemple $x<0 \Rightarrow x+1<0$, et nous voyons apparaître le danger de ces quantifications masquées; car, si on l'interprète comme signifiant $(\forall x)(x<0 \Rightarrow x+1<0)$, cet énoncé, sans variable parlante, est visiblement faux; mais si on ne lit rien de plus que ce qui est écrit, alors il s'agit d'une *condition* portant sur la variable libre x, condition qui équivaut à $x \notin [-1,0[$.

Ce danger ne peut que s'accroître si plusieurs variables sont en jeu. Exemple :

$$(x^2+y^2-2 \leqslant 0) \Rightarrow (x^2+y^2-2x-4<0).$$

Sous cette forme il s'agit d'une condition astreignant le point (x, y) à être extérieur à une certaine lunule; si l'on sous-entend $\forall x$, elle astreint y à être extérieur à $[-1, +1]$; si l'on sous-entend $\forall y$, elle astreint x à être extérieur à $[-\sqrt{2}, -1]$; enfin, si l'on sous-entend $\forall x$, $\forall y$, l'énoncé, sans lettre libre, est absolument faux puisque la lunule n'est pas vide. Conclusion évidente : ces sous-entendus sont autant de chausse-trapes.

Autre exemple, bien classique, celui de la continuité. J'écris $|x-x'|<\eta \Rightarrow |f(x)-f(x')|<\varepsilon$. Si j'écris à gauche $\forall \varepsilon$, $\exists \eta$, $\forall x'$, il s'agit d'une propriété du couple (f, x), à savoir la continuité de f au point x; si j'écris à gauche $\forall x$, $\forall \varepsilon$, $\exists \eta$, $\forall x'$ ou $\forall \varepsilon$, $\exists \eta$, $\forall x$, $\forall x'$, il s'agit d'une propriété de f seul : dans le premier cas la continuité partout, dans le second la continuité uniforme; si « j'omets » tout ou partie de ces quantificateurs, on ne sait plus de quoi je veux parler, et la négation de ces propriétés devient un casse-tête.

On pourrait multiplier les exemples : dire que $a \mathcal{R} b \Rightarrow b \mathcal{R} a$ est une « définition de la symétrie » ne vaut que si l'on a pris soin de préciser $\forall a$, $\forall b$; sinon c'est la définition d'un *certain ensemble* de couples (a, b); par exemple, si

$\mathcal{R}$ est « être le carré de » (dans $\mathbb{R}$), cela définit la réunion de la paire $\{(0,0),(1,1)\}$ et du complémentaire de la parabole $a = b^2$.

Sans prétendre dégager une leçon d'ensemble de ces notes un peu fragmentaires — alors que Lacombe, infiniment plus qualifié, s'en est abstenu — je crois pouvoir dire qu'à notre niveau nous gardons une certaine latitude dans l'emploi du périmathématique et, en particulier, du langage « vulgaire ». Il n'en faut pas abuser certes, mais nous aurions grand tort aussi de nous en priver par affectation ou purisme. La langue courante a plus de plasticité, admet des tolérances plus larges; elle permet parfois de se tirer d'affaire là où on se heurte à de sérieuses difficultés avec le *bon emploi* de la langue mathématique. Plus on s'élève, bien sûr, plus il convient de se défier de ces « facilités »; mais à aucun niveau nous n'avons le droit de détourner la langue mathématique de son usage correct et précis, de nous permettre et de permettre aux élèves des « entorses », fût-ce par omission (autrement que devant des auditoires très avertis). Quand un outil est bien affûté, on peut hésiter à le placer dans des mains inexpertes; mais seuls de piètres ouvriers prendraient ce prétexte pour l'émousser.

Nov. 1969. — Comparant cet article avec mes notes de mars 1968, je m'aperçois d'une omission, celle des *relations*, d'autant plus grave que je trouve dans mon courrier un nombre (relativement!) élevé de lettres sur ce sujet. Lacombe avait critiqué l'expression fort répandue « la relation $y = x^2$ », disant : Appelez cela un énoncé, une condition, tout ce que vous voudrez, sauf une relation (nonobstant l'autorité de Bourbaki). La relation, c'est, si x et y sont astreints à un ensemble E, l'application qui au couple (x, y) fait correspondre l'énoncé $y = x^2$, autrement dit une application de $E \times E$ dans {vrai, faux}. Appeler relation l'énoncé lui-même, c'est faire au fond la même faute que dire la « fonction » $f(x)$.

J'avoue que, la première surprise passée, on découvre de substantiels avantages à cette conception. Car enfin, si l'on baptise $x \leqslant y$ « relation d'ordre », alors $y \leqslant z$ en est une aussi, mais *pas la même*, et aussi $x \leqslant z$; à laquelle des trois peut bien s'appliquer la transitivité? ce qui est transitif, c'est la relation définie par $(x, y) \mapsto (x \leqslant y)$. De même on éliminerait sans doute beaucoup de difficultés de langage relatives aux équations (on ne sait ni ce que c'est, ni quelles sont les « données » ou les « inconnues »); car, à partir du moment où l'on regarde une équation comme une relation au sens précédent, par exemple l'application $(x \in \mathbb{R}) \mapsto (ax^2 + bx + c = 0)$, aucun doute n'est plus possible sur l'inconnue; quant à l'ensemble-solution, c'est l'image réciproque du « vrai ».

J.-M. Ch.

2

Échanges

Matériaux pour un dictionnaire

Un curieux spécimen d'Octopus.

Le *Bulletin* 269-270 ayant été consacré à la classe de Sixième, je n'ai pu jusqu'ici rendre compte des réponses reçues soit au questionnaire sur le vocabulaire lors de l'assemblée générale de Besançon, soit au questionnaire inclus dans la notice lexicographique de l' « édition 1967 » du Dictionnaire. Je pense traiter ces questions dans le nº 272, préférant m'attacher ici uniquement à la plus urgente d'entre elles.

Il est notoire qu'en juin dernier la consultation trop hâtive des adhérents n'a pas eu toute la clarté désirable ; le nombre élevé d'abstentions déclarées, environ 30 %, l'a confirmé, ainsi que les réactions de l'assemblée. Le principe de la consultation de la « base » a été accueilli favorablement, mais les collègues ont souhaité que les questions de cette sorte soient connues à l'avance de façon qu'ils puissent y réfléchir individuellement ou en discuter dans les Régionales. En particulier certains n'ont pas caché qu'ils avaient pris position sur « angle », « ouverture », « amplitude » sans avoir pu mesurer toutes les incidences de leur choix. Or on est arrivé au point où *un choix doit être fait :* le seul conseil que j'ai pu donner dans le nº 269-270 est de se défier du mot *angle ;* si on laisse ainsi aller les choses, on ne pourra bientôt plus parler de rien. C'est pourquoi je donne aujourd'hui à cette affaire une priorité absolue.

***

L'angle est un animal étrange qui envoie, a envoyé, ou pourrait envoyer des tentacules au moins dans huit directions occupées par huit objets mathématiques, que je désignerai dans la suite par des minuscules, réservant les majuscules correspondantes pour les ensembles formés.

1° Partie s du plan limitée par deux demi-droites de même origine. — (Encore pourrait-on introduire de subtiles distinctions suivant qu'on inclut ou non un côté, deux côtés, le sommet; mais ne compliquons pas et convenons qu'il s'agit de la partie *fermée*, donc bord compris). L'ensemble S est muni des opérations usuelles de réunion et d'intersection, et d'un ordre partiel par inclusion. On peut naturellement « faire un sort » au cas intéressant où, deux parties s et s' étant *adjacentes*, leur réunion apparaît comme une opération *interne* dans S.

2° Bord a d'une partie s. — La correspondance entre a et s n'est visiblement pas biunivoque, puisqu'à un a donné correspond une *paire* (soit saillant-rentrant, soit plat-plat); on ne voit guère quelles relations intéressantes introduire dans A.

3° Classe d'équivalence σ (pour l'isométrie) de parties s. — On peut assimiler $\sum$ au segment $[0,2\pi]$ muni de son ordre total habituel, et aussi le munir d'une « addition » traduisant la réunion de deux parties s adjacentes. Suivant la définition donnée pour *adjacent*, cette « addition » pourra n'être qu'une « opération » définie seulement pour certains couples $\left(\text{ainsi on ne saura pas « additionner » } \pi \text{ et } \frac{3\pi}{2}\right)$, ou au contraire la « loi » définie comme suit :

$$\forall(\sigma, \sigma') \qquad \sigma * \sigma' = inf\{\sigma+\sigma',\ 2\pi\}$$

Cette loi est compatible avec l'ordre, mais $(\sum, *)$ n'est ni un groupe, ni même un demi-groupe.

4° Désignant par Ω une surface de Riemann à feuillets multiples, de pôle 0, on considère à présent une *partie f de Ω, limitée par deux demi-droites d'origine* 0, *et connexe dans* $\Omega - \{0\}$. Pour l'ensemble F de ces parties on peut répéter ce qu'on a dit pour S, à ceci près qu'il n'y a ici aucune hésitation sur le sens à donner au mot *adjacent*.

5° Bord b d'une partie f. — Cette fois, la correspondance entre b et f étant biunivoque, on transporte facilement les propriétés de F dans B.

6° Classe d'équivalence φ (pour l'isométrie) de parties f. — La réunion de deux parties adjacentes et l'ordre dans F se traduisent sans ambiguïté dans Φ, faisant de Φ un demi-groupe totalement ordonné, isomorphe à $(\mathbb{R}^+, +, \leqslant)$.

7° Opérateur θ de rotation (de centre donné), dit aussi *angle-de-vecteurs*. L'ensemble Θ, muni de la composition des rotations, est isomorphe à $\mathbb{R}/2\pi\mathbb{Z}$ muni de l'addition des classes, ou encore au groupe multiplicatif des complexes de module 1; ces groupes *ne sont pas ordonnés*.

8° Angle de droites. — Considéré le plus souvent comme une classe δ de réels modulo π; j'ai déjà exposé, trop longuement peut-être, pourquoi je préférais voir en δ une paire de classes modulo 2π. De toute façon Δ est un groupe non ordonné qu'on peut identifier à $\mathbb{R}/\pi\mathbb{Z}$.

Viennent encore se greffer sur cet « octopus » quelques tentacules supplémentaires dus à l'orientation. En orientant le plan ou la surface de Riemann, il est possible

de définir deux sens pour s, σ, f, b, φ; et l'on peut généraliser les diverses « additions » afin qu'elles restent compatibles avec cette orientation, de façon très naturelle pour F, B, Φ (lequel devient alors isomorphe à $\mathbb{R}$), un peu plus artificielle pour S et $\sum$. Au contraire, pour les groupes non ordonnés Θ et Δ, cette compatibilité est totalement exclue, ce qui ôte tout intérêt aux prétendus « angles orientés ».

*
* *

Il découle de cet inventaire que non seulement ces huit objets sont distincts, mais que les structures des ensembles qu'ils forment sont pour la plupart irréductibles les unes aux autres (les seules assimilations possibles sont entre F et B, dont l'intérêt est à peu près nul dans l'enseignement élémentaire, et entre Θ et Δ, dont l'isomorphisme serait plus gênant qu'utile en géométrie). Par conséquent, si l'on veut mettre fin à ce grouillement tentaculaire des « angles », il est indispensable d'introduire de nouveaux mots, qui éventuellement peuvent être des mots nouveaux; je ne tiens pas absolument aux néologismes (on me les a amicalement reprochés), mais un néologisme vaut sûrement mieux qu'une ambiguïté. A nous de choisir.

Faisons à présent l'inventaire des besoins et celui des mots disponibles. Pour les besoins, il semble qu'on peut éliminer immédiatement f et b (alors que φ est d'emploi courant); s a reçu un nom qui paraît satisfaire tout le monde : *secteur; a* occupe semble-t-il, la toute dernière place dans l'ordre des priorités; reste donc d'une part l'ensemble $\{\sigma, \varphi, \theta, \delta\}$. Est disponible d'autre part l'ensemble {amplitude, angle, argument, ouverture, phase, trope, ditrope} où les deux derniers mots sont des néologismes de ma fabrication. Il n'y a plus qu'à injecter le premier ensemble dans le second, soit 840 arrangements! mais heureusement la plupart s'éliminent d'eux-mêmes.

Je ne crois pas beaucoup à *argument* depuis qu'on m'a fait remarquer que le mot traînait derrière lui à peu près les mêmes ambiguïtés qu'*angle* (sans compter l'« argument d'une fonction »); d'ailleurs c'est un « angle polaire », et il est de fait que l' « argument d'un complexe » est, suivant les problèmes, tantôt un φ, tantôt un θ. On pourrait *à la rigueur* confondre σ et φ sous le même vocable en regardant φ comme un σ généralisé; je ne pense pas que ce soit recommandable, et il se trouve justement que l' « angle cinématique » φ a en physique une appellation qui lui convient parfaitement : la *phase;* pourquoi chercher ailleurs?

Finalement le choix me semble se réduire à une très étroite alternative : *Lequel des deux,* σ *ou* θ, *convient-il d'appeler angle,* et comment alors appeler l'autre? Ma position étant connue, je serais hypocrite de faire ici étalage de « neutralité ». Certes j'ai été tenté, comme beaucoup, de garder les « angles de rotation » θ; mais il faut alors reconnaître honnêtement ceci : non seulement nous irons vers un enseignement élémentaire où l'on devra parler des « amplitudes d'un triangle » ou des « ouvertures d'un triangle » dont la somme sera égale... à quoi au fait? à une « amplitude plate », à une « ouverture plate »? mais de plus nous nous écarterons du vocabulaire de la physique, de la technologie, de la géographie et même de la langue courante; ce risque, négligeable quand il s'agit d'un mot pédant, est grave quand il s'agit d'un mot vulgaire comme *angle.* C'est pourquoi — à titre personnel, mais aussi en me faisant l'écho de nombreuses inquiétudes — je reste fidèle à l'équivalence entre ce mot et la notion σ : c'est cette équivalence qui apportera le moins de perturbation dans les habitudes acquises, de pensée comme de langage, au niveau élémentaire. A un niveau un peu plus élevé les gens sont tout de même plus capables de se débrouiller.

Se pose alors la question : si σ est un angle, qu'est θ? Une proposition valable a été faite : parler de l'*amplitude* d'une rotation. J'y vois, et d'autres y ont vu, un inconvénient : le mot a un tout autre sens dans un domaine dangereusement voisin, celui des mouvements pendulaires; en outre on est conduit à des locutions assez médiocres « amplitude d'un couple de vecteurs », « amplitude d'un couple de droites » où le mot aurait encore deux sens différents. Personnellement et provisoirement, même au prix d'un néologisme, je garde ma préférence à *trope* pour θ et *ditrope* pour δ, qui sont brefs et expressifs. On est tout-à-fait libre de ne pas aimer, mais pour ces mots-là comme pour les autres une critique négative ne suffit pas si elle ne s'accompagne de propositions concrètes.

Tel est, dans l'état actuel, l'exposé — non pas neutre, mais assez objectif, je crois, pour ne pas fausser le problème — de cette question; elle est complexe et délicate par nature et je crains que personne n'y puisse rien. Je supplie les collègues d'y réfléchir, de me faire part en temps utile de leurs idées, auxquelles sera donnée la plus grande publicité possible, et de se préparer à choisir *massivement* dans quelques mois entre les deux formules suivantes, dont l'une sera à rayer et l'autre à compléter :

1° *Estimant que le mot « angle » doit s'appliquer à* σ, *je propose que* θ *soit appelé* ..... *et que* δ *soit appelé* .....

2° *Estimant que le mot « angle » doit s'appliquer à* θ, *je propose que* σ *soit appelé* ..... *et que* δ *soit appelé* .....

Il ne restera plus ensuite — ce ne sera pas le plus facile — qu'à appliquer avec discipline la décision de la majorité. Le vieux Caton avait une idée fixe : détruire Carthage; nous devons, nous, être dominés par cette pensée : couper sept pattes à l'octopus.

J.-M. CHEVALLIER,
Secrétaire de la Commission du Dictionnaire.

Commission du dictionnaire.

Les projets de notices suivants : ALPHABET, CHAÎNE (BIEN FORMÉE), LANGAGE, SYNTAXE ont été élaborées par l'équipe grenobloise du Dictionnaire. Vu le caractère très spécifique de ces notices et la compétence particulière que requiert leur discussion, la Commission préfère les publier d'abord dans le *Bulletin* — avant la publication sur fiches — dans l'espoir de provoquer ainsi des remarques propres à élargir le cadre de la discussion. Prière d'adresser ces remarques à : J.-M. CHEVALLIER, 37, av. Anatole-France, 94-Saint-Maur.

Alphabet

Ensemble, fini ou non, de symboles destinés à former un langage mathématique [LANGAGE]. Certains symboles peuvent être constitués par des assemblages de caractères $\left(\sin, \cos, \frac{2}{3}, \text{ par exemple}\right)$.

L'explication des règles de syntaxe [SYNTAXE] nécessite, en général, le partitionnement de l'alphabet en les sous-ensembles suivants, dont certains peuvent être vides :

1° L'ensemble des « variables » ou « constantes ». Elles sont habituellement désignées par les lettres, latines ou grecques, majuscules et minuscules, éventuellement indicées, par les chiffres, ou par des symboles spéciaux tels que ∞, $\varnothing$.

2° L'ensemble des « opérateurs » ou « foncteurs » : les signes d'opérations, les symboles des fonctions trigonométriques, etc.

3° L'ensemble des « prédicats » : ils traduisent généralement des relations : l'égalité, l'inégalité, l'appartenance, l'inclusion, etc.

4° L'ensemble des signes auxiliaires : ce sont essentiellement des séparateurs : parenthèses, signes de ponctuation, etc.

Chaîne

On appelle « chaîne construite sur un alphabet A » [ALPHABET] toute suite finie, éventuellement vide, d'éléments de A, ou encore : tout élément du monoïde libre [MONOÏDE] engendré par les éléments de A et ayant pour loi de composition la concaténation (c'est à dire la mise bout à bout).

Exemple : si l'alphabet A contient les lettres latines, les signes d'addition et d'égalité et les parenthèses.

$$(x+y+z=t) \qquad \text{et} \qquad x)+y(+z=t$$

sont des chaînes construites sur A.

Remarque : Les combinaisons usuelles de symboles mathématiques utilisées ne sont pas toutes des chaînes. Par exemple :

$$\sqrt{x^3}, \quad \frac{4x+2}{5x+3}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}, \quad \int_a^b f(x)dx$$

ne sont pas des chaînes, mais certaines conventions et, éventuellement, l'introduction de nouveaux foncteurs dans l'alphabet permettraient de mettre ces expressions sous forme de chaînes.

Chaîne bien formée : Notion définie au cours de l'article LANGAGE.

Langage

On appelle « langage construit sur un alphabet A » un sous-ensemble donné de l'ensemble des chaînes construites sur A [CHAÎNE].

Les chaînes construites sur A et appartenant au langage sont appelées « chaînes bien formées ». Les règles permettant de construire les chaînes bien formées ou de déterminer si une chaîne donnée est bien formée ou non constituent la syntaxe du langage [SYNTAXE].

Exemple de règle : la règle des parenthèses [PARENTHÈSES].

Syntaxe

Ensemble de règles permettant de construire les chaînes d'un langage ou de déterminer si une chaîne donnée fait partie, ou non, du langage [LANGAGE].

Exemple 1 : langage des entiers naturels. L'alphabet étant constitué des chiffres (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) on appelle « entier naturel » toute chaîne de chiffres qui satisfait les conditions :

1° elle est non vide;

2° si elle comporte plus d'un élément, le premier n'est pas le chiffre zéro.

On peut présenter une telle syntaxe sous la forme suivante due à Backus :

<chiffre> : : = 0/1/2/3/4/5/6/7/8/9

<entier non nul> : : = 1/2/3/4/5/6/7/8/9/<entier non nul> <chiffre>

<entier> : : = 0/<entier non nul>

Dans chaque ligne, à gauche du symbole : : =, se trouve placé entre le signe < et le signe > le nom de l'être mathématique dont on donne à droite, les règles de formation; les diverses possibilités de définition y sont séparées par des /. Parmi elles, outre des éléments de l'alphabet, peuvent d'ailleurs se trouver des notions intermédiaires placées entre < et > (ainsi < entier non nul > et < chiffre > dans l'exemple précédent). De nombreuses définitions syntaxiques sont récursives.

Exemple 2: langage des expressions ensemblistes. L'alphabet comprend les lettres latines majuscules, les foncteurs ¬, ∩, ∪ et les parenthèses. Le langage que nous allons définir n'autorise pas à écrire : (A) ou ((A∪B)), mais autorise : ¬(¬A), ¬¬A, (A∪B)∪C, A∪B∪C.

Soit donc cette définition :

<ensemble> : : = A/B/C/.../Z

<terme> : : = <ensemble>/(<N expression>)/(<U expression>)/(<I expression>)

<N expression> : : = ¬<terme>/¬<N expression>

<I expression> : : = <terme>∩<terme>/<I expression>∩<terme>

<U expression> : : = <terme>∪<terme>/<U expression>∪<terme>

<expression> : : = <terme>/<N expression>/<I expression>/<U expression>.

Si l'on voulait permettre les redoublements de parenthèses interdits ci-dessus, il suffirait de modifier la définition de terme :

<terme> : : = <ensemble>/(<expression>).

Exemple 3. — Langage des expressions algébriques n'utilisant que l'addition et la multiplication. L'alphabet comprend des variables représentées par les lettres latines minuscules, l'opérateur + (la multiplication est écrite sans signe opératoire) et les parenthèses.

<variable> : : = *a*/*b*/*c*/.../*z*

<somme> : : = <produit>+<produit>/<somme>+<produit>

<produit> : : = <variable>/<produit><variable>/(<somme>)<variable>/<produit>(<somme>)/(<somme>)(<somme>)

<expression> : : = <somme>/<produit>.

Une telle expression est écrite avec le minimum de parenthèses. Des expressions telles que

$$(a+b), \quad a+(b), \quad a+(bc), \quad a+((b+c))$$

y sont interdites.

Problèmes combinatoires ...et autres thèmes

A propos des triangulations

Les commentaires de A. Adler (*Bulletin* n° 268, pp. 237-238), au sujet d'un problème donné dans sa classe de Spéciales A′, ne sont pas restés sans écho. Il s'y rattache : un énoncé sur le même thème (des triangulations et des différentes formes du lemme de Sperner) proposé à la Faculté des Sciences de Toulouse à la session de septembre, des remarques de notre collègue Euvrard (figurant dans le présent *Bulletin*), enfin une mention de la géométrie combinatoire parmi les types de « problèmes combinatoires » évoqués par C. Frasnay (également dans ce *Bulletin*).

1° Pour éviter d'avoir à définir les triangulations en général, le problème donné à Toulouse utilisait des triangulations particulières par faisceaux de segments parallèles aux côtés d'un triangle $[a_1, a_2, a_3]$, mais la présentation était purement arithmétique. Voici le début de ce texte :

« Étant donné un entier $n \geqslant 1$, on envisage : l'ensemble T, ses *bords* B_1, B_2, B_3 et ses *sommets* a_1, a_2, a_3 définis par :

$$T = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{N}^3 : x_1 + x_2 + x_3 = n\},$$
$$B_i = \{(x_1, x_2, x_3) \in T : x_i = 0\},$$
$$a_1 = (n, 0, 0),\ a_2 = (0, n, 0),\ a_3 = (0, 0, n),$$

Une *maille* (dans T) est un triplet $(u, v, w) \in T^3$ de forme :

$$u = (p+\varepsilon, q, r),\ v = (p, q+\varepsilon, r),\ w = (p, q, r+\varepsilon),\ \text{pour } \varepsilon = \pm 1.$$

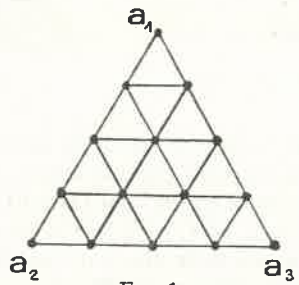


FIG. 1.

Une *fonction de Sperner* (dans T) est une application f de T dans $\{1, 2, 3\}$ vérifiant les conditions : $i \in f(B_i)$. (Il en résulte : $f(a_1) = 1$, $f(a_2) = 2$, $f(a_3) = 3$.) Si t est le nombre des mailles (u, v, w) telles que $\{f(u), f(v), f(w)\} = \{1, 2, 3\}$, on demande de montrer que t est toujours *impair* (quel que soit n, et quelle que soit f) ».

Cette conclusion : t est impair (qui constitue la seconde forme du lemme de Sperner, la première étant simplement $t \geqslant 1$) était, bien entendu, amenée par des questions préparatoires.

2° Pour mieux comprendre l'énoncé plus général proposé par A. Adler (voir le n° 268 du *Bulletin*), certains ont ressenti la nécessité d'une définition préalable des triangulations. C'est ce qu'observe tout d'abord notre collègue Euvrard dans ses remarques. Si l'on ne craint pas les superfluités, on peut adopter le point de vue suivant :

Étant donné 3 points non alignés a_1, a_2, a_3, notons $\theta(a_1, a_2, a_3)$ l'ensemble (de cardinal 7) constitué par les 3 singletons $\{a_i\}$, les 3 arêtes $]a_i, a_j[$ et le triangle ouvert $\omega =]a_1, a_2, a_3[$. On peut dire que la partition $\theta(a_1, a_2, a_3)$ est la triangulation la moins fine du triangle fermé $\bar{\omega} = [a_1, a_2, a_3]$. Une *triangulation* quelconque $\mathcal{T}$ de $\bar{\omega}$ serait alors une partition de $\bar{\omega}$ en « simplexes » des trois types $\{x\}$, $]x, y[$, $]x, y, z[$ vérifiant les conditions :

(1) $\mathcal{T}$ est fini.

(2) Pour tout $]x, y, z[$ appartenant à $\mathcal{T}$: $\theta(x, y, z) \subset \mathcal{T}$.

(3) Pour tout $]x, y[$ appartenant à $\mathcal{T}$, le nombre des triangles $]x, y, z[$ appartenant à $\mathcal{T}$ est : 1 lorsque $]x, y[$ est *périphérique*, 2 lorsque $]x, y[$ est *interne* (interne signifiant : $]x, y[\subset \omega$).

Dans les démonstrations du lemme de Sperner apportées par nos Collègues Adler, Euvrard, Frasnay, on voit apparaître essentiellement les conditions (1) et (3), sans que cela préjuge rien sur l'implication ((1) et (2))$\Rightarrow$(3) et sur la possibilité d'une définition plus brève des triangulations. Des éclaircissements seraient ici les bienvenus.

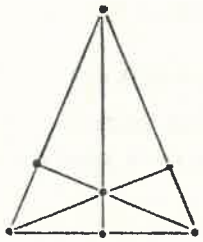


FIG. 2. — Exemple : card (T) = 25.

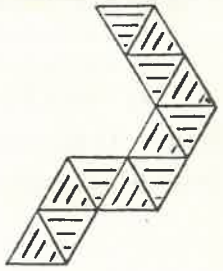


FIG. 3.

3° Une démonstration de la seconde forme du lemme de Sperner (utilisant des « chaînes » de triangles successifs accolés par une arête — comme dans la « deuxième solution » de A. Adler) a été donnée en 1967 par Daniel I. A. Cohen dans le « *Journal of Combinatorial Theory* » (vol. 2, n° 4, p. 585-587). Pour simplifier cette démonstration, C. Frasnay a imaginé une fable dite « du jeu des mains jointes », dont la mathématisation fournit une proposition de Théorie des Graphes. Puisse-t-il ainsi nous convaincre que le lemme de Sperner n'est finalement... qu'un jeu d'enfants!

Quoi qu'il en soit, n'oublions pas de féliciter — avec notre Collègue Adler — ceux de ses grands Élèves dont les réflexions (sur le thème des triangulations) ont été si fructueuses.

La Rédaction.

A propos d'une propriété de partition d'un triangle ABC. [Voir *Bulletin* n° 268, pp. 237-238].

Je voudrais faire deux observations :

La première concerne la difficulté de rédaction d'un énoncé correct, difficulté que connaissent bien ceux qui donnent des sujets dans les examens ou concours :

L'énoncé proposé par Adler est incorrect, car l'auteur pensait inconsciemment à « une bonne partition triangulaire », comme il me l'a lui-même écrit. C'est-à-dire que l'on doit rejeter la partition suivante où un point c appartient à un côté d'un triangle sans en être sommet (fig. 4). En effet le théorème proposé est manifestement faux dans ce cas. Et pourtant c'est une partition en triangles!

La seconde illustre l'un des pièges possibles du raisonnement par récurrence. J'ai donné l'exercice dans ma classe de Spéciales. La plupart des élèves ont donné la solution suivante :

Le plan étant orienté pour que ABC soit direct, supposons qu'avec n points la propriété soit vraie, à savoir : $N(abc)—N(acb) = +1$, $N(abc)$ désignant le nombre de triangles abc (sommets énoncés dans l'ordre direct sur le triangle). On ajoute un point. Il est soit à l'intérieur d'un triangle, soit sur un côté. On le joint à tous les sommets voisins, c'est-à-dire à tous ceux possibles sans couper un côté déjà tracé. En examinant tous les cas possibles, on constate facilement que la propriété vraie pour n points est vraie pour $n+1$. Or elle l'est pour 0 point.

Malheureusement cette solution, en apparence si satisfaisante, ne vaut rien. Il est facile en effet de fabriquer une partition (une bonne) où il est impossible, en enlevant un point, d'arriver à une partition en triangles. C'est le cas de la figure 5. Elle ne peut donc être obtenue dans la fabrication récurrente précédente.

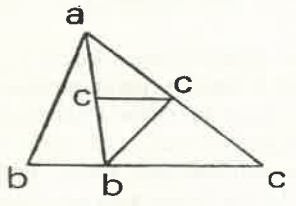


FIG. 4.

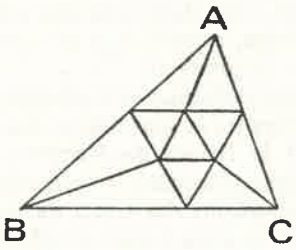


FIG. 5.

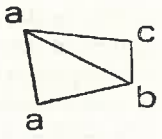


FIG. 6.

Enfin je signale la solution suivante, fournie par un élève, analogue à la première donnée par Adler, mais qui a l'avantage de donner en même temps la propriété $N(abc)—N(acb) = +1$.

Nous orientons le plan de façon que le triangle ABC soit direct, et nous énonçons toujours les sommets successifs d'un triangle dans l'ordre direct. Les côtés sont donc orientés sur chaque triangle. Exemple : Dans la figure 6, le triangle abc contient un segment ab et le triangle aab un segment ba.

Comptons alors le nombre total de segments du type ab, bc, ca et le nombre total de segments du type ba, cb, ac.

Sur un côté de ABC, AB par exemple, n'existent que des segments ab ou ba et on a $N_1(ab) = N_1(ba)+1$ de même sur BC et CA : $N_2(bc) = N_2(cb)+1$ et

$N_3(ca) = N_3(ac)+1$. Si un segment *ab* est intérieur à ABC, il compte une fois comme segment *ab* et une fois comme segment *ba*.

Donc $$\boxed{N(ab, bc, ca) = N(ba, cb, ac)+3} \qquad (1)$$

Considérons d'autre part les triangles :

Un triangle *abc* contient un segment *ab*, un segment *bc* et un segment *ca* et intervient pour 3N(*abc*) unités dans N(*ab*, *bc*, *ca*).

On compte de même 3N(*acb*) unités dans N(*ba*, *cb*, *ac*).

Tout triangle *abb* par exemple intervient une fois dans chaque membre de (1). Il en résulte 3N(*abc*)—3N(*acb*) = 3 et N(*abc*)—N(*acb*) = 1.

EUVRARD
(*Saint-Louis, Paris*).

Problèmes combinatoires

1. La Combinatoire, matière de recherche et matière d'éveil.

1.1 Pendant longtemps, la Combinatoire est restée liée à l'Arithmétique dans des problèmes se rapportant à la mystique des nombres. Citons, par exemple, la construction de carrés magiques parmi lesquels $\begin{bmatrix} 4 & 9 & 2 \\ 3 & 5 & 7 \\ 8 & 1 & 6 \end{bmatrix}$ serait (selon la légende) le plus anciennement connu.

Peu à peu, à travers de nombreuses « récréations mathématiques », la Combinatoire trouva son domaine propre qui est l'étude des structures (ou configurations) dans les ensembles finis, cette étude se faisant à divers points de vue : existence (ou non-existence), description, classification en sous-structures, dénombrement (calcul exact ou minoration - majoration).

Depuis un siècle, les problèmes de fondement (syntaxe mathématique, Logique), la Théorie des Ensembles (et la sous-théorie des graphes), l'Algèbre (permutations, groupes et corps finis), la Théorie des Nombres, la Topologie, la Théorie des jeux stratégiques. la Programmation codée, la Technologie des automatismes, ... ont enrichi la Combinatoire en suggérant des sujets de recherches extrêmement variés. Par cette science, qui semble promise à une éternelle jeunesse, les mathématiques actuelles renouent très fortement avec le « fini » et le « discret ».

1.2. Sous l'angle de la pédagogie, quels motifs d'intérêt peut-on trouver aux problèmes combinatoires? En voici quelques-uns :

a) Les problèmes combinatoires sont intellectuellement très stimulants : ils font appel à l'imagination, à l'esprit d'invention, à l'activité ludique et au goût du jeu si nécessaires en Mathématique.

b) Les configurations étudiées réclament une bonne compréhension du premier niveau de la Théorie des ensembles (qui trouve, en Combinatoire, un champ naturel d'exercices). Mais, en dehors de ce minimum de notions ensemblistes, les problèmes combinatoires nécessitent assez peu de connaissances *a priori*, et ils procurent très tôt l'occasion de mini-déductions.

Voici un exemple de mini-déduction, cité par H. J. Ryser dans son excellent petit ouvrage : « *Mathématiques combinatoires* » (Monographies Dunod). Dans un échiquier de 64 cases, on supprime 2 cases situées aux extrémités d'une diagonale. On dispose, par ailleurs, de 31 dominos — chaque domino pouvant recouvrir exactement 2 cases. Peut-on recouvrir l'échiquier tronqué (de 62 cases) avec ces 31 dominos? Dès que l'on a remarqué que les deux cases supprimées ont même couleur, la réponse est « non » puisque chaque domino recouvre exactement une case blanche et une case noire, alors que l'échiquier tronqué ne comprend plus (par exemple) que 30 cases blanches et 32 cases noires.

En fait, ce problème (« domin-ation » d'un échiquier tronqué) concerne le produit cartésien $E \times F$ de deux ensembles finis totalement ordonnés qu'on peut identifier à $E = \{1, 2, \ldots, 2m-1, 2m\}$, et $F = \{1, 2, \ldots, p-1, p\}$, pour $p = 2n$ ou $p = 2n+1$.

Pour bien tronquer l'échiquier rectangulaire $E \times F$, on supprime un couple (a, b) pour lequel $a+b$ est pair (case blanche) et un couple (c, d) pour lequel $c+d$ est impair (case noire). Une « domin-ation » de l'échiquier tronqué $T = E \times F - \{(a, b), (c, d)\}$ est une partition de T en $mp-1$ dominos, chaque domino ayant l'une des deux formes : $\{(x, y), (x+1, y)\}$ ou $\{(x, y), (x, y+1)\}$.

c) Nombreux sont les problèmes combinatoires qui ont pour origine un diagramme planaire, ou qui se ramènent à l'observation d'un tel diagramme en choisissant judicieusement une représentation géométrique. Par exemple, le problème précédent (partition de T en $mp-1$ dominos) nécessite une bonne observation de cet être géométrique particulier que constitue un rectangle quadrillé. Nous soumettons à la sagacité du lecteur la démonstration de l'existence d'une telle « domination », quel que soit T, lorsque $p = 2n$ (et l'étude du même problème lorsque $p = 2n+1$).

d) L'étude d'un problème combinatoire sur un ensemble de n éléments pourra toujours commencer par une expérimentation sur les petites valeurs de n. L'expérimentation s'arrête lorsque n devient trop grand, ce qui commande de raisonner pour apporter une décision dans tous les cas.

A elle seule, l'étape de l'expérimentation est très précieuse : elle rattache la Mathématique aux autres sciences et suscite — pour chaque problème combinatoire — une méthode ou une conjecture. Mais, devant un paramètre n pouvant prendre une infinité de valeurs, un jeune auditoire comprend que la Mathématique se distingue par une exigence qui dépasse l'expérimentation : celle de la preuve valable « pour tout n ».

e) Aucun domaine mathématique n'offre autant de variété que la Combinatoire. On trouve des configurations très intéressantes à tous les niveaux, depuis les Classes élémentaires jusqu'au Troisième Cycle des Universités! En tête de nombreuses publications — offrant une foule d'idées aux pédagogues et aux chercheurs — citons, depuis 1966, le « *Journal of Combinatorial Theory* » dont paraissent deux volumes par an.

En résumé, la Combinatoire — parée (pour les spécialistes) d'une incontestable modernité — constitue un excellent thème d'étude pour les débutants : elle éveille chez eux l'esprit d'observation, le sens de l'expérimentation (trop négligé en Mathématique) et, sans exiger de longues connaissances *a priori*, elle incite à la réflexion directe en vue de raisonnements relativement brefs.

2. *Quelques exemples de problèmes combinatoires.*

Nous allons illustrer les remarques précédentes en examinant, à titre d'exemples, trois catégories de problèmes combinatoires : problèmes « à seuil numérique », problèmes sur les graphes, problèmes de triangulation. Bien entendu, ces catégories ne sont pas exclusives (la théorie des graphes comporte des problèmes à seuil) et elles ne recouvrent qu'une partie de la Combinatoire dans ses développements actuels.

2.1 Problèmes à seuil numérique

2.1.1 Problèmes de tiroirs.

Étant donné deux entiers $k \geqslant 1$, $n \geqslant 1$, on répartit p objets entre k tiroirs. Alors, si p est assez grand, l'un des tiroirs contient au moins n objets. (Sinon, chaque tiroir contient au plus n—1 objets, donc : $p \leqslant k(n-1)$). En d'autres termes, si l'on note $|E|$ le cardinal de tout ensemble E : « Pour tout k-partage $(E_1, E_2, \ldots, E_k)$ d'un ensemble E tel que $|E| \geqslant 1+k(n-1)$, il existe une classe E_i telle que $|E_i| \geqslant n$. Par contre, si $|E| \leqslant k(n-1)$, il existe un k-partage $(E_1, E_2, \ldots, E_k)$ de E tel que $|E_i| < n$ pour toute classe E_i ».

On peut donc dire que $|E| = 1+k(n-1)$ représence un *seuil numérique* d'existence pour la configuration souhaitée (présence d'au moins n éléments dans l'une des k classes). Mieux, on peut dire que l'existence de la configuration est certaine si $|E|$ atteint ou dépasse le seuil, ce qui conduit à une interprétation probabiliste. Pour k, n donnés, on peut chercher la probabilité $f(p)$ pour que la configuration existe lorsque $|E| = p$. Pour $k = 2$, $n = 5$, on obtient :

p	4	5	6	7	8	9
$f(p)$	0	0,0625	0,2188	0,4531	0,7266	1

$$(f(p) = \frac{1}{2^p}\,(C_p^0+C_p^1+\ldots+C_p^{p-n}+C_p^n+C_p^{n+1}+\ldots+C_p^p)$$

pour $k = 2$ et $n \leqslant p \leqslant 2n-1$.)

2.1.2 Théorème de Ramsey

Notons $P_2(E)$ l'ensemble des paires $\{x, y\}$ d'éléments d'un ensemble E. Si $|E| = p$, alors $|P_2(E)| = \dfrac{p(p-1)}{2}$.

Si E est représenté par un diagramme de points, chaque paire $\{x, y\} \in P_2(E)$ peut être figurée par le segment joignant les points (distincts) x et y. Effectuer un k-partage $(V_1, V_2, \ldots, V_k)$ de $P_2(E)$ revient à colorier ces segments représentatifs au moyen de k couleurs différentes. Pour $k = 2$, on peut adopter (au lieu de 2 couleurs) le trait plein et le trait interrompu. Par exemple, pour $k = 2$ et $p = 5$, on constate (dans le 2-partage ci-dessous (fig. 7, *) (V_1, V_2) de $P_2(E)$) qu'il n'existe pas de 3-parties $F = \{a, b, c\}$ de E telle que les paires $\{a, b\}$, $\{b, c\}$, $\{c, a\}$ aient même « couleur ».

Par contre, supposons maintenant $k = 2$ et $p \geqslant 6$. Du point 1 partent alors au moins 3 segments d'une même « couleur » (problème des tiroirs pour $k = 2$, $n = 3$). Par exemple : $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$ et $\{1, 4\}$ appartiennent à la classe V_1 (marquée en trait plein), d'où deux possibilités (fig. 7, ** et ***) :

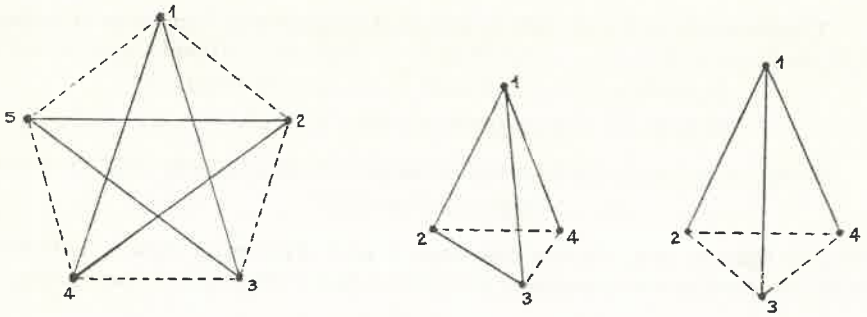


FIG. 7.

Ou bien l'une des paires $\{2, 3\}$, $\{3, 4\}$, $\{4, 2\}$ appartient à V_1 : par exemple $F = \{1, 2, 3\}$ vérifie $P_2(F) \subset V_1$. Ou bien, les trois paires $\{2, 3\}$, $\{3, 4\}$, $\{4, 2\}$ appartiennent à V_2, et dans ce cas, $F' = \{2, 3, 4\}$ vérifie $P_2(F') \subset V_2$.

Plus généralement, le théorème de Ramsey (pour les paires) s'énonce : « Étant donné deux entiers $k \geqslant 1$, $n \geqslant 2$, il existe un seuil $r_k(n)$ tel que, pour $|E| \geqslant r_k(n)$ et pour tout k-partage $(V_1, V_2, \ldots, V_k)$ de $P_2(E)$, il existe une classe V_i et une n-partie F de E telles que $P_2(F) \subset V_i$ ».

Nous venons de voir que $r_2(3) = 6$. En dehors de $r_2(3)$ et des valeurs triviales $r_1(n) = n$, $r_k(2) = 2$, les seuls entiers $r_k(n)$ (nombres de Ramsey) actuellement connus sont : $r_3(3) = 17$, $r_2(4) = 18$. Par rérurrence sur k, on montre facilement que :

$$r_k(3) < 1 + k!e$$

2.1.3 Exemple de problème à seuil en Arithmétique.

Partageons l'ensemble d'entiers $E = \{1, 2, 3, \ldots, p\}$ en k classes $E_1, E_2, \ldots, E_k$.

Dès lors : « Si p est assez grand, il existe une classe E_i et deux entiers (pas nécessairement distincts) $x \in E_i$, $y \in E_i$ tels que $x + y \in E_i$ ».

Sous forme de jeu, essayons par exemple d'empêcher la configuration annoncée, pour $k = 2$. On peut partager $\{1, 2, 3, 4\}$ (d'ailleurs d'une seule façon) de manière à ce qu'aucune des 2 classes ne contienne x, y, $x+y$, par exemple : $E_1 = \{1, 4\}$ et $E_2 = \{2, 3\}$. Mais le joueur est perdant dès qu'il doit placer 5 dans E_1 ou E_2.

Là encore apparaît un certain seuil $s(k)$: nous venons de voir que $s(2) = 5$. Montrons que : $s(k) \leqslant r_k(3)$ et, pour cela, supposons $p \geqslant r_k(3)$. Partageons $P_2(E)$ en k classes $V_1, V_2, \ldots, V_k$ en posant, pour $1 \leqslant u < v \leqslant p$:

$\{u, v\} \in V_i \Leftrightarrow (v - u) \in E_i$. Alors (théorème de Ramsey) il existe un indice i et une 3-partie $F = \{a, b, c\}$ de E tels que $P_2(F) \subset V_i$. Pour $a < b < c$ (par exemple), les entiers $x = b - a$, $y = c - b$, $x + y = c - a$ vérifient bien :

$$x \in E_i,\ y \in E_i,\ x + y \in E_i.$$

2.1.4 Citons un autre théorème à seuil concernant, cette fois, la théorie des ordres totaux : « Étant donné deux entiers $k \geqslant 1$, $n \geqslant 1$, il existe un seuil $\omega_k(n)$ tel que, pour $|E| \geqslant \omega_k(n)$ et pour des ordres totaux $t_0, t_1, \ldots, t_k$ quelconques sur E, il existe une n partie F de E telle que les ordres restreints $t_0|F, t_1|F, \ldots, t_k|F$ soient identiques ou opposés ».

L'existence du seuil $\omega_k(n)$ peut se déduire du théorème de Ramsey en partageant $P_2(E)$ en 2^n classes $V(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_k)$. Pour $\{x, y\} \in P_2(E)$ et $x < y$ (mod. t_0), on poserait :

$$\{x, y\} \in V(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_k) \text{ avec } \varepsilon_i = 1 \text{ si } x < y \text{ (mod. } t_i)$$
$$\text{et } \varepsilon_i = -1 \text{ si } x > y \text{ (mod. } t_i), \text{ pour } 1 \leqslant i \leqslant k.$$

Signalons qu'une étude directe plus fine permet de calculer le seuil. On trouve

$$\omega_k(n) = 1 + (n-1)^{(2^k)}$$

(résultat figurant, avec d'autres théorèmes à seuil, dans notre thèse : « *Quelques problèmes combinatoires concernant les ordres totaux et les relations monomorphes* »).

2.2 Problèmes faisant intervenir des graphes.

Si la rubrique « Dénombrements » recouvre de nombreux problèmes (auxquels une bonne initiation est fournie par les « *Principes de Combinatoire* » de C. Berge, Ed. Dunod), la Théorie des Graphes représente une catégorie non moins abondante qui interfère, bien entendu, avec l'Arithmétique ensembliste. De multiples ouvrages et articles s'y consacrent en totalité ou partiellement comme, par exemple (toujours aux Éd. Dunod) : *La Théorie des Graphes et ses applications* de C. Berge, et *Introduction à la Combinatorique en vue des applications* de A. Kaufmann.

a) Un *graphe* est un ensemble de couples (u, v). Pour tout x, la *coupe* d'un graphe G suivant l'élément x est l'ensemble $G(x) = \{y : (x, y) \in G\}$; le cardinal $|G(x)|$ est la *valence* de x relativement à G. Pour tout ensemble E tel que $G \subset E \times E$, on dit (brièvement) que G est un graphe « dans E ». Si l'on pose : $E_n = \{x \in E : |G(x)| = n\}$, et si E est fini, il existe un partage de E de la forme $(E_0, E_1, E_2, \ldots, E_k)$. Nous dirons que E_1 est l'ensemble des éléments *univoques* de E (pour le graphe G).

b) Parmi les graphes, les plus simples sont les graphes *symétriques* et *irréflexifs*, soumis aux deux conditions :

$$(\forall x)(\forall y)\,[(x, y) \in G \Rightarrow (y, x) \in G]$$
$$(\forall x)(\forall y)\,[(x, y) \in G \Rightarrow x \neq y]$$

Définir un tel graphe symétrique et irréflexif G dans un ensemble E revient à introduire un 2-partage (V_1, V_2) de $P_2(E)$, et à poser : $(x, y) \in G \Leftrightarrow \{x, y\} \in V_1$.

Nous allons donner deux exemples de problèmes concernant de tels graphes.

2.2.1 Utilisation d'un graphe « régulier » pour minorer le nombre de Ramsey $r_2(4)$.

Soit E le corps des entiers modulo 17. Prenons comme graphe G l'ensemble des couples $(x, y) \in E \times E$ pour lesquels $x - y$ est un carré $\neq 0$ (mod. 17). Ces carrés constituent un sous-groupe multiplicatif H_1 d'ordre 8, de co-classe H_2 :

$$H_1 = \{\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8\} = 3H_2$$
$$H_2 = \{\pm 3, \pm 5, \pm 6, \pm 7\} = 3H_1.$$

Le graphe G est symétrique, irréflexif, et le 2-partage correspondant (V_1, V_2) de $P_2(E)$ vérifie :

$$\{x, y\} \in V_1 \Leftrightarrow (x, y) \in G$$
$$\{x, y\} \in V_i \Leftrightarrow x - y \in H_i$$

En outre, G est *régulier* au sens suivant : dans le partage (E_n) où $n \in \mathbb{N}$ de E défini en *(a)*, $E_n = \varnothing$ pour tout $n \neq 8$, autrement dit : $E = E_8$.

Pour la configuration dont le seuil d'existence est le nombre de Ramsey $r_2(4) = 18$, montrons que le graphe G (dans l'ensemble E de cardinal 17) a un caractère critique.

En effet, puisque $A = H_1 \cap (1+H_1) = \{-1, 2, -8\}$ vérifie $P_2(A) \subset V_2$, il n'existe pas de 4-partie $F = \{0, 1, u, v\}$ de E telle que $P_2(F) \subset V_1$. Plus généralement, par les permutations affines de E : $x \mapsto (b-a)x+a$ (pour $a \neq b$), il en résulte qu'il n'existe pas de 4-partie $F = \{a, b, c, d\}$ de E telle que $P_2(F) \subset V_i$.

Lorsque les éléments 0, 1, 2, ..., 16 de E sont représentés par des points répartis régulièrement sur un cercle, chaque paire $\{x, y\} \in V_1$ (correspondant à deux éléments (x, y) et (y, x) de G) peut être figurée par la corde joignant les points x et y. Le graphe G (ou plutôt sa représentation géométrique, dont l'observation directe n'est pas impossible) apparaît alors comme la superposition de 4 contours polygonaux réguliers, chacun de 17 côtés. C'est l'existence d'un tel graphe G qui justifie : $r_2(4) > 17$.

Cet exemple montre quels liens peuvent exister entre la Combinatoire et l'Algèbre géométrique « finie ».

2.2.2 Jeu des « mains jointes », graphes de jonction,

a) Observons une bande E d'enfants qui jouent à se tenir par les mains. L'ensemble E se partage en sous-ensembles E_0, E_1, E_2 de la manière suivante :

E_0 est l'ensemble des enfants « solitaires ». Ils boudent peut-être, ne tendent aucune main et ne tiennent aucun camarade.

E_2 est l'ensemble des enfants « expansifs ». Chaque enfant expansif tend ses deux mains et tient ainsi deux camarades différents.

E_1 est l'ensemble des enfants « réservés » qui ne tendent qu'une seule main. Chaque enfant réservé tient un seul camarade.

Lorsque le jeu peut s'installer dans les conditions indiquées, de telle sorte que toute main tendue soit saisie par une autre, on observe que le nombre des enfants réservés est toujours pair.

En effet, l'ensemble $E_1 \cup E_2$ se partage en rondes $R_1, R_2, \ldots, R_m$ et en farandoles $F_1, F_2, \ldots, F_n$:



rondes FIG. 8. farandoles

Dans une ronde $R(|R| \geqslant 3)$, tous les enfants sont expansifs.

Chaque farandole $F(|F| \geqslant 2)$ comporte deux enfants réservés (à ses extrémités), les autres enfants — s'il y en a — sont des expansifs.

Ainsi : $|E_1| = 2n$.

b) Traduisons le jeu précédent en Théorie des Graphes. Appelons *graphe de jonction* toute graphe symétrique, irréflexif G relativement auquel les valences sont 0, 1 ou 2 : $(\forall x)|G(x)| \leqslant 2$. Dans tout ensemble E tel que $G \subset E \times E$, G détermine un 3-partage (E_0, E_1, E_2), conformément à 2.2.(*a*). On obtient alors le théorème suivant : « *Si G est un graphe de jonction dans un ensemble fini E, le nombre* $|E_1|$ *des éléments de E univoques (pour G) est pair* ».

Nous avons de ce théorème une connaissance intuitive, en interprétant tout

$(x, y) \in G$ comme un couple d'enfants qui se tiennent dans un jeu « des mains jointes », et cette intuition est d'autant plus remarquable que la mise en forme de la preuve n'est pas si facile qu'on pourrait le croire.

Appelons *composante* de G toute partie A de E constituée par les éléments d'une famille (a_n) vérifiant (pour tout entier $n \in \mathbb{Z}$) la condition :
$G(a_n) = \{a_{n-1}, a_{n+1}\}$ (qui implique : $a_n \in E_1 \Leftrightarrow a_{n-1} = a_{n+1}$). Le *type* d'une telle composante A est le couple de cardinaux $(|A|, |A \cap E_1|)$.

Exemples. — On peut introduire dans le groupe additif $\mathbb{Z}$ quatre relations d'équivalence ρ_1, ρ_2, ρ_3, ρ_4 (ρ_3 et ρ_4 faisant intervenir un entier $m \geqslant 3$) de telle sorte que chaque ensemble quotient $E = \mathbb{Z}/\rho_i$ apparaisse comme une composante d'un graphe de jonction associé : $G = \{(x, y) \in E \times E : x - y = \pm 1\}$.

Si a_n désigne la classe de l'entier n (mod. ρ_i), voici comment se présentent la famille (a_n) et les ensembles E, E_1 dans chacun des cas ρ_1, ρ_2, ρ_3, ρ_4 :

1° Pour $\rho_1(x, y) \Leftrightarrow [x = y]$, E s'identifie à $\mathbb{Z}$ et la famille est :

$$\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots \text{ (d'où } E_1 = \varnothing).$$

- - - —o—o—o—o—o— - - - Composante de type $(\mathcal{N}_0, 0)$.

2° Pour $\rho_2(x, y) \Leftrightarrow [x = y$ ou $x + y = 0]$, E s'identifie à $\mathbb{N}$ et la famille est :

$$\ldots, 2, 1, 0, 1, 2, \ldots \text{ (d'où } E_1 = \{0\}).$$

●—o—o—o— - - - Composante de type $(\mathcal{N}_0, 1)$.

3° Pour $\rho_3(x, y) \Leftrightarrow [x \equiv y$ (mod. $m)]$, E s'identifie au groupe additif $\{0, 1, 2, \ldots, m-1\}$ des entiers modulo m, et la famille est :

$$\ldots, 0, 1, 2, \ldots, m-1, 0, 1, 2, \ldots, m-1, 0, 1, 2, \ldots$$

(d'où $E_1 = \varnothing$).

4° Pour $\rho_4(x, y) \Leftrightarrow [x \equiv y$ (mod. m) ou $x + y \equiv 0$ (mod. $m)]$, avec $m = 2p$ ou $m = 2p+1$, E s'identifie à $\{0, 1, 2 \ldots, p\}$ et la famille est :

$$\ldots, 0, 1, 2, \ldots, p-1, p, p-1, \ldots, 2, 1, 0, 1, 2, \ldots$$

(d'où $E_1 = \{0, p\}$).

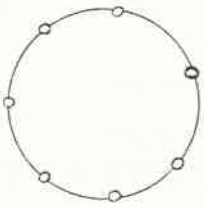


FIG. 9.
Composante de type $(m, 0)$.

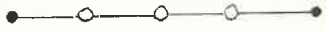


FIG. 10.
Composante de type $(p + 1, 2)$.

c) Dans le cas général, on démontre trois lemmes concernant les graphes de jonction dans des ensembles quelconques (finis ou non) :

Lemme 1. — Si G est un graphe de jonction dans un ensemble E, les composantes de G constituent une partition de $E_1 \cup E_2$.

Lemme 2. — Pour un graphe de jonction, les seuls types de composantes possibles sont : $(\mathcal{N}_0, 0)$, $(\mathcal{N}_0, 1)$, $(m, 0)$ (pour tout entier $m \geqslant 3$) et $(n, 2)$ (pour tout entier $n \geqslant 2$).

Lemme 3. — Soient A et A′ des composantes respectives de deux graphes de jonction G et G′. Si A et A′ ont le même type, les graphes restreints $G \cap (A \times A)$ et $G' \cap (A' \times A')$ sont *isomorphes*; autrement dit : il existe une injection $x \mapsto x'$ de A sur A′ telle que

$$(\forall x)(\forall y)[(x, y) \in G \Leftrightarrow (x', y') \in G']$$
$$x \in A \quad y \in A.$$

Ces lemmes aboutissent à une description des graphes de jonction (rappelons que la description des configurations et leur classement en divers types sont des préoccupations importantes de la Combinatoire). Tout graphe de jonction G dans un ensemble E s'obtient en réunissant des graphes G_i dont les supports A_i sont dénombrables (finis ou non) et deux à deux disjoints, chaque graphe G_i étant isomorphe à l'un des modèles $\{(x, y) \in B_i \times B_i : x - y = \pm 1\}$ décrits en (*b*) (pour un ensemble quotient $B_i = \mathbb{Z}/\rho$ tel que $|A_i| = |B_i|$).

Les sous-ensembles A_i de E sont alors les composantes de G.

L'hypothèse auxiliaire « E est fini » écarte les types de composantes $(\mathcal{N}_0, 0)$ et surtout $(\mathcal{N}_0, 1)$. Les composantes A_i sont alors : soit des « rondes » (types $(m, 0)$), soit des « farandoles » (types $(n, 2)$), ce qui entraîne : $|E_1|$ est pair.

2.3 Problème de Géométrie combinatoire :

2.3.1 Lemme de Sperner pour la dimension 1.

Des enfants sont rangés en une file qui comporte un garçon (sexe 1) à une extrémité et une fille (sexe 2) à l'autre extrémité. Dans cette file, chaque enfant a un rang i $(1 \leqslant i \leqslant p)$, et on s'intéresse aux paires d'enfants placés côte-à-côte, c'est-à-dire aux couples de rangs $(i, i+1)$ (pour $1 \leqslant i < p$). Dès lors, le nombre des couples formés d'un garçon et d'une fille (dans cet ordre, ou dans l'ordre opposé) est toujours impair. En d'autres termes :

Soit f une application de $\{1, 2, \ldots, p\}$ sur $\{1, 2\}$ telle que : $f(1) = 1, f(p) = 2$. On introduit le nombre $\overset{+}{n}$ des entiers $i (1 \leqslant i < p)$ tels que $f(i) = 1$, $f(i+1) = 2$ et le nombre $\overset{-}{n}$ des entiers i tels que $f(i) = 2, f(i+1) = 1$. Alors $n = \overset{+}{n} + \overset{-}{n}$ est le nombre des entiers i tels que $\{f(i), f(i+1)\} = \{1, 2\}$. Les lemmes de Sperner sont :

$$(S_1) \quad n \geqslant 1$$
$$(S_1') \quad n \text{ est impair}$$
$$(S_2'') \quad \overset{+}{n} = 1 + \overset{-}{n}.$$

Il est clair que $(S_1'') \Rightarrow (S_1')$, $(S_1') \Rightarrow (S_1)$. La preuve de (S_1'') est triviale en écrivant :

$$1 = f(p) - f(1) = \sum_{1 \leqslant i < p} (f(i+1) - f(i)) = \overset{+}{n} - \overset{-}{n}.$$

2.3.2 Lemmes de Sperner pour la dimension 2.

Soit $T = [a_1, a_2, a_3]$ une plaque triangulaire de sommets a_1, a_2, a_3, de côtés $B_1 = [a_2, a_3]$, $B_2 = [a_3, a_1]$, $B_3 = [a_1, a_2]$. Au moyen de parallèles aux côtés B_1, B_2, B_3, on partage T en n^2 triangles t_i. On désigne par E l'ensemble des sommets des trian-

gles t_i. Pour cet ensemble E, une fonction de Sperner est une application f de E sur $\{1, 2, 3\}$ vérifiant les conditions :

$$(\forall x)(x \in E \cap B_i \Rightarrow f(x) \neq i)$$

(Il en résulte : $f(a_i) = i$.)

Si a, b, c sont les sommets d'un triangle t_i, on dit (brièvement) que t_i est *marqué* $f(a), f(b), f(c)$. Orientons le plan de la plaque T de manière que le triplet (a_1, a_2, a_3) soit de signe positif : en tenant compte du signe $\varepsilon = \pm 1$ du triplet (a, b, c), on distinguera le nombre $\overset{+}{p}$ des triangles t_i *marqués positivement* 123 et le nombre $\overset{-}{p}$ des triangles t_i *marqués négativement* 123. Les lemmes de Sperner (pour le type de subdivisions envisagé dans T) concernent $\overset{+}{p}, \overset{-}{p}$ et le nombre $p = \overset{+}{p} + \overset{-}{p}$ des triangles t_i marqués 123 :

(S_2) $p \geqslant 1$

(S_2') p est impair

(S_2'') $\overset{+}{p} = 1 + \overset{-}{p}$.

Là encore : $(S_2') \Rightarrow (S_2)$, et $(S_2'') \Rightarrow (S_2')$.

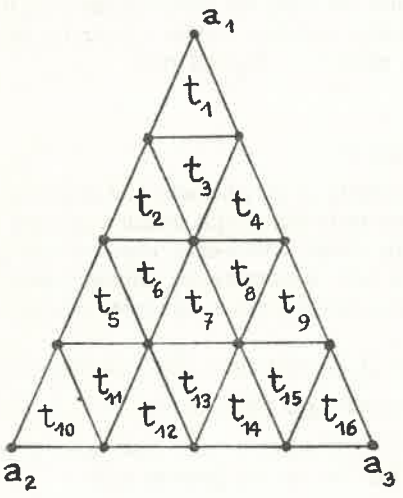


FIG. 11.

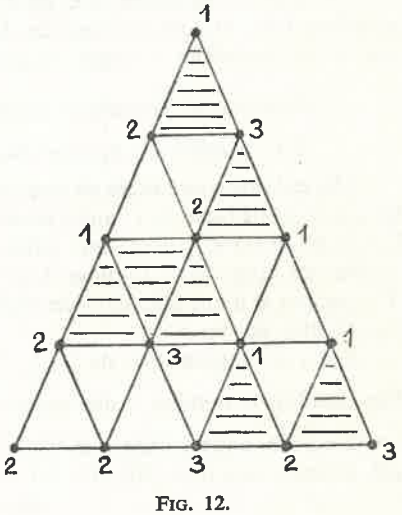


FIG. 12.

Exemple. — Sur la figure 12 (pour $n = 4$) sont inscrites seulement les valeurs $f(x)$ d'une fonction de Sperner f aux divers points $x \in E$. Les triangles t_i marqués 123 sont hachurés : on trouve $p = 7$, $\overset{+}{p} = 4$, $\overset{-}{p} = 3$.

Pour une subdivision donnée de T, le « jeu de Sperner » entre deux enfants consisterait à leur faire inscrire, chacun à son tour, une valeur $f(x)$ en respectant les conditions :
$f(x) = i$ ou j pour tout $x \in [A_i, A_j]$. Le premier enfant faisant apparaître un triangle t_k marqué 123 est perdant. D'après (S_2), il y a toujours un perdant dans ce jeu.

Nous allons donner deux démonstrations séparées, l'une pour (S_2') (utilisant le théorème des graphes de jonction), l'autre pour (S_2'').

a) Démonstration directe du lemme (S'_2).

Prenons comme graphe G l'ensemble des couples (t_l, t_j) de triangles situés de part et d'autre d'une arête commune $[a, b]$ marquée 12 : G est un graphe symétrique irréflexif relativement auquel les valences sont 0, 1 ou 2. Puisque G est un graphe de jonction dans un ensemble fini (de cardinal n^2), le nombre des triangles t_i de valence 1 (pour G) est pair. Examinons les différentes marques possibles :

Les triangles marqués 111, 222, 333, 113, 133, 223, 233, sont de valence 0. Pour les autres triangles, ayant une arête $[a, b]$ marquée 12, distinguons le cas d'une arête *périphérique* (contenue dans un côté B_l, ici nécessairement B_3) et le cas d'une arête *interne* (non contenue dans un côté B_l).

1° Un triangle t_k marqué 112 ou 122 a deux arêtes marquées 12 : il est impossible que ces arêtes soient toutes deux périphériques.

Si les deux arêtes sont internes, t_k est de valence 2. Si l'une des deux arêtes est interne et l'autre périphérique, t_k est de valence 1.

2° Un triangle t_k marqué 123 a une seule arête marquée 12.

Si cette arête est interne, t_k est de valence 1. Si l'arête est périphérique, t_k est de valence 0.

Dès lors, soient :

u le nombre des triangles 112 ou 122 ayant une arête 12 interne et une arête 12 périphérique,

v le nombre des triangles 123 ayant leur arête 12 périphérique,

w le nombre des triangles 123 ayant leur arête 12 interne.

D'après le lemme de Sperner (S'_1) (appliqué à la restriction de f dans $E \cap B_3$), $u+v$ est impair. D'après le théorème des graphes de jonction, le nombre $u+w$ des triangles t_i univoques (pour G) est pair. Donc : $p = v+w = (u+v)+(u+w)-2u$ (nombre des triangles t_i marqués 123) est bien impair.

b) Démonstration du lemme (S''_2).

Étant donné une subdivision de T en n^2 triangles t_i, et une fonction de Sperner f définie dans l'ensemble E des sommets de ces triangles t_i, notons θ l'ensemble des triplets $(a, b, c) \in E^3$ vérifiant les conditions : a, b, c sont sommets d'un triangle t_i et $f(a) = 1$, $f(b) = 2$. Pour $\varepsilon = \pm 1$ et $\alpha \in \{1, 2, 3\}$, notons :

θ_ε l'ensemble des $(a, b, c) \in \theta$ ayant le signe ε,

θ'_ε l'ensemble des $(a, b, c) \in \theta_\varepsilon$ d'arête $[a, b]$ périphérique,

θ''_ε l'ensemble des $(a, b, c) \in \theta_\varepsilon$ d'arête $[a, b]$ interne,

$\theta^\alpha_\varepsilon$ l'ensemble des $(a, b, c) \in \theta_\varepsilon$ tels que $f(c) = \alpha$.

Dès lors : $\overset{+}{p} = |\theta^3_1|$ et $\overset{-}{p} = |\theta^3_{-1}|$,

$$\theta = \theta_1 \cup \theta_{-1}, \quad \theta_\varepsilon = \theta'_\varepsilon \cup \theta''_\varepsilon = \theta^1_\varepsilon \cup \theta^2_\varepsilon \cup \theta^3_\varepsilon.$$

D'après le lemme de Sperner (S''_1) (appliqué à la restriction de f dans $E \cap B_3$), les cardinaux $\overset{+}{q} = |\theta'_1|$ et $\overset{-}{q} = |\theta'_{-1}|$ vérifient : $\overset{+}{q} - \overset{-}{q} = 1$.

Mais la fonction $(a, b, c) \mapsto (c, b, a)$ injecte θ^1_1 sur θ^1_{-1}, et la fonction $(a, b, c) \mapsto (a, c, b)$ injecte θ^2_1 sur θ^2_{-1}. Par ailleurs, en associant les triangles $t_i = [a, b, c]$ et $t_j = [a, b, c']$ situés de part et d'autre d'une arête commune $[a, b]$, on obtient une fonction $(a, b, c) \mapsto (a, b, c')$ qui injecte θ''_1 sur θ''_{-1}.

$1.V = V$ et que, par distribution, $V+V+V = 3V$ ou $2V+3V = 5V$ (1). Il peut alors être utile de disposer, comme contre-exemple (2) d'un ensemble structuré où $1.a \neq a$, $a+a+a \neq 3a$ et $3a+2a \neq 2a+3a \neq 5a$, inégalités choquantes, on le comprend, pour un élève qui obéit à des réflexes conditionnés enracinés depuis des années, la forme continuant à dicter le résultat, alors que son sens a changé.

Reprenons l'ensemble E de nos 30 élèves, assis en six *colonnes de cinq* et considérons d'autre part l'ensemble $\mathbb{Z}$ des entiers. Désignons par $a, b, c, \ldots$ et par $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ respectivement les éléments de E et de $\mathbb{Z}$. Nous allons cette fois doter E des deux lois de composition suivantes :

Définitions :

1° L'addition des élèves (loi interne) est définie comme au chapitre précédent.

2° La multiplication αa d'un élève a par un entier α (loi externe) (3) est définie comme suit :

Si $\alpha = +n > 0$, l'élève αa se trouve dans la colonne de a au n-ième banc derrière lui; si n dépasse le nombre de bancs qui sont derrière a, on convient de continuer à compter les bancs vers l'arrière à partir du premier banc de la colonne de a, cette colonne pouvant ainsi être parcourue plusieurs fois. Si $\alpha = -n < 0$, l'élève αa se trouve encore dans la colonne de a, mais au n-ième banc devant lui, en continuant au besoin à parcourir cette colonne vers l'avant à partir de son dernier banc.

Si $\alpha = 0$, l'élève αa est dans la colonne de a et dans son banc : donc $0.a = a$.

Propriétés de la multiplication externe.

— Existe-t-il un élément de $\mathbb{Z}$ neutre pour cette multiplication, donc tel que $\alpha a = a$? Oui, il y en a une infinité périodique, $\alpha = 0$ (modulo 5) (4). Mais $1.a \neq a$.

Remarquons que plus généralement $\alpha a = \alpha' a$, si et seulement si $\alpha = \alpha'$ (modulo 5).

— La mutliplication par un α est-elle distributive par rapport à une somme d'élèves? Oui, $\alpha(a+b) = \alpha a + \alpha b$, car si a et b subissent une même translation déterminée par α, le crochet définissant $a+b$ la subit également.

— La multiplication par un élève est-elle distributive par rapport à une somme d'entiers? Non, car $\alpha a + \beta a = \alpha a$, puisque les élèves αa et βa se trouvent dans la même colonne. Ainsi $2a+3a = 2a$ et $a+a+a = a$.

---

(1) Il convient d'insister chez l'élève sur le fait que dans $(\alpha+\beta)V = \alpha V + \beta V$ les deux signes + désignent des opérations différentes.

(2) L'Académie des Sciences condamne l'emploi du mot *contre-exemple* au profit de l'expression exemple contraire. Je préfère cependant ce mot, un peu barbare il est vrai, pour deux raisons : d'une part il est déjà consacré par l'usage et d'autre part il me semble qu'il retient mieux l'attention que le substantif « exemple » modifié par l'adjectif « contraire ».

(3) Remarquons qu'on pourrait introduire *une multiplication où le produit de deux élèves serait un entier* de l'ensemble $\{1,2,3,\ldots 30\}$. Il suffirait de numéroter les places et de convenir que le produit ab est le numéro de la place qui se trouve à l'intersection de la colonne de a avec la rangée de b.

(4) Rappelons que pour une loi de composition interne, il n'y a jamais deux éléments neutres e, e'. On aurait en effet $e*e' = e'$ puisque e est neutre et $e*e' = e$. puisque e' est neutre, donc $e = e'$.

— La multiplication d'un élève par plusieurs entiers est-elle commutative? Oui, car on voit facilement que $\beta(\alpha a) = \alpha(\beta a) = (\alpha+\beta)a$. Par contre cette égalité montre que la multiplication externe n'est pas associative puisque

$$\alpha(\beta a) = (\alpha+\beta)a \neq (\alpha\beta)a$$

En définitive, ne pensez-vous pas que ce contre-exemple puisse faciliter aux élèves la conquête de l'espace... vectoriel.

E. EHRHART,
École Militaire de Strasbourg.

Numération en base moins deux

1. Erratum.

Dans le *Bulletin* n° 262, page 251, on trouve une méthode pour chercher l'opposé d'un naturel dans le système de numération de base moins deux, « suggérée par notre collègue Gagnaire ».

Malheureusement, une erreur s'est glissée dans l'exemple donné : la ligne « 2° » détruit le travail accompli à la ligne « 1° ». Les groupements 0 1 obtenus dans le premier temps ne doivent pas être à nouveau changés en 1 1 dans le second!

Cette erreur ne risque pas de se produire si le calcul est ainsi disposé :

	1 0 01 11 0 11 01	
1°	01 01	(on ne recopie pas tout!)
2°	11 11 11	(on ne s'occupe que du reste!)
3°	11 0 11 01 0 01 11	(on rassemble les résultats 1° et 2°).

Mais les choses sont encore plus sûres et plus faciles si on dispose le calcul sur deux lignes seulement.

(On a seulement souligné les groupements 11 sur lesquels on opère en premier) :

1 0 01 <u>11</u> 0 <u>11</u> 01
11 0 11 01 0 01 11

2. Autres applications du résultat 1 + 11 = 0.

1. La suite des naturels : zéro, un, deux, trois, quatre, ... ne s'écrit pas aisément dans le système de numération de base moins deux.

Voici un procédé mécanique qui permet de trouver à peu de frais une suite de laquelle on peut extraire facilement les écritures des naturels (dans l'ordre naturel!). Ce procédé s'appuie sur les remarques suivantes :

1° Il est facile d'ajouter un à un nombre dont l'écriture se termine par zéro :

$$\underbrace{\ldots}\ 0 + 1 = \underbrace{\ldots}1$$

sans changement

2° Il est facile d'enlever un à un nombre dont l'écriture se termine par un :

$$\underbrace{\ldots}\ 1 - 1 = \underbrace{\ldots}0$$

sans changement

3° Il est facile de passer de l'écriture d'un nombre à l'écriture de son opposé.

4° D'autres opérations (ajouter un à un nombre terminé par un, ou enlever un à un nombre terminé par zéro) seront considérées comme trop compliquées et ne seront pas utilisées.

Ce qui suit se passe alors de commentaires :

(les flèches $\longrightarrow$ signifient : passer à l'opposé; les flèches $\longleftarrow$ signifient alternativement : ajouter un, ou : enlever un).

	naturels	opposé des naturels	
0	0		zéro
1	1		un
11		11	
10		10	
110	110		deux
111	111		trois
1101		1101	
1100		1100	
100	100		quatre
101	101		cinq
1111		1111	
1110		1110	
11010	11010		six
11011	11011		sept

On remarque que ce procédé donne également les écritures des opposés des naturels (aussi dans l'ordre « nattrel » (1)!)

(1) Ou l'ordre opposé, si on préfère!

On reconnaît facilement que le cheminement dans $\mathbb{Z}$ suggéré par ce procédé peut être illustré par le schéma sagittal suivant (qui n'est pas dépourvu d'esthétique!)

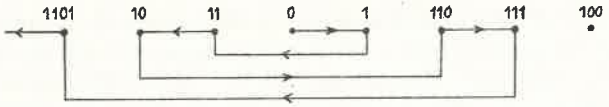
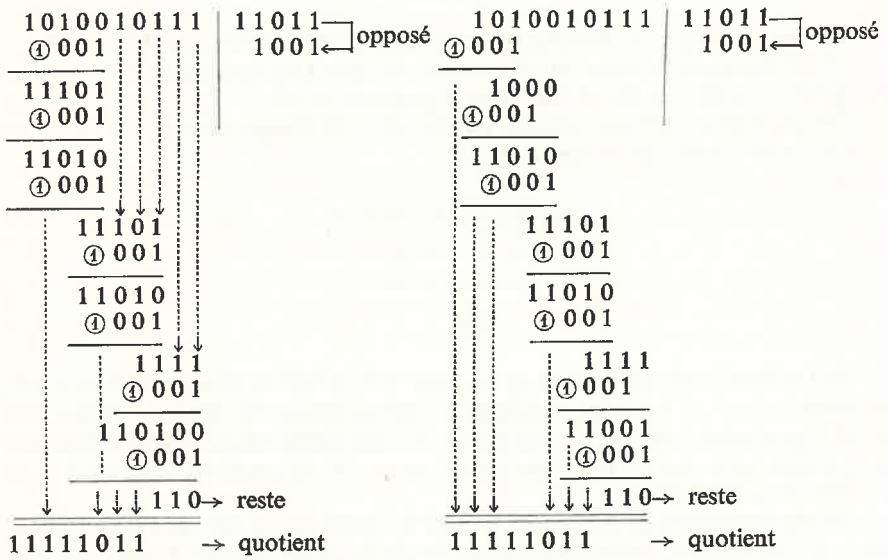


FIG. 1.

Il y a même là un moyen de définir sur $\mathbb{Z}$ un ordre qui n'est pas l'ordre «naturel» mais qui est un bon ordre (« sur tout ensemble, il existe un bon ordre » (Zermelo)).

2. Quelques indications sur la division, « assez délicate dans ce système » d'après l'auteur, parce que « l'algorithme habituel est difficile à appliquer ». Alors il faut en trouver un autre non « habituel » c'est-à-dire non adapté à ce que nous connaissions jusqu'ici (2) mais adapté à cette numération nouvelle (à nous de nous y habituer).

Le principe est simple : soit à diviser 1010010111 par 11011. On va ajouter le produit de l'opposé de 11011 par une puissance de la base (moins deux) un certain « nombre de fois » jusqu'à ce que le reste r vérifie la condition $0 \leqslant r < |11011|$. Pour ceci, on s'arrange à faire apparaître, à gauche des écritures, des groupements 11 (qui neutralisent les 01), ou des 01 (qui neutralisent les 11). Le « nombre de fois qu'on a soustrait 11011 » s'obtient ensuite par addition. Voici deux exemples de disposition pratique :



Chaque fois qu'on ajoute l'opposé du diviseur, on prend soin d'entourer son 1 initial. L'addition de ces 1 initiaux (en respectant la colonne dans laquelle ils sont inscrits) donne le quotient.

(2) C'est nous, les habitués!

Il est remarquable que l'opération peut être commencée un peu n'importe comment, contrairement à ce qui se passe pour la division « habituelle »; il suffit de se laisser guider par la relation $0 \leqslant r < |b|$.

$|b|$ sera celui des deux nombres b ou $-b$ dont l'écriture comporte un nombre impair de chiffres. L'écriture de r devra comporter un nombre de chiffres impair et au plus égal, à celui de b. Mais ceci ne suffit pas : ainsi 11001 représente un entier strictement supérieur à 11011. Le soin est laissé au lecteur de trouver un moyen (simple d'ailleurs) de comparaison de deux entiers donnés par leur écriture en base moins deux.

3. Utilisation des cartes perforées.

1. On dispose d'un certain nombre de cartes perforées comme ci-contre (avec dix trous, leur nombre sera limité à mille vingt-quatre, mais on peut se contenter de moins, pour commencer!).

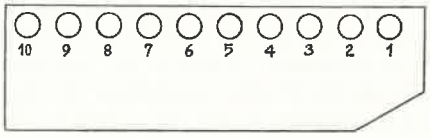


FIG. 2.

La règle du jeu est la suivante (les trous sont numérotés à partir de la droite) :

1° On s'empare du paquet et on le répartit en deux tas en posant alternativement une carte à droite (tas D) et une carte à gauche (tas G).

On découpe ensuite une encoche au trou n° 1 de chaque carte du tas G :

On laisse intacte les cartes du tas D.

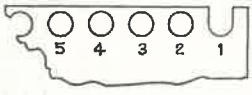


FIG. 3.

2° On répartit ensuite le tas G en deux tas : GD et GG en posant alternativement une carte à droite et une carte à gauche, comme ci-dessus. On découpe ensuite une encoche au trou n° 2 de chaque carte du tas GG. Les autres restent intactes. On opère de la même façon sur le tas D, qui donne un tas DG (encoche au trou n° 2) et le tas DD (trou n° 2 intact).

3° On continuera en encochant le trou n° 3 des cartes des tas GDG, GGG, DGG, DDG obtenus à partir des précédents par le même procédé, et ainsi de suite, jusqu'à ce que l'on arrive à des tas de cartes contenant une carte au plus.

2. Il est clair que deux cartes distinctes seront alors encochées différemment. On obtient ainsi un ensemble d'objets sur lequel il est intéressant de mettre un ordre.

Pour ceci, les cartes sont empilées en un paquet « dans le désordre » et orientées les trous en haut (on utilise le coin inférieur droit coupé).

Introduisons une aiguille dans le trou n° 1 : certaines cartes tombent. Plaçons les derrière le paquet. Recommençons l'opération pour le trou n° 2, en prenant garde à déplacer les cartes qui tombent sans détruire leur ordre mutuel. Continuons cette opération jusqu'à ce qu'aucune carte ne tombe plus (celles qui tombent sont chaque fois placées derrière le paquet).

La recherche de l'explication des affirmations qui suivent est laissée au soin du lecteur.

1° La carte qui se trouve devant le paquet ne porte aucune encoche (pourquoi?).

2° Numérotons toutes les cartes suivantes dans l'ordre où nous les trouvons : un, deux, trois...

3° Voici une carte, telle qu'on l'obtient par ce procédé, avec son numéro (vingt et un).

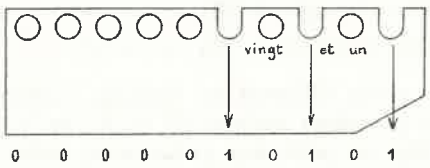


FIG. 4.

A chaque encoche de cette carte, associons le chiffre 1.

A chaque trou non encoché, associons le chiffre 0.

On obtient ainsi l'écriture 10101 qui n'est autre que l'écriture dans le système de base deux vingt et un.

4° La même observation peut être faite sur chaque carte du paquet.

L'intérêt de cette manipulation est considérable. Outre que ce procédé permettrait de classer en dix coups d'aiguille un paquet de mille vingt quatre cartes, par numéros croissants, il y a certainement là une source de manipulations pour l'introduction du système de numération de base deux.

3. Mais il n'y a pas qu'une manière d'ordonner un ensemble. Convenons de placer derrière le paquet les cartes qui tombent lorsque l'aiguille est dans le trou n° 1, puis de placer devant le paquet celles qui tombent au trou n° 2, et ainsi de suite, en alternant : derrière au trou n° 3, devant au n° 4, etc... Cette fois-ci, éliminons les cartes qui tomberont lors de l'exploration du dernier trou donnant des chutes (ce dernier ensemble pouvant être « incomplet »).

Recherchons alors la carte qui ne porte aucune encoche. Nous la marquons zéro (en rouge pour éviter les confusions). Puis nous marquons un (rouge), deux (rouge), trois (rouge), ... les cartes suivantes.

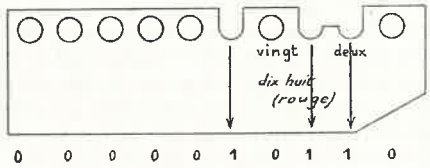


FIG. 5.

Voici, par exemple, la carte n° dix-huit (rouge) telle qu'on l'obtient, par ce procédé. Si l'on code les encoches par 1 et les trous intacts par 0 on obtient l'écriture de dix-huit en base moins deux : 10110. La même observation peut être faite sur chaque carte.

Occupons-nous maintenant de la carte qui précède la carte zéro. Nous la marquerons « naturellement » moins un (rouge), la précédente moins deux (rouge). etc,..

4. Il est juste, ici, de reprendre une idée due à notre excellent collègue Dumont et qu'il a développée lors du stage I.P.N. de Grenoble en septembre 1968.

Sur un *même matériel* (ici l'ensemble des cartes perforées) il est possible de définir deux structures différentes (ici par l'intermédiaire de l'ordre) de manière à obtenir

— soit un ensemble isomorphe à $(\mathbb{N}, +, \times, \leqslant)$,

— soit un ensemble isomorphe à $(\mathbb{Z}, +, \times, \leqslant)$.

Cette attitude est toute différente de l'attitude traditionnelle qui consiste à essayer de munir deux ensembles distincts ($\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}$) de la même structure.

Dumont voudra bien me pardonner ce raccourci, certes déformant (pas trop, je le souhaite), de son idée, mais je n'avais que l'intention d'en donner une illustration (parmi tant d'autres...) à l'aide de cartes perforées, ...en même temps qu'un moyen d'introduction de la base moins deux chez nos jeunes élèves.

Pierre GAGNAIRE,
C.E.S. Édouard Herriot, Bron.

Quatre jours à Exeter

Sur l'invitation de Collègues qui sont, en Angleterre, les animateurs de l'A.T.M. (Association of Teachers of Mathematics) une douzaine de Collègues de l'A.P.M.E.P. ont passé quatre jours (19-22 avril 1969) à l'Université d'Exeter (Devon). Je n'aurai pas l'audace de donner un compte rendu détaillé de ces journées; c'est le type même du colloque « informel », sans ordre du jour précis, sans motion finale; ce fut, à mon sens, une parfaite réussite : des débats tout à fait libres, le ton de la fraternité et de l'amitié, le sentiment de nos différences dans les méthodes et de notre communauté de vues dans les objectifs fondamentaux de notre action. Pour nous au moins, qui venions du continent, il y a eu pendant ces quatre jours, cent occasions de glaner des idées nouvelles et l'avion qui nous ramenait à Orly le 22 au soir était chargé (les douaniers ne l'ont pas remarqué) de mille suggestions mathématiques.

Pour donner le ton, Trevor Fletcher que les congressistes de Marly n'ont pas oublié, nous posa quatre questions.

1. Sont-ce des caricatures que nous nous faisons les uns de l'enseignement mathématique des autres? En France, organisation très systématique (et en tout cas centralisée), enseignement très théorique, très « intellectuel »; importance primordiale du contenu; peu de liens entre l'enseignement des mathématiques et celui des autres disciplines. En Angleterre, organisation très diversifiée (en tout cas non centralisée), enseignement très pragmatique; importance des recherches sur les méthodes d'approche, accent mis sur l'activité de l'élève; un certain souci des liaisons des mathématiques avec les autres disciplines.

2. Ne pourrait-on s'entendre pour ne plus jamais utiliser le qualificatif « moderne », galvaudé par l'usage qui en a été fait? Accord immédiat, ici, de tous les participants (y seront-ils fidèles, c'est une autre affaire!).

3. Vous, Français, ne trouvez-vous pas que notre enseignement à travers l'analyse de situations est trop « pointilliste », pas assez construit? Question qui rejoint la première.

4. Êtes-vous satisfait des réformes qui, ces dernières années, ont eu pour but de diminuer le fossé (en anglais « gap ») qui sépare l'école de la vie scientifique contemporaine? En ce qui me concerne, répond Fletcher, tout bien pesé, ma réponse serait plutôt oui.

Il fut tout de suite très clair que si, les uns et les autres, nous sommes capables de faire l'effort de comprendre et d'apprécier la pensée de l'autre, nous ne pouvons complètement nous déprendre des habitudes prises ou apprises au sein de nos écoles respectives. Aux yeux des Collègues Anglais, comme l'écrit David Wheeler, le professeur Français cherche à ériger une structure monolithique sur les deux piliers de l'algèbre et de la topologie; alors qu'aux yeux des Collègues Français, le professeur Anglais est l'actif animateur d'une série de « happenings ». Avec l'ami Wheeler, je reconnais que cette opposition, pour schématique qu'elle soit, fait bien sentir l'essentiel de nos différences et, quant à moi, j'y puise une leçon : ce devrait être notre préoccupation, nous qui sommes certainement trop systématiques, trop dirigistes, de penser, comme nos amis Anglais, à laisser les élèves plus libres d'inventer.

Nous avons été frappés, à maintes reprises, du souci qu'ont nos Collègues d'initier sans contraindre. Alors que nous avions expliqué l'importance que nous attachons à la création des I.R.E.M. et au développement de leurs activités, nos Collègues ont marqué leurs préférences pour l'édition d'ouvrages comme *Some lessons in Mathematics*, déjà traduit en français et *Notes on Mathematics in Primary School* (qui le sera), livres qui donnent des suggestions mais laissent aux maîtres une très grande liberté de réalisation. Il y a là, pour nous, une leçon à retenir; il n'y a pas si longtemps que les programmes étaient accompagnés d'*instructions;* le changement de titre pour celui de *commentaires* signifie-t-il la fin de tout centralisme autoritaire? J'avoue ne pas en être sûr.

Ainsi que l'écrit Wheeler, il était fatal qu'une telle réunion prenne beaucoup de temps pour que les participants apprécient ce qui les différencie et ce qui les rapproche. A peine furent esquissées des questions qu'il y aura grand intérêt à travailler en commun : selon quelles voies, l'approche de notions topologiques peut-elle être ménagée aux niveaux élémentaires? Ou encore, quel rôle faut-il réserver aux jeux et aux manipulations dans l'approche des notions algébriques (sujet relativement instructif pour nous, trop familier peut-être pour nos Collègues Anglais). En tout cas, cette première rencontre a donné à tous les participants le vif désir que d'autres réunions semblables soient organisées; il a été convenu qu'au printemps 1970, ce sont les Anglais qui nous rendront visite.

Puissions-nous savoir les accueillir dans un cadre aussi sympathique que l'université d'Exeter où nous logions. Aux Collègues Crawforth et Tahta qui enseignent au centre de formation des maîtres d'Exeter, nos remerciements particuliers pour l'organisation parfaite, mieux que cela même par sa simplicité et sa cordialité. Merci à Miss Gwendollyn Llewellyn, Mrs Dorothy Rickelbusch qui surent nous aider très gentiment à suivre les exposés en anglais, nos connaissances linguistiques étant souvent très défaillantes.

G. W.

P.S. — Il me paraît utile de préciser que nos hôtes, animateurs A.T.M., sont les éditeurs de l'excellente revue *Mathematics Teaching* que nous avons souvent citée. Fondée en 1951 par Caleb Gattegno, elle fut longtemps publiée sous la responsabilité de Trevor Fletcher; son responsable actuel est David Wheeler, de Leicester School of Education.

Il existe aussi, en Grande-Bretagne, une « Mathematical Association » qui édite *The Mathematical Gazette*, de tendance beaucoup plus classique. Les deux associations ne sont pas à proprement parler concurrentes mais, dans une certaine mesure, ont des activités complémentaires. Ce qui laisse à A.T.M. les coudées très franches pour aller de l'avant.

Encore trois petites remarques. Nous avons demandé à Fletcher ce que signifiait son titre « d'Inspecteur de sa Majesté » : j'inspecte les employeurs, dit-il, les autorités locales. Nous n'oublions pas une promenade au bord de la mer ou dans la ville d'Exeter... Entre deux portes, nous croyons avoir aperçu William Mountebank.

Je ne sais plus pourquoi, dans mes notes, il y avait la mention de l'étoile 61 du Cygne. Mais cela me fait retrouver une remarque de D. Tahta : « Il est triste que beaucoup d'enfants ne réalisent pas, par exemple, que deux cinquièmes c'est la même chose que un cinquième de deux, disait un professeur Anglais. A quoi un autre professeur répondait : il est triste que beaucoup d'adultes ne réalisent vraiment pas que deux cinquièmes d'une pomme ce n'est pas la même chose qu'un cinquième de deux pommes. »

En marge du premier congrès international de l'enseignement mathématique

Lyon, 24 - 30 Août 1969

Quelques remarques.

Il nous paraît difficile en quelques lignes d'analyser les nombreuses conférences et activités mathématiques de ce congrès. Le nombre et la diversité des sujets ne permettent pas d'en donner un compte rendu complet et précis. Mais tout ce travail considérable nous incite à faire quelques remarques.

— En premier lieu il est très significatif de constater la suppression du cloisonnement entre les divers niveaux d'enseignement. Ainsi pour l'enseignement de la géométrie, on abandonne le processus historique qui consistait à dévoiler les notions suivant un ordre établi depuis Euclide et suivant un âge « raisonnable » des enseignés. Or, l'enfant à l'école maternelle est en contact avec une géométrie spontanée et il faut avoir le souci de révéler les structures dans une bonne organisation de l'enseignement. De même pour l'enseignement de l'analyse, les premiers pas doivent être effectués plus tôt et progressivement.

Les frontières entre primaire, secondaire et supérieur sont bannies, la mathématique se construit en utilisant les possibilités de l'enfant, La logique et la topologie ne sont plus uniquement du domaine de la faculté; ces notions sont indispensables dès le départ.

— Une deuxième remarque fait apparaître l'importance accordée à la méthodologie. Ces méthodes pédagogiques sont différentes suivant les pays et les écoles, mais à peu près toutes s'écartent d'un enseignement dogmatique.

Le renouvellement du contenu s'accompagne d'un renouvellement du processus d'apprentissage. Faire des mathématiques, c'est aller à la découverte. Et pour cela

on fait appel à la psychologie de l'enfant. Une table ronde a eu pour thème d'étude : « Psychologie et pédagogie ». Cela est assez significatif de l'évolution actuelle et sans vouloir être des « psycho-mathématiciens » on ne peut nier la nécessité de collaborer avec les psychologues. Le maître doit connaître les processus psychologiques de l'apprentissage mathématique et tenir compte des possibilités créatrices et des liaisons logiques chez l'enfant.

— La formation des maîtres est apparue comme une préoccupation essentielle dans tous les pays. Elle se fait de manière fort diverse suivant l'importance de la rénovation et suivant les possibilités financières mais partout elle s'avère nécessaire, Un conférencier a indiqué les trois étapes suivies par le maître :

Une formation à l'école où il fait des études mathématiques, puis à l'université où il est mathématicien professionnel et enfin son activité magistrale et c'est là qu'une formation continue est indispensable. Car l'évolution est trop rapide pour qu'on puisse exploiter longtemps les connaissances de l'université. Dans cette formation permanente les deux objectifs seront d'une part les connaissances mathématiques, d'autre part la méthodologie.

Nous ne pouvons conclure sans dire que ce Congrès a permis le dialogue entre des enseignants de différents pays. Ces contacts riches sur le plan humain, le sont aussi pour la mathématique.

Enfin n'oublions pas l'exposition des livres et matériel didactique dont l'importance et la nécessité ne sont plus à démontrer.

Congressistes de Saint-Brieuc.

Quelques impressions.

Il y avait des grands, des petits, des longs, des courts, des gros, des minces; ça parlait anglais, allemand, russe, japonais, portugais, espagnol, ça parlait même français, voire même breton. Tout ce monde s'est réuni du 25 au 30 août au Palais des Congrès à Lyon, pour discuter mathématique, pédagogie mathématique, psychologie mathématique, etc... Le contenu des conférences sera publié dans les actes du congrès. Les participants au congrès recevront gratuitement ces actes que les autres liront dans la revue *Educational Studies in Mathematics*. Nous n'insisterons donc pas sur la substance, au demeurant très dense, des conférences. Nous voudrions plutôt dégager l'ambiance générale du congrès.

Remercions tout d'abord les organisateurs de ces journées. Ce n'était pas une mince affaire que de réunir au même moment dans une même salle quelque 800 personnes venues de quelque 37 pays, et qui plus est, ne parlant pas la même langue. Les gars de Lyon se dépensèrent sans compter et finalement tout le monde put se caser au mieux des intérêts de chacun sans qu'il y ait besoin de faire une partition de certains corps bien constitués. Le congrès commença même à l'heure prévue, soit 10 heures le lundi 25 août 1969. Le congrès commença en l'absence de notre cher ministre...

Puis vinrent les choses sérieuses : 11 h-12 h 30 conférences, 14 h 30 à 17 h reconférences, 17 h 30 à 18 h 30 another conférence. (On finit par apprendre l'anglais dans ces milieux-là.) Et le lendemain idem et le sur-lendemain re-idem... une seule chose étant changée; nous commencions à 9 heures au lieu des 10 heures du premier jour. Ceux qui étaient venus à Lyon pour une cure de sommeil en furent largement pour leurs frais. D'autant plus que les organisateurs, soucieux de notre probité et pureté... intellectuelles (il existe à Lyon des trottoirs comme à Paris) avaient méchamment corsé le menu en nous invitant le soir soit à une table ronde sur la coopération internationale soit à un bon film, mathématique, bien entendu. Si bien que nous nous

trouvions à nouveau rivés à notre fauteuil jusqu'à une heure avancée de la nuit. Une seule solution... de continuité dans cette théorie de donférences et ces tables rondes : le mercredi après-midi.

De beaux cars, quinze en tout, nous conduisirent sur des routes à méandres à travers le Beaujolais, accompagnés et guidés que nous étions par quatre superbes cavaliers de la route bardés de cuir, portant grosses lunettes et chevauchant de belles motos B.M.W. Ce sont des gens que d'ordinaire on préfère ne pas voir. Toujours est-il que la preuve éclatante est faite : la gendarmerie, qui n'est pas toujours et nécessairement ennemie du bien, peut venir au secours de la mathématique.

Quelques sinuosités en Beaujolais et une première halte dégustation, une, puis re-cars et re-halte dans un château, et de deux, et enfin troisième et dernière halte à Morgon où nous vîmes une cave aménagée pour les touristes et où nous fîmes la troisième offrande à Bacchus. Nous devons à la vérité, de dire que le Beaujolais est de plus en plus sinueux après chaque halte. Le soir nous dinâmes dans une cave à la lueur des chandelles et au son d'un accordéon local. Le tout se termina par l'intronisation de quatre des meilleurs d'entre nous, au titre de « Vigneron d'Honneur ». Une farandole, épousant d'aussi près que faire se peut, les allures d'une sinusoïde, permit aux convives de prendre honnêtement congé en respectant les apparences mathématiques.

Le lendemain jeudi « Les premiers pas en Analyse », tel était le titre de la conférence de 9 heures, furent des pas virils et bien assurés. L'amphithéâtre était abondamment garni et il ne serait venu à l'idée de personne de se livrer à une analyse des derniers pas de la veille.

Nous assistâmes encore à de nombreuses conférences et tables rondes avant la clôture de ce véritable marathon de la mathématique.

Les absents à ce congrès ont eu tort. Bien sûr à la fin de chaque journée nous avions la tête farcie d'algèbre, d'analyse, de synthèse, de logique, de psychologie et de pédagogie et nous avions peut-être l'impression de n'avoir rien appris ou tout au moins de n'avoir rien retenu. Et puis, rétrospectivement si nous faisons la somme de tous ces riens nous constatons qu'elle est loin d'être nulle. Nous avons vu que la mathématique est en pleine mutation et qu'il y a nécessité impérieuse de se tenir au courant de ce qui se fait de par le vaste monde; d'où l'intérêt de ces réunions, de ces confrontations où nous pouvons frotter notre tête contre celle du voisin, qui ne parle pas la même langue mais qui a le même désir de bien faire et de s'améliorer.

Créons très vite dans tous les pays des écoles militaires à fort enseignement mathématique, et réunissons périodiquement ces diverses écoles en C.I.E.M. (congrès internationaux de l'éducation militaire), et vous verrez que les bruits de bottes s'estomperont rapidement.

Nous terminerons en formulant un certain nombre de vœux. Nous souhaitons qu'une langue internationale soit adoptée afin de faciliter le dialogue. Au besoin pourrait-on en créer une de toute pièce afin de ménager les sacro-saintes susceptibilités nationales.

Nous souhaitons également qu'un certain nombre d'heures soit réservé dans le cadre de l'horaire existant actuellement en France et à tous les niveaux afin qu'il y ait discussion et brassage d'idées au sein d'un même établissement ou entre plusieurs établissements. Notre enseignement ne pourrait s'en trouver que valorisé. Des collègues élus, ayant la confiance des enseignants, exerçant à temps partiel, pourraient animer ces groupes de travail et de discussions, et feraient le lien entre les divers groupes. Ils remplaceraient avantageusement les inspecteurs migrateurs et très épisodiques d'aujourd'hui.

Nous souhaitons enfin que ce premier congrès ne soit pas le dernier afin de promouvoir une vaste coopération internationale avec échanges d'enseignants.

Le premier Congrès est mort, vive le second.

LE MINOUS (*Saint-Brieuc*).

P.S. — Nous n'avons voulu citer aucun nom. Ne possédant pas la machine à calibrer les médailles devant être attribuées à chacun nous préférons taire les noms qui pourraient être mis en avant. Que chacun sache reconnaître ses mérites à leur juste valeur.

A titre d'exercice nous vous proposons de démontrer l'équivalence logique des deux assertions vraies suivantes : il y a des organisateurs, il y a des congressistes, les deux ensembles n'étant pas nécessairement disjoints.

Congressistes de l'Ouest.

Après Lyon...

Le premier Congrès International sur l'enseignement des Mathématiques a été certes un succès numérique (en passant, bravo aux organisateurs lyonnais!). Il est par contre plus difficile d'être aussi affirmatif sur le plan mathématique pur :

— d'une part, parce qu'un isolé ne pouvait suivre à la fois toutes les tables rondes et communications libres, donc ne pouvait en faire un bilan.

— d'autre part, parce qu'on a vu souvent, à Lyon, ressurgir de l'ombre les vieux mythes dont l'humanité semble incapable de se dégager, à croire qu'Euclide avait réussi un contrat immuable entre les formes et les racines obscures du psychisme. J'avoue avoir été ému par les pyramides d'Égypte, mais de là à me vouer à un ésotérisme triangulaire, il y a un pas... (voisin du vice).

Mais laissons ce terrain à quelque philosophe désœuvré pour aborder un problème beaucoup plus pratique, celui des langues de communication; les conférences magistrales (ô combien!) étaient soumises, à Lyon, à la traduction simultanée; mais certains traducteurs ne semblaient pas être des spécialistes de mathématiques et avaient beaucoup de difficulté à transmettre fidèlement la pensée des orateurs.

En dehors des séances plénières, on a pu constater l'invasion de la langue anglaise; dans de nombreux groupes, ou dans de nombreuses tables rondes, on abandonnait vite le souci de traduction pour utiliser l'anglais de façon exclusive. Les réactions des congressistes français étaient diverses, allant du dépit à l'abandon, de la rage à la suffisance, rarement à la participation.

Il est clair que les mathématiciens français sont rares à manier la langue anglaise avec délice. Pour la plupart, le seul contact avec cette langue remonte aux études secondaires où, n'importe comment, l'exercice de version ne préparait pas du tout à la communication scientifique.

On peut s'étendre sur la tristesse de voir la langue française perdre de son autorité dans les congrès, mais, à se complaire dans l'ignorance de l'anglais on risque également de constater que la mathématique française perd aussi de son autorité dans les manifestations internationales.

Il importe donc de réagir!

L'A.P.M. a publié « La mathématique telle qu'on la parle » : on la parle de plus en plus en anglais. Alors, donnons les équivalents anglais des mots techniques.

La connaissance des mots est insuffisante; il en faut la pratique orale et écrite.

A l'Université, organisons des cours d'anglais à l'intention des mathématiciens en cours de licence.

En préconisant d'apprendre l'anglais, je ne suis pas sûr de faire preuve de défaitisme. Au contraire, je suis persuadé qu'à partir du moment où nos mathématiciens pourront dans les congrès intervenir en anglais, en français (ou dans d'autres langues), écrire des articles directement pour des revues étrangères, ils feront mieux connaître la mathématique française, et par là-même défendront la langue dans laquelle s'exprime cette mathématique.

Car n'oublions pas cette belle phrase de Paul VI : « le français permet la magistrature de l'essentiel ».

Le travail inverse consistant à préparer des étrangers à suivre et à comprendre les mathématiques en langue française n'est pas non plus à négliger.

Yves Duverger
(*Centre de documentation pédagogique, Damas*).

In memoriam

Jean Delsarte (1903-1968).

Jean Delsarte, doyen honoraire de la Faculté des Sciences de Nancy est mort subitement, d'une crise cardiaque, le 29 novembre 1968; il avait à peine 65 ans.

Si je n'avais pas vécu neuf mois, durant la campagne 39-40 à la 8e batterie de repérage, aux côtés de cet éminent mathématicien, je n'aurais pas l'outrecuidance d'en évoquer le souvenir.

De quelle sage fermeté, de quel lucide jugement Jean Delsarte, capitaine à l'époque, a-t-il toujours marqué son commandement, je ne vous le détaillerai pas. C'était un chef au sens le plus vrai du terme; souple, droit, modeste, ouvert à toutes les suggestions avant la décision, puis ferme dans l'exécution. Mais le professeur, le penseur, le chercheur étaient toujours sous-jacents et la popote de la 8e batterie connut parfois des cogitations d'un haut niveau scientifique. Je me souviens d'un débat sur la géodésie avec un Polytechnicien du Service géographique de l'Armée qui découvrit ce jour-là que la différence d'altitudes entre deux points est fonction du cheminement puisque l'altitude ne dérive pas d'une « fonction de force »!

Delsarte fut un des membres fondateurs de l'équipe Bourbaki. Le rôle primordial qu'il a joué, tant par ses connaissances et son imagination mathématiques que par ses qualités humaines, son ami Dieudonné l'a dit : « Il n'était pas facile d'unir pour une œuvre commune des tempéraments très dissemblables et qui se heurtaient fréquemment; c'est bien souvent Delsarte qui, par sa pondération naturelle, son calme souriant et narquois, savait ramener des esprits échauffés à une vue plus mesurée des choses ».

C'est avec lui en tout cas que j'ai senti pour la première fois les préoccupations actuelles du mathématicien. Je l'entends encore lancer l'interrogation : « quelle est la négation de la proposition : quel que soit le temps, il change à Cernay »?

En me quittant à Nîmes, au mois d'août 44 alors qu'il remontait examiner les admissibles à l'E.N.S., il me dédicaça le livre I de la *Théorie des Ensembles* de Bourbaki; à l'époque l'ouvrage sortait des presses; je ne le reprends pas sans revoir Delsarte...

« En 1937, écrit Jean Dieudonné, il m'attira à Nancy où une place était vacante et ce furent quinze années heureuses de relations à peine coupées par la guerre et les voyages. Il ne se passait guère de semaine où nous n'eussions deux ou trois longs entretiens où nous échangions nos idées sur les problèmes mathématiques et sur bien d'autres choses. C'est là tout d'abord que j'appris à apprécier à sa valeur toute l'originalité de son talent de mathématicien. Bien que largement ouvert aux idées modernes (son rôle dans Bourbaki en fait foi), Delsarte était peu enclin à suivre la mode. Nourri de l'héritage des grands classiques, il était un des rares analystes

modernes aimant le calcul, celui de la tradition d'Euler, de Jacobi, d'Hermite, et il calculait en virtuose. Ennemi de la réclame, il n'a peut-être pas eu, en France, l'influence personnelle qu'il eût dû exercer; il publiait peu, et souvent, quand je l'avais entendu esquisser devant moi des idées qui me frappaient par leur nouveauté ou leur profondeur, et que je le pressais de les développer et de les publier, il haussait les épaules et me répondait : « A quoi bon? » Mais les plus illustres mathématiciens de notre époque faisaient grand cas de ses travaux et il était fort connu à l'étranger où il a fait de fréquents séjours.

Autant que le mathématicien, j'appris aussi pendant ces belles années à mieux connaître l'homme qu'était Delsarte, sa droiture sans faille et sans compromission, son refus de l'intrigue et de l'arrivisme et la profonde bonté qu'il cachait sous ses propos volontiers paradoxaux.

Après mon départ de Nancy, en 1952, je n'eus plus malheureusement avec lui que des contacts fugitifs. C'est de loin que j'ai suivi sa fructueuse collaboration avec notre jeune collègue J. Lions qui l'incita à publier quelques-unes de ses plus belles idées. Je n'étais pas non plus à ses côtés lorsqu'il fut durement frappé dans sa chair, perdant en quelques années les neuf-dixièmes de la vue; épreuve qu'il subit avec un tranquille courage et une souriante sérénité faisant l'admiration de tous ses amis. Notre dernière rencontre de quelque durée eut lieu lors d'une tournée de conférences au Japon qu'il avait organisée pour moi alors qu'il dirigeait à Tokyo la Maison Franco-Japonaise. Sa réussite à ce poste fut éclatante; elle lui apporta quelque adoucissement aux soucis que lui causait sa santé et fut le couronnement d'une carrière exemplaire. »

Adieu, cher Delsarte, savant modeste et profond, homme droit et intègre.

R. Robbe.

Bertrand Le Ménager (1904-1969).

Notre collègue Le Ménager qui fut l'animateur d'une amicale angevine, ancêtre des Régionales d'aujourd'hui, et qui, à ce titre, fut l'organisateur des Journées de l'A.P.M. à Angers (Pâques 1962), avait pris sa retraite en 1964. Depuis trois ans, un mal inexorable avait atteint l'homme robuste, cordial, entreprenant que nous estimions. Son goût pour la nature l'avait amené à s'intéresser à l'astronomie et il avait pu doter le lycée David d'Angers d'un bon instrument d'observation. Nous sommes nombreux à garder le souvenir des journées angevines où, après les conférences et les débats, Le Ménager nous entraîna jusqu'à la centrale nucléaire de Chinon puis au château de Montsaureau pour un banquet mémorable et une fin de journée chez les vignerons angevins. Il savait entraîner ses Collègues. Il repose dans l'île de Bréhat dont il aimait la sauvage beauté. Nous n'oublierons ni le Collègue, ni l'homme.

G. W.

Maurice Weber (1883-1969).

Les Collègues plus anciens ont gardé le souvenir des interventions passionnées de Maurice Weber dans tous les débats. Il fut, jusqu'à la fin de sa carrière, professeur de mathématiques spéciales au lycée Condorcet. Mais je retiens de lui son active participation à la revue *L'Enseignement scientifique* où, par exemple, en 1930, sous le titre « Les méthodes concrètes dans l'enseignement scientifique » il présentait deux ouvrages qu'on pourrait relire aujourd'hui : « Les problèmes résolus par la méthode naïve » par Gal et Marijon et « Pédagogie par évolution » par P. Rogerie. Pure coïncidence, je rencontrai M. Rogerie en novembre et nous nous étions demandé

des nouvelles de Weber; nous le savions très atteint, depuis des années, par une complète cécité qui, pour ce lecteur invétéré, était un martyre.

Je rappellerai aussi que Weber collabora à une collection de manuels pour l'enseignement primaire qui fut une des premières grandes séries de Sudel. Depuis, notre Collègue ne mâchait pas ses critiques aux « modernistes ». Mais, à sa manière, et quand il demandait « que les idées générales et abstraites (arrivent en) conclusion, en couronnement et non au départ », je reste persuadé qu'il fut un précurseur. Un Collègue dont nous n'oublierons pas, en tout cas, la toujours jeune passion pour la vérité et pour la recherche pédagogique.

G. W.

Parmi nos lettres

Bulletin pour tous ou bulletins pour chacun ?

De M. J. POUPONNOT, professeur de C.E.G. à Luçon (Vendée) :

« J'envisageais de ne plus adhérer à l'A.P.M.E.P. Le numéro double 269-270, concernant la Sixième, me décide cependant à renouveler mon adhésion pour 1970; mais je ne vous promets pas une fidélité inconditionnelle !

En effet, en adhérant à l'A.P.M.E.P., voici déjà plusieurs années, j'avais demandé que soient créées plusieurs éditions du Bulletin, *chacune devant comporter deux parties distinctes :*

— une partie générale, commune à toutes les éditions;

— une partie spéciale, technique, concernant soit un niveau, soit une tranche de deux niveaux (pour assurer une meilleure liaison entre les enseignants du niveau considéré et ceux du niveau immédiatement supérieur) ; par exemple, édition A pour Maternelle et Élémentaire ainsi que premier cycle du second degré, édition B pour premier et deuxième cycle du second degré, édition C pour deuxième cycle du second degré et supérieur.

J'espérais que, par ce moyen, votre revue pourrait devenir utile à chacun de nous. Mais cela n'a pas été réalisé.

Je reconnais qu'une évolution a eu lieu dans le sens souhaité : les derniers bulletins comportent moins de théories savantes et prennent une tournure plus pédagogique. Mais il est indispensable que cette évolution s'accentue. En effet, si, à l'intérieur de la boutique, chacun ne peut trouver un rayon à sa portée, « de la Maternelle aux facultés » continuera à n'être qu'une belle enseigne.

Je renouvelle donc ma demande de création d'éditions adaptées aux différents niveaux des enseignants. Si vous voulez nous attirer, puis nous retenir, il faut nous intéresser.

Au cas où le Bureau de l'A.P.M.E.P. estimerait de nouveau que les avantages du bulletin unique (lien entre tous les enseignants et continuité de l'enseignement mathématique) l'emportent sur les inconvénients, il serait pour le moins indispensable :

1° a) *de créer un code de repérage des articles par double indexation : nature du sujet traité et niveau du lecteur concerné;*

b) *d'étoffer le sommaire ou, plutôt, de le remplacer par une analyse des articles, dans le genre, en plus détaillé, de la « note pour le bon usage de ce bulletin spécial » du numéro sur la Sixième. Le* Bulletin *pourrait ainsi devenir un instrument d'utilisation plus facile, car chacun y trouverait plus vite ce qui lui est accessible et ce qui l'intéresse plus directement;*

2° *de publier, aussi souvent que possible, des numéros spéciaux comme celui sur la Sixième ;*

3° *de donner, dans la période actuelle (et le transitoire dure parfois longtemps), une très large place au « recyclage » des maîtres de l'enseignement élémentaire et des professeurs de C.E.G. »*

Notre Collègue pose à nouveau une question qui a déjà été plusieurs fois débattue et qu'il est naturel de se poser de nouveau de temps à autre. Jusqu'ici, le Bureau de l'association et la Rédaction du *Bulletin* ont considéré que les avantages du bulletin unique l'emportaient largement sur ses inconvénients. Bien sûr, chaque Collègue ne lit pas tout dans le *Bulletin* : pour celui-ci, l'article sur les quadrillages n'apprend rien alors que pour cet autre, la note de Bouteiller sur le deuxième tome du traité d'analyse de Dieudonné est au-dessus de ses possibilités *actuelles*. Mais que savent ces deux Collègues des besoins qui seront les leurs demain? Et que savent les rédacteurs des besoins précis de chacun à chaque instant? N'est-il pas urgent et fondamentalement utile que tous les maîtres qui enseignent la mathématique, de la Maternelle aux facultés sachent ce que pensent, ce que proposent, ce que réalisent les Collègues travaillant à un autre niveau d'enseignement ou de culture mathématique et ce qui inquiète les uns et les autres? Nous sommes tous embarqués dans la même aventure.

L'édition de plusieurs bulletins pose aussi des questions d'organisation matérielle. La Rédaction est pratiquement assurée par un très petit nombre de Collègues; on ne se bat pas pour assurer des tâches qui vont de la préparation des manuscrits (cela comporte des heures de copie pour les textes, de dessin pour les figures), à la correction des épreuves et à la mise en page, sans oublier la collecte de la publicité. Le nombre des publications assurées par l'A.P.M.E.P. a considérablement augmenté; je crains que nous ne soyons à la limite des moyens humains actuellement engagés dans cet ouvrage.

Je ne dis rien des frais que provoqueraient des éditions distinctes si, comme notre Collègue l'escompte, cela devait accroître notre diffusion et par conséquent augmenter d'autant nos ressources.

La difficulté véritable est d'apprécier si oui ou non il est utopique de faire cohabiter dans la même association tous ceux qui, à un niveau quelconque, enseignent des mathématiques; s'ils cohabitent, de leur faire lire un même bulletin; s'ils lisent un même bulletin, de les faire s'intéresser autant à ce qui concerne leur niveau qu'à ce qui concerne les autres niveaux. Alors que la création des universités pluridisciplinaires se heurte aux habitudes (ou à la routine) des spécialistes de toutes les spécialités, alors que les organisations syndicales perdent une grande partie de leur énergie en luttes de tendances ou de catégories, est-ce le moment de fractionner l'association et le bulletin? Personnellement, je crois que cela signifierait un changement d'orientation dans la réforme pour laquelle nous travaillons depuis des années et qui va s'amorcer enfin au niveau du premier degré. Rompre l'effort en ce moment, alors que les éternels conservateurs usent de tous les moyens pour retarder une mise en mouvement dont ils craignent qu'elle entraîne leur disparition du devant de la scène, ce serait pire qu'une faute.

Ceci dit, j'approuve pleinement notre Collègue quand il souhaite un bulletin dans lequel chacun trouvera nourriture à son goût. J'espère même que le voisinage d'articles au fumet inconnu lui donnera envie d'étendre le champ de ses lectures (avantage évident du bulletin unique). Pour rendre plus facile le choix des articles à lire en priorité. il est sans doute très difficile sinon impossible d'indexer chaque article pour préciser son niveau; ce qui a été fait pour la bibliographie, dans le numéro sur la Sixième en est une preuve, chaque indication mérite des critiques. Par contre, j'essaierai de joindre au sommaire une sorte d'analyse condensée des articles en souhaitant que les lecteurs disent ce qu'ils en pensent.

A côté des numéros spéciaux du style « classe de Sixième » qui pourrait être

repris et amélioré (pour la Cinquième, pour la Seconde, pour le Cours préparatoire, ...), on pourrait imaginer un thème à travers toute la scolarité ou une partie de celle-ci, par exemple « la genèse de la notion de fonction » à travers ses présentations « de la Maternelle en Faculté ».

Seulement, pour réaliser ces projets, la Rédaction a besoin de renfort...

Celle-ci apprécie d'autant plus celui des bulletins des Régionales qui veulent éviter de faire double emploi avec le bulletin national et semblent axer leur activité sur la formation permanente des maîtres du premier degré (ils répondent ainsi partiellement au moins aux vœux de M. Pouponnot).

Sachant, encore une fois, que nous tirons tous la même charrue, que tous ensemble nous pouvons faire avancer une charrue à plusieurs socs, l'outil et nos efforts pour le bien manier ne nous faisant jamais oublier l'essentiel, cette terre qu'il faut ensemencer et dont la moisson future nous étonnera toujours.

G. W.

Comment peut-on être Persan ?

De notre collègue Étienne GILLE, professeur au lycée Esteqlal à Kaboul (Afghanistan) :

*« ...On rend très peu hommage, dans l'enseignement mathématique français, à l'apport des mathématiciens arabes ou persans. Les noms des théorèmes sont révélateurs à ce sujet : ils se réfèrent essentiellement à l'antiquité grecque ou aux mathématiciens modernes occidentaux. De même, pour les lettres utilisées comme symboles mathématiques, on utilise l'alphabet occidental, le grec ou même l'hébraïque pour les cardinaux transfinis (enseigner ceux-ci en pays arabes risque de poser des problèmes diplomatiques...). Je ne conteste pas le rôle sans doute essentiel des Grecs de l'antiquité dans le développement des mathématiques. On peut aussi me dire qu'on rend hommage aux mathématiciens arabes quand on parle d'*algèbre *ou quand on emploie les chiffres « arabes » (malheureusement abandonnés par ceux-ci) ou aux mathématiciens persans quand on utilise le mot* algorithme *(mais quel étudiant français en sait l'origine alors qu'il a pris une telle allure grecque !)*

Je me demande s'il n'y aurait pas lieu de souligner davantage dans l'enseignement les apports orientaux dans les différents domaines de la science. Ces aperçus historiques, loin de faire perdre du temps, auraient le double mérite de faire mieux apparaître le caractère vivant des mathématiques (alors que la plupart des gens les croient fixées, figées depuis l'Antiquité) et de nous faire un peu sortir de l'« ethnocentrisme » où notre système d'enseignement nous confine (et alors comment s'étonner qu'un racisme plus ou moins latent ou inconscient en ressurgisse parfois?)

Plus concrètement, que proposer? Des exposés d'élèves (à partir du livre de Itard « Mathématiques et mathématiciens ») sur les progrès apportés au cours des siècles à la résolution de l'équation du second degré, ce qui montrerait bien que la science actuelle est le fruit de la réflexion de beaucoup de peuples et de beaucoup de savants. Une autre possibilité (mais là je redoute les haussements d'épaule) serait d'utiliser aussi certaines lettres de l'alphabet arabe...

...J'ai été assez étonné, ici à Kaboul d'entendre parler de l'équation de Béni Moussa pour l'équation du second degré...

L'A.P.M.E.P. a-t-elle des abonnés ou des correspondants dans les pays islamiques? ...Des échanges seraient utiles entre collègues confrontés avec les problèmes de l'enseignement dans ces pays... »

Notre Collègue a raison de nous rappeler que toutes les mathématiques n'ont pas été construites par des Grecs et des Français; hélas, l'histoire des sciences n'est pas plus dégagée que celle des nations d'un sens hypertrophié et surtout déplacé

de la vanité nationale. Quant à la question qu'il pose pour finir de liaison entre Collègues enseignant dans des pays de culture islamique, nous ne pouvons mieux faire que donner l'adresse de notre Collègue : B.P. 36, Kaboul.

Des exercices d'algèbre « moderne ».

De notre collègue R. MERCIER (lycée Lyautey à Casablanca) :

« ...J'estime positif le bilan de l'action de l'A.P.M.E.P. bien qu'il m'arrive parfois de désapprouver certaines prises de position de l'Association.

Bien que la plupart des articles publiés soient intéressants, j'aimerais qu'une place plus importante soit faite à des exercices ou des problèmes inédits d'algèbre « moderne » ».

L'appel s'adresse à tous les lecteurs : qu'ils mettent en commun le fruit de leur imagination.

Crise de croissance.

Dix mille adhérents, presque onze mille, voilà une association florissante en pleine expansion, très active a même précisé notre Ministre de l'Éducation nationale dans une interview récente (*). L'organisme se développe mais y aura-t-il des crises de croissance? Y a-t-il déjà des problèmes inhérents à ce développement?

Une poignée d'individus règle facilement ses conflits, peut en de brefs délais prendre des résolutions et cela en respectant les règles élémentaires de la démocratie. Mais en est-il de même lorsque le groupe s'accroît, quand la tribu devient société? Des difficultés de communication surgissent et l'élaboration des décisions devient plus lente. Les responsables assument des charges de plus en plus lourdes; ils sont tenus d'être toujours à l'écoute des provinces les plus éloignées, des voix les plus isolées et les plus timides afin d'être prêts à faire une synthèse et à prendre au moment opportun, dans les conditions optimales, les options qui semblent s'imposer.

Or l'information circule mal au sein de notre association. Les Régionales peuvent servir d'organes de transmission mais l'information c'est l'adhérent qui doit la fournir; « chacun est concerné », dit-on dans le jargon contemporain; gémir entre collègues n'est pas une solution positive, elle aigrit et pousse au fatalisme et à l'immobilisme. Mais ces renseignements une fois rassemblés que doit-on en faire? C'est là qu'interviennent le comité national et le bureau. Des réponses doivent être apportées, des solutions suggérées, des revendications imposées et souvent on ne dispose que de laps de temps trop courts (pensez aux problèmes de la rentrée scolaire). Encore faut-il que l'on ait pu dégager des objectifs précis, que l'on ait essayé de mettre sur pied des plans à long terme avec solution de rechange; voilà le rôle des élus qui ne doivent pas se laisser porter par le courant mais être les porte-paroles d'une pensée cohérente et prévoyante. Il est vrai que l'improvisation est parfois indispensable, mais ne négligeons pas cependant de survoler de temps en temps l'action et d'en fixer les grandes lignes directrices. Nous savons qu'en France les plans fleurissent et ne donnent pas toujours les fruits espérés; est-ce une raison pour chercher des solutions à la petite semaine, utiliser des palliatifs et pratiquer même le mercantilisme intellectuel? Ne faisons pas ce que nous reprochons aux autres.

(*) Article écrit en juin 1969 alors que M. Edgar Faure était encore ministre de l'Éducation Nationale.

Il n'est pas nécessaire pour autant de cultiver les généralités. Nos interlocuteurs éventuels seraient par trop ravis de trouver là matière à digressions, à faux fuyants. Ne serait-il pas temps de prendre une position ferme sur le problème de la formation des maîtres? Ce n'est pas notre rôle diront certains! Dans une discipline en pleine évolution comme la nôtre où l'insuffisance de la formation des maîtres est si criante, n'y a-t-il pas là matière à réflexion? N'y a-t-il pas là des engagements, des orientations à prendre, et les clamer à haute et intelligible voix afin que des situations aussi scandaleuses que celles que nous connaissons ne puissent plus se reproduire?

Notre association n'est certes pas un syndicat mais lui est-il interdit d'avoir des contacts étroits avec tous les syndicats et de les informer de nos travaux, de les éclairer sur nos positions en particulier à l'heure actuelle sur les problèmes posés par la formation permanente. D'autre part, l'incapacité d'adaptation et d'évolution de notre Éducation Nationale apparaissent à tous les niveaux, dans toutes les disciplines. Ne serait-il pas fructueux de confronter nos points de vue avec les autres associations et par la même occasion d'avoir ces échanges inter-disciplinaires tant désirés, belle occasion de donner une réalité à ce travail d'équipe dont on se gargarise tellement et qui se développe si peu. Il est possible que de ces confrontations surgissent des convergences qui donneraient plus de poids à notre action.

Même lorsque des grandes lignes ont été tracées, le temps, l'indifférence, la mauvaise foi même tendent à les effacer. Il ne faut donc pas hésiter à les faire renaître. Ainsi le slogan « de la Maternelle aux facultés » ne peut pas être remis en cause; il est le garant de la bonne santé de notre association. La porte est ouverte à tous, chacun peut trouver à l'A.P.M.E.P. un rôle à jouer et cela pour le bien de tous. Tous ont les mêmes droits et les mêmes devoirs, tous peuvent y venir travailler; mais il est indispensable que chacun laisse ses titres et surtout ses grades au vestiaire. A chacun selon ses mérites réels, sa capacité de désintéressement et de dévouement à la cause commune. Il est bien vrai que notre association n'est pas un tremplin pour servir les divers intérêts personnels mais elle doit demeurer un outil qui permet de faire progresser notre enseignement en le rendant et plus efficace et plus humain.

Il me reste quelques mois de mandat à remplir, il est temps de faire le bilan. En adhérant j'ai trouvé à l'association un esprit d'équipe, des personnalités ouvertes ayant le respect des individus et de leurs idées, aussi humbles soient-elles. Je dois dire que l'association a été pour moi une véritable école et que je m'y suis enrichi sinon pécuniairement du moins spirituellement. Je souhaite vivement qu'il en soit de même pour tous ceux qui rejoindront nos rangs, en particulier pour nos collègues instituteurs qui ont certainement beaucoup à dire et beaucoup de problèmes importants à résoudre. Qu'ils soient accueillis parmi nous, cette maison est la maison de tous ceux qui ont foi en leur métier qui estiment que l'intérêt général prime sur l'intérêt particulier et qui n'hésitent pas à utiliser un franc parler quand la nécessité s'en fait sentir.

Cl. BLANZIN
(*C.E.G., Paris*).

Après avoir appris à conjecturer...
...apprenez à mathématiser
en vous inscrivant aux journées de Clermont
(voir p. 562)

3

dans nos classes

Quadrillages (Classe de Cinquième)

(Groupe de Lyon)

En classe de Sixième, l'enfant aura exploré divers modes de repérage dans le « plan » ou même sur la sphère. En Cinquième, il est possible d'aller au delà d'une simple exploration en abordant quelques transformations simples sur divers quadrillages : translation, symétries, composition d'applications, etc.

L'expérience a montré que de telles notions, présentées naïvement, mais en utilisant le vocabulaire correct pour ne pas avoir à le changer en cours de scolarité, sont fort bien comprises et utilisées.

Il conviendra ensuite de se libérer du quadrillage, mais c'est une autre affaire. Dans un premier temps, on ne se posera pas de questions sur le plan quadrillé, comment il est fabriqué; de telles considérations paraîtraient sans intérêt à des enfants qui utilisent ces quadrillages de leurs cahiers d'écolier depuis qu'ils savent dessiner leurs premières lettres.

Les quelques idées qui suivent ont été présentées, à peu de détails près, dans une quarantaine de classes de Cinquième, sous la forme de six fiches de travail (§ 1 à 7).

1. Cheminements.

On utilisera des quadrillages obliques ou non. On appellera « point » du quadrillage un point où deux lignes se coupent.

On s'intéressera à ces points et à eux seuls.

Exemple : A et B.

Sur la figure 1, on a tracé un *chemin* qui, partant de A, conduit à B en *suivant les lignes du quadrillage.*

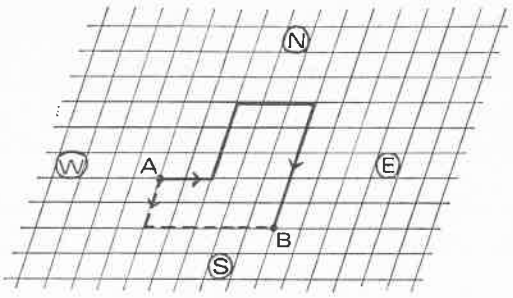


FIG. 1.

Pour *coder* ce chemin, on est amené à choisir un certain nombre de conventions. En voici une possible, mais ce n'est pas la seule :

— direction EST (e) OUEST (w),
— direction NORD (n) SUD (s).

Voici le code pour l'un des chemins conduisant de A à B :

$$A \xrightarrow{2e;\ 3n;\ 3e;\ 5s} B \qquad \text{(trait plein)}$$

Autre chemin de A à B :

$$A \xrightarrow{2s;\ 5e;} B \qquad \text{(trait pointillé)}$$

On pourra faire de nombreux exercices de codage et de décodage. On sera amené à remarquer que l'on peut trouver de nombreux chemins possibles conduisant de A à B : deux chemins qui ont même point de départ et même point d'arrivée seront dits chemins ÉQUIVALENTS.

Parmi ces chemins équivalents, deux sont plus simples que les autres, en ce sens qu'ils comportent moins de « virages que les autres ».

Un chemin à un seul virage au plus sera un chemin SIMPLE.

Faire trouver des chemins simples ne présente aucune espèce de difficulté. On s'intéressera très vite aux seuls chemins simples.

Le codage d'un chemin simple peut alors être présenté de manière plus dépouillée, puisque l'enfant dispose des entiers.

Il suffira de faire deux conventions supplémentaires pour associer à l'un des chemins simplifiés un *couple d'entiers.*

Règle 1

On s'intéressera uniquement au chemin simple qui commence par un *déplacement vers l'est ou vers l'ouest.* Il est alors codé par un couple

$$A \xrightarrow{(5e,\ 2s)} B$$

Le premier terme du couple indique un déplacement vers l'est (ou un déplacement vers l'ouest). Le second indique un déplacement vers le sud (ou vers le nord).

Règle 2

Déplacement vers l'est : noté avec un entier positif
vers l'ouest : noté avec un entier négatif.
Déplacement vers le nord : noté avec un entier positif
vers le sud : noté avec un entier négatif.

$(5, 2^-)$
$A \overset{(5,\,2^-)}{\longmapsto} B$

Il serait intéressant ici d'utiliser dans un premier temps au moins, des chiffres en couleur : mais les collègues savent bien les problèmes que pose l'utilisation de la couleur dans la rédaction de documents qui seront remis aux élèves.

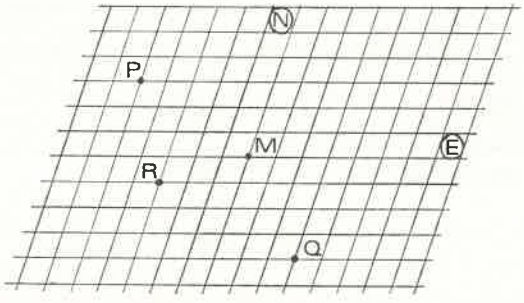


FIG. 2.

Voici des exemples de codage :

$M \overset{(5^-,\,3)}{\longmapsto} P$ $\quad$ $M \overset{(3,\,4^-)}{\longmapsto} Q$

$R \overset{(3,\,1)}{\longmapsto} M$ $\quad$ $R \overset{(6,\,3^-)}{\longmapsto} Q$

On imagine sans peine tous les exercices variés que l'on peut faire ici.

Nous avons rencontré bien sûr une première difficulté : inversion des termes du couple, fautes de signes. Il convient que tout cela soit bien assimilé avant d'aller plus loin.

2. Equipollence.

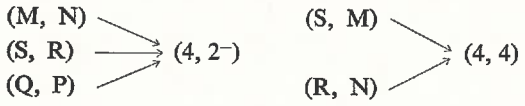
A chaque couple de points du quadrillage, est associé un couple d'entiers.

Exemple d'exercice : trouver les couples associés aux couples de points marqués sur la figure 3.

Couple de points	Couple d'entiers associés
(M, N) (M, R) (N, M) (Q, P)	(..., ...)

Couple de points	Couple d'entiers
(S, R) (P, Q) (S, M) (R, N) etc.	

On découvre ainsi que certains couples de points sont associés au *même* couple d'entiers.



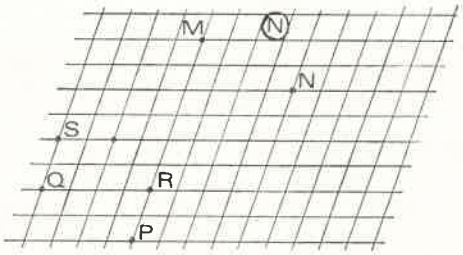


FIG. 3.

Des couples de points associés au *même couple d'entiers* sont ÉQUIPOLLENTS. Voici des thèmes d'exercices :

— placer des couples de points équipollents à un couple donné ;

— donner un point de départ et faire marquer le point d'arrivée;

— dans un ensemble de couples, faire étudier la relation formulée par; « ... est équipollent à ... ». La réflexivité, la symétrie et la transitivité ne posent pas de problèmes, les enfants ayant été familiarisés avec ces propriétés sur de nombreux exercices tout au long de la classe de Cinquième. On découvrira des classes; il ne semble pas nécessaire d'aller plus loin... mais la translation qui viendra ensuite mettra bien en jeu, en fait, des classes d'équipollence!

— fabrication de parallélogrammes, sur le quadrillage, au moyen de couples équipollents; deux parallélogrammes ayant un côté en commun illustrent la transitivité.

3. Translations.

On utilisera le couple (5, 3). A chaque point désigné par une lettre sur la figure 4, on associera un point tel que le couple formé par le premier et le second corresponde à (5, 2).

Exemple :

$$\text{Construire } A', B', C', \ldots \text{ tels que } \begin{cases} B \mapsto B' \\ C \mapsto C' \\ A \mapsto A' \\ D \mapsto D' \\ E \mapsto E' \end{cases} \begin{cases} F \mapsto F' \\ G \mapsto G' \\ H \mapsto H' \\ I \mapsto I' \end{cases}$$

tous ces couples de points étant équipollents et associés au couple d'entiers (5, 3).

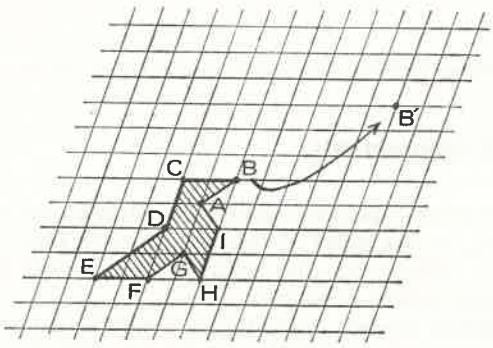


FIG. 4.

Si on choisit un point quelconque X du quadrillage, on pourra toujours lui associer un point X′ unique tel que (X, X′) soit associé à (5, 3) (sous la réserve d'imaginer que le quadrillage peut être prolongé).

On dispose ainsi d'une *application* qui a un ensemble de points du quadrillage permet de faire correspondre un ensemble de points du quadrillage (avec la réserve indiquée). Cette application porte le nom de TRANSLATION.

Se pose alors la question de la notation : il importe, au moins dans un premier temps, de noter la translation de façon autre que le couple d'entiers; nous avons utilisé la notation $t(5, 3)$.

On pourrait aussi proposer $<5, 3>$, ou encore $\overrightarrow{5, 3}$ ou bien $t_{(5,3)}$ ... Mais c'est là, à notre sens, une question annexe.

Thèmes d'exercices :

— construire les images de points donnés par une translation donnée;

— une translation est connue dès que sont connus un point et son image (translation définie par un couple de points images);

— (A, A′) et (B, B′) étant équipollents et donnés sur un quadrillage, trouver le couple d'entiers qui définit la translation $A \mapsto A'$.

Remarquer que l'on peut trouver aussi une translation qui à A associe B et à A′ associe B′.

— translations réciproques;

— exercices de composition de translations (cette question n'a pas été expérimentée cette année). Mais il y a là sujet à exercices simples si on dispose de temps, en particulier découvrir le parallélisme :

Composition des translations $t(a, b)$ et $u(a', b')$	Addition des couples d'entiers $(a, b) \boxplus (a, b') = (a+a', b+b')$

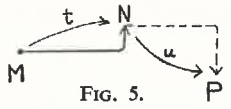


FIG. 5.

4. Translation et alignements.

On choisira un quadrillage assez grand et on marquera un point A. En utilisant la translation $t(3, 0)$, on fera placer B, image de A par t, puis C image de B par t, puis D image de C... On pourra ainsi envisager de prolonger la « chaîne » A, B, C, D, E, ... si le quadrillage le permet.

Par ailleurs l'enfant trouvera le point a qui a pour image A par t; il découvrira que l'on peut prolonger la chaîne dans l'autre sens sans difficulté en utilisant la translation $t'(3^-, 0)$, réciproque de t.

Les points ... *ba*ABCDE ... sont tous sur une ligne du quadrillage : cette ligne, désignée par X, est tracée à la règle : c'est la *droite X*.

A partir d'un autre point A', on pourra obtenir un autre ensemble de *points alignés* sur la droite Y.

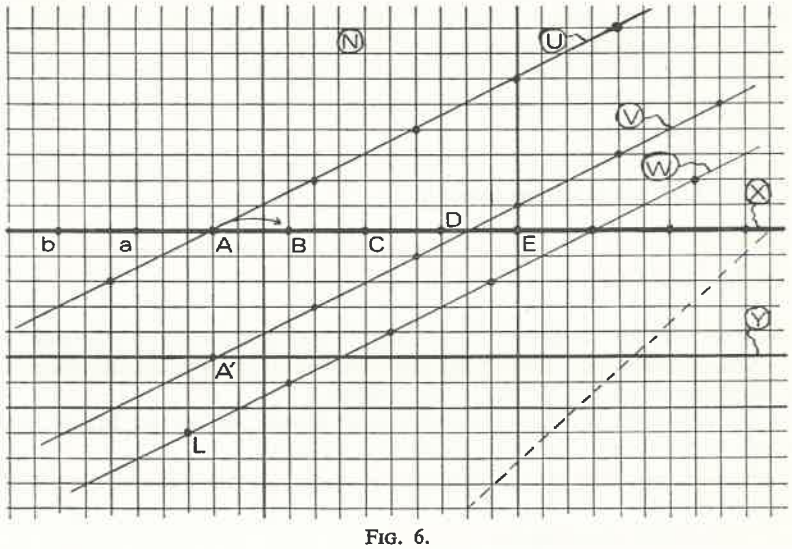


FIG. 6.

Les droites X et Y, joignant les points obtenus en utilisant la même translation t (ou t'), sont dites de même DIRECTION ou droites parallèles.

Notation pour cette relation : X//Y.

Que se passe-t-il si A′ est choisi sur X? On obtiendra Y = X et on peut dire que X est parallèle à X :

$$X//X.$$

Mêmes exercices avec la translation $u(4, 2)$:

— à partir du point A : on obtient la droite U,
du point A′ : on obtient la droite V,
du point L : on obtient la droite W.

Ces manipulations ont pour seul but d'amener l'élève à se familiariser avec la notion de parallélisme, avec des translations, avec aussi l'alignement des points.

Il n'est pas question de bâtir sur ce thème une quelconque « construction axiomatique » pour le moment: c'est une approche, rien de plus. Il est clair aussi qu'il faudra bien insister sur le fait que sur la « droite X » il y a d'autres points que ceux obtenus par la translation t ou sa réciproque.

Thèmes d'exercices:

On a tracé sur le quadrillage les droites X, Y, U, V, W : on pourra faire dessiner le schéma sagittal de la relation « être parallèle à » dans cet ensemble de droites (fig. 6).

Voici une nouvelle relation d'équivalence assez simple.

On pourra donner un schéma sagittal pour cette relation et demander de tracer les droites correspondantes : on sera surpris de la facilité avec laquelle les enfants répondent à cette question.

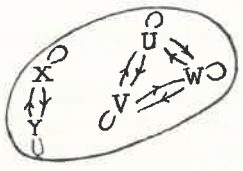


FIG. 7.

5. Coordonnées sur un quadrillage pointé.

Placer des points M, N, P, Q, R, S et I. On envisage tous les couples de points de premier élément I et on cherche le couple d'entier associé à chaque couple de points :

(I, M) : $(5, 2^-)$
(I, N) : $(3^-, 4)$
(I, P) : $(0, 3)$
(I, Q) : $(4^-, 0)$ etc.

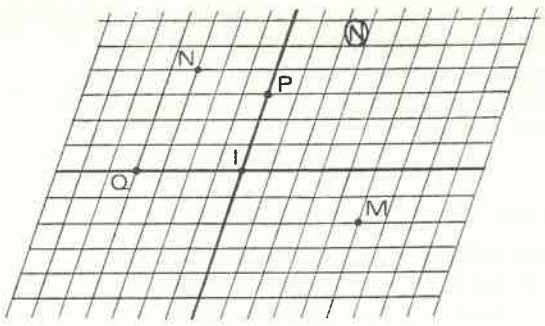


FIG. 8.

L'élève remarquera que, pour tout point du quadrillage, on peut trouver un couple d'entiers qui permet de le repérer à partir de I et si on donne un couple d'entiers, on pourra trouver X tel que (I, X) soit associé à ce couple d'entiers.

On repère les points à partir de I : I est l'ORIGINE.

Le couple d'entiers (x, y) est le couple de COORDONNÉES de X :

x : première coordonnée,
y : seconde coordonnée.

On devra bien insister sur le rôle privilégié de I; on aura au début encore des confusions entre première et seconde coordonnée.

Thèmes d'exercices :

— construire des points de coordonnées données et inversement;

— que se passe-t-il pour les coordonnées si on choisit une autre origine? (non expérimenté cette année).

Mais là aussi, si le temps le permet, il y a une mine où l'on peut encore reparler de la translation...

L'origine étant choisie, on place des points A, B, C auxquels on applique une translation $t(x, y)$: que dire des coordonnées des images obtenues?

— Points dont la première coordonnée est 0.

— Points dont la seconde coordonnée est 0.

— Points tels que $x = y$; $x = \text{opp}(y)$.

6. Symétries.

On placera des points A, B, C, D sur un quadrillage pointé.

A chaque point on va associer un point obtenu de la façon suivante :

coordonnées de A	coordonnées de son image A′
(x, y)	$(x, \text{opp}(y))$
A	A′

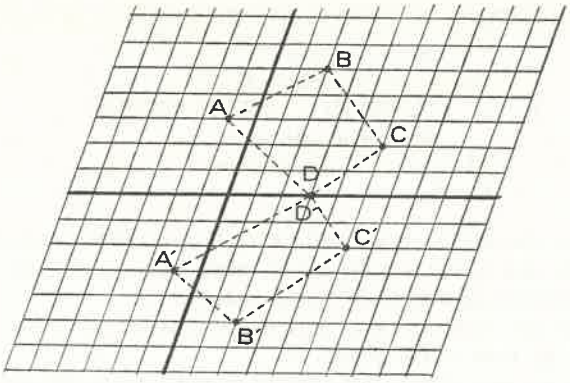


FIG. 9.

On conserve la première coordonnée, et on remplace la seconde par son *opposée*.

Si on admet le principe du « prolongement possible » du quadrillage, on se convaincra sans peine que cette relation est une application.

Cette application, qui conserve la première coordonnée, est la *symétrie* S_1.

Il est facile d'imaginer les exercices possibles après une initiation très rapidement faite :

— images des points d'une figure donnée;
— points confondus avec leurs images?
— application réciproque de S_1?
— composition : S_1—suivie —de —S_1.

On définira de même l'application S_2, ou symétrie S_2, qui conserve la *seconde coordonnée* et remplace la première par son opposée :

$$S_2 \left\{ \begin{array}{ccc} A & \longmapsto & A'' \\ (x, y) & & (\text{opp}(x), y) \end{array} \right.$$

On pourra se poser, à propos de S_2 les mêmes questions que pour S_1. Il y aura là encore des confusions, dans les débuts, entre S_1 et S_2, mais ces confusions disparaissent bien vite après quelques exercices.

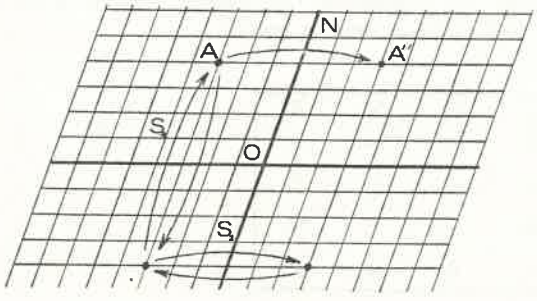


FIG. 10.

Il est alors intéressant de composer les applications S_1 et S_2/

$$\begin{array}{ccccc} & & S_1 & & S_2 \\ M & \vert\longrightarrow & N & \vert\longrightarrow & P \\ (x, y) & & (x, \text{opp}(y)) & & (\text{opp}(x), \text{opp}(y)) \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & S_1\text{—suivie—de—}S_2 & \\ M & \vert\longrightarrow & P \\ (x, y) & & (\text{opp}(x), \text{opp}(y)) \end{array}$$

On découvre une nouvelle application. C'est la symétrie S_0 ou *symétrie—point*—O.

On vérifiera que S_1-suivie-de-S_2 est la même application que S_2-suivie-de-S_1. On étudiera l'application composée S_0-suivie-de-S_0.

Dans toutes ces vérifications, il conviendra d'insister sur le fait que le résultat ne dépend pas du *point initial* choisi.

Il ne s'agit pas non plus, à partir de ces manipulations, de vouloir énoncer des résultats *géométriques* généraux : c'est purement et simplement une initiation qui prétend préparer l'avenir. Cette initiation a le mérite d'être extrêmement concrète et simple.

Il est à noter que, pour cette première présentation, il est sans doute préférable d'utiliser des quadrillages obliques.

7. Compositions de symétries.

Si l'on veut exploiter ces compositions de symétries simples, se pose le problème de la notation de la composée : jusqu'à maintenant, nous avons écrit :

$$S_1\text{-suivie-de-}S_2$$

Il est clair que cette écriture est lourde et mal adaptée. On peut convenir de juxtaposer tout simplement les deux applications et écrire :

$$S_1S_2$$

Il est peut-être prématuré d'utiliser la notation correcte S_2oS_1.

En utilisant le plus grand nombre possible de manipulations et de recherche libre, on pourra envisager de composer de toutes les façons possibles les symétries S_1, S_2 et S_0.

Il convient aussi de représenter l'application composée S_1S_1 par exemple, application qui à tout point associe ce point.

	S_1	S_2	S_0	R
S_1	R	S_0	S_2	S_1
S_2	S_0	R	S_1	S_2
S_0	S_2	S_1	R	S_0
R	S_1	S_2	S_0	R

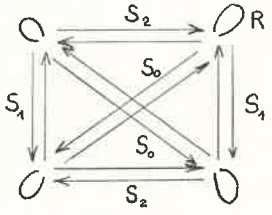


FIG. 11.

On peut la noter par une lettre quelconque par exemple R. Il n'est pas indispensable de lui donner un nom particulier.

Les élèves de Cinquième sont alors fort capables de dresser la table de Pythagore pour la composition des symétries de l'ensemble

$$\{S_1, S_2, S_0, R\}.$$

On peut sans peine examiner les propriétés de l'opération ainsi définie (faut-il utiliser les grands mots et parler de loi de composition? ...).

Rien ne s'oppose d'ailleurs à ce que l'on résolve alors des équations du type :

$$S_1S_0XS_2 = S_2S_0.$$

L'usage de la table permettra de contrôler un résultat qui peut être obtenu par la recherche sur le quadrillage lui-même.

Ce « groupe » aura sans doute été rencontré sur d'autres situations et le fait d'en donner plusieurs modèles est le meilleur moyen pour bien le faire comprendre : ce ne sont pas les objets sur lesquels on travaille qui comptent, mais la structure obtenue.

8. Prolongements.

En classe de Cinquième, nous nous sommes bornés à ces quelques exercices sur les quadrillages. Mais il est évident que l'on peut trouver des prolongements très enrichissants, par exemple pour la classe de Quatrième.

Voici quelques idées à développer :

— La composition de deux symétries-point S_m et S_n permettra de retrouver la translation comme composée de symétries.

— La composition de symétries et de translations.

— Homothétie sur un quadrillage pointé :

$$(a \in \mathbb{Z}) \quad \begin{matrix} A \\ (x, y) \end{matrix} \longmapsto \begin{matrix} A' \\ (ax, ay) \end{matrix}$$

La recherche de l'application réciproque ne manquera pas d'évoquer certains problèmes, comme celui de l'existence d'un « nombre inverse de a ».

— Affinités.

— La mesure des segments, des aires, des secteurs angulaires dans le cas de l'utilisation d'un quadrillage à *mailles carrées*.

Ces mesures sont alors invariantes par symétries et translations et ça n'est pas un hasard, bien sûr.

Il a semblé intéressant de développer ici quelques exercices qui conduiront de manière purement expérimentale au théorème de Pythagore, à la découverte des « irrationnels » comme $\sqrt{2}$ par exemple.

Sur un quadrillage à mailles carrées, le carré N a pour image C par S_1, S par S_2 et F par la translation $t(4, 2)$.

Après avoir fait choix d'unités, les mesures des côtés, des secteurs angulaires, de sa surface, sont les mêmes sur la figure initiale que sur les images respectives par ces applications : une étude expérimentale simple suffira pour en convaincre l'enfant.

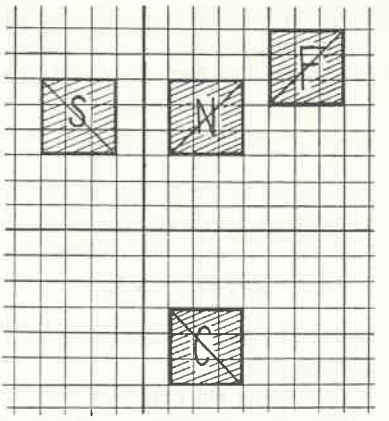


FIG. 12.

Segments, secteurs angulaires et surfaces de même mesure pourront être dits ISOMÉTRIQUES (même mesure).

Translation et symétries qui « conservent les mesures » seront des isométries.

On pourra donner comme contre-exemples les mêmes applications sur un quadrillage à mailles non-carrées, ou encore d'autres applications comme l'homothétie et l'affinité sur un quadrillage à mailles carrées.

Cela dit, il conviendra de rappeler ce que sont des surfaces équivalentes (programme de Sixième), comment est trouvée l'aire du carré, l'aire du triangle, du rectangle, etc.

On pourra alors tenter de présenter sous une forme expérimentale simple le théorème de Pythagore.

Sur la figure 13, avec l'unité u, les côtés du carré M ont pour mesure 1.

Sa diagonale AB a pour mesure x avec la même unité.

L'aire de ce carré est 1 en choisissant pour unité d'aire la mesure de l'aire du carré de côté 1.

On fera construire les images de O, A, B :

— dans la symétrie S_1
— dans la symétrie S_2,
— dans la symétrie S_0.

OAB, OAD, OBC, ODC sont donc des triangles isométriques, parties du carré ABCD.

Donc :

$$\begin{aligned} \text{mes (ABCD)} &= 4.\text{mes(OAB)} \\ &= 2.\text{mes(M)} \\ &= 2 \end{aligned}$$

x est un « nombre » tel que : $x^2 = 2$.

On cherchera alors des encadrements décimaux successifs de cette mesure x.

Si on dispose d'une machine à calculer de bureau, on pourra pousser la recherche assez loin et on découvrira un développement décimal non périodique. De là à approcher la notion d'irrationnel, le pas est assez vite franchi.

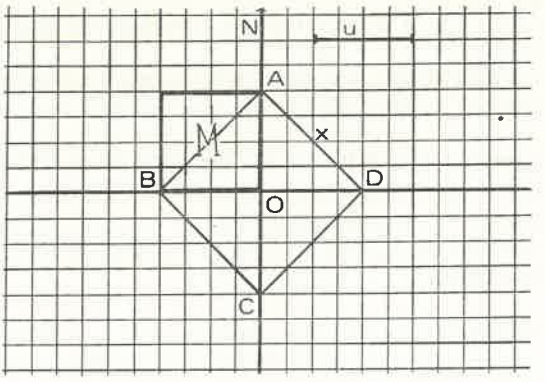


FIG. 13.

On doit même pouvoir faire mieux et présenter le théorème de Pythagore sous une forme qui vaut bien, à n'en pas douter, toutes les « pseudo-démonstrations » utilisant les triangles semblables, alors que ce théorème n'a visiblement rien à voir avec la similitude.

L'exercice qui suit n'a rien d'original et se trouve dans de nombreux bouquins « d'initiation » ou de « mathématique amusante » : mais on peut lui donner une forme qui utilise simplement les translations sur un quadrillage à mailles carrées (fig. 14 *(a)*.

a) L'aire du domaine passé en gris, réunion de deux carrés, est exprimée par :

$$\mathcal{A} = m^2+n^2$$

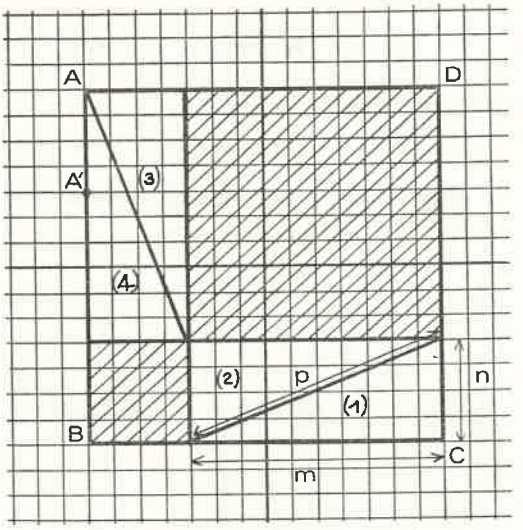


FIG. 14 (*a*).

Dans la translation $(0, 4^-)$, le triangle (4) a pour image le triangle (4'), isométrique.

Dans la translation (10, 0), le triangle (3) a pour image le triangle isométrique (3').

Dans la translation $(4^-, 10)$, le triangle (2) a pour image le triangle isométrique (2').

b) Il reste à prouver que A'B'C'D' est un carré, ce qui ne présentera pas de difficultés particulières du fait de l'isométrie des côtés dans les translations envisagées et de l'isométrie des secteurs angulaires.

Sur cette seconde figure, le domaine grisé est visiblement équivalent au domaine grisé de la première figure.

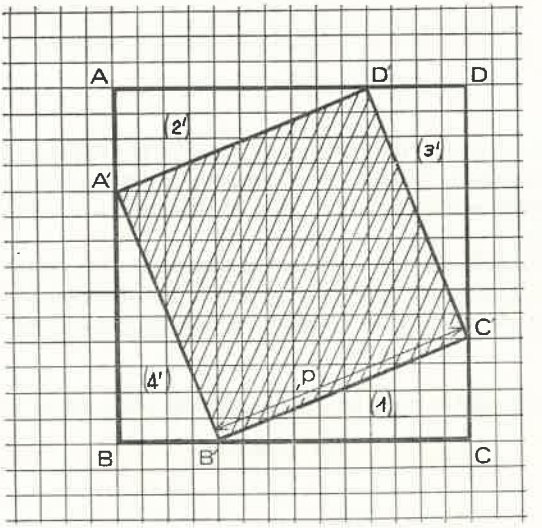


FIG. 14 (*b*).

L'aire de ce domaine est exprimée par :

$$\mathcal{A} = p^2$$

Si bien que, en définitive, pour le triangle rectangle B'CC' :

$$m^2+n^2 = p^2.$$

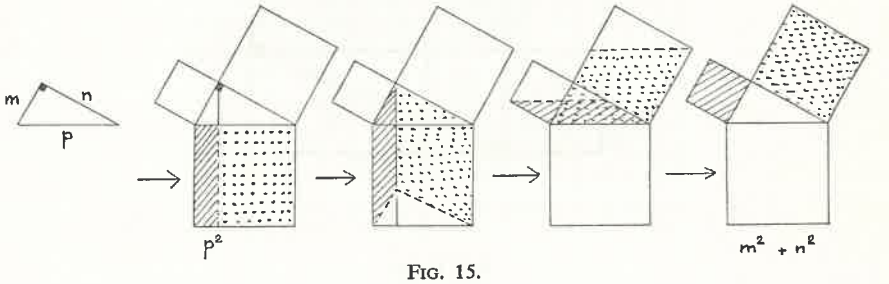


FIG. 15.

Il existe d'ailleurs d'autres approches possibles pour ce fameux théorème. L'analyse de la dernière figure en donnera un exemple, basé sur les quadrilatères équivalents : elle est tirée d'un petit livre anglais assez passionnant *(Experiments in mathematics)*.

Nous ne pensons pas que ces « méthodes d'approche » puissent être considérées uniquement comme du bricolage : elles constituent incontestablement une motivation pour une recherche plus profonde et une axiomatisation qui viendra en son temps. Il ne faut pas brûler les étapes, surtout en géométrie, et vouloir construire d'emblée une théorie dure et pure qui satisfait les seuls puristes et laisse nos élèves désorientés.

Rédaction : GAGNAIRE et GAUTHIER.

Clermont

7 - 10 Mai 1970

Voir page 562

lisez

REBATIR L'ÉCOLE

par Marcel Bataillon, André Berge et François Walter

Le propos semble anodin, il est révolutionnaire.

Jean Duché, *Elle.*

Un ouvrage qu'on souhaiterait trouver à portée de toutes les mains.

Paulette Étavard, *Chrétiens d'aujourd'hui.*

Un ouvrage que chacun de nos adhérents devrait lire et méditer.

Jean Cornec, *Pour l'enfant vers l'homme.*

Rebâtir l'école est un appel à l'action, stimulant et émouvant.

Maurice David, Inspecteur général
honoraire de l'Instruction publique.
L'Éducation nationale.

J'attendais ce livre avec impatience. Je l'ai lu avec passion.

Henri Péquignot, professeur à la faculté de médecine de Paris.
La semaine des hôpitaux.

1 volume, 350 pages, 3e édition 1969

Éditions PAYOT, 106, boulevard St-Germain, Paris 6e

4

Les livres

A propos d'une histoire de la notion de groupe abstrait

Jean ITARD

Notre collègue Hans Wussing, né en 1927, est professeur d'Histoire des Mathématiques à l'Université Karl Marx de Leipzig et membre correspondant de l'Académie Internationale d'Histoire des Sciences.

Il a déjà donné une histoire des mathématiques dans l'Antiquité, *Mathematik in der Antike*, Teubner, Leipzig, première édition en 1962, seconde édition en 1965.

On peut vouloir ignorer la pensée mathématique au paléolithique, ou dans la Chine antique, à Babylone, à Alexandrie ou à Athènes. On peut croire que savoir ou ignorance en la matière importent peu à l'enseignant de nos jours. Au reste, nombreux sont les bons manuels récents sur l'histoire des mathématiques dans l'Antiquité.

Mais tout change lorsque l'on aborde des temps plus proches de nous, singulièrement le XIXe siècle et le début du XXe. Certes nous avons le Bourbaki, *Éléments d'Histoire des Mathématiques* dont la première édition est de 1960. C'est un outil inestimable mais où un certain parti-pris se manifeste. Bourbaki veut ignorer la Géométrie, ramenée par lui à l'étude pure et simple des formes quadratiques. Cela se conçoit dans la perspective où il se place. Révolutionnaire, fondant la mathématique sur de solides bases nouvelles, il est normal qu'il écarte les échafaudages désormais inutiles, dont le plus encombrant est la Géométrie, d'Euclide, de Poncelet, de Plücker ou de Lobatcheski.

Dans un esprit tout différent on peut citer *A History of Geometrical Methods* de l'Américain Julian Lowell Coolidge (1873-1954), publiée en 1940 et dont les éditions Dover, de New York, assurent de nouveaux tirages.

On peut signaler aussi, de Félix Klein (1849-1925) les *Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19 Jahrhundert* dont le tome I a été réédité à Berlin en 1926 et le tome II, dans la même ville, en 1927.

Le nom seul de l'auteur montre que l'histoire du XIXe siècle y est considérée d'un point de vue élevé, et que la notion de groupe y est mise en évidence.

Pour qui s'attacherait davantage à l'Analyse, les conférences faites en Amérique par Émile Picard et parues en 1905 chez Gauthier-Villars sous le titre *Sur le développement de l'Analyse et ses rapports avec diverses sciences* seraient fort utiles.

Mais aujourd'hui c'est l'Algèbre qui a le vent en poupe. C'est ce qu'avait bien compris Jean Dieudonné — dont les liens d'étroite amitié avec Nicolas Bourbaki sont bien connus — lorsqu'il proposa à René Taton d'organiser un colloque sur *Les origines de l'Algèbre moderne.* Ce colloque s'insérait dans les activités du 12e Congrès international d'Histoire des Sciences tenu à Paris du 25 au 31 août 1968.

Cinq rapports furent présentés :

La Théorie des nombres et les origines de l'algèbre moderne par moi-même, *Sur l'histoire de l'Algèbre commutative* par Mlle Isabelle Bachmakova (U.R.S.S.), *La naissance de deux jumelles: la logique mathématique et l'algèbre ordonnée* par Paul Dubreil, *L'École algébrique anglaise* par Lubos Novy (Tchécoslovaquie) et *L'algèbre topologique, en particulier les groupes topologiques et de Lie,* par Hans Freudenthal (Pays-Bas). J. Dieudonné, qui présidait, regretta, avec nous tous, qu'un rapport, au moins, n'ait pas été spécialement réservé aux algèbres non commutatives. Pour ma part, mon travail — qui ne me satisfait pas — m'a appris qu'écrire sur le XIXe et le XXe siècle est fort difficile. Je le savais d'ailleurs déjà par ma contribution au troisième tome de l'Histoire Générale des Sciences (P.U.F.).

Disons tout de suite que rapports et discussions du colloque paraîtront dans les Actes du 12e Congrès.

Voici une trop longue introduction, le but essentiel de cette note étant de signaler la parution du nouvel ouvrage de H. Wussing, *Die Genesis des Abstrakten Gruppen Begriffes,* Veb Deutscher Verlag der wissenschaften, Berlin Est 1969.

C'est un ouvrage de 258 pages dont les 197 premières comprennent le texte, suivi de 241 notes, d'une bibliographie de 747 articles ou ouvrages et d'un index des noms cités couvrant les trois dernières pages.

Il ne faut pas y chercher les travaux contemporains, l'auteur s'arrêtant sagement à 1920. A ce point de vue, Bourbaki et Freudenthal dans sa contribution au 12e Congrès et dans d'autres écrits, sont plus complets.

On peut dire que la belle étude de H. Wussing est une histoire des mathématiques de 1750 environ à 1920, centrée sur la notion de groupe. L'évolution de la géométrie jusqu'au début du XIXe siècle rapidement esquissée, on voit apparaître la Géométrie projective, s'élargir la notion de coordonnées, surgir les géométries non-Euclidiennes, se poser les problèmes sur la nature de l'espace. Les rôles de Möbius (1790-1868) et de Plücker (1801-1868) sont alors mis en évidence.

Mais à côté de la Géométrie « moderne », la théorie des nombres depuis Euler (1707-1783) et Lagrange (1726-1813) joue ici un rôle éminent, surtout avec Gauss (1777-1855). Je ne veux pas me laisser aller à développer des considérations qui me sont chères, mais l'auteur a eu raison de montrer que tant en Géométrie qu'en théorie des nombres la notion implicite de groupe sous-tend presque toutes les recherches.

La part du lion échoit cependant à la résolution algébrique des équations avec, d'abord, Lagrange et Vandermonde (1735-1796). C'est de ce genre de travaux, auxquels se sont appliqués Ruffini (1765-1822), Abel (1802-1829) et Gauss entre bien

d'autres, que naît le concept de groupe de permutations, c'est-à-dire — mais on ne le saura que bien plus tard — le concept de groupe fini. En effet tout groupe fini est isomorphe à un groupe de permutations : théorème de Cayley (1821-1895), énoncé en 1878.

Mais revenons en arrière. On sait que l'expression « Groupe » est due à Évariste Galois (1811-1832). L'auteur lui consacre évidemment de longues et nombreuses pages et donne de plus des précisions sur la diffusion de ses idées, tant à l'étranger qu'en France avec J. Liouville (1809-1882) qui le fait connaître en 1846, J.-A. Serret (1819-1885) et son traité d'Algèbre Supérieure, ou Camille Jordan (1838-1922).

On ne peut pas tout savoir, on ne peut pas tout dire. C'est ainsi que si dans la bibliographie, pourtant très riche, les *Œuvres de Galois*, 1897 et les *Manuscrits d'Évariste Galois*, 1908, sont signalés, le travail de R. Bourgne et J.-P. Azra, préfacé par J. Dieudonné *Écrits et Mémoires Mathématiques d'Évariste Galois*, Gauthier-Villars 1962, est passé sous silence. Il doit cependant figurer dans toute bibliothèque de Faculté, voire de Lycée.

De même pour Camille Jordan. S'il est un des auteurs les plus souvent cités par H. Wussing, si la bibliographie lui consacre 35 entrées, et si l'on y trouve le tirage en 1957 (Blanchard) du *Traité des Substitutions* (1870), l'édition de ses œuvres, commencée en 1961 chez Gauthier-Villars (4 vol.), n'est pas signalée. C'est là que les lecteurs intéressés par les renvois de H. Wussing trouveront leur pâture.

Puisque le mot « isomorphe » et ses divers dérivés sont dans notre enseignement d'un usage très fréquent, je rappelle ici qu'il est dû à C. Jordan.

En 1870 deux jeunes mathématiciens, camarades d'étude et liés d'amitié tant à Berlin qu'à Paris, feront faire à la notion de groupe des progrès considérables. Ce sont l'Allemand Félix Klein, assistant de Plücker dans son enseignement de physique, et le Norvégien Sophus Lie (1842-1899). Leur rôle est étudié ici de très près, surtout celui de Klein. En particulier la genèse du célèbre programme d'Erlangen est nettement mise en relief.

Disons encore qu'est enfin rendu à J.-A. Serret l'hommage qu'il mérite et que le rôle de Cayley tant en Géométrie non Euclidienne que dans l'étude des groupes finis abstraits est solidement mis en évidence.

Dans les dernières pages J.-A. de Séguier (1862-1937), disciple de Camille Jordan a droit à une étude particulière pour sa *Théorie des Groupes finis*, Paris 1904, et ses *Groupes de substitutions*, Paris 1912. N'est évidemment pas citée la *Théorie des Groupes abstraits* (Gauthier-Villars, 1938) qu'il a écrite en collaboration avec Potron.

J'espère avoir laissé les lecteurs sur leur faim, afin de les encourager à lire un ouvrage captivant. Il est malheureusement écrit en Allemand donc peu accessible pour beaucoup. Il mériterait une traduction. Qu'un jeune mathématicien l'entreprenne, il sera payé de son effort par le plaisir qu'il y prendra. Quant au gain pécuniaire, il n'y doit pas songer, heureux s'il trouve un éditeur. La paresse de l'édition française fait un peu craindre en ce domaine, mais il y a l'A.P.M. Pourquoi n'obvierait-elle pas à cette carence?

Jean ITARD.

Clermont-Ferrand : 7 - 10 Mai 1970 - **Mathématisation**

Quatre livres.

J. DIEUDONNÉ : *Éléments d'analyse*, tome 2, 408 pages, Gauthier Villars, Paris 1968, prix 69 F.

Ce deuxième tome traite des espaces uniformisables, de l'intégration, de la mesure de Haar, de la théorie spectrale selon Gelfand. Chacun des quatre chapitres comporte de très nombreux exercices inspirés par la théorie ergodique, la topologie de Zariski, etc. Les mêmes qualités qui ont fait la réputation du tome 1, « les fondements de l'analyse moderne », se retrouvent dans cet ouvrage et font espérer impatiemment les deux derniers tomes du traité.

G. HOCHSCHILD : *Les structures des groupes de Lie*, 254 pages, Dunod, Paris 1968.

L'auteur, de réputation mondiale, offre avec ce manuel un festival de structures. Le sujet s'y prête mais il fallait un grand talent pour le rendre aussi accessible à un étudiant de deuxième cycle. Quelques exercices terminent chacun des dix-huit chapitres vraiment très denses. J.-P. Penot doit aussi être loué pour sa traduction.

J.-L. KRIVINE : *Théorie axiomatique des ensembles*, 120 pages, P.U.F., Paris 1969, 10 F.

Certains lecteurs habitués à la théorie naïve des ensembles ou au traité de Bourbaki ont été déconcertés par les pages 140 à 143 du Warusfel « Mathématiques modernes » (Le Seuil). Ils trouveront dans les chapitres 1 et 2 du petit livre de Krivine toutes les explications nécessaires pour comprendre l'axiomatique de Zermelo-Frænkel et aussi certains raisonnements sur l'ordinal limite (cf. Cartan-Eilenberg, Théorème 3-3, p. 10). Les chapitres 3 à 8 conduisent à la théorie des modèles et aux travaux de Gödel et Cohen.

J. ITARD : *Les nombres premiers*, 128 pages (Que sais-je? 571).

W. Mountebank a présenté ce merveilleux petit livre dans le *Bulletin* 268. Il suffira donc de signaler ici une démonstration courte et élégante du théorème de Wedderburn dans Artin, « Algèbre géométrique », et aussi l'existence d'entiers n-adiques pour n non premier, leur anneau $\mathbb{Z}_n$ est la limite projective des

$$(\mathbb{Z}/n^\alpha\mathbb{Z},\ f_{\alpha\beta}) \text{ où, pour } 1\leqslant\alpha\leqslant\beta$$
$$f_{\alpha\beta} : \mathbb{Z}/n^\beta\mathbb{Z}\to\mathbb{Z}/n^\alpha\mathbb{Z}$$
$$x+n^\beta\mathbb{Z}\mapsto x+n^\alpha\mathbb{Z}.$$

M. BOUTEILLER.

Jacques Hadamard.

Nos collègues Suzanne et Alfred Rossat-Mignod publient dans les *Cahiers rationalistes* (n° 269 de décembre 1969) une plaquette de 60 pages sur la vie et l'œuvre de Jacques Hadamard (1865-1963). On appréciera, non seulement le probe travail de maîtres qui ont aimé et respecté le grand savant, mais l'opportunité d'une publication qui rappelle, par exemple, le rôle de J. Hadamard durant l'Affaire Dreyfus ou la lettre envoyée par le grand mathématicien à son collègue Korinek de l'Université de Prague, après « l'accord » de Munich en 1938.

Retiennent particulièrement notre attention les pages sur les réflexions concernant la psychologie de l'invention. J'y renvoie le lecteur, ce sont des pages d'actualité,

alors que la réforme de notre enseignement semble s'amorcer par le commencement. A l'occasion de cette lecture, j'ai d'ailleurs relu un article de Hadamard sur l'enseignement de la mécanique dans le n° 6 de l'*Enseignement scientifique* (année 1927-28) :

« Pour le moment, elle [la mécanique] est enseignée concurremment par le mathématicien et par le physicien. Est-ce là un remède au mal [ne pas oublier que la mécanique est une science physique]? On peut toujours craindre que le seul résultat ne soit souvent de créer dans les cerveaux de nos élèves deux mécaniques entre lesquelles ils établiront une cloison étanche.

En réalité, il y a là un premier aspect d'un problème des plus graves pour la marche de la Science et qui se présente aujourd'hui à tous les degrés de celles-ci : l'intercommunication des disciplines différentes. Nous serions très mal venus à reprocher à nos écoliers, et même à leurs maîtres, de n'avoir pas su le résoudre pour leur compte, puisque partout où ce problème se rencontre, il présente une réelle et sérieuse difficulté. Avec lui, le vieux mythe de la tour de Babel retrouve son application.. »

Tant en ce qui concerne précisément la mécanique qu'au sujet de la construction (dans tous les sens du terme) des universités pluridisciplinaires dont nous avons tous rêvé, en 1970, sommes-nous plus loin de Babel que quarante-deux ans plus tôt?

G. W.

A l'heure de la première étape.

Nicole PICARD : *Activités mathématiques 1*, un volume de 160 p. (O.C.D.L.).

En tête de ce premier fascicule, l'Auteur précise ses intentions : « Nous avons intitulé cette série de fascicules *Activités Mathématiques* pour mettre l'accent sur cette idée d'*activité*. Changer les contenus de l'enseignement est une nécessité mais tout autant changer les méthodes. Les enfants doivent eux-mêmes participer à leur formation et non pas recevoir passivement et docilement un certain nombre de connaissances. Les enfants des classes expérimentales ont fait preuve d'esprit d'invention et d'un goût très marqué pour la recherche personnelle. Or, ces enfants ne sont pas faits autrement que les autres. »

J'ajouterai qu'après l'adoption définitive des textes que l'A.P.M.E.P. a publiés sous le titre « Première étape » il devrait être bien entendu qu'à tous les niveaux, premier degré compris, les maîtres eux-mêmes doivent participer à l'évolution de leur enseignement, à sa réforme permanente. Des ouvrages comme celui de N. Picard leur montrent que cette action est à leur portée, qu'elle donne plus d'attrait à leurs tâches quotidiennes et sa véritable portée à leur profession. Faut-il, pour les en persuader, leur rappeler que les autorités qui, jusqu'ici s'étaient réservées le monopole de la rédaction des programmes et des « instructions » n'étaient pas faites autrement que les autres personnes?

Dans ce premier cahier, des exercices sur la notion de cardinal, sur la numération, sur la mesure couvrent les grands thèmes de l'activité mathématique au niveau élémentaire. Cela n'est pas nouveau. Ce qui l'est c'est, effectivement, de mettre l'accent sur l'activité des enfants et sur les aspects mathématiques de celle-ci. Sagesse évidente : il faut voir au delà de la première étape (dans la réforme à ce niveau), au delà de la première formation (en ce qui concerne les enfants). Sans doute l'Auteur accepterait-elle que nous disions ensemble et avec Pasternak, « nous habitons dans l'avenir ».

G. W.

Carnet de lecture

Les mauvaises habitudes.

Grâce à l'obligeance de la Rédaction, j'ai eu connaissance de l'attribution, *pour la première fois,* du prix scientifique Camille-Flammarion à André WARUSFEL pour son livre *« Dictionnaire raisonné de mathématiques »* (éditions Le Seuil). Ce prix a été fondé par la Société d'Encouragement au Progrès que ma résidence hyperboréenne m'avait fait ignorer jusqu'ici. J'apprends, par le même courrier, que le prix n'a été attribué qu'au troisième tour de scrutin, deux ou une voix allant auparavant à un ouvrage de J.-L. Lions sur les équations aux dérivées partielles, ou à tel ouvrage de cinétique chimique ou d'astronomie.

J'allais oublier de signaler que le même jury avait décerné un prix à la revue *Sciences* éditée par Hermann.

Le jury de sept personnes qui a pris ces décisions — que je ne conteste d'aucune manière, qu'on le sache bien — a montré des connaissances très universelles. Non seulement il a su juger des moindres mérites évidents de cet ouvrage sur les dérivées partielles, de la portée forcément mineure d'un livre sur l'astronomie expérimentale, etc., mais il a su, dès la première attribution du prix, singer à merveille les jurys Goncourt, Renaudot et autres Femina qui ne font pas la gloire internationale des lettres françaises.

Vous objecterez que s'il y a des prix pour les lettres, on ne voit pas pourquoi il n'y en aurait pas pour les sciences; que l'Académie des Sciences en donne bien; qu'il existe des prix Nobel et des médailles Field.

Je répondrai calmement que les mauvaises habitudes des uns ne doivent pas être imitées par les autres. Durant votre mai 68, si j'ai bien lu, il y a eu, dans de nombreuses écoles, contestation des prix et des classements par les élèves et par les maîtres. Cela me paraissait la sagesse même .Et c'est à ce moment que vous instituez des prix pour les ouvrages des adultes! Est-ce que ceux-ci ne le seraient pas tant qu'ils le disent?

Ne croyez pas que je sois envieux. N'ayant jamais rien écrit, je ne suis pas un candidat mécontent. Ce n'est pas le nom du prix que je critique : je respecte l'exemple donné par Flammarion, grand éducateur populaire au meilleur sens du terme. Je ne veux que du bien à A. Warusfel dont je consulte souvent le dictionnaire. Je le consulterai encore mais sans plus ni moins d'intérêt après ce prix qu'avant. C'est l'institution des prix que je condamne, la « vedettologie » qu'elle provoque ou entretient, à un faible niveau pour ce prix Flammarion encore peu connu, au niveau le plus élevé pour les prix Nobel. On devrait se rappeler que lors de la première attribution de ce prix pour la littérature le nom de Tolstoï fut prononcé puis écarté. Cela donne la mesure de la valeur qu'il faut attribuer à ces hochets. Je suis navré de penser au temps perdu par les jurys pour décider qui aura la timbale, navré quand je pense à des personnes que je respecte, que j'estime et qui ont accepté, comme les autres, de recevoir ces « honneurs ».

Quand ouvrira-t-on enfin cette souscription pour le garçon de laboratoire inconnu, pour l'instituteur inconnu (*) qui, avec tous leurs collègues, font réellement avancer

(*) Relire la lettre écrite par Albert Camus à son instituteur, M. Germain, peu après l'attribution du prix Nobel (Volume des Essais, La Pléiade, p. 1894).

la science? Souscription, non pour un monument, mais pour améliorer le travail des laboratoires et des écoles. Il y a une manière très simple de réaliser cela : donner à tous les secteurs de l'enseignement et de la recherche attention et moyens à la mesure de leurs besoins et en ne se donnant plus bonne conscience à bas prix (si j'ose dire) en distribuant des honneurs.

Deux opinions « opposées ».

Dans la *Revue de l'Enseignement philosophique* (nov. 69), un collègue de Nevers, P. de Loye, préconise une plus large ouverture de l'enseignement philosophique vers les sciences, allant même jusqu'à souhaiter une réflexion sur la gestion des entreprises, sur la recherche opérationnelle, remarquant alors : « ...ce qui appellerait une formation du professeur de philosophie nettement plus mathématique qu'elle n'est à présent » et il ajoute en remarque : « Tout part des Mathématiques et y revient. C'est l'antre des Cyclopes où la Raison forge ses instruments. »

L'antre des Cyclopes! Que va dire le Collègue qui a publié dans le *Bulletin* un article sous la rubrique « le bâton des aveugles » et qui avait souhaité (je dois le tuyau à une confidence de la Rédaction) la disparition de ce propos voltairien en tête de son étude?

Je rapproche le propos du philosophe d'une lettre de Collègues physiciens d'Avignon (*Bulletin* de l'Union des Physiciens, décembre 1969) qui ironisent sur le « nouveau Dieu », la *Mathématique*, qui aurait remplacé l'ancien, le *latin*, dans l'enseignement secondaire. Ils ajoutent, ce qui est plus intéressant :

« ...Nul ne saurait contester, un physicien moins que tout autre, le rôle universel des mathématiques et on a donc parfaitement raison d'améliorer l'enseignement de celles-ci dans le premier cycle comme nous le demandons depuis longtemps, mais comme le faisait remarquer Dirac : « les mathématiques ne sont que l'instrument de la physique, cette science-pilote dont l'objet constitue le domaine le plus imposant de la connaissance humaine ». Toutes les autres sciences, de la biologie moléculaire à l'astronautique, n'existent qu'à travers elle et puisent largement dans son arsenal.

Et c'est alors à une époque où le champ de la physique s'étend de jour en jour, où la technique domine de plus en plus notre vie quotidienne, que paradoxalement on réduit sans cesse l'enseignement de cette discipline dans les lycées alors qu'on aiguise à juste titre davantage son outil mathématique.

L'esprit mathématique est sûrement nécessaire à la formation des hommes de demain, mais il ne suffit certainement pas. Toute idée naît de l'analyse de l'expérience même si elle doit ensuite être exprimée sous la forme d'une théorie mathématique sophistiquée, et cette « cristallisation » demande beaucoup de finesse, un sens pénétrant de l'observation, et surtout la contestation permanente des idées reçues et des théories admises. Le doute est le propre de l'esprit scientifique, dit-on. Cet appétit de connaissance, cette honnêteté objective, ce refus de toute superstition qui sont l'apanage du scientifique permettront, seuls, à ceux que nous formons de ne pas être submergés par notre civilisation technologique ; ces qualités ne s'acquièrent pas du jour au lendemain et à l'aide de la seule et dogmatique mathématique.

Aurait-on peur des gens qui savent penser et douter de toutes choses?... »

Au risque de scandaliser beaucoup de lecteurs du *Bulletin*, j'avouerai mon accord sur l'essentiel avec les physiciens provençaux. La formation mathématique est indispensable à tous; elle ne peut suffire. Par contre, je regrette profondément

que ces mêmes Collègues reprennent à leur compte le propos de Dirac « les mathématiques ne sont que l'instrument de la physique », d'abord parce qu'il faudrait situer dans quel ouvrage et à quelle époque cette phrase a été écrite, ensuite et surtout parce qu'elle est notoirement fausse en 1970 : le philosophe nivernais l'a bien compris.

Pourquoi faudrait-il donc qu'il y ait une première de toutes les sciences, une première des activités de l'esprit comme il y a, de façon assez arbitraire et en tout cas transitoire un champion du 1500 mètres? Serions-nous incapables de concevoir une œuvre vraiment collective, par delà les frontières des spécialités ou des nations?

Un théorème sur l'amitié.

D'une lettre de Paul Valéry à André Gide (janvier 1927) : « C'est vrai qu'on ne se voit guère. Théorème : si A ne voit plus soi-même, et si P ne se voit plus soi-même A et P ne se voient plus l'un l'autre.

Quant à moi, je ne me vois plus. » (dans le numéro d'hommage de la N.R.F. à Gide, p. 413).

William MOUNTEBANK.

Autre chose que des théories avancées...

Jean KUNTZMANN : *Méthodes numériques*, un volume de 192 p., relié, collection Enseignement des Sciences, Hermann 1969 (prix 36 F).

Tous nos Collègues connaissent l'auteur, un des principaux animateurs de notre Régionale de Grenoble. Pour présenter son nouvel ouvrage, je ne peux mieux faire que lui laisser la parole :

« L'idée que les professeurs de mathématiques du second degré (*) doivent connaître autre chose que des théories avancées et autre chose que des mathématiques pures commence à faire son chemin.

Nous n'évoquerons pas ici les connaissances psychologiques ou pédagogiques qui semblent nécessaires à tout enseignant, ni les notions philosophico-historiques sur le développement des mathématiques qui permettent de comprendre l'époque où nous vivons, ni même les relations avec les disciplines voisines. Nous nous limiterons à parler de la nécessité pour un professeur d'avoir une vue d'ensemble des mathématiques et de leurs utilisations. Les mathématiques sont en fait une des sciences ayant le plus grand nombre d'applications aussi bien dans les autres sciences que dans les techniques, et même dans les activités humaines les plus banales... »

Plus loin, J. Kuntzmann se demandant comment initier les élèves et les maîtres à l'aspect en quelque sorte « concret » des mathématiques, et ayant envisagé « là où cela est possible » un contact réel avec la programmation, précise la solution pratique qu'il propose ici : « En restant dans le cadre des programmes du second degré ou dans leur voisinage immédiat, (apprendre) à regarder d'un œil neuf les nombres, les opérations, les formules, les calculs ».

Voici un sommaire rapide : 1° Algorithmes en file; 2° Syntaxe des expressions algébriques; 3° Approximation; 4° Notions sur les méthodes numériques; 5° Classi-

(*) Ainsi que tous les autres (N.D.L.R.).

fication et manipulation des erreurs; 6° Vérification, contrôle; 7° Connaissance des matériels et conseils pratiques; 8° Construction des tables.

Dans chaque chapitre, nombreux exercices avec corrigés. Les notations employées s'écartent très peu de celles que recommande la Commission du Dictionnaire de l'A.P.M.E.P. à laquelle l'Auteur collabore régulièrement.

En bref, un ouvrage important pour la formation permanente des maîtres. Important parce que très *utile*.

G. W.

Autour de la Lune.

S'il fallait la puissance économique et la capacité technique des U.S.A. pour envoyer des hommes sur la Lune, il a suffi d'un certain sens commercial pour que les éditeurs se lancent eux aussi, dans une course à la Lune. J'ai sur ma table une dizaine d'ouvrages publiés à cette occasion. Il faut évidemment s'en réjouir, même si le médiocre ou le confus voisine avec le meilleur : ou ce que je considère comme tel, ce qui renouvelle ou relance l'intérêt d'un large public pour l'astronomie.

On n'avait pas attendu 1969 pour écrire sur la Lune. Il y avait l'ouvrage de vulgarisation de Lucien Rudaux (1947) et même le « Guide to the Moon » de Patrick Moore qui date de 1953 montre le chemin parcouru en vingt ans. Gardons-nous d'ailleurs de rejeter ces ouvrages aux oubliettes; rappelez-vous plutôt le livre de Paul Couderc sur *les Éclipses* (Que sais-je? n° 940) que vous consulterez de nouveau pour vous consoler de n'avoir à vous mettre sous les yeux qu'une éclipse partielle de Lune en 1970 (le 17 août).

Et sur les vieilles lunes, il y a toujours à apprendre. Un exemple : je vivais avec ce souvenir que Thomas Harriot (1560-1621) avait fait de bonnes observations de la comète en 1607 (celle qui serait dite de Halley après son passage suivant) et que c'est par un travail sur la réduction de ces observations que Bessel était entré dans la confrérie des astronomes. En tout cas c'est tout ce que Pannekoek attribuait à Harriot dans son histoire de l'astronomie. Or une équipe de savants anglais a retrouvé des manuscrits qui tendent à faire de Harriot le premier auteur d'une carte lunaire; il aurait basé ce dessin sur des observations à la lunette faites en juillet 1609, plusieurs mois avant que Galilée dirige sa lunette vers le ciel. Sur la reproduction de cette carte qu'en donne le *Times Literary Supplement* (du 23-10-69), je peux repérer la Mer de la Tranquillité où le 20 juillet 1969...

Pour faire le point sur l'état de nos connaissances sur la Lune avant le premier débarquement humain, on se reportera avec confiance à *La Lune à l'ère spatiale*, ouvrage collectif édité par le Centre national d'Études spatiales en 1966 (P.U.F.); on y trouve, en particulier, des études de Th. Weimer, J. Lévy et J. Kovalevsky sur les problèmes classiques des mouvements de la Lune.

Venons-en à un recensement (certainement incomplet) des ouvrages récents.

Sous le titre *La Lune et les planètes* (Hachette, 190 p., 200 photographies en noir et en couleur), P. de Latil donne un ouvrage général de vulgarisation sur l'astronomie qui aura l'avantage de plaire aux adolescents curieux. Beaucoup d'illustrations, pas uniquement sur la Lune, et souvent intéressantes. La rédaction souffre un peu du style qui se veut imagé et que l'on croit convenable à la vulgarisation. Écrire, p. 36, que Galilée est le véritable « créateur » de l'astronomie, cela illustre les difficultés du genre. De même Roemer (mal orthographié) aurait, p. 122, mesuré la vitesse de la lumière par une « nouvelle » méthode : mieux aurait valu l'exposer, en précisant

que c'était la *première* mesure, plutôt que de s'attarder sur les satellites eux-mêmes. Passons, mais c'est un peu dommage de semer ainsi des idées fausses.

L'Atlas de la conquête de la Lune par Patrick Moore (Payot-Lausanne) est à la fois mieux documenté, largement illustré de documents dont une bonne part relatifs au débarquement d'août 1969 et commenté de façon plus précise. L'auteur est un écrivain scientifique anglais justement connu par ses ouvrages destinés au grand public mais sans concession au mauvais style journalistique. Ici, les cartes, les schémas, les photographies servent de base à une information qui a su se limiter à l'aventure lunaire : allusion seulement à Mars pour présenter quatre remarquables clichés des « Mariner ». Si vous vous sentez effectivement contemporain des hommes qui ont débarqué sur la Lune, vous aimerez revivre ainsi leur aventure.

C'est ce qu'ils feront en détail en lisant le gros livre (320 p.) de H. Pichler, préfacé par Von Braun, *Conquête de la Lune* (édition Buchet-Chastel) qui développe plus la longue préparation du voyage que le débarquement lui-même. Ce livre complète donc, dans une certaine mesure le précédent surtout pour le lecteur intéressé par les techniques mises en jeu par l'astronautique.

L'importance des questions techniques a entraîné, c'était fatal, une ardente compétition entre les U.S.A. et l'U.R.S.S. La date du 4 octobre 1957 suffit à résumer l'avantage initial de l'U.R.S.S. surtout devant les premiers échecs américains très franchement publiés. Le public a fini par comprendre que la discrétion soviétique pouvait aussi cacher des défaillances dont des industries comme la française auraient bien tort de se gausser. En tout cas, pour faire le point sur l'astronautique soviétique, l'américain William Shelton publie un livre de 348 pages, *l'Exploration soviétique de l'espace* (édit. Buchet-Chastel) à l'objectivité duquel l'astronaute russe Titov rend hommage.

Après tous ces ouvrages traduits de l'anglais (à l'exception du Latil), on sera vivement intéressé par *La Lune est à vendre*, par F. de Closets (Denoël, édit.). L'auteur, bien connu des téléspectateurs discute avec compétence mais sans prétention inutile, de tous les problèmes économiques ou politiques soulevés par le débarquement lunaire. Comment le pays de la libre entreprise pouvait-il organiser l'entreprise collective de la NASA? Le défi lancé par Kennedy a été tenu. Cela ne règle pas tous les problèmes.

Peut-être vous êtes-vous déjà posé la question : si l'exploration de la Lune et des planètes ne peut être faite qu'au nom de l'humanité toute entière, seules des entreprises russes ou américaines doivent-elles en être chargées? Mais que sommes-nous prêts, les uns et les autres, à faire, c'est-à-dire d'abord à payer, pour participer à l'œuvre commune?

Préoccupation moins austère : la Lune va-t-elle perdre son attrait pour les poètes ou les conteurs? Alain Bosquet a réuni, sous le titre *Adieu à la Lune* (Calmann-Lévy, 232 p., avec dessins de Politzer et Pichon), des poèmes inspirés par la Lune, des citations d'auteurs de tous les pays et de tous les temps, y compris Cyrano de Bergerac et Fontenelle. L'avouerai-je? Cela m'a paru plus curieux que passionnant; je regrette aussi que l'origine de chaque texte ne soit pas mieux précisée.

Le même éditeur publie sous le titre « *Le dialogue Lune-Terre* », qui reproduit les propos échangés entre le véhicule et la NASA et qui ont été diffusés par la radio. On peut dire que les éditeurs font livre de tout. Ici, ils ont trouvé un préfacier qui force la note : « ...c'est un événement plus important même que l'apparition de l'homme sur la Terre... » et qui renvoie complaisamment ensuite à ses propres ouvrages!

N'oublions pas la collection *Planète*. Son « *Pourquoi la Lune?* » par J.-E. Charon est assez complet; il a même le mérite de reproduire la partie du *Sidereus Nuncius* où Galilée rend compte de ses observations de la Lune. Je serai plus réservé sur le « *Voici l'espace* » par W. von Braun lui-même, dans cette même collection; traduction sans ménagement d'un texte qui reprend des exposés de grande vulgarisation, ce n'est pas là que vous trouverez un rappel des principes de la mécanique.

Dans tout cela, vous avez compris qu'il y a beaucoup de bruit et très peu d'astronomie. Or celle-ci continue, heureusement, même si elle n'est plus enseignée du tout dans nos classes. Ayant déjà été trop long, je citerai seulement, pour cette fois les deux livres de J.-C. Pecker, *L'Astronomie expérimentale* et *Les observatoires spatiaux* (P.U.F.) qui montrent quel profit l'astronomie peut tirer des prouesses de l'astronautique. Je reviendrai sur ces deux livres ainsi que sur celui d'un tout autre genre de P. Bourge et J. Lacroux, *A l'affût des étoiles* (Dunod) qui est un manuel pratique de l'astronome amateur.

Car l'observation du ciel reste un droit imprescriptible de l'homme le plus terrestre, fût-il écolier...

K. Mizar.

Livres et manuels

Comme nous le craignions dès que nous avons entrepris de publier dans le *Bulletin* spécial pour la Sixième une bibliographie, nous avons commis des omissions regrettables. Nous essayons de les réparer, en poursuivant la liste des 141 titres ou auteurs cités et nous remercions les Collègues qui nous aident et nous aideront à compléter ces listes.

Bouvier (A.)

142 * *La théorie des ensembles* (P.U.F.) : sous le volume connu d'un livre de la collection « Que sais-je? », notre Collègue de l'I.R.E.M. de Lyon donne un exposé « naïf » mais très complet allant jusqu'à la définition des cardinaux et donnant pour finir des aperçus sur les axiomatiques de la théorie des ensembles. Le petit nombre de pages n'a pas permis d'ajouter des exercices.

Chambadal (L.)

143☐ *Cours de mathématiques CB-BG* (Dunod).

144☐ *Calcul des probabilités premier cycle* (Dunod).

145☐ *Mathématiques pour les enseignements supérieurs économiques et commerciaux* (4 tomes) (Dunod).

146** *Dictionnaire des mathématiques modernes* (Larousse).

Chambadal et Ovaert

147☐ *Cours de mathématiques* (tome 1) (Gauthier-Villars).

148☐ *Algèbre linéaire et algèbre tensorielle* (Dunod).

Chambadal (L.), Piater (A.) et Cahuzac (P.)

149☐ *Économie et mathématiques*, tome I (P.U.F.).

CHAZEL (M.), BLANCHARD (H.) et FOREST (Ch.)

150□ *Traité de mathématiques*, tomes 1 à 3, pour les classes préparatoires aux grandes écoles.

DÉCAILLOT (A.-M.)

151□ *Cahiers Mathématiques 2* (Mouton; Gauthier-Villars) : exercices corrigés sur des structures élémentaires. Ouvrage qui fait suite au *Cahier 1*, paru sans nom d'auteur, et qui est destiné, comme le précédent, plus spécialement aux étudiants en sciences humaines. Recommandé par conséquents pour la F.P.M.

KAUFMANN (A.)

152□ *Introduction à la combinatorique en vue des applications* (Dunod).

153□ *Exercices de combinatorique avec solutions*, tome 1 (Dunod); en collaboration avec D. Coster; complément à l'ouvrage précédent.

KUNTZMANN (J.)

154 * *Méthodes numériques* (Hermann, collection Enseignement des Sciences) : avec de nombreux exercices corrigés. Recommandé pour la F.P.M.

PICARD (N.)

155△ *Activités mathématiques 1* (O.C.D.L.) pour l'information des maîtres... et des parents qui s'intéressent aux recherches des réformateurs de l'enseignement mathématique au niveau élémentaire.

CREPIN (R.) et LISSANDRE (C.)

156□ *De la vie à la mathématique à la maternelle*, livre du maître (Lavauzelle).

SERRE (Jean-Pierre)

157*** *Cours d'arithmétique*, un volume 188 p., Collection « Sup », (P.U.F.). Une solide culture est indispensable pour tirer profit de cette lecture.

PHAM (Daniel)

158 * *Informatique à l'usage des éducateurs* Collection « Sup » (P.U.F.). Ouvrage d'initiation sur un sujet qui nous intéresse tous.

5

La vie de l'association

Journées d'étude et assemblée générale 1969

Chaud et froid à Besançon.

En choisissant les dates du 5 au 8 juin pour les Journées d'étude de l'A.P.M., le Bureau avait estimé qu'il mettait toutes les chances météorologiques de son côté. Nous étions venus plus de 200, de toutes les régions de France et si nous nous réjouissons encore de notre séjour franc-comtois, ce n'est pas à cause d'un radieux soleil : rarement j'ai eu si froid en juin et, sur les murs de la Citadelle, quelle belle pluie fine nous admirâmes!

Nous avons été d'autant plus sensibles aux attentions des organisateurs, à la tête desquels il faut citer nos amis Parizet et Robbe. Tant pour l'organisation des conférences que pour les entractes, essentiels dans ce genre de réunions, que pour le banquet fort apprécié de tous, y compris du Président Edgar Faure, que pour l'excursion dans le Jura ou la visite de la Citadelle, ils avaient pensé à tout.

L'exposé de Walusinski sur les I.R.E.M. et leur avenir a déjà été publié (*Bulletin* 269, p. 321); il fut suivi d'un débat animé, annonciateur d'autres débats en assemblée générale; débats fort utiles puisque la controverse aboutit finalement à un accord sur l'ensemble. L'exposé de Revuz, sur la mesure, montra ensuite que nous étions tous capables de suivre et d'apprécier un exposé sérieux. Il servit d'ailleurs de préambule à une courte allocution de notre Ministère de l'époque, M. Egdar Faure, qui eut ensuite un long entretien technique avec le bureau de l'A.P.M., en guise d'apéritif au banquet déjà cité.

La suite des conférences, les 6 et 7 juin, nous permit d'entendre Gentilhomme sur « Enseignement mathématique et linguistique » (*), M. Defix sur la métrologie

(*) Que nous comptons publier dans un très prochain Bulletin.

(voir, dans ce *Bulletin*, p. 565) et les divers travaux de l'équipe lyonnaise avec R. Gauthier, sur les Cinquièmes expérimentales, Mix sur le calcul numérique, Sargent sur l'utilisation des cartes perforées, Glaymann sur les espaces vectoriels dans l'enseignement du premier cycle secondaire.

Riche moisson d'idées dont le *Bulletin* profitera.

Sous la conduite du Pr Dreyfus de la Faculté de Besançon, l'excursion du 6 juin conduisit les congressistes aux sources de la Loue et à Salins-les-Bains où nous fûmes magnifiquement reçus par M. le Maire, M. Jacquet. Voici d'ailleurs le texte de son aimable allocution :

« Je suis particulièrement heureux de vous souhaiter la bienvenue dans notre vieille petite ville de Salins-les-Bains, et de vous remercier d'avoir eu la délicate attention de nous rendre visite, grâce à l'excellente idée de M. Robbe, notre émérite professeur de mathématiques.

Je me fais un devoir et un plaisir de vous présenter très brièvement notre cité dont j'ai l'honneur de présider les destinées depuis quelque vingt années.

Vous êtes ici au berceau de Salins. C'est en effet de l'eau salée que naquit notre ville, et ces voûtes majestueuses dont les premières constructions datent du IIe siècle disent assez notre grandeur passée.

Au Moyen Age, Salins rivalisait avec Dole et Besançon.

Notre ville a toute une histoire complexe depuis Sigismond, roi de Bourgogne en 514, en passant par les Lombards qui installèrent le premier Mont de Piété de tout notre hexagone, Jean de Chalon administrateur avisé, pour en arriver à Louis XIV nous donnant le titre de Français, puis Napoléon III qui fit la renommée éphémère de notre station thermale.

Toute cette période nous valut la construction de très belles églises, d'un hôtel de ville pur style, de nombreux couvents, de châteaux forts, d'enceinte fortifiée, au sein de laquelle une population de 8 à 10 0000 habitants s'entassait.

Oh, depuis, tout a bien changé, Dole et Besançon deviennent des villes importantes, par contre Salins n'a plus que 4 600 âmes. Mais nous l'aimons et nous essayons, contre cette époque moderne, exaltante peut-être, de vitesse, de développement extraordinaire, qui a tendance, malheureusement à faire de nos provinces un désert, nous essayons de maintenir une activité économique donnant à nos concitoyens les moyens de vivre dignement, et par là de demeurer dans ce magnifique cadre de verdure. Nous voulons être humains.

Ce n'est pas simple. Nous avons pensé d'abord à la jeunesse et aux moyens de l'éduquer; et si nous avions un vieux collège regretté par nos élèves et nos professeurs pour son charme de vieilles pierres, nous avons engagé un combat inégal pendant dix ans avec la haute administration pour obtenir un lycée moderne à caractère climatique, qui vient depuis deux ans d'ouvrir ses portes, et où, sans trop de contestation, les différentes disciplines sont dispensées jusqu'aux classes terminales.

Il faut aussi conserver cette jeunesse, du moins celle qui ne peut poursuivre longtemps des études. Pour cela il faut des activités industrielles et si nous possédons une faïencerie comptant 250 ouvriers, de nouvelles implantations s'opèrent en ce moment, avec Fluotechnic, décentralisation parisienne, une lunetterie, une fabrique de carburateurs, et peut-être une fabrique de téléphone.

Le logement est un sujet primordial de préoccupations, et si nous obtenons quelques H.L.M. des pouvoirs publics, notre politique est essentiellement de rénovation urbaine. La transformation d'un ancien couvent en logements sains est notre fierté car ce fut la première expérience de ce genre en France. Actuellement, nous démolissons une rue entière pour la rénover.

Mais notre vocation est aussi touristique et thermale. Un centre de réadaptation fonctionnelle est prévu, et mon espoir est de réaliser de ces voûtes et des bâtiments des Salines un Musée national du sel.

Voilà brossé rapidement l'aspect de notre ville dont les difficultés se retrouvent dans toutes les agglomérations similaires. Nous sommes animés d'une foi très vive ce qui nous permet de croire en notre avenir.

J'espère ne vous avoir pas trop ennuyé; il m'était difficile de vous parler mathématiques, mes connaissances dans ce domaine étant limitées à l'établissement laborieux du budget municipal.

En vous remerciant encore de votre visite, je vous souhaite à tous un excellent séjour dans notre région. »

Chaque congressiste reçut même un délicieux cadeau et la chaleur de l'accueil fit bien oublier la pluie froide qui persistait. Retour à Besançon car, le soir, il y avait séance de nuit sur des questions de programme.

Enfin, le samedi, après les dernières conférences et avant l'assemblée générale du 8, visite de la Citadelle. La pluie s'est arrêtée quand l'Ami Robbe nous a réunis un moment devant les poteaux qui rappellent le sacrifice des martyrs de la Résistance franc-comtoise. Visite terminée par une réception de la municipalité de la ville représentée par M. Baillaud, astronome à l'Observatoire de Besançon.

Je laisse la plume à plus qualifié que moi pour rendre compte de l'assemblée générale du 8 juin. Mais, pour terminer, je voudrais faire sentir à tous ceux qui ne sont pas venus à Besançon combien je le regrette pour eux. Je crois être un vieil habitué des Journées de l'A.P.M.E.P.; depuis celles qui se terminèrent à Nancay en 1956 ou celles d'Aix en 60, je ne crois pas en avoir manquées. Je n'ai pas été déçu par celles de Besançon; bien au contraire, il me semble qu'avec les années, on peut mesurer les progrès dans la maturité de l'association. A Besançon, nous avons eu pour la première fois, la visite d'un Ministre; qui ne l'était plus quinze jours plus tard, c'est vrai, mais qui est tout de même le Ministre qui a créé les premiers I.R.E.M.; cela méritait bien que nous l'invitions à dîner.

Evaristovich DUPONSKY.

Assemblée générale 1969.

Elle s'est tenue le dimanche 8 juin 1969, dans un amphithéâtre de la Faculté des Lettres sous la présidence de Mme TOUYAROT, Présidente de l'A.P.M.E.P.

Une commission de dépouillement des votes composée d'une dizaine de Collègues volontaires est désignée à l'unanimité et entre immédiatement en fonction.

1. *Rapport d'activité:* la Présidente y apporte, en complément, les dernières informations sur les travaux de la Commission Lichnérowicz (C.L.) sur les enseignements élémentaires et sur l'audience accordée par le Ministre l'avant-veille.

Au cours de cette audience, de nombreuses questions ont été abordées, et le B.N. a demandé au Ministre que des mesures soient prises sans tarder, pour préparer la rentrée 1969.

Voici le résumé de ces demandes, qui a d'ailleurs été remis au Ministre, à l'issue de l'audience.

— Fonctionnement des I.R.E.M., en 1968-69 :

• Les professeurs de C.E.G. qui ont participé aux activités des I.R.E.M. n'ont pas encore été payés.

— Enseignement élémentaire :

• Les conclusions de la Commission Lichnérowicz sont imminentes et devraient être suivies d'effet pour la rentrée 1969.

• Des postes d'assistants doivent être créés, dans les Facultés pour assurer l'enseignement destiné aux futurs instituteurs.

— Enseignement secondaire :

- Des textes sont attendus fixant les horaires en classe de Sixième (4 heures hebdomadaires, dont 1 heures de T.D.).
- Il est souhaitable d'instituer 1 heure de travaux dirigés en Seconde.
- Les expériences engagées, doivent être poursuivies, en Quatrième, notamment.

— Formation des maîtres :

- Une 4e année est-elle accordée aux élèves des I.P.E.S.?
- L'effectif envisagé pour l'I.R.E.M. de Paris en 1969-70 est insuffisant.
- Des crédits devraient être mis à la disposition des Recteurs pour organiser une formation permanente, là où les I.R.E.M. n'existent pas.

Vissio rend également compte des travaux de la C.L. sur les programmes de Quatrième et Troisième (où une question d'orientation se pose), sur les programmes de Seconde (des retouches ont été publiées) et de Première (là aussi des choix restent à faire).

La discussion montre une préférence marquée pour la réalisation d'une vraie réforme au premier cycle, condition d'un recrutement futur favorable des sections scientifiques.

2. *Compte rendu financier :* en lui-même, il n'appelle pas de critiques. Des Collègues posent cependant des questions relatives à la prospection par les Régionales : Bernard (Aix-Marseille), Le Dily (Rennes). Sont également posées des questions sur les publications, la disposition des bulletins de vote et des mandats, la publication du *Bulletin* contenant les rapports un mois avant l'assemblée générale.

Sur proposition de Pfeiffer (Marseille), l'Assemblée reconnaît l'importance des tâches qui incombent au Bureau et lui font confiance pour engager les dépenses qui pourront faciliter le travail de ses membres (en particulier, achat éventuel d'un local.)

3. *Régionales :* bien des questions ont déjà été abordées à propos du budget et de la prospection. Accord général sur l'intérêt du développement des Régionales.

La Régionale Parisienne invite chaque Régionale à mandater un ou deux de ses membres au Colloque sur la formation permanente des maîtres qu'elle organise à Sèvres les 21 et 22 juin (solstice d'été).

4. *Statuts :* la modification votée en 69 ne peut être appliquée qu'en 70; il est décidé de porter l'effectif du comité à 40 à partir de 70, les derniers élus étant sortants au bout d'un, deux ou trois ans.

La question du vote des personnes qui ne sont pas professeurs de l'enseignement public ayant été posée, il est rappelé que, d'après les statuts, ces personnes sont *abonnées* au Bulletin et non membres de l'A.P.M.E.P.

5. *Vote sur le vocabulaire :* Chevallier constate que les résultats du vote ne donnent aucune orientation précise. Les questions étaient sans doute mal rédigées (*). En tout cas, les problèmes restent à l'étude.

L'Assemblée générale marque l'intérêt des Collègues pour les travaux du Dictionnaire, félicite la Commission et en particulier son Secrétaire. Celui-ci signale l'aide qu'apportent les commissions régionales et souhaite leur développement.

(*) C'est la Rédaction du *Bulletin* qui est coupable (N.D.L.R.).

Au cours de la discussion, un Collègue regrettant le foisonnement des mots nouveaux, va jusqu'à souhaiter qu'on interdise cette pratique. L'assemblée recommande la prudence.

6. *Orientation générale :* un large débat sur l'orientation générale de la Réforme occupe la plus grande partie de l'Assemblée. Les principaux thèmes de l'action générale de l'Association sont repris : réaliser la réforme au niveau du premier degré par étapes; à tous les niveaux, donner la priorité à la formation permanente des maîtres par le développement des I.R.E.M. (le nombre des I.R.E.M. à créer reste trop grand; un I.R.E.M. par académie est un minimum); assurer les liaisons avec les autres associations et les syndicats, en particulier par la fourniture d'articles sur la réforme dans leurs journaux ou revues; ne pas oublier les classes de transition, les Collèges techniques, les classes supérieures du Technique; insister toujours sur la nécessité de limiter à 24 les effectifs des classes.

Publications : la préparation d'un numéro spécial sur la Sixième est en cours; la parution plus régulière de six bulletins par an est souhaitée.

7. *Tableau des votes :* communiqué par la commission de dépouillement; les numéros renvoient aux questions posées (voir *Bulletin* 267, p. 105 à 132); les trois nombres donnés entre parenthèses sont respectivement les votes (pour, contre, abstentions). Il y a eu 787 votants, 782 votes exprimés, 5 nuls.

1 (635, 79, 66); 2 (741, 6, 28); 3 (695, 15, 60); 4 (664, 33, 71); 5*a* (284, 298, 141); 5*b* (350, 131, 273); 5*c* (399, 71, 218); 6 (543, 45, 177); 7 (600, 52, 104).

Vote pour le renouvellement partiel du Comité; ont été élus : Mlle BOLON (631 v.), M. FRASNAY (613 v.), M. ZANDSTEIN (612 v.), Mlle VERTUT (607 v.), Mlle BORNENS (593 v.), M. GLAYMANN (552 v.), M. TARALLE (464 v.), M. BERNARD (396 v.), M. BOUTEILLER (385 v.). Ont obtenu ensuite : M. PFEIFFER (368 v.), M. MAURIÈRES (364 v.), M. ROBBE (186 v.), M. MYX (166 v.), M. TYXADOR (159 v.) et divers 2 ou 1 voix.

N.D.L.R. Des extraits des observations présentées dans les bulletins de vote seront publiés dans un prochain *Bulletin*.

A l'issue des Journées et de l'Assemblée générale, le communité suivant a été publié :

Lors de la première journée, M. Edgar Faure a rendu visite aux congressistes et leur a exposé ses projets, qui correspondent sur plusieurs points aux principes défendus par l'association. Le ministre juge notamment nécessaire d'étendre la part de cette discipline (la mathématique) *dans l'enseignement secondaire.*

Les congressistes, comme le bureau de l'association, au cours de l'entretien qu'il a eu avec le ministre, ont exprimé leur satisfaction du travail de recyclage effectué dans les trois I.R.E.M. (instituts de recherche sur l'enseignement des mathématiques) créés cette année à Paris, Lyon et Strasbourg. Quatre autres doivent l'être l'an prochain à Marseille, Bordeaux, Rennes et Besançon. L'association avait demandé depuis longtemps l'installation de tels instituts. En attendant qu'il en existe un par académie comme elle l'estime nécessaire, elle réclame que là où il n'existe pas d'I.R.E.M. des crédits soient mis à la disposition des recteurs pour assurer le recyclage et l'information des professeurs. Les participants ont protesté vivement contre la suppression des deux stages d'une semaine prévus cette année pour informer tous les professeurs des nouveaux programmes de Sixième.

Les congressistes ont demandé que l'horaire de mathématiques dans les classes du premier cycle secondaire soit porté à quatre heures par semaine au lieu de trois : dans plusieurs pays industrialisés, comme la Grande-Bretagne ou l'U.R.S.S., fait remarquer l'association, les enfants font cinq ou six heures de mathématiques par semaine au cours du premier cycle.

Le congrès s'est également montré favorable à la création d'un « double menu » de mathématiques (l'un obligatoire, l'autre facultatif) pour les élèves des classes de Seconde « A » (littéraires).

L'enseignement facultatif de deux heures créé cette année au profit d'élèves des classes littéraires de Seconde a permis à certains d'entre eux d'être admis en Première « C » (mathématiques et sciences physiques) ou « D » (mathématiques et sciences naturelles) sans examen, sur avis des professeurs de mathématiques.

Pour développer ces enseignements il faudrait accroître l'effectif des professeurs: les membres de l'A.P.M.E.P. estiment possible d'augmenter le nombre de postes mis aux concours de recrutement. En effet le nombre des candidats au C.A.P.E.S. (certificat d'aptitude au professorat des enseignements de second degré) a triplé en deux ans. Encore légèrement inférieur au nombre de postes mis au concours en 1967, il en représente le double cette année. Il faut donc, selon l'A.P.M.E.P., éviter le « malthusianisme ».

Les congressistes ont souhaité que les expériences d'enseignement de « mathématiques modernes », *menées cette année en Sixième et Cinquième, soient prolongées en Cinquième et Quatrième l'an prochain. Ils ont invité leurs collègues à pratiquer le plus possible le* « travail en équipe », *en constituant une équipe pour chaque « niveau » scolaire (Cinquième, Sixième, etc.) dans leur établissement.*

En ce qui concerne les classes primaires, ils ont réclamé que les programmes soient élagués et les exercices modernisés dès la rentrée prochaine. La Commission Lichnérowicz, chargée de repenser l'enseignement des mathématiques « de la Maternelle aux facultés », *a déjà fait des propositions à ce sujet.*

Ils ont, d'autre part, demandé qu'on assure dès 1970 une meilleure formation mathématique des instituteurs. Il faudrait, en particulier, charger, dans les facultés des sciences, des enseignants de cette formation et instituer des conseillers pédagogiques dans chaque département.

Réunions du Comité et du Bureau

Comité du 22 juin 1969.

La séance est ouverte à 9 heures sous la présidence de Mme TOUYAROT, au Centre international d'Études pédagogiques de Sèvres. C'est en effet dans ce cadre agréable que la Régionale Parisienne a convié les membres du Comité national qui ont également été invités à assister à ses journées d'études sur la formation permanente.

Sont excusés : MM. CLOPEAU, DUMONT, FAUQUETTE, REVUZ.

Après la présentation des membres du comité faite par M. Vissio, Mme Touyarot fait un bref compte rendu des Journées de Besançon, et de l'assemblée générale pour que tous les membres présents du Comité, soient informés des résultats des votes, des suggestions exprimées par nos collègues, et des dernières nouvelles liées à ces Journées.

Elle rappelle que le Bureau national a été reçu, à Besançon, par M. Edgar Faure, alors Ministre de l'Éducation nationale, qui avait accepté d'honorer de sa présence notre première journée. A cette occasion, le B.N. lui a remis une liste de questions, à propos desquelles il souhaitait que des décisions soient prises avant la fin de l'année scolaire (cf. Compte rendu des Journées de Besançon).

A la suite de cette entrevue un communiqué a été remis à la presse; il a été reproduit par plusieurs journaux (voir ci-dessus).

Le 13 juin 1969, le journal « Le Monde » donnait un compte rendu de ces journées sous le titre : « Les professeurs de « maths » demandent une formation permanente des enseignants ».

1° *Élection du Président :*

M. Vissio propose ensuite de passer à l'élection du Président. Il rappelle à cette occasion qu'il est de tradition de reconduire pour un an le mandat du président sortant si un changement d'orientation ne s'est pas dégagé. En outre il montre l'avantage de cette solution en précisant que le président a ainsi la possibilité de poursuivre effectivement le changement dans la continuité (!). Enfin M. Vissio fait remarquer que Mme Touyarot a toute la compétence souhaitée pour apporter des solutions aux problèmes soulevés par la rénovation mathématique au niveau des classes élémentaires.

L'élection du président a lieu au bulletin secret. Le dépouillement du scrutin est confié à M. Chevallier.

Sur 24 votants, ont obtenu :
Mme TOUYAROT, 19 voix.
M. GAUTHIER (non candidat), 1 voix.
M. DUMONT (non candidat), 1 voix.
On notera également 3 bulletins blancs.

2° *Élection du Bureau et répartition des tâches :*

Après l'élection des membres du nouveau bureau dont vous pouvez prendre connaissance en page 2 de la couverture, il est décidé de créer une nouvelle vice-présidence à la tête de la commission « Formation des Maîtres » dont la responsabilité revient à M. Duvert.

La constitution d'une commission « Enseignement technique » est confiée à M. Zandstein.

Enfin une commission dite de « l'informatique » fera le bonheur de M. Poly.

Il faut remarquer que mis à part les nouveaux élus, ne sont réélus que les collègues présents ou qui ont accepté par avance leur maintien.

3° *Secrétariat et local de l'A.P.M.E.P. :*

Un débat s'ouvre ensuite sur le fonctionnement du secrétariat. Il est décidé qu'un des Secrétaires généraux centraliserait le courrier adressé à l'A.P.M.E.P. et qu'il le réexpédierait dans les meilleures conditions possibles aux intéressés. Il est évident que cette lourde tâche d'enregistrement et de transmission ne peut être assurée convenablement que si le responsable bénéficie de l'aide d'une secrétaire professionnelle utilisée partiellement.

Faisant écho à l'assemblée générale, les membres du comité demandent que l'association dispose d'un local dont elle aurait le plein usage. Il est décidé que les modalités de location ou d'achat soient étudiées par le Trésorier. Un membre du Comité suggère la participation financière de la Régionale Parisienne à l'achat éventuel de ce local.

Quelques minutes de récréation sont ensuite accordées aux participants qui vont sous la pergola du Centre international où des boissons rafraîchissantes ont été servies.

4° *Action immédiate du Bureau :*

Après cet intermède, le comité national passe à l'étude de l'action immédiate du bureau. Elle se traduira par un communiqué à la presse et à une demande d'audience au nouveau Ministre.

Cette action portera :

— sur une demande ferme du retour obligatoire aux 4 heures de mathématiques dans les classes de Sixième, horaire absolument indispensable pour un bon démarrage de la réforme entreprise;

— sur un rectificatif à apporter au décret du *B.O.* nº 24 du 29-05-69 qui exclut abusivement les professeurs de C.E.G. du travail d'équipe;

— sur la nécessité de multiplier le nombre des I.R.E.M. promis par le Ministre;

— sur la nécessité d'être éclairé sur la politique suivie par le Ministère en ce qui concerne les horaires et l'organisation des classes de Seconde littéraires et scientifiques;

— sur les programmes de l'enseignement élémentaire et la formation des instituteurs (nous rappelons que 3 instituteurs sur 5 n'ont pas de formation professionnelle);

— sur le statut des Ipésiens;

— sur le contenu des maîtrises d'enseignement;

— sur l'organisation d'une véritable formation permanente dans les académies (oh! combien nombreuses) encore dépourvues d'I.R.E.M.

Cette liste est loin d'être exhaustive. Mme Touyarot rend compte des travaux actuels de la Commission Lichnérowicz, pour la formation initiale des futurs instituteurs, la rédaction des programmes et commentaires permettant un aménagement immédiat de l'enseignement élémentaire, l'organisation de la mise à jour et de la formation permanente des instituteurs. De la discussion semble se dégager une tendance à donner la priorité aux problèmes de l'enseignement technique.

Il semble d'autre part indispensable d'informer les syndicats du rôle joué par l'A.P.M.E.P. dans la formation permanente et de les éclairer sur les objectifs que l'Association s'est fixée.

M. Duvert signale que les professeurs de C.E.G. qui ont suivi les séances organisées par les I.R.E.M. n'ont reçu aucune indemnisation.

5º *Les Régionales et la vie de l'Association:*

M. Gauthier nous présente ensuite un certain nombre de vœux émanant des Régionales :

— faire passer l'allocation de base à verser aux trésoriers de ces dernières de 500 F à 800 F;

— fixer dans la mesure du possible un calendrier des réunions du Comité pour faciliter la présence des représentants des Régionales;

— faire envoyer aux secrétaires les documents publiés par les I.R.E.M.;

— préparer dans chaque Régionale l'assemblée générale afin de lutter contre l'absentéisme et obtenir ainsi des votes massifs (cette année 787 votants pour environ 10 000 adhérents!).

M. Gauthier rappelle enfin que la Régionale de Nice n'a toujours pas donné signe de vie (*).

Les Régionales sont invitées à créer des commissions en liaison avec la commission recherche et réforme. Enfin il est signalé que la Régionale de Toulouse a l'intention de mettre sur pied un stage de formation de formateurs. Bon exemple à suivre.

6º *Bulletin:*

En ce qui concerne le Bulletin, M. Duvert demande que soient publiés des articles sur les I.R.E.M. Il est demandé que les sujets d'examen soient aussi publiés. Enfin il était recommandé que dans la mesure du possible le bulletin puisse avoir une parution plus régulière.

(*) Cette régionale s'est organisée depuis.

7° *Questions diverses :*

Mlle Bolon demande enfin que l'Association insiste auprès de l'I.P.N. pour que soient édités dans une brochure les documents d'accompagnement des « Chantiers Mathématiques » et que des copies optiques de ces émissions soient multipliées.

Le comité n'ayant pu épuiser son ordre du jour, un certain nombre de questions restent en suspens : Congrès de Lyon, rapports avec l'étranger, les journées 1970, etc.

La prochaine réunion du comité est fixée au 12 octobre à 9 heures à l'I.P.N.

Avant de clore ce compte rendu, remercions le centre international d'études pédagogiques et son Directeur pour leur hospitalité, ainsi que la Régionale Parisienne qui organisait les 21 et 22 juin un colloque sur la formation permanente et qui a invité les participants au Colloque et les membres du Comité à un déjeuner amical au cours duquel les discussions ont pu se prolonger.

Bureau du 22 juin 1969.

La séance est ouverte à 14 heures.

Le bureau fait le point de la situation actuelle et examine les suites à donner aux décisions prises à la réunion du Comité.

1° *Articles de presse et télégramme :* Un article pour la presse sera rédigé en reprenant les grandes options adoptées le matin. Dans le cadre de l'action immédiate on insistera auprès du ministère pour que soient adoptées d'une façon définitive les 4 heures de mathématiques en Sixième.

Une demande d'audience sera faite par lettre, elle serait éventuellement renouvelée les premiers jours de septembre si l'Association n'obtenait pas satisfaction.

2° *Calendrier :* Pour faciliter le bon fonctionnement du bureau, il est demandé que les réunions aient lieu, en principe une fois par mois, le jeudi soir à 20 h 30.

Les prochaines réunions sont prévues à l'I.P.N. le 18 septembre et le 11 octobre.

3° *Commissions :* Le bureau préconise une participation active des représentants des Régionales aux travaux des commissions. Il suggère pour le premier trimestre des réunions sur les questions intéressant le 2e degré et l'enseignement technique. Une attention toute particulière devra être accordée aux rapports entre physique et mathématique. D'autre part il est recommandé qu'une commission s'intéresse à l'enseignement mathématique au niveau des classes de Sixième III (Transition).

4° *Fonctionnement du secrétariat :* Pour reprendre les vœux exprimés le matin, M. Clopeau sera chargé d'examiner les implications financières dues à l'achat d'un local et à l'emploi, à temps partiel, d'une personne devant assurer le travail de dactylographie, de photocopie, de polycopie, etc.

Mme Simon sera allégée d'une partie de sa lourde tâche et enverra le courrier à M. Blanzin. Ce dernier essaiera de faire une diffusion rapide des documents aux intéressés.

Pour répondre immédiatement aux besoins de l'actualité universitaire, les membres du bureau communiquent leur adresse de vacances afin d'être prévenus dans les meilleurs délais.

L'ordre du jour épuisé, la séance est levée et le bureau est invité à venir suivre les travaux de la Régionale Parisienne.

Bureau national du 18 septembre 1969.

Étaient présents : Mme Touyarot, Mme Audin, MM. Blanzin, Clopeau, Colomb, Crépin, Vissio.

Excusés : Mlle Bolon, MM. Duvert, Revuz.

Lors du dernier Comité national il avait été décidé d'adresser une lettre à M. le Ministre de l'Éducation nationale.

Mme Touyarot ouvre la séance, en rappelant le contenu de cette lettre :

— programmes des classes élémentaires,

— demande de 1 heure de travaux dirigés en Seconde.,

— paiement des heures supplémentaires aux collègues ayant suivi les séances des I.R.E.M. de l'année écoulée.

— nécessité de donner 4 années de formation aux Ipésiens,

— enfin demande que des crédits spéciaux soient attribués aux Rectorats pour la formation permanente des maîtres dans les académies où un I.R.E.M. n'est pas encore implanté.

Horaire de 5e et 6e :

A la demande de l'Association une meilleure formulation de textes régissant les horaires de 5e et de 6e (*B.O.* nº 30 du 24-7-69, arrêté du 3-7-69) a pu être obtenue. En outre, une mise au point a été faite en ce qui concerne la participation des professeurs de C.E.G. aux équipes chargées de l'organisation de l'enseignement des mathématiques dans les classes de Sixième (circulaires nº IV-69-337 du 24-7-69). « Il convient d'élargir le rôle des animateurs dévolu aux professeurs de lycée de second cycle dans les groupes d'établissements prévus, en incluant dans les groupes tous les établissements comportant des classes de Sixième : C.E.S., C.E.G. ou 1er cycle de lycée. »

M. Vissio propose d'alerter les Régionales pour que ces textes soient appliqués. Quant à M. Dumont, il estime qu'un changement de mentalité devrait intervenir et permettre de lutter contre la tendance qui consiste à prendre les animateurs à un niveau supérieur aux membres du groupe. Il est rappelé que les expérimentateurs ont vocation pour être animateurs.

Un compte rendu des audiences ministérielles est ensuite présenté par Mme Touyarot.

Audiences ministérielles :

Le 8 septembre 1969 les représentants de l'A.P.M.E.P. étaient reçus par M. le Directeur de la Pédagogie et le 18 septembre par les conseillers techniques du cabinet du Ministre.

Programmes des classes élémentaires :

Des contacts avec D.J.S., les syndicats d'enseignants du 1er degré, des directeurs et des professeurs d'Écoles normales montrent une certaine unanimité dans l'appréciation du programme élaboré par la Commission Lichnérowicz M. le Ministre demande que ce programme soit examiné par le conseil d'enseignement et prend l'engagement d'envoyer une circulaire aux écoles normales afin que l'application puisse en être faite dans les écoles annexes.

Dans un souci d'information l'A.P.M.E.P. prend l'initiative d'éditer une brochure intitulée « Première Étape » qui contiendra :

— le rapport des sous-commissions 3 et 4 : recommandation en vue d'une action immédiate et programme 1945 modifié 1969, ce dernier accompagné de ses commentaires;

— en annexes : le projet de programme mis sur pied par le service de la recherche pédagogique de l'I.P.N. et adopté par la commission « Recherche et réforme » de l'A.P.M.E.P.

Le programme pour la formation initiale des instituteurs, la liste des Régionales de l'A.P.M.E.P., les noms de quelques-uns des collègues ayant participé aux travaux de la Commission ministérielle et une bibliographie pour l'information des maîtres.

Formation permanente des maîtres :

Après l'entrevue du 18 septembre, il apparaît que le Ministre pense pouvoir résoudre le problème de la formation permanente des instituteurs en utilisant la radio-télévision scolaire. Des doutes sont émis sur l'efficacité de ce procédé, les émissions de télévision n'étant que des moyens parmi d'autres, permettant tout au plus une certaine sensibilisation. En outre, des critiques sont formulées à l'encontre des horaires proposés et du choix de la seconde chaîne pour diffuser ces émissions.

Programmes de 4e, de 3e et de 1re :

D'autre part le bureau a pensé qu'il était urgent de confronter les divers points de vue concernant les nouveaux programmes de 4e, de 3e et de 1re. C'est pourquoi, il a chargé Dumont et Colomb d'organiser une réunion sur ce thème le mardi 11 novembre.

Enfin, notre Trésorier, nous annonce son désir d'effectuer des démarches auprès des agences immobilières en vue de l'achat éventuel d'un local pour notre association.

Le bureau se sépare après avoir prévu une réunion du Comité national pour le dimanche 12 octobre.

Comité national du 12 octobre 1969.

Étaient présents : Mmes Touyarot, Audin, Méténier, Vertut, Zehren ; Mlles Biard, Bolon, Bornens, Ronco ; MM. Blanzin, Bouteiller, Brousseau, Chevallier, Fauquette, Frasnay, Gauthier, Glaymann, Gouret, Hennequin, Jacquemier, Poly, Robbe, Roumanet, Taralle, Vissio, Zandstein.

Excusés : MM. Bernard et Camy-Perret.

Mme Touyarot ouvre la séance en présentant l'état d'avancement des travaux portant sur des propositions faites par le dernier Comité national.

Commission ministérielle (C. Lichnérowicz) :

Notamment en ce qui concerne les programmes des classes élémentaires des critiques sont émises sur le fonctionnement de cette commission et il est proposé que les collègues participant à ces travaux soient dûment mandatés et qu'ils soient informés d'une façon précise des lignes directrices qu'ils seront appelés à suivre.

La Commission Lichnérowicz devant se réunir le 20 octobre, le 17 novembre et le 15 décembre, les membres du Comité désirent que la rédaction des commentaires des programmes soit confiée aux auteurs des dits programmes et que leurs publications en soient faites simultanément.

Audiences ministérielles (se reporter aux comptes rendus) :

Un large exposé est fait sur les résultats de ces audiences. Mais le Comité constate avec regret qu'il y a au niveau des services administratifs une dispersion des responsabilités qui est nuisible au bon fonctionnement de l'Enseignement public.

Il faut noter que la dernière audience du 18 septembre 1969 a surtout été une prise de contact et une source d'information pour le nouveau cabinet ministériel.

Ayant enregistré ces comptes rendus, le Comité estime insuffisant le nombre des I.R.E.M. proposé cette année et rappelle la nécessité d'un I.R.E.M. au moins par Académie. Il demande en outre le développement et l'extension des expériences en classe de Cinquième et suggère l'organisation de stages au mois de juin et au mois de septembre. A ce sujet il est recommandé de refuser systématiquement tous les stages d'une durée d'un jour dont l'efficacité est contestée, ces stages n'ayant pour but que de donner bonne conscience à leurs organisateurs. D'autre part, il apparaît comme indispensable d'accorder une heure de décharge aux maîtres devant appliquer un nouveau programme.

Le Comité s'élève aussi contre l'usage abusif qui est fait des heures supplémentaires. Dans le domaine des situations scandaleuses, on signale les avantages donnés aux militaires ayant opté pour l'Éducation nationale et cela bien souvent au détriment des autres maîtres et plus précisément des maîtres auxiliaires.

Programmes de 1res et de Terminales :

M. Vissio présente ensuite ces nouveaux programmes et signale que le Ministère se propose de les faire publier un an avant leur utilisation. L'association prend acte avec satisfaction de cette mesure qu'elle a toujours préconisée.

Horaires du 1er Cycle :

Nous observons pour des programmes similaires, une grande distorsion entre les horaires du 1er cycle de notre pays et de certains pays étrangers.

Les horaires de Première risquent d'amener des suppressions de postes ce qui permettrait d'accorder les heures de décharge réclamées pour les professeurs de Sixième et de Cinquième.

Diffusion de l'information :

Devant la complexité et la variété des problèmes à résoudre il serait souhaitable que dans chaque Académie, il soit fait appel aux Régionales afin que le Comité national et le Bureau national soient mieux informés et puissent étayer leurs revendications par des renseignements précis. Il est suggéré l'établissement d'un questionnaire auquel pourrait répondre dans les plus brefs délais les Régionales.

D'autre part, pour faciliter les rapports avec la presse écrite on propose la création, au sein du Bureau national, d'un poste « d'attaché de presse ».

Journées 1970 :

La proposition de la Régionale de Clermont-Ferrand d'organiser ces journées du 7 au 10 mai est accueillie avec enthousiasme par les membres de l'assemblée; le thème développé serait « mathématisation du réel ».

Questions diverses :

Une commission ministérielle étant chargée de définir le rôle des diverses inspections, il serait judicieux que l'association puisse s'associer à ces travaux.

A une question posée sur les rapports de l'Association avec l'Inspection générale, il est répondu que l'A.P.M.E.P. est prête à accueillir tout membre de l'Enseignement public chargé de responsabilités liées à l'enseignement des mathématiques et cela à égalité de droits et de devoirs.

Le prochain bulletin traitant de l'enseignement des mathématiques en Sixième regroupera les numéros 269 et 270.

Il est rendu un hommage public à M. Blondel, notre secrétaire administratif pour son dévouement et sa précieuse collaboration.

La séance est levée après que les membres du Bureau aient décidé de se réunir l'après-midi.

Communiqué à la Presse.

● Le Comité national de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement public (A.P.M.E.P.) réuni en sa session ordinaire d'automne, a fait un premier bilan de la rentrée scolaire et universitaire.

A cette occasion, le Comité a évoqué avec satisfaction les déclarations du Ministre de l'Éducation nationale (au journal « Le Monde » le 7 octobre) concernant : la nécessité de la réforme de l'enseignement mathématique à tous les niveaux (élémentaire et secondaire); les efforts accomplis par l'A.P.M.E.P. pour la promotion de cette réforme et sa réussite; le rôle des I.R.E.M. (instituts de recherche sur l'enseignement mathématique) et l'efficacité des premiers créés (en 1968).

Il ne peut cependant partager pleinement l'optimisme de cette déclaration tant que de nombreux efforts importants restent à fournir.

● Parmi les faits regrettables de cette rentrée, le Comité signale :

— la non-admission en classe de Première scientifique d'élèves de Seconde A ayant suivi les cours supplémentaires de mathématiques, alors que l'on déplore le manque de scientifiques;

— la fermeture de classes de Terminale C (ayant de 20 à 30 élèves);

— la surcharge des services des professeurs admis à participer aux séances de travail des I.R.E.M., due au fait que les décharges réglementaires ne sont pas toujours effectives;

— l'insuffisance des moyens mis à la disposition de l'enseignement supérieur pour assurer l'enseignement mathématique prévu en 1re et 2e année de formation professionnelle des instituteurs;

— la programmation des émissions télévisées de la série « Chantiers mathématiques 1er cycle » sur la deuxième chaîne, ce qui diminue les possibilités d'écoute;

— les retards dans la mise en place des équipes de professeurs enseignants en classe de Sixième, conformément aux circulaires des 19 mai et 24 juillet derniers.

Sur ce dernier point, le Comité souhaite que les conditions, en principe requises pour être animateur d'équipe soient assouplies. Qu'en particulier les Collègues ayant déjà expérimenté les nouveaux programmes puissent jouer ce rôle, même s'ils enseignent seulement dans le 1er cycle.

● Pour l'année scolaire en cours et l'année suivante, le Comité pense que des décisions importantes doivent être prises dès maintenant, à savoir :

— préparer la mise en application des programmes de Cinquième et de Première à la rentrée 1970, par l'organisation de stages trimestriels sérieux (d'une durée minimale de 3 jours), contrairement à ce qu'il s'est fait l'an passé;

— définir les besoins réels en professeurs nouveaux, en tenant compte des décharges de service auxquelles ont droit les professeurs engagés dans un travail de formation permanente, d'expérimentation, etc...

— inclure dans le service des professeurs enseignant en Sixième et Cinquième, une heure hebdomadaire correspondant : à la préparation et à la confrontation du travail réalisé en classe, à la recherche et à la coordination des méthodes les mieux adaptées à l'amélioration de l'enseignement mathématique à ce niveau;

— prévoir l'implantation des nouveaux I.R.E.M. de façon que chaque académie en soit pourvue, aussi rapidement que possible.

● S'il est clair que la réussite de la réforme de l'enseignement mathématique exige le concours de l'ensemble des enseignants, elle doit être aussi réellement voulue et encouragée par les autorités responsables. Aussi le Comité demande-t-il instamment

que tous les moyens humains, financiers, administratifs, soient recherchés et accordés afin d'éviter que cette réforme ne reste superficielle, ou même, ne soit dénaturée. L'Éducation nationale doit enfin donner aux jeunes qui lui sont confiés, cette formation scientifique solide, indispensable aujourd'hui...

Travail des Commissions.

Sur la formation des maîtres.

Après avoir pris connaissance du compte rendu de la réunion du 18-01-69 sur la formation des maîtres (*Bulletin* n° 266, p. 79), M. Guy Bayet, président de la Société des Agrégés, a adressé à Mme la Présidente de l'A.P.M.E.P. une lettre dans laquelle il déplore que cette Société n'ait pas été représentée à notre réunion.

A cette lettre était joint un memorandum sur le projet de recrutement et de formation des maîtres de l'enseignement du second degré (projet ministériel du 7-5-69) déclarant notamment :

— que le projet ministériel aboutit à la suppression des I.P.E.S.;

— que, selon ce projet, la durée totale de formation des maîtres augmenterait d'au moins un an par rapport à la situation actuelle;

— que la nature des différents concours est extrêmement imprécise;

— que le concours supérieur n'offre pas suffisamment d'avantages (ni pour l'entrée dans l'enseignement supérieur, ni pour l'entrée dans l'enseignement du second degré);

— qu'il n'est pas admissible de vouloir supprimer le mot d'Agrégation pour le concours supérieur.

Se déclarant d'accord avec le projet ministériel sur deux principes qu'elle avait déjà préconisés :

— la création d'I.T.F.P. (Instituts techniques de Formation pédagogique);

— la formation pédagogique donnée avant le concours théorique terminal, et le stage d'un an après la réussite de ce concours,

la Société des Agrégés présente les contre-propositions suivantes :

1° Maintien du pré-recrutement un an après le Baccalauréat tant pour les candidats au concours d'entrée à l'I.T.F.P. que pour les candidats au concours supérieur (niveau + 5 ans). Pendant leurs études, les élèves pré-recrutés recevraient une initiation pédagogique.

2° Les I.T.F.P. doivent être communs à la formation des maîtres du second degré et du cadre B des enseignements supérieurs scientifiques et littéraires. Deux concours doivent être prévus : concours ouvert au niveau + 4 ans et au niveau + 5 ans après le Baccalauréat.

3° Le concours normal (C.A.P.E.S. actuel) et le concours supérieur (Agrégation actuelle) doivent être deux concours ouverts et non pas réservés aux seuls élèves des I.T.F.P.

4° Les lauréats au concours supérieur doivent être dispensés du concours normal et uniquement soumis à un stage en responsabilité d'un an partie dans les établissements de second degré, partie dans les établissements d'enseignement supérieur avant d'être confirmés dans leur titre.

5° Des fonctions spécifiques doivent être définies tant pour les lauréats du concours normal que pour les lauréats du concours supérieur. En ce qui concerne ce dernier il conviendrait de prévoir conformément à un vœu de la Société des Agrégés

des postes spécifiques dans certaines classes du second cycle, les postes de professeur des classes préparatoires, de directeurs d'études, les postes du cadre B des enseignements supérieurs scientifiques et littéraires après agrément des Facultés.

Le Bureau de la Société des Agrégés estime que cette réforme est inapplicable en 1969 et souhaite que les concours actuels de C.A.P.E.S. et d'Agrégation soient maintenus dans les années qui viennent.

Orientation des programmes secondaires.

A l'initiative du Bureau de l'A.P.M. une réunion a rassemblé, le 11 novembre, à Paris, soixante collègues animés par le désir de confronter divers points de vue concernant l'orientation que prennent actuellement les programmes de Mathématiques.

Cette initiative était due au fait qu'en octobre 69 :

1° le programme de Première, applicable en septembre 1970, n'était pas encore publié;

2° les programmes de Quatrième et Troisième proposés par la Commission Lichnérowicz et publiés dans le *Bulletin* n° 263-264 avait été remis en question par certains expérimentateurs lors des stages de l'Institut pédagogique national de mai et septembre 1969. Cette contestation avait provoqué l'élaboration en toute hâte d'un projet expérimental pour la classe de Quatrième. Mais ce projet, dit « projet Revuz », applicable à partir de septembre 1969 dans les classes expérimentales de l'I.P.N. et généralisable en septembre 1971, ne donne guère plus de satisfaction aux contestataires que le projet Lichnérowicz. Il permit d'emblée d'élargir l'objet des débats.

La matinée fut en effet consacrée à des échanges concernant la finalité de l'enseignement des mathématiques dans le premier et le second cycle, finalité indissociable des programmes, méthodes et moyens utilisables dans la situation actuelle.

Cette discussion devait amener les participants à se séparer en trois groupes de travail. Le « projet Revuz », étant considéré par certains comme le seul qui, tout en conciliant diverses exigences puisse être raisonnablement appliqué en 1971 et ce jusqu'en 1975, a donné lieu à la constitution d'un groupe chargé de discuter du programme de Troisième engagé dans la même voie et de celui de Première. Un second groupe s'est occupé des horaires et de l'intégration de divers moyens et méthodes d'enseignement. Enfin un troisième groupe a essayé de préciser les objectifs du projet de programme de Quatrième et Troisième présenté par les expérimentateurs en marge des projets Lichnérowicz et Revuz.

A l'issue des travaux de groupe, une discussion finale devait à nouveau permettre de confronter les points de vue, particulièrement en ce qui concerne le projet de programme de Troisième élaboré par le premier groupe dans le même esprit que le projet Revuz de Quatrième.

Cette journée, conçue pour brasser des idées, provoquer des questions et soulever le voile qui dissimule des problèmes réels semble avoir atteint son but : entreprendre une campagne de sensibilisation à la question suivante :

Les programmes, méthodes et moyens peuvent-ils être conçus indépendamment des deux facteurs essentiels : 1° les finalités de l'enseignement aux divers niveaux, 2° l'expérience réelle et vécue de ceux qui ont les enfants sous leur propre responsabilité?

J. Colomb et M. Dumont.

La vie des Régionales

1. Secrétariat des Régionales.

Toutes nos Régionales sont désormais constituées. De nombreuses sections locales deviennent très actives un peu partout. A l'étranger, des équipes de travail de l'A.P.M.E.P. se constituent.

Tout cela est un signe de bonne santé et les décisions de l'assemblée générale de 1967 sont ainsi peu à peu mises en pratique.

Certaines Régionales n'ont pas encore de C.C.P. : Montpellier, Nice, Orléans, Rouen. Ce retard les prive de l'appui financier de la trésorerie nationale. Songez que l'ouverture d'un Compte postal au nom de la Régionale est une formalité, peut être « idiote » comme me l'écrit un collègue, mais bien pratique et infiniment simple.

L'actuel bulletin 271 contient une page encartée : complétée par chaque collègue, elle sera envoyée directement au responsable de sa Régionale qui pourra ainsi constituer son propre fichier des adhérents de sa région.

Les journées A.P.M. de mai seront l'occasion du renouvellement partiel de notre Comité, comme chaque année. Chaque Régionale se doit de susciter des candidatures, accompagnées autant que possible d'une courte déclaration d'intentions; la Régionale doit aussi tout faire pour que le nombre des votants à l'assemblée générale devienne plus important : il est indispensable d'agir dans chaque section, auprès de chaque collègue dans nos établissements.

En décembre, M. l'Inspecteur Général Thiberge a envoyé à chaque responsable de Régionale un projet de commentaires sur le programme de Seconde, en demandant de les examiner dans la semaine et de retourner les remarques éventuelles directement à l'inspection générale. Certes, le secrétaire aux Régionales du bureau national n'est nullement vexé d'une procédure qui l'a laissé délibérément à l'écart, puisque lui-même n'a pas reçu les dits projets. Mais c'est dommage, car ce secrétaire eût volontiers accepté de diffuser lui-même ces commentaires, comme il le fait pour tous les documents intéressant les Régionales de notre association. Ce secrétaire se serait fait un plaisir de recueillir les remarques des collègues, d'en faire une synthèse avec, bien sûr, les membres du Bureau national.

René GAUTHIER,
le 31-12-69.

2. La liste des Régionales.

Après révision, elle est publiée sous une nouvelle forme p. 556; 557 et 558 de ce Bulletin. On y trouve la liste des départements qui sont du ressort de chaque Régionale, le nom d'un responsable à qui les collègues s'adresseront pour tout renseignement concernant cette Régionale.

Voici, au dernier recensement des cotisations 1969 effectivement versées, les effectifs de chaque Régionale :

Aix-Marseille	378	Grenoble	398	Orléans	230
Amiens	181	Lille	372	Paris	1786
Besançon	168	Limoges	135	Poitiers	233
Bordeaux	357	Lyon	516	Reims	197
Brest	171	Montpellier	251	Rennes	273
Caen	281	Nantes	253	Rouen	185
Clermont	265	Nancy	157	Strasbourg	299
Dijon	183	Nice	230	Toulouse	396

D'autre part, les effectifs des cotisations reçues d'autres pays sont les suivants : Départements d'Outre-Mer : 55; Allemagne fédérale : 22; Canada : 18; Algérie : 57; Côte d'Ivoire : 75; Maroc : 106; Sénégal : 22; Madagascar : 22; Belgique : 20; Suisse : 12; Cambodge : 17; Mali : 5; Congo : 4; Cameroun : 6; Haute-Volta : 5; Dahomey : 5; Gabon : 3; Uruguay : 3; Espagne : 9; Grèce : 5; Danemark : 3; Autriche : 2; Luxembourg : 4; Argentine : 2; Brésil : 2; Laos : 3; Sud-Vietnam :2; Liban : 5; Ile Maurice : 2; Mauritanie : 2; République du Niger : 2; Italie : 11; Pays-Bas : 2.

Syrie, Turquie, Afghanistan, Japon, Éthiopie, Congo, Kinshasa, Mexique, Costa Rica, Chili, Portugal, Monaco, U.R.S.S., Norvège, Suède, Bulgarie, Roumanie, 1 Adhérent pour chacun de ces pays!

Remarque sur ces effectifs : ils voisinent un total de 8 500 membres et ne tiennent pas compte des nouvelles adhésions reçues depuis la rentrée d'automne 69 : ces nouvelles adhésions sont comptées pour 70. En ajoutant aux effectifs comptabilisés, ces adhésions nouvelles estimées ou dépasse de beaucoup les 9 000 adhérents. Si l'on voulait tenir compte des collègues effectivement touchés par les Régionales, là en particulier où fonctionnent des équipes de formation permanente, c'est bien au delà de dix mille adhérents que s'élèverait le total des personnes concernées par l'A.P.M.E.P.

Il reste cependant évident que notre Association a encore beaucoup à faire pour regrouper tous les maîtres de l'Enseignement public qui s'intéressent à l'enseignement mathématique.

G. W.

3. Association des Professeurs de Mathématiques de Côte-d'Ivoire.

Procès verbal de la réunion constitutive (11-6-69).

La première réunion de l'Association des Professeurs de Mathématiques de Côte d'Ivoire s'est tenue le mercredi 11 juin 1969 à 11 heures dans l'amphithéâtre de l'École normale supérieure.

M. Mathurin expose les buts de l'Association :

— Étude des questions intéressant l'enseignement des Mathématiques en Côte d'Ivoire;

— Encourager les réunions, discussions, enquêtes sur l'enseignement des Mathématiques;

— Servir de liaison entre tous les professeurs de Mathématiques.

La création de l'Association est d'autant plus nécessaire que l'adoption des nouveaux programmes de Mathématiques en 1969 ne manquera pas de soulever de nombreux problèmes dont la solution requiert une participation collective des enseignants de mathématiques en Côte d'Ivoire.

Projet de statuts : Lecture est donnée des projets de statuts de l'Association. A main levée et à la majorité des membres présents les projets de statuts sont adoptés.

Élection du Bureau : Les onze membres du Bureau sont élus de la façon suivante :

Président : M. N'GUESSAN Jean-Baptiste, professeur au Collège moderne de Grand-Bassam.

Vice-Présidents :

Enseignement supérieur : M. TOURE Saliou, professeur à la Faculté des Sciences, Abidjan.

Second Cycle : M. PRIGNOT Claude, professeur au Lycée classique, Abidjan.

Technique : M. LEROUX Daniel, professeur au Lycée technique, Abidjan.

Écoles normales : Mme HAUDECŒUR Claude, professeur à l'École normale supérieure, Abidjan.

Premier Cycle : M. ATTISSO Ouedrassi, professeur au Collège Voltaire, Abidjan.

Cycle élémentaire : M. ADOU Adjoyo Daniel, Directeur d'école Château d'eau, Cocody.

Secrétaire : M. DURANY Maxime, professeur au Collège de Cocody.

Secrétaire-adjoint : M. MATHURIN Charles, Service pédagogique, Abidjan.

Trésorier : M. RAMON Joseph, professeur à E.M.P.T., Bingerville.

Trésorier-adjoint : Mme VOILEAU Marie-Anne, professeur au Collège d'Orientation du Plateau, Abidjan.

Cotisation : L'Assemblée décide de fixer à 500 F C.F.A. le montant de la cotisation annuelle. Cette cotisation est ramenée à 200 F C.F.A. pour les professeurs militaires et stagiaires.

Annexe 1. Stage d'été 1969.

Ce stage de vacances d'été s'intègre dans l'organisation de la formation continue des maîtres (maîtres du Cadre national et maîtres de l'Assistance technique). Il est destiné à compléter une formation initiale insuffisante,

— insuffisante du point de vue de la culture générale mathématique (plus particulièrement la mathématique moderne),

— insuffisante du point de vue de la pédagogie requise par un enseignement rénové des mathématiques : le professeur doit devenir un véritable « meneur de jeu », lequel, usant avec aisance de techniques nouvelles d'animation pédagogiques (travail individualisé et différencié, travail par groupes), organise la vie de la classe en activités incessantes de recherche et de création.

Ce stage doit donc préparer les professeurs à dispenser convenablement quant au contenu et quant à l'esprit, le nouvel enseignement prévu en classe de Sixième.

PERSONNEL CONCERNÉ

— *Nationaux :* 47 professeurs de Mathématiques et de Sciences; 18 élèves-maîtres sortant (promotion 1969 de l'École normale supérieure).

— *Assistants techniques : tous* les professeurs de mathématiques en exercice (1er cycle), *tous* les professeurs nouvellement recrutés en Côte d'Ivoire (1er cycle).

ENCADREMENT

— *Personnel fourni par la Coopération :* de préférence, professeurs appartenant à l'équipe de recherche pédagogique de l'Institut pédagogique français.

— *Personnel ivoirien :* 4 Professeurs d'Enseignement général récemment formés :

M. Adopo Yapo, actuellement Stagiaire au Centre belge de Pédagogie de la Mathématique à Bruxelles.

M. Djebre Metche, M. Ikpe Brou, actuellement pressentis comme stagiaires à la session de formation d'animateurs de la Coopération.

M. Assohoun Assemian, Service pédagogique (Enseignement programmé).

Procédure et contenu

Formation théorique complémentaire et applications pédagogiques.

A. Fonctionnement : Travail par groupes de préférence au cours magistral. :

— *exposé* (1 heure) par un professeur-animateur des notions à travailler dans la journée;

— *travail par équipes* (2 ou 3 heures) : élaboration de documents, mise au point de méthodes, fiches de travail pour les élèves, fiches pour le professeur;

— *discussion générale :* compte rendu du travail de chaque équipe, synthèse.

Cette *méthode de travail* présente le double avantage :

— d'apprendre aux maîtres à travailler en équipe.

— de vivre les méthodes qu'ils devront utiliser dans leurs classes.

Les *travaux pratiques* effectués en commun doivent permettre :

— la détermination d'une stratégie pédagogique adaptée au milieu local pour l'exposé des concepts de base « ensembles, relations »,

— la mise au point d'une efficace coordination entre la formation de la pensée mathématique chez l'élève, et le développement de l'expression orale de la langue française,

— l'entraînement à l'utilisation des techniques pédagogiques actuelles : moyens audio-visuels (tableau de feutre, tableau magnétique, diascope, cinéma, télévision, etc.); enseignement programmé, pratique du travail par groupes, etc.

Groupes d'élèves : il paraît nécessaire de disposer (en Côte d'Ivoire) d'un certain nombre d'élèves (une vingtaine environ) pour l'organisation de classes d'essai et l'expérimentation de méthodes de travail (travail sur fiches individuelles, travail par groupes, manipulation de matériel, exploitation d'un film ou d'une émission de télévision).

B) Thèmes d'étude : On doit envisager :

— Ensembles, Relations, Applications; Éléments de Logique, Lois de composition, Structures, Construction d'ensembles numériques, Vectoriels.

— Exploration de l'espace, Géométrie par les transformations.

— Mesures, Notions de probabilité et de statistique.

Chaque thème sera étudié sous les aspects théorique et pédagogique et en vue de son exploitation en classe de Sixième.

Durée et implantation

De préférence en juillet, 3 semaines paraissent indispensables :

— *pour les Nationaux* en Côte d'Ivoire, à Abidjan, à l'École normale supérieure;

— *pour les Assistants techniques*, alors en congé en France, au C.E.I.P. à Sèvres ou dans une ville universitaire française.

CONCLUSION

Ces sessions de recyclage doivent constituer une solide base de départ pour la formation continue des maîtres, quel qu'en soit le cadre ou la provenance. Leur effet prolongé pendant l'année scolaire par une action structurée et organisée à partir de l'I.R.E.M. dont la création est envisagée à Abidjan, permettra d'atteindre à cette meilleure qualification que nous souhaitons pour nos professeurs de mathématique.

Le Responsable de la Section de Mathématiques
Charles MATHURIN.

Annexe 2: Classes expérimentales.

L'application généralisée de la réforme en Sixième en Cote d'Ivoire a été précédée d'une expérimentation préalable des nouveaux programmes de mathématiques :

— *en 1967-68:* 4 classes de Sixième (Codocy 1, Treichville 2, Dabou 1);

— *en 1968-69: a) 4 classes de Cinquième* (les précédentes 6e),

b) 40 classes de Sixième (Codody 7, Treichville 6, Adjamé 4, Plateau 3, Bingerville 4, Dabou 4, Bouaké 12),

— *en 1969-70: 4 classes de Quatrième* (les précédentes 5e),
Les Sixièmes doivent devenir *Cinquièmes.*

— *Pourquoi avons-nous tenu à cette expérimentation?*

Non, que nous doutions des possibilités de nos jeunes élèves à adhérer avec enthousiasme et succès à cette mathématique nouvelle par le contenu et la méthode; non qu'il fût besoin de la détermination d'un programme spécial de mathématiques adapté comme pour les sciences humaines, car la mathématique est universelle.

Mais, parce que cette mathématique puisant ses exemples et sa motivation dans le concret familier à l'enfant, nécessite une présentation bien adaptée au milieu de celui-ci. L'expérimentation préalable de tout nouveau programme doit donc se révéler précieuse d'enseignements pour l'adaptation que les maîtres doivent savoir réaliser de la présentation et de l'approche de la mathématique.

4. Dijon. Section d'Auxerre.

Après la Nièvre et la Saône-et-Loire, il s'est formé dans l'Yonne une section départementale autour d'un groupe local qui à Auxerre se réunissait depuis deux ans. La première réunion (une cinquantaine de présents) a eu lieu le 4 décembre à Auxerre. Vogt, secrétaire de la Régionale de Dijon, avait fait le déplacement et, outre des conseils d'ordre administratif, a fait un petit exposé sur une façon d'aborder la géométrie en classe de Seconde.

La section départementale voudrait agir à deux niveaux :

— travail sur des sujets modestes et limités par petits groupes géographiques (autour de chaque lycée par exemple), à l'image de ce qui se faisait déjà à Auxerre;

— organisation de journées départementales sur des sujets plus ambitieux ou plus spécialisés.

Le secrétaire de cette section départementale est pour l'instant Daniel Reisz, Lycée G. Amyot, Auxerre (89).

Un point à souligner : l'activité du groupe local avait trouvé l'année dernière auprès de M. l'Inspecteur d'Académie un appui efficace qui mérite d'être souligné :

1° autorisation d'absence (nos réunions ayant lieu des jours « ouvrables »);
2° remboursement des frais de déplacement;
3° envoi des convocations;
4° confection et tirage de nombreux textes « techniques ».

Le plan d'austérité semble hélas menacer le point 4° et peut-être le point 2°.

D. Reisz.

5. Clermont. Activité de la Régionale en 1968-1969.

L'Assemblée générale du 10 octobre 1968, peu fournie, a toutefois permis d'élire un bureau, lequel s'est occupé de déposer les statuts de la Régionale.

Le 14 novembre 1968, avec la participation des I.R.E.M., MM. Bretagnolle et Rousseau, une soixantaine de stagiaires capessiens, ont suivi le colloque sur l'activité mathématique au Lycée, avec exposés de Mme Braquemond (Jeanne d'Arc, Clermont) et M. Lémery (C.E.G. Chamalières).

Le 19 décembre exposé simple, clair et dense de notre ami Guerber sur la programmation linéaire.

Les 11 janvier 1969 et 8 mars, exposés sur la convexité et son emploi dans le second cycle, puis application des propriétés des fonctions convexes à l'étude des fonctions exponentielles et logarithmes.

Le 22 mars, M. Mandelbrojt, professeur au Collège de France, a bien voulu entretenir nos collègues de ses travaux sur la convexité et la régularisation des suites. M. Mandelbrojt a été professeur à Clermont de 1927 à 1938, et nous a rappelé que c'est à Besse en Chandesse (63) où il l'avait invitée, que se tint la première équipe de travail Bourbaki, nous dépeignant l'ambiance très estudiantine de la séparation de l'équipe dans les rues de Clermont, après la session.

Les 20 février et 29 mai, étude du questionnaire aux Régionales, et prolongement en débat sur le compte rendu des Sixièmes « expérimentales », et le nouveau programme de Seconde.

Il a été déploré que ce programme n'ait pas été accompagné de celui de Première, ce qui eût permis de prévoir les perspectives d'étude. Si la venue, le 27 mars à Clermont de M. l'Inspecteur général Magnier, a permis de lever quelques difficultés d'interprétation, il subsiste encore des inquiétudes dans l'esprit de nos collègues, notamment sur l'importance relative à accorder aux diverses parties du programme; y a-t-il ou non programme unifié des diverses sections?

Le 8 mai, Pérol nous a entretenu, avec son brio habituel, des isométries, et de l'intérêt de l'axiomatique de Brisac-Doneddu.

Les collègues des veillées ont pu entendre : le 30 avril, Pérol et Mme Vasson (Spéciale A, A. Gasquet) leur rendre compte du Congrès d'enseignement de mathématiques à Moscou et le 5 mai, Mme Picard, de l'I.P.N. les a entretenus de la réforme des programmes de mathématiques dans le premier degré.

Zammit, qui vient de quitter l'E.N. de Moulins, pour le lycée de la même ville, a publié 500 exemplaires, quatre numéros de son bulletin « Cercles mathématiques de l'Allier », où sont étudiés, par des élèves-maîtresses des questions de pédagogie mathématique, niveau C.P. et Classe enfantine (farandole, source de situations mathématiques, étude par fiches de notions sur les ensembles, il y a des articles sur l'orientation scolaire).

Le cours de Logique de M. Guillaume, qui a retenu l'attention d'une centaine de collègues, a fait l'objet d'une publication par le C.R.D.P., 21, avenue Carnot, Clermont-Ferrand : coût, 1 F les cinq leçons + frais d'envoi.

Le programme (provisoire) de rentrée est fixé comme suit :

— Assemblée générale, le 9 octobre 1969, 15 heures.

— Stage éventuel (ou série d'exposés) dans chaque département de l'Académie, pour les collègues enseignant en Seconde, sur géométrie vectorielle et espaces affines, en octobre et novembre (suivant accord financier du Rectorat).

— Jeudi 20 novembre, 15 heures, exposé de M. Hennequin, Directeur du Laboratoire de Calcul à la Faculté des Sciences, sur le Calcul numérique en Seconde et les exercices s'y rattachant.

— Courant décembre, peut-être exposé de M. Poly sur l'emploi des moyens audio-visuels, avec une exposition de matériel au groupe scolaire N. Perret.

— Jeudi 15 janvier 1970, exposé de M. Falgas, professeur à la Faculté des Sciences, sur l'orientation du plan, et des surfaces.

— En février et mars deux leçons de M. Badikrian, professeur à la Faculté des Sciences, sur une présentation axiomatique moderne des notions de mesure des longueurs, des aires, des volumes, ainsi que sur la mesure des grandeurs.

— Enfin M. Revuz a été invité, sur un sujet de son choix, en avril ou mai.

6. Nantes. Rapport moral 1968-69.

Le Bureau, issu le 26 octobre 68 du vote de l'Assemblée générale de la Régionale a organisé, en liaison avec l'Inspection régionale, avec le concours de M. Taille, Inspecteur régional de Mathématiques, et MM. Vitard, Bléas et des Cognets, une série de six conférences préparatoires à l'enseignement du nouveau programme de Seconde, et, d'autre part, une série de quatre conférences de calcul tensoriel avec le concours de M. Lameau, professeur à l'E.N.S.M.

Toutefois, malgré la bonne volonté de l'ensemble des collègues conférenciers que nous tenons à remercier, et des auditeurs qui font le sacrifice de leur peu de libertés et n'hésitent pas à se déplacer à Nantes, quelquefois de plus de cent kilomètres, pour suivre ces conférences, nous estimons que les efforts de tous sont encore insuffisants et qu'il n'y aura pas de solution satisfaisante avant la création d'une organisation officielle de recyclage.

Nous tenons également à remercier notre collègue du premier cycle, M. Gremillon qui, en accord avec M. l'Inspecteur primaire de Chateaubriant, a accompli un fructueux travail de recyclage d'instituteurs, ainsi que M. Tournade qui s'est dévoué à la même tâche dans le Maine-et-Loire.

Nous remercions vivement M. Vissio, secrétaire national de l'A.P.M. du débat qu'il a bien voulu animer le 8 mars et des précisions qu'ils nous a apportées sur les travaux de la commission Lichnérowicz.

Nous remercions aussi les nombreux collègues qui ont accepté d'assurer la liaison entre leur établissement et le secrétariat de la Régionale. Il est regrettable que chaque établissement n'ait pas encore de correspondant; aussi, nous demandons aux volontaires de se manifester.

Les convocations pour les conférences ont été envoyées aux correspondants, par l'intermédiaire du C.R.D.P., et ont été rappelées par communiqués de Presse.

Toutes ces conférences devaient être publiées par le C.R.D.P., il est regrettable que le manque de personnel et l'activité débordante de cet organisme n'aient pas permis la publication en temps utile de ces conférences. Toutefois, nous espérons que ces textes seront publiés à la rentrée, les services du Rectorat ayant accepté d'imprimer les textes des trois dernières conférences pendant les vacances scolaires.

Nous espérons que les travaux effectués pendant l'année 68-69 vous ont intéressés, qu'ils vous ont montré la nécessité d'un recyclage permanent des professeurs et que nous trouverons dans les années à venir un écho de plus en plus favorable de

la part de l'Administration pour l'organisation de ces travaux indispensables à la bonne marche de l'enseignement public.

Le département de Mathématiques de l'Université de Nantes se propose d'ailleurs d'entreprendre et de développer l'Éducation permanente dans les Sciences Mathématiques auprès des professeurs de mathématiques actuellement en fonction dans les divers ordres d'enseignement. Le projet de statut de ce département a admis le principe d'un représentant de la Régionale de l'A.P.M. à son conseil d'Administration, à titre consultatif.

C'est donc sur une note d'espoir de franche collaboration entre tous les professeurs de Mathématiques de « la Maternelle à la faculté » que nous pouvons conclure notre mandat.

Le Secrétaire, J.-M. FAURE.

7. Toulouse. Stage de septembre 1969 au C.R.D.P. de l'Académie de Toulouse.

A l'initiative de la Régionale toulousaine de l'A.P.M., et avec l'aide matérielle du C.R.D.P., 80 professeurs de Mathématiques de l'Académie, tous volontaires, ont travaillé bénévolement pendant quatre jours — du 8 au 11 septembre — sous la direction de Mlle Bolon et de MM. Dumont, Duvert, Roumanet, Glaymann.

Durant ce stage, il leur fut offert : des exposés théoriques, l'étude de matériel pédagogique, des films commentés et, surtout d'excellents travaux pratiques illustrant les nouveaux programmes du Premier Cycle. Ces travaux pratiques, fort bien organisés par les animateurs, ont suscité une participation très active des stagiaires répartis, pour la circonstance, en plusieurs groupes.

Tous ceux qui l'ont suivi se sont félicités de ce stage.

La Régionale s'en réjouit et remercie très vivement tous les animateurs parisiens et lyonnais.

8. Strasbourg. Rapport d'activité de la Régionale. Année scolaire 1968-69.

1° Ont été données six conférences :

— de M. STROSSER, M.A. au Centre de calcul de Strasbourg sur les Organigrammes;

— de M. GLAESER, professeur au Département de Mathématique de Strasbourg sur l'enseignement des Mathématiques en U.R.S.S.;

— de M. RUB, professeur au Département de Mathématique de Strasbourg, sur quelques paradoxes de la théorie des Ensembles;

— de M. Pickert, professeur à l'Université de Giessen, sur l'Introduction à la Géométrie affine;

— de M. CARTIER, professeur au Département de Mathématique de Strasbourg, sur un problème de réarrangement;

— de M. ITARD, sur l'histoire et la préhistoire des équations algébriques.

2° Une dizaine d'enseignants de Première et Terminale B et D ont participé aux huit séances de deux heures du groupe de Statistique, voir *Bulletin* n° 266, p. 90.

9. Nice. Constitution de la section varoise.

Bureau formé lors de la réunion du 16 avril 1969 :

Mme PAPAZIAN, Lycée mixte nationalisé de La Seyne-sur-Mer. Colle d'Artaud, 83-La Seyne-sur-Mer .Tél. (94) 94-86-31.

Mme CHARLIER, Lycée mixte nationalisé de La Seyne-sur-Mer. 12, rue Thoulon, 83-Toulon.

M. FIANDINO, C.E.S. des Rougières, Hyères. Quartier Pascal, 83-Six-Fours.

M. AUTRIC, C.E.S. Sainte-Musse, 83-Toulon.

Mme JOUGLAS, Conseillère pédagogique, Toulon I. Inspection primaire, avenue Lieutenant Pianelli, 83-Toulon.

Mme SPRECHER, École Saint-Maur, 83-Toulon.

10. Orléans. Compte-rendu de l'Assemblée générale statutaire du 30 novembre 1969 (Lycée Descartes, Tours).

La séance est ouverte à 10 h 30 sous la présidence de Delachet.

Après un débat pédagogique très animé, interrompu par la partie administrative (rapport moral, etc.), l'A.G. élit le nouveau Comité régional :

Cher : Mlle HÉNAUX; *Eure-et-Loir :* MAUPETIT; *Indre :* COMPIN; *Indre-et-Loire :* Mme BAILLEUL, BASTIEN, PALLARÈS, RAINJONNEAU; *Loir-et-Cher :* AUDEBERT, Mme BARRÉ, GAUCHER; *Loiret :* ANSELME, Mlle ASSELIN, HEUZÉ, JEANGIRARD, KISTER, MASSON, MOULIS, THOMAS.

Celui-ci désigne le Bureau :

Président : HEUZÉ; Secrétaires : BASTIEN, JEANGIRARD; Trésorier : MASSON.

Après un repas en commun très réussi (organisé par Bastien), le débat pédagogique reprend vers 14 h 30.

11. Grenoble. Section de Chambéry. Bilan du recyclage pour l'année 68-69.

Sous l'initiative de M. Compain, responsable de l'A.P.M., professeur au Lycée technique (Association des Professeurs de Mathématiques) à Chambéry et de Mme Bouche, Maître de Conférences au C.S.U. (Collège scientifique universitaire) de Chambéry un groupe de travail réunissant des professeurs des Lycées de la ville et les enseignants de M.P. du C.S.U., s'est créé pendant l'année 68-69 pour recycler nos collègues des classes de Sixième et de Seconde. Les réunions avaient lieu une fois par semaine pendant une à deux heures.

Les fiches Galion ont servi de point de départ à notre étude des programmes des classes de Sixième. Au cours des débats les notions de relation binaire et de mesure ont retenu plus particulièrement notre attention.

Avec les professeurs de Seconde nos préoccupations ont porté essentiellement sur la géométrie, entre autres :

— groupes, groupe opérant sur un ensemble par Mme Bouche;

— géométrie affine (divers points de vue se sont affrontés) par Mme Houillot, assistante au C.S.U.;

— isométries, déplacements, angles dans le plan (point de vue de Choquet, par M. Ayel, Maître assistant au C.S.U.);
— les angles et leurs mesures dans le plan, par Mme Ayel, assistante au C.S.U.

Mais aussi sur :

— la notion d'ensemble et de fonction convexes par Mlle Defaix, professeur au Lycée technique;
— la construction des réels par la méthode des sections commençantes ouvertes qui met l'accent sur la structure de groupe additif ordonné par M. Chambrial, Maître assistant au C.S.U.

Ces séances de travail nous ont permis d'en ressentir davantage la nécessité, aussi, cette année nous comptons les continuer : la première réunion aura lieu le mardi 21 octobre à 17 h 15 au Lycée technique de Chambéry.

M. COMPAIN et Mme BOUCHE.

la mathématique
parlée par ceux qui l'enseignent

par la Commission du Dictionnaire de l'A.P.M.E.P.

- *L'édition 1967* (A), comprenant 91 fiches (parues dans le Bulletin avant 1968), une brochure de 32 pages avec notice lexicographique et index, est **disponible.**

- *Ce que comprend l'édition 1967* (A)
  Abrégé, abscisse, affinité, anallagmatie (-ique), anneau, anti (-commutatif, -déplacement, -logarithme, -logie, -parallèle, -podaire, -pode, -réflexif, -symétrie, -té), application (-quer, -cable), Archimède (-ien), auto (-matique, -morphisme, -polaire, -symétrie), axe (-ial, -oïde), base (-al), central, centre, classe, complémentaire (-ment, -menté), contra (-dictoire, -grédien), -pollent, -posée), cote (-er), décimal (-e), déduction (déduire), déférent (-e), déplacement, dextrorsum, diagonal (-e, -iser), Eratosthène, Euclide, euclidien, famille, flottant, fonction, fonctionnel (-le), groupe, hélice (oïde), hélicoïdal, homologue, homothétie (-ique), inverse (-ible), inversion, isométrie (-ique), module (-o), normal (-e), nul, numération, opérateur (-er), opposé, ordonnée, perspective, podaire, polaire pôle, primitif (-ive), projection (-teur, -eter), Pythagore, répétition, retournement, rompu, sinistrorsum, stéréographique, supplémentaire (-ment), symétrie, symétrique (-isable, -iser), système, taille, translation, trivial.

- **Ce que comprend le « Millésime 68 » (B)** (recueil des fiches publiées en 1968) : cofacteur, diviseur (-dende), division (-er), erreur, incertitude, mantisse, rapport (10 fiches).

- **Après clôture de la souscription, sont en vente :**

Édition 1967 (A)	25 F
Millésime 1968 (B)	4 F
Édition 1969 ($A \cup B$)	27 F

- D'année en année, les recueils « *Millésime* » permettront de compléter l'édition initiale pour les *nouveaux* lecteurs.
  Car il est évident que pour les lecteurs du *Bulletin*, les fiches continuent à être insérées régulièrement.

- ***En préparation :***
  « **Millésime 69** », (16 fiches): Apollonius, approximation, Boole (-éen), divisible (-bilité), fraction (-naire), opération, quotient.

Le bloc-notes de l'A.P.M.E.P.

Une date à retenir.

Les journées d'étude de l'A.P.M.E.P.
Clermont — Mai 1970

Les collègues de la Régionale de Clermont-Ferrand seront heureux d'accueillir dans la capitale auvergnate, les 7, 8, 9, 10 mai 1970 les participants des " journées 1970 " de l'A.P.M.E.P. Elles auront lieu dans les locaux de l'I.U.T. du nouveau complexe universitaire des Cézeaux.

Le thème retenu est " **mathématisation du réel** ".

Le programme sera en principe le suivant :

Jeudi 7 mai (Ascension) à 10 heures : accueil des participants, par monsieur le Recteur de l'Académie de Clermont, première conférence.

Jeudi après-midi et vendredi matin, conférences.

Vendredi après-midi, excursion collective, au parc des volcans, et aux lacs d'Auvergne.

Vendredi soir : banquet de l'A.P.M.E.P.

Samedi matin et soir, exposés.

Dimanche matin : Assemblée générale de l'A.P.M.E.P.

Sont, entre autres, prévus des exposés de MM. BADRIKIAN, GUERBER, HENNEQUIN, LETAC, PAVEL, REVUZ.

Les collègues désireux d'apporter leur contribution au thème des journées sont priés de se mettre en rapport au plus tôt, soit avec Mme F. Hennequin, Faculté des Sciences, 34, avenue Carnot, Clermont-Ferrand-63, soit avec Monsieur Sourd. Lycée Technique A. Gasquet, rue Torilhon, Clermont-Ferrand-63.

Pour les réservations, s'adresser à Monsieur Fourt, ou à Monsieur Brunet, tous deux à la Faculté des Sciences, 34, avenue Carnot, Clermont-Ferrand-63.

Une série d'excursions, ou de visites commentées de Clermont, spécialement destinées aux familles des participants sont prévues (basiliques romanes, fontaines pétifiantes, grotte du chien, etc.). Les autorisations d'absence, billets de congrès, seront sollicités au bénéfice des participants.

Pour tout autre renseignement, s'adresser au secrétaire de la Régionale : C. ALMERAS, 74, boulevard de l'Eclache, Royat-63.

Millésime 68.

Sous ce titre, le recueil des fiches du dictionnaire parues en 1968 est édité. Voir p. 689 les conditions de vente.

Ce recueil est indispensable à ceux des lecteurs qui auraient l'édition marquée 1967 de *La Mathématique parlée par ceux qui l'enseignent* et n'auraient pas conservé les fiches insérées dans les *Bulletins* de l'année 1968.

Le numéro spécial sur la Sixième.

Des Collègues se sont inquiétés de savoir si le numéro spécial sur la Sixième, nº 269-270, pouvait être acheté au numéro. Réponse affirmative : envoi franco contre virement de 8 F au C.C.P. de l'A.P.M.E.P.

Les publications de la Régionale Parisienne.

Plus spécialement orientées vers la formation permanente des maîtres de l'enseignement du premier degré :

Chantiers de Pédagogie Mathématique, six cahiers de 32 pages à paraître d'octobre 1969 à mai 1970. Abonnement individuel 10 F (tarif réduit à 8 F pour dix abonnements groupés ou plus, servis à une seule adresse).

Initiation à la mathématique de base, une brochure de 216 pages composée par la réunion après remaniement et correction des six cahiers parus en 1968-69. Prix 10 F.

En préparation :

Le carnet d'exercices d'Évariste Dupont, recueil d'exercices corrigés pour la formation permanente des maîtres.

Adresser les commandes au secrétariat de la Régionale avec un virement postal au C.C.P. de la Régionale Parisienne de l'A.P.M.E.P. Paris 25-108-63.

Congrès du Centre belge de Pédagogie de la Mathématique.

Du 5 au 9 mai 1970 à Knokke, sur le thème « Initiation au raisonnement mathématique ». Conférences de Mme Papy, MM. J. Drabbe, Holvoet, Papy. Droit d'inscription : 500 F.B. Renseignements : s'adresser à Michèle Jaumotte, av. Brugman 183, 1060 Bruxelles.

La table des matières de la 48e année du *Bulletin* sera insérée dans le Bulletin 272.

Les journées de Clermont comportent une conférence sur les files d'attente ; est-ce une raison pour tarder à vous inscrire ? Réponse p. 562.

Printed in France *Le Directeur de la publication :* G. WALUSINSKI
FD - Imp. Alençonnaise, B.P. 57, 61-Alençon - Dépôt légal 1970 : 8.804 - C.P.P.P. 35.996

à Clermont

avec Pascal ?

non ! avec l'A.P.M.E.P.

7 - 10 mai 1970

Voir page 562

Attention! Maîtres polyvalents, instituteurs, professeurs de C.E.G. ou de C.E.S.,

voici une information qui vous concerne :

A partir de 1970, vous avez la possibilité d'adhérer simultanément

— *à l'***A.P.B.G.**, *Association des Professeurs de Biologie et de Géologie,*

— *et à l'***A.P.M.E.P.**, *Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public.*

***

Montant de la cotisation (année civile 1970) : 35 F.
(au lieu de : A.P.B.G. seule 30 F, A.P.M.E.P. seule 22 F).

***

Renseignements sur ces nouvelles conditions, écrivez (en joignant une enveloppe timbrée à votre adresse) à M. Claude BLANZIN, 150, avenue Félix-Faure, Paris-15e (tél. :250-16-41).

Versements relatifs à ces adhésions par virement postal à l'ordre de 96-APBG-MATH
PA-Source 31-401-45

Remarques : 1. *Ne peuvent bénéficier de ces conditions spéciales d'adhésion que les maîtres polyvalents.*

2. *Provisoirement, toute* nouvelle *adhésion peut être inscrite sans fiche spéciale mais il est indispensable de communiquer au responsable dont l'adresse est indiquée ci-dessus : a) nom et prénom du souscripteur, b) adresse où doivent être expédiés les bulletins, c) le lieu d'exercice de la fonction.*

3. *Pour 1970 uniquement et pour des raisons d'organisation, les actuels adhérents de l'A.P.B.G. ou de l'A.P.M.E.P. ne peuvent bénéficier de ces nouvelles conditions.*

COLLECTION U

Vient de paraître

CALCUL INTÉGRAL

C2

Alain GUICHARDET

professeur à la Faculté des Sciences de Poitiers

Ce manuel qui s'adresse essentiellement aux étudiants de la maîtrise de mathématiques, constitue par ailleurs un point de départ pour des études plus spécialisées. *Sommaire :* Mesures et intégration ; Distributions ; Séries de Fourier ; Intégrales de Fourier ; Opérateurs différentiels ; Probabilités. 2 index. Bibliographie.

Un volume de la série " Mathématiques ", 264 p. cartonné . **30,80** F

armand colin Catalogue U " Sciences " *envoyé sur demande*

à paraître

FERRET et SEBAH **Mathématiques**

Classe de seconde des lycées

Ce livre s'adresse à toutes les classes de seconde : quelle que soit leur orientation ultérieure, les élèves y trouveront les bases nécessaires à leurs études. Nous avons surtout insisté sur les notions que tout élève de seconde est en mesure d'assimiler, sans toutefois négliger de donner quelques aperçus sur les prolongements des questions abordées.

La notion de fonction a particulièrement retenu notre attention. Cet outil, fondamental en analyse mathématique, est par ailleurs abondamment utilisé dans tous les domaines. Avant tout, nous nous sommes efforcés de bien faire saisir la distinction entre fonction et son (ou ses) expression(s) analytique(s). En effet, combien d'incompréhensions, combien d'erreurs sont dues à cette confusion !

FOUCHER - 128, rue de Rivoli - PARIS - 1er

DUNOD Éditeur

a sélectionné pour vous

Initiation à la théorie analytique des nombres premiers
par A. BLANCHARD. — **48** F

Exercices de combinatorique avec solutions
par A. KAUFMANN et D. COSTER
Tome I. — **29** F

Quelques méthodes de résolution des problèmes aux limites non linéaires
par J. L. LIONS. — **128** F

Les transformations fonctionnelles
par J. HLADIK. — **24** F

Approximation des fonctions
Théorie linéaire, par J. R. RICE. — **46** F

Exercices et problèmes résolus
(Mathématiques supérieures et spéciales-5)
par M. CRESTEY. — **38** F

Exercices et problèmes. Maîtrise d'E.E.A.
C1. Ondes et matière. C2. Signaux et systèmes
par M. DECUYPER, P. LEONARD et B. ROUXEL
Fascicule 2. — **16** F

92, rue Bonaparte - PARIS 6e - 326.99.15

Vient de paraître :

COLLECTION FRÉDÉRIQUE

Introduction élémentaire aux principes et méthodes de la

THÉORIE DES PROBABILITÉS
Y COMPRIS L'ANALYSE STATISTIQUE

par **H. BRENY**

Professeur à l'Université de Liège

Le but essentiel du présent ouvrage est de fournir une introduction à la théorie des probabilités qui, tout en restant indubitablement élémentaire, soit pourtant en continuité immédiate avec les exposés mathématiques modernes de cette théorie (c'est donc un ouvrage de mathématique). Le chapitre central est consacré à la théorie des probabilités proprement dite; il étudie les notions de catégorie d'épreuve, événements, probabilité, variable aléatoire, indépendance, et probabilité conditionnelle, à la fois du point de vue intuitif et du point de vue formel (élémentaire). Il se prolonge par un chapitre montrant l'application de cette théorie aux problèmes de statistique inférentielle; et comme ces problèmes requièrent les calculs usuels de la statistique descriptive, un chapitre préliminaire est consacré à ceux-ci (qui sont rattachés de façon synthétique à la notion de diagramme cumulatif).

L'ouvrage est destiné à quiconque désire s'initier à la théorie des probabilités et à ses applications statistiques. Il est spécialement destiné aux professeurs qui souhaitent se préparer à l'enseignement de ces matières au niveau secondaire (il suit de très près le projet de programme du Ministère (belge) de l'Éducation nationale). Il pourrait aussi servir de manuel d'enseignement.

Un volume de 172 pages 16 × 25, avec 27 figures. Prix **32,70** F.

Rappel (dans la même collection) :

PAPY
LE PREMIER ENSEIGNEMENT DE L'ANALYSE

avec la collaboration de FRÉDÉRIQUE et HOLVOET

Un volume relié de 314 pages 16 × 25. Prix **64,50** F.

61, Bd Saint-Germain — Eyrolles EDITEUR 61 BOULEVARD ST GERMAIN PARIS — 75-Paris (5e)

GALION
MATHEMATIQUE 5e

OCDL DIFFUSION HATIER

Paru début SEPTEMBRE, cet ouvrage est déjà utilisé avec enthousiasme et efficacité dans les classes de 5e des établissements qui avaient adopté GALION 6e pour l'année scolaire 1968-1969.

EXTRAITS DU SOMMAIRE

ENSEMBLES-RELATIONS

0. Appartenance - Inclusion
1. Complémentaire - 2. Exercices
3. Produit cartésien
4. Relations - 5. Graphe d'une relation
6. Relation réciproque
7. Et si la source et le but sont égaux ?...
8. Composition ce relations
9. $\cap, \cup, \Delta$ - 10. Exercices
11. Mathématique et langage
12. Et, ou, non.
13. Partition - 14 .Applications
15. Bijections
16. Composition de bijections
17. Où l'on retrouve Pythagore...

ARITHMÉTIQUE DANS N

18. Où l'on retrouve des naturels
19. Distractions... Arithmétique dans N carré magique
20. Exposants et puissances
21. Multiples - 22. Exercices
23. Relation : « .... est multiple de .... »
24. Relation : « .... est diviseur de .... »
25. Quelques propriétés des relations $\mathcal{M}$ et I
26. Ensemble des diviseurs d'un naturel

EQUIVALENCE ET ORDRE

27. Réflexivité - 28. Relation et partition
29. Symétrie et antisymétrie - 30. Transitivité
31. Exercices sur la transitivité
32. Equivalence et ordre.

DIVISEUR PREMIER - TREILLIS

34. Naturel premier
36. Treillis - 37. Usage des treillis
38. Encadrement par des multiples
39. Division euclidienne

ENSEMBLE Z : ADDITION ET ORDRE

40. Addition sur Z
41. Propriétés de l'addition dans Z
42. Egalités et addition
43. Soustraction dans Z - 44. Opposés.
45. Z+ et N - 46. Ordre dans Z

QUADRILLAGES

48. Chemins sur un quadrillage
49. Couples de points
50. Translations sur un quadrillage
51. Symétries - 52. Symétrie-point.

ENSEMBLE Z : multiplication

53. Produit de deux entiers
54. Propriétés de la multiplication dans Z
55. Puissances - 56. Factorisation
57. Multiplication et ordre.

DÉCOUVERTE DE L'ESPACE

58. Le cube
59. Relations entre les faces d'un solide.
60. Quadrillage, translation et droite parallèles
61. Droites et plans - 62. Convexité
63. Propriétés des domaines convexes.

DÉCIMAUX RELATIFS

64. Décimaux
65. Exercices sur les décimaux.

1 volume format 21 x 27
3 couleurs 260 pages.

FICHE TECHNIQUE
A CONSERVER

HATIER
8 RUE D'ASSAS PARIS 6e

Collection M. MONGE

PREMIER CYCLE

par **M. MONGE - M. GUINCHAN - J.-P. PELLE**
J. MONGE - G. PELLE

Classe de SIXIÈME

- Livre de l'élève . . . . . **12,50 F**
- Corrigé du livre de l'élève (professeurs) . . . . . **8,00 F**
- Guide pédagogique (professeurs et parents) . . . . . **6,00 F**

Classe de CINQUIÈME

- Livre de l'élève . . . . . **Avril 70**
- Corrigé du livre de l'élève (professeur) . . . . . —
- Fichier Travaux dirigés (élève) . . . . . —
- Fichier Travaux dirigés (corrigé professeurs) . . . . . —
- Fichier guide pédagogique (professeurs) . . . . . —

SECOND CYCLE

par **M. MONGE - J.-Y. HÉE**

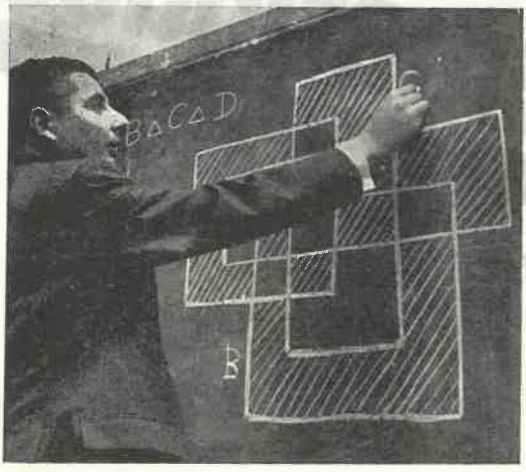
Classe de SECONDE A.C.T.

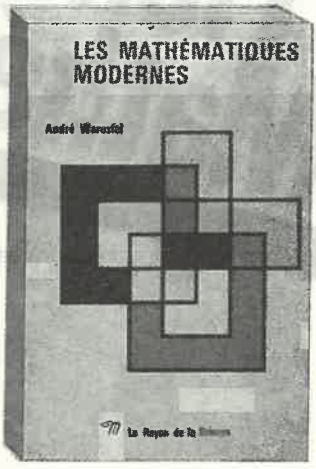
- **Algèbre A.C.T.** Un volume . . . . . **17,50 F**
- **Géométrie** C . . . . . Un volume Mars 70
- — A . . . . . — Mars 70
- — T . . . . . — Avril 70

BELIN, 8, rue Férou, PARIS-6e — Tél. 326.89.45

LES MATHÉMATIQUES MODERNES

ANDRÉ WARUSFEL





Un mouvement irréversible a modifié brutalement l'enseignement des mathématiques. Prenant ses racines dans la méthode axiomatique euclidienne et la théorie des ensembles créée il y a cent ans, la mutation de cette science elle-même (dont l'aspect pédagogique n'est que le reflet) lui a donné une grande unité ainsi qu'un langage plus précis et plus rigoureux que jamais.
Exposant ici les grandes lignes des mathématiques actuelles (à l'aide d'exemples concrets sociaux ou économiques) sans jamais user d'à-peu-près, l'auteur a réussi à dégager l'essentiel des nouvelles structures qui seront demain partie intégrante de la culture de chacun, et à marquer certaines limites de la connaissance intellectuelle.

Collection illustrée Microcosme "Le Rayon de la Science" n 30 - 192 pages, 6,50 F

Du même auteur, dans la même collection :
LES NOMBRES ET LEURS MYSTERES, 6,50 F

hors collection :
DICTIONNAIRE RAISONNE DE MATHEMATIQUES
64 articles, 2000 définitions, les théorèmes, figures et exemples principaux des mathématiques générales. 528 pages, 48 F

SEUIL

A Mathématiques nouvelles,
présentation nouvelle.

(Programme du 29-7-1968)

Fiches Mathématiques 6e

par Daniel Thierry.

Pour la première fois
ont été conçus et réalisés
parallèlement
et simultanément,
pour le professeur
et pour l'élève,
deux supports pédagogiques
complémentaires
qui sauvegardent
la liberté d'initiative
et facilitent l'adoption
des méthodes actives
pour l'enseignement
des Mathématiques.

Présentation,
Formulation,
Travaux dirigés,
Applications
Travaux pratiques :
Fiches perforées,
21 × 27,
sous chemise portefeuille

Fiches complémentaires
pour le professeur :
Fiches perforées,
21 × 27,
sous chemise portefeuille

Documentation sur demande à:
l'Ecole
11, rue de Sèvres à Paris 6e

Éditions WESMAEL-CHARLIER

28, rue Madame, Paris-VIe

Sort de presse

A. HUISMAN
Inspecteur de l'Académie de Paris

I. ITARD
Professeur agrégé au Lycée Henri-IV

COURS DE MATHÉMATIQUES

Classe de Sixième
Édition entièrement revue et remaniée
conforme au **Nouveau Programme**
216 pages, nombreuses figures 18,30 t.v.a. : **19,67** F

En préparation

COURS DE MATHÉMATIQUES
Classe de Cinquième
Nouvelle édition entièrement revue et remaniée
Conforme aux nouveaux programmes

Dans la même Collection

COURS DE MATHÉMATIQUES

Classe de Cinquième

LIVRE DE L'ÉLÈVE
264 p., 157 fig., 10 illustrations hors-texte 9,40 + t.v.a. : **10,10 F**
LIVRE DU MAITRE
48 p. . . . . 3,32 + t.v.a. : **3,57 F**

Classe de Quatrième

LIVRE DE L'ÉLÈVE
316 p., 220 fig., 5 illustrations hors-texte. . . 18,08 + t.v.a. : **19,44 F**
LIVRE DU MAITRE
70 p. . . . . 4,70 + t.v.a. : **5,05 F**

Classe de Troisième

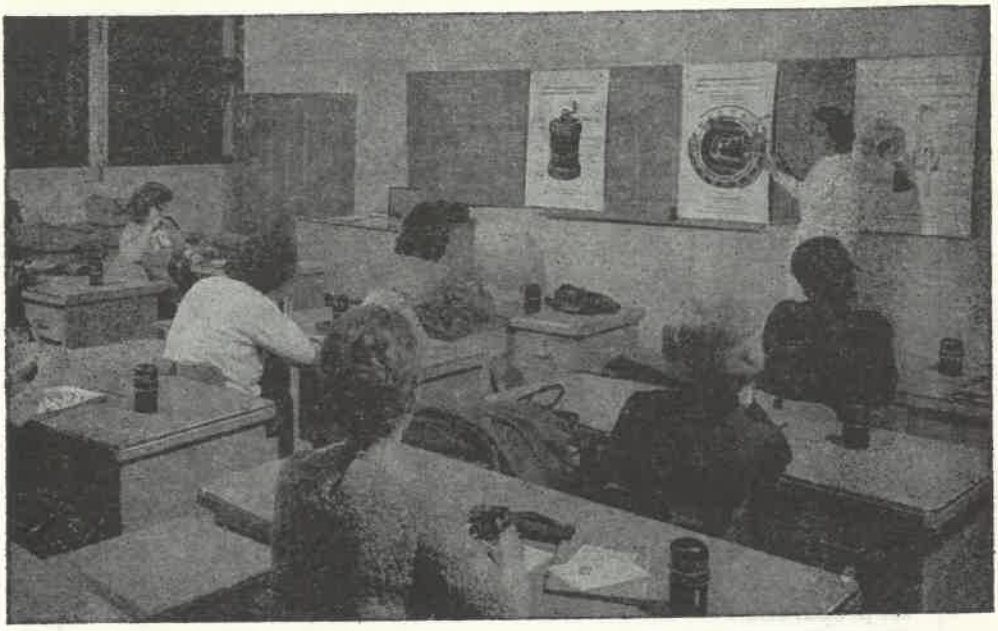
LIVRE DE L'ÉLÈVE
304 p., 165 fig. En couleurs . . . . . 13,70 + t.v.a. : **14,73 F**
LIVRE DU MAITRE
94 p. . . . . 7,39 + t.v.a. : **7,94 F**

Classe de Seconde Littéraire

LIVRE DE L'ÉLÈVE
174 fig., en couleurs . . . . . 14,10 + t.v.a. : **15,15 F**
LIVRE DU MAITRE (à paraître).

Classe de Seconde Scientifique

LIVRE DE L'ÉLÈVE
440 p., 260 fig. . . . . 27,97 + t.v.a. : **30,06 F**
LIVRE DU MAITRE (à paraître).



A chaque élève, sa machine à calculer CURTA

Les méthodes modernes d'enseignement commercial rendent indispensable l'exécution fréquente, par les élèves, de **travaux pratiques** de calcul.

En raison de leur encombrement, de leur poids et de leur bruit, les machines à calculer normales présentent souvent de nombreuses difficultés d'emploi dans une classe.

Chaque CURTA peut réaliser aisément tout le travail d'une machine à calculer standard et offre, en outre, bien d'autres possibilités. Son fonctionnement silencieux permet de plus l'exécution simultanée d'autres exercices pendant la classe.

La sécurité d'emploi de la CURTA (celle-ci est fabriquée par les **horlogers suisses**) est de réputation mondiale.

Des **planches de grand format,** très lisibles, facilitent l'exposé au tableau noir, du fonctionnement de la machine.

Vous pouvez obtenir toutes les informations désirées en complétant le coupon-réponse ci-contre, et en le retournant à **INNOVA,** 10, rue aux Ours, PARIS (3e) - Tél. : 887-46-80.

☐ Veuillez m'envoyer une documentation détaillée et les conditions réservées à l'Education Nationale.

☐ Veuillez prendre rendez-vous pour effectuer une démonstration.

☐ Veuillez m'adresser une machine CURTA pour un essai gratuit de 10 jours.

Nom : _____

Etabl. scolaire : _____

Adresse : _____

Téléphone : _____

10.023



pour les élèves
un petit guide
d'un grand secours

dictionnaire des
mathématiques modernes

vient de paraître

par Lucien Chambadal, ancien élève de l'Ecole normale supérieure, agrégé de l'Université

Ce dictionnaire, très illustré, permettra de mieux connaître et comprendre le développement extraordinaire des mathématiques depuis un siècle et demi, développement qui se traduit par une refonte permanente des programmes d'enseignement et par un renouvellement complet du vocabulaire.

Il explique les mots nouveaux et les termes anciens qui ont pris des acceptions différentes, avec un historique des concepts et des différents termes utilisés pour les désigner.

Il s'adresse à tous ceux qui veulent s'initier aux mathématiques dites « modernes », en présentant les notions premières et les structures fondamentales.

Il s'adresse également aux professeurs et étudiants, en donnant l'équivalence des diverses terminologies actuelles et en précisant les notations.

Chaque concept introduit est suivi d'exemples et de résultats importants.

L'ouvrage contient de nombreuses notices sur les principaux mathématiciens contemporains.

1 volume (12,5 x 17,5 cm), couverture pelliculée en couleurs, 250 pages très illustrées.

Larousse

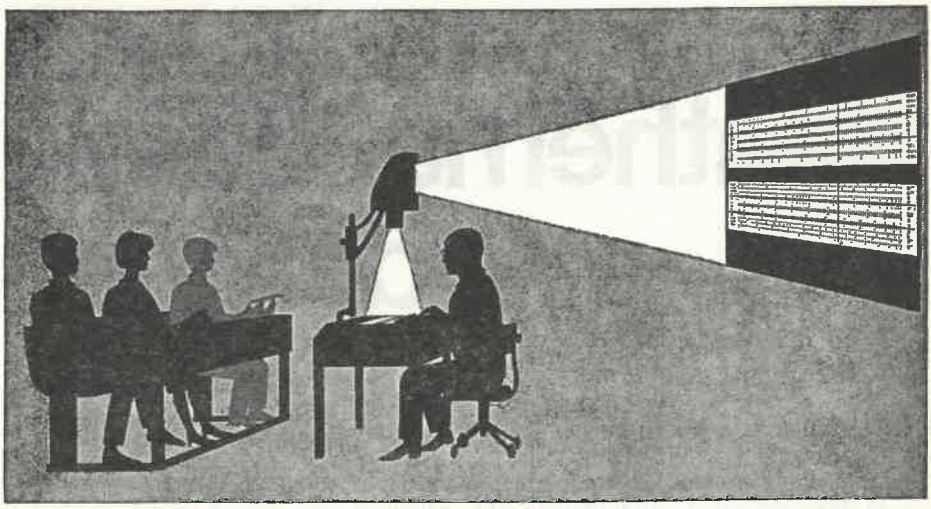
au format de poche

« dictionnaires de l'homme du XXe siècle »

CHEZ LES BONS LIBRAIRES

ARISTO

REGLES A CALCUL MODELES DE PROJECTION



Maniables et de dimensions réduites (env. 17×38 cm), les règles de projection ARISTO en ARISTOPAL transparent, indéformable et incassable servent à la démonstration des principes de la règle à calcul au moyen d'un diascope. Grâce à la luminosité de ce genre de projecteurs, il est inutile d'obscurcir la salle: les élèves peuvent reproduire simultanément sur leur propre règle toutes les opérations présentées. Les graduations d'une grande clarté, chiffrées en rouge et en noir, sont parfaitement lisibles, même depuis le fond de la salle.

La règle de projection se pose simplement sur le plan de travail du projecteur, où elle est maintenue par des tampons mousse anti-dérapants.

Les échelles des faces avant et arrière sont disposées côte à côte et sont projetées simultanément.

Nous livrons des modèles de projection pour les règles à calcul ARISTO-Junior, ARISTO-Scholar, ARISTO-TriLog, ARISTO-Studio et ARISTO-MultiLog.

Agent Exclusif en France : MINERVA, Paris XIXe

DENNERT & PAPE · ARISTO-WERKE KG · HAMBURG

BORDAS

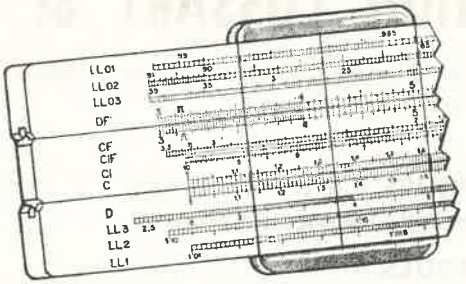
37, rue Boulard, Paris-XIVe

COLLECTION COSSART et THÉRON

La Collection d'un format 14,5 × 21 se présente, selon l'épaisseur des ouvrages, brochée ou reliée.

MATHÉMATIQUES 6e (Nouvelle édition)		**15 F**
FICHES DE TRAVAUX PRATIQUES		**5 F**
MATHÉMATIQUES 5^e^		**13 F**
MATHÉMATIQUES 4^e^		**13 F**
MATHÉMATIQUES 3^e^		**13 F**
MATHÉMATIQUES 2e A, C, T	tome 1	**15 F**
	tome 2	**15 F**
MATHÉMATIQUES 1re A		**13 F**
MATHÉMATIQUES 1re B		**19 F**
MATHÉMATIQUES 1re C	tome 1	**13 F**
	tome 2	**13 F**
MATHÉMATIQUES 1re D	tome 1	**13 F**
	tome 2	**13 F**
MATHÉMATIQUES Terminales A		**12 F**
	B	**16 F**
MATHÉMATIQUES Terminales C	tome 1	**16 F**
	tome 2	**16 F**
	tome 3	**16 F**
MATHÉMATIQUES Terminales D	tome 1	**14 F**
	tome 2	**16 F**

Ces 20 volumes recouvrent l'ensemble du programme de toutes les classes et sections de la 6e aux terminales.



NEPERLOG

(Double-face)

Correspondances entre les échelles de chaque face assurée par un curseur double-face.

Echelles Log-Log e^{x} et e^{-x} permettant les calculs des puissances et racines positives ou négatives des nombres compris entre : 1,01 à 10^{5} et de 0,991 à 2^{10-5}.

Echelles πx et $\frac{1}{\pi x}$ évitant les cas hors règle.

Possibilités de calculs étendues avec un minimum de manipulations.

RAPHOPLEX

BREVETÉ S.G.D.G

21, Rue de Montsouris - PARIS (XIVe)

Tél. : POR 38-10

CHEZ VOTRE FOURNISSEUR

mathématique

Nouvelle Collection Queysanne, Revuz



6e

MATHÉMATIQUE . . . 14,80
LIVRE DU PROFESSEUR . . . 5,00

CAHIER DE TRAVAUX DIRIGÉS. . . 4,80
LIVRE DU PROFESSEUR 6,50

par M. Morlet



2e ct

MATHÉMATIQUE
TOME 1. . . 10,50

VIENT DE PARAITRE TOME 2

par M. Queysanne et G. Kéramsi



2e a

MATHÉMATIQUE . . 16,00
LIVRE DU PROFESSEUR . . .

par G. Pitel et C. Durant

FERNAND NATHAN

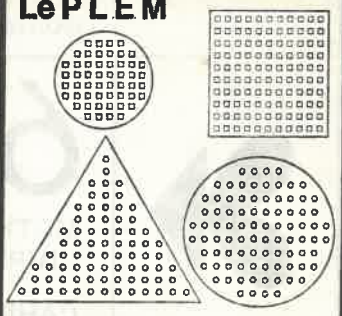
BREDIJEUX
ou l'enseignement mathématique par la manipulation

Brédijeux Fiches



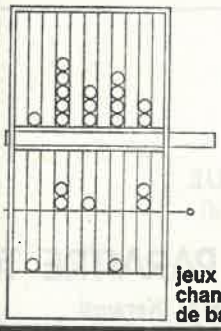
découverte des développements logiques par les travaux pratiques

Le P L E M



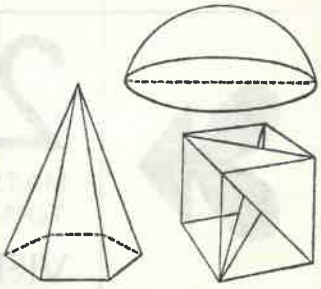
raisonnement sur les ensembles

Boulier multibase



jeux sur les changements de base

Solides géométriques



étude d'objets géométriques et physiques

Pour tous renseignements supplémentaires écrivez à une des adresses ci-contre.

CLASSIQUES HACHETTE
- 75 - PARIS 6e - 79 bd Saint-Germain
- 33 - BORDEAUX - 251, rue Judaïque
- 59 - LILLE - 70, rue Saint-Etienne
- 13 - MARSEILLE 6e - 16, rue Raphaël
- 35 - RENNES - avenue Chardonnet
- 25 - BESANÇON - 3, rue de la République

PV 252

DELAGRAVE

Collection P. VISSIO

MATHÉMATIQUE

Classe de 5ème

Mars 1970

Un volume
Une pochette de fiches d'exercices
par R. POLLE et G.-H. CLOPEAU

De la 6ème vers la 5ème

Mars 1970

par R. POLLE et G.-H. CLOPEAU
Livret de mathématique contenant *un résumé du cours de 6e, des exercices, un corrigé des exercices.*

Nouveauté :

AIDE-MÉMOIRE TECHNOR
sous la direction de A. CHEVALIER

STATISTIQUE — 2 —
CONTROLE DES FABRICATIONS

par P. PACÉ, Actuaire, professeur au C.N.T.E.
avec la collaboration de A. CHEVALIER et R. CLUZEL

Un volume 13,5 × 21 de 184 pages, relié. . . . . **24,55 F**

Comment peut-on, avec le calcul des probabilités et les méthodes statistiques:
— régler une machine ;
— établir des contrats de garantie (qualité) entre vendeurs (fabricants) et acheteur, sur examen d'échantillon ;
— améliorer la fabrication ;
— calculer la fiabilité d'un dispositif ; etc.

Cet ouvrage renferme une grande quantité d'exercices pratiques, avec tables complètes et abaques.

Rappel :

STATISTIQUE ET PROBABILITÉ

par P. PACÉ et R. CLUZEL

Un volume relié 13,5 × 21 de 166 pages, relié. . . . . **21,60 F**

CLERMONT

7 - 10 mai 1970

Mathématisation du réel

- FERRAND

en 1970

en mai

du 7 au 10

réellement !

Cette page 712 est la dernière page du dernier bulletin de la 48e année. Elle exprime, à sa façon deux records:

— Celui du retard, *car ce Bulletin 271 daté novembre-décembre 1969 paraît en février 1970;*

— Celui de l'abondance, *car jamais, en aucune année de l'existence de l'A.P.M.E.P., le volume annuel de notre publication n'a atteint ce nombre de pages. D'autant qu'il faut y ajouter: 16 fiches du dictionnaire et la brochure* « Première étape... » *encartée dans le n° 269-270.*

Mais quantité et qualité ne sont ni synonymes ni antonymes.

Pourquoi, vous qui êtes lecteur du Bulletin, *ne diriez-vous pas:*

— ce que vous regrettez de n'avoir pas trouvé dans ces 712 pages;

— ce que vous regrettez d'y avoir lu;

— ce que vous vous proposez d'écrire pour l'un des Bulletins *de la 49e année;*

— ce que vous souhaiteriez que d'autres écrivent;

— ou toutes autres remarques, critiques ou suggestions dont le secrétaire de rédaction ferait son profit pour les années à venir et pour les secrétaires de rédaction qui le relaieront.

Page 712, dernière page de la 48e année, mais non pas dernier bulletin:

à suivre...

Adresser remarques, critiques, ... de préférence écrites recto seulement et déjà toutes prêtes pour la publication à Gilbert Walusinski, 26 Bérengère, 92, Saint-Cloud.

LE JOURNAL DE BORD DE GALION

OCDL Diffusion HATIER

instauré le dialogue permanent entre :
- les professeurs de mathématiques du 1er cycle
- et Galion (une équipe de 33 enseignants)

EXTRAITS DU SOMMAIRE N° 1	EXTRAITS DU SOMMAIRE N° 2
Généralités sur les ensembles et relations. **Commentaires et solutions :** **Ensembles - Fiches 0 à 4** **Relations - Fiches à bande de couleur 1' à 6'** **Fiches de contrôle.**	Remarques de M. KUNTZMANN, professeur à la faculté des sciences de Grenoble et réponses de Galion. Remarques de professeurs de l'Académie de Strasbourg, rédigées par M. FRENKEL, directeur de l'IREM de Strasbourg et réponses de Galion. 8 tests de contrôle Commentaires et solutions des fiches 14 à et 8' à 21'.

La Pédagogie de la Mathématique et les difficultés que pose le nouveau programme de Mathématiques intéresse tous les professeurs.

Le Journal de Bord paraît 3 fois par année scolaire :

- **le n° 1 et le n° 2 sont parus**
- **le n° 3 paraîtra le 5 mars 1970**

A recopier ou à détacher et à adresser à :
Librairie HATIER, 8, rue d'Assas 75-PARIS 6e

Nom : .....
Classe : .....
Etablissement : .....
Adresse : .....
.....
.....
Adresse personnelle : .....
.....
.....

Mettre une croix à l'adresse où vous souhaitez que vous soit adressé le Journal de Bord Galion 6e

Je désire souscrire un abonnement au JOURNAL DE BORD GALION 6e au prix de 15 F les 3 numéros de l'année scolaire 1969 - 1970

Ci-joint

Chèque postal

HATIER
CCP LA SOURCE 31.133.22

HATIER

8 RUE D'ASSAS PARIS 6e

L. VANDENDRIESSCHE

Les mathématiques modernes à l'école primaire

grâce aux

NOMBRES EN COULEURS

DE

G. CUISENAIRE

MANUEL 3 — Cours élémentaire 2e année . . . . . **16 F**
Préface de G. WALUSINSKI.

Introduction à l'Algèbre — Premiers éléments de Géométrie par les transformations.

Sous presse :

LE LIVRE DU MAITRE

Donnant les corrigés de tous les exercices, problèmes et opérations, et assurant la liaison entre le « Recyclage des Maîtres » et la mise en œuvre des notions mathématiques dans chaque leçon où c'est utile.

Catalogue sur demande

ÉDITIONS DELACHAUX ET NIESTLE
32, RUE DE GRENELLE, PARIS-VIIe

Clermont-Ferrand — 7-10 Mai 1970

Assemblée générale et journées d'étude de l'A.P.M.E.P.

Les journées d'étude 1970, organisées par la Régionale de Clermont, auront pour thème « LA MATHÉMATISATION DU RÉEL ». Sont prévus des exposés de MM. Badrikian, Guerber, Hennequin, Letac, Pavel, Revuz. Voir Bulletin 271, p. 690.

Au cours de ces journées sont également prévus :

— une excursion collective au parc des volcans et aux lacs d'Auvergne (le vendredi 8 mai après-midi);

— le banquet de l'A.P.M.E.P. le vendredi soir.

L'assemblée générale annuelle aura lieu le dimanche 10 mai à partir de 9 heures.

N.B. — Les autorisations d'absence nécessaires seront, sur leur demande par voie hiérarchique normale, accordées aux participants.

Formalités d'inscription :

1° Remplir soigneusement et complètement la fiche d'inscription imprimée au verso de cette feuille.

2° Préparer une enveloppe timbrée à 0,40 F à votre adresse pour recevoir l'accusé de réception et les fichets S.N.C.F. demandés.

3° Joindre les trois volets d'un virement postal de 10 F au compte de Régionale de Clermont-Ferrand de l'A.P.M.E.P., Clermont-Ferrand, 1569-75.

4° Adresser le tout à : Régionale de Clermont de l'A.P.M.E.P., Faculté des Sciences, 34, avenue Carnot, 63-Clermont-Ferrand.

Inscrivez-vous sans tarder, vous faciliterez le travail des Collègues chargés de l'organisation.

Consultez le *Bulletin* p. 562 pour tout détail supplémentaire sur l'organisation des Journées d'étude.

Pour remplir cette fiche, veuillez lire les indications imprimées au recto.

FICHE D'INSCRIPTION
AUX JOURNÉES D'ÉTUDE A.P.M.E.P.
CLERMONT-FERRAND — 7-10 MAI 1970

1° NOM ..... Prénom .....

N° de la carte de l'A.P.M.E.P. : Adresse :

2° Date et heure (approximative) de votre arrivée : .....; .....
Date et heure de votre départ : .....; .....

3° Nombre de fichets de réduction S.N.C.F. que vous désirez recevoir :
(participants et accompagnateurs) f =

4° Nombre de places retenues pour le logement dans un hôtel :

			Pour II III IV seulement : cocher d'une croix.	
Catégorie I	18 à 20 F			
Catégorie II	20 à 25 F		chambre avec eau courante	
Catégorie III	25 à 30 F		chambre avec douche	
Catégorie IV	au-dessus		chambre avec salle de bain	

5° Repas pris à la Cité Universitaire (4 F et service plateau)

Jeudi	midi		soir		vendredi	midi	
Samedi	midi		soir		dimanche	midi	

(cocher d'une croix)

Le petit déjeuner demeure à votre initiative, que vous le preniez à l'hôtel, ou ailleurs.

6° Nombre de places retenues pour l'excursion de vendredi après-midi e =

7° Nombre de places retenues pour le banquet de vendredi soir b =

8° Nombre des accompagnateurs participants aux visites touristiques t =
(non comprise l'excursion commune du vendredi après-midi)

Attention !

P.S. 4° Il y a une centaine de chambres au plus dans les catégories moyennes. Il est donc important que vous les réserviez au plus vite, sinon nous serions obligés de vous attribuer d'office une réservation pour une catégorie supérieure.

Les participants s'inscrivant après le 31 mars 1970 devront assurer eux-mêmes leur hébergement.

P.S. 6° Coût en F : 8e.

P.S. 7° Coût en F : 25b.

Appel à TOUS les adhérents de l'A.P.M.E.P.

Consultez les pp. 556, 557 et 558 du Bulletin 271 qui donnent les adresses des sections régionales ou départementales de l'A.P.M.E.P.

Pour faciliter la tâche des animateurs de ces sections, remplissez sans tarder le verso du présent feuillet et adressez-le au responsable de votre section académique.

Si vous désirez des renseignements sur l'activité de votre Régionale, joignez une enveloppe timbrée pour la réponse : vous n'imaginez pas combien cela simplifie le travail du secrétariat.

Mieux encore : désignez donc, dans chaque établissement ou dans chaque localité un correspondant de l'A.P.M.E.P. : *celui-ci pourra recevoir et diffuser les informations en provenance du secrétariat de la Régionale.*

La vie de l'A.P.M.E.P. est faite de la circulation des réflexions, des questions et des réponses, des recherches, des comptes rendus d'expérience des uns vers les autres. Vous avez cotisé, donc vous êtes membre *actif.*

Régionale de

NOM : ..... Prénom : .....

Numéro A.P.M.E.P. : .....

Adresse personnelle : .....

.....

N° de téléphone : .....

Établissement d'enseignement : .....

Adresse de l'établissement : .....

Classes d'enseignement : .....

Année scolaire : .....

Acceptez-vous de participer au travail :

du Comité de votre Régionale?	d'une Commission de votre Régionale?
OUI NON	OUI NON

Remarques diverses :