

Quelques réflexions sur la formation permanente

André REVUZ

Faculté des Sciences, I.R.E.M. de Paris.

Les quelques réflexions qui suivent tiennent compte d'une expérience de plus de dix ans dans ce qu'on a appelé le « recyclage » des professeurs de mathématiques et voudraient dégager quelques unes des conditions de l'efficacité de ce genre de travail.

Citons tout de suite deux erreurs qu'ont commises, je le crains, au moins au début, tous les professeurs d'Université qui ont pris une part active à la « formation continue ».

La première est de considérer que le niveau mathématique moyen des professeurs en exercice et leur disponibilité à l'égard de nouvelles façons de penser est d'emblée au moins celle des bons étudiants des Facultés. L'erreur n'est pas totale, en ce sens que la plupart des professeurs retrouvent en effet, après une période de démarrage, le niveau des bons étudiants; elle est grave cependant dans la mesure où l'on peut décourager un grand nombre d'entre eux dès les premiers contacts si l'on ne tient pas compte du fait que les déplorables conditions de travail qui leur sont généralement faites leur donnent peu d'occasions d'affronter des idées nouvelles dans leur discipline et ne leur facilitent pas une véritable activité créatrice. Il y a donc une difficulté relative à la période de démarrage dont il faut être conscient : il faut certes présenter du nouveau pour persuader les auditeurs qu'un changement véritable est possible et souhaitable, mais il faut le faire avec assez de lenteur et de modération pour qu'ils n'aient pas l'impression d'être immédiatement et irrémédiablement dépassés.

Une seconde erreur est de croire que la transposition d'une question d'un niveau d'enseignement donné à un niveau plus élémentaire est facilement réalisée par la plupart des professeurs. Il arrive que cette transposition n'exige que des précautions de style et une exposition plus détaillée, mais le plus souvent elle requiert un travail beaucoup plus considérable : en sous-estimer l'importance est une erreur grave et fréquente. Au niveau universitaire, on admet

— peut-être à tort, d'ailleurs — que les étudiants ont déjà une idée assez nette de ce qu'est l'activité mathématique et qu'il est possible, sinon même profitable de leur présenter dans leur déroulement strictement logique des théories relativement achevées. Si cette manière de procéder est déjà discutable au niveau universitaire, elle est indéfendable au niveau secondaire, où le travail essentiel est d'abord de faire comprendre aux élèves en quoi consistent les mathématiques (but que l'on n'atteint nullement en les leur montrant toutes faites) et comment elles aident à maîtriser la réalité. Autant que de mathématiques en soi, c'est de mathématisation que doit s'occuper l'enseignement du second degré.

A oublier ou à minimiser l'importance de la réflexion tant scientifique que pédagogique qui doit précéder l'introduction de notions mathématiques au stade élémentaire, on fait naître une erreur complémentaire : celle qui consiste à assigner à chaque notion un niveau bien déterminé, et souvent élevé, au-dessous duquel il serait impossible d'en parler valablement. On a entendu des professeurs d'Université déclarer qu'il était absurde de parler de groupes dans l'enseignement du second degré. Et, assurément, il le serait de le faire comme il est d'usage à l'Université, mais l'expérience a prouvé qu'à des niveaux très élémentaires il est possible de faire dégager la notion à partir d'exemples très variés, et qu'en définitive les jeunes élèves qui l'avaient ainsi élaborée par leurs propres efforts l'avaient plus profondément comprise et savaient mieux la reconnaître et l'utiliser que leurs aînés à qui elle avait été d'emblée présentée dans toute sa pureté.

Les dernières remarques nous amènent à poser le problème central de la formation continue. Dans l'état actuel du développement scientifique et de l'enseignement, quels sont les objectifs essentiels de cette formation ?

Rappelons que le travail de rénovation de l'enseignement mathématique a été commencé par des mathématiciens effrayés par le fossé qui se creusait entre l'enseignement traditionnel, complètement figé, et la Science en marche. Mais deux autres reproches non moins graves peuvent être faits à l'enseignement traditionnel : ses méthodes dogmatiques et son mauvais traitement des applications, si elles n'étaient pas superbement ignorées au profit d'une inutilité en quoi certains voyaient la marque de la culture désintéressée, ne consistaient qu'en exemples dérisoires, depuis longtemps dépassés, à moins qu'elles ne soient reléguées dans certains enseignements marqués par un utilitarisme borné.

La fausse opposition d'une mathématique pure, belle mais orgueilleuse et apparemment stérile, et d'une mathématique appliquée incertaine et inesthétique est un des plus graves défauts de l'enseignement traditionnel. Il est à peine exagéré de dire que ses élèves se répartissaient en une majorité incapable d'utiliser la moindre mathématique et une minorité incapable de sortir du domaine strict des mathématiques. Combien de théories efficaces sont ignorées de ceux à qui elles rendraient le plus service, et qui utilisent à leur place des recettes fondées sur des raisonnements inconsistants.

Le but de la rénovation de l'enseignement, et par suite de la formation continue des professeurs, n'est pas d'introduire dans les enseignements primaire et secondaire des notions « modernes » tandis qu'ils garderaient leurs méthodes dogmatiques et négligeraient tout autant les applications; le but n'est pas plus de mettre l'accent sur les mathématiques dites appliquées en négligeant les outils particulièrement puissants des mathématiques contemporaines, le but n'est enfin pas non plus de modifier les méthodes d'enseignement sans rien

changer au contenu de cet enseignement. Le but véritable, c'est de progresser dans toutes les directions à la fois, car il ne s'agit pas de réalités différentes, mais des aspects d'une même réalité, aspects qu'il peut être commode de distinguer dans un exposé, mais qu'il ne faut absolument pas séparer dans la pratique de l'enseignement.

Un des meilleurs moyens d'atteindre ces objectifs est de mettre l'accent dans l'enseignement mathématique sur le couple « situation - modèle ». Le départ naturel de toute activité mathématique est la confrontation avec une situation que l'on veut élucider pour pouvoir y agir avec le maximum d'efficacité. La mathématique participe à cette élucidation par la création de modèles qui donnent une représentation schématique précise de certains aspects de la situation. Deux problèmes fondamentaux doivent être alors traités :

a) Celui de l'adéquation du modèle à la situation. Très souvent plusieurs modèles peuvent être proposés, ayant chacun leurs avantages et leurs inconvénients, qu'il importe également de mettre en lumière.

b) Celui de l'étude intrinsèque du modèle, c'est-à-dire d'une théorie mathématique petite ou grande, mais qui doit être menée avec toute l'ingéniosité et toute la rigueur désirables. Les propriétés retenues dans le modèle ne sont autres que les axiomes de la théorie mathématique correspondante. Le contrôle de l'adéquation peut avoir lieu au niveau de ces axiomes, ou au niveau de résultats importants de la théorie dont la comparaison avec la situation réelle est plus facile.

Il est en tous cas capital, pour l'efficacité de l'enseignement que les deux aspects ne soient pas prématurément disjoints et que les élèves prennent une part active au travail d'étude de la situation, d'élaboration du modèle, de développement de la théorie, de confrontation de la théorie avec la situation initiale.

Si les objectifs de la formation continue ne se peuvent déterminer qu'à partir de ceux de l'enseignement des élèves et des étudiants, les méthodes de la formation continue n'ont sans doute pas non plus à être fondamentalement distinctes dans leurs principes de celles de l'enseignement. Il est assez remarquable, et navrant, de constater que tant d'exposés de pédagogie soient souvent si dénués eux-mêmes de qualités pédagogiques, comme si ce que l'on recommande pour s'adresser à des enfants n'avait plus de valeur lorsque l'on s'adresse à des adultes. La vieille opposition de l'adulte qui sait et qui détermine les normes et de l'enfant qui apprend et qui doit accepter les normes subsiste encore inconsciemment dans l'esprit de ceux-là même qui la dénoncent. Quels que soient l'âge et la formation antérieure d'un être humain, il ne progressera que s'il est mu par une *motivation* assez forte et s'il fait un *effort personnel* assez grand.

La motivation la plus immédiate et la plus puissante chez la plupart des professeurs est le désir d'améliorer leur enseignement. Et ceci est une raison supplémentaire pour que la présentation d'une notion soit dans toute la mesure du possible accompagnée des conséquences que l'on peut en tirer aux divers niveaux de l'enseignement.

La motivation prend malheureusement un aspect plus douloureux lorsqu'il faut d'abord persuader les professeurs que des notions qu'ils enseignent de bonne foi depuis de longues années sont en réalité inutiles ou ambiguës, ou présentées sous un éclairage qui n'est pas le bon. Lorsqu'ils en sont persuadés,

ou en voie d'en être persuadés, il ne faut pas oublier qu'ils sont dans un état psychologique très désagréable, de gêne d'avoir donné un enseignement dont ils comprennent maintenant l'imperfection, et de désarroi parfois de ne pas savoir immédiatement comment ils vont le modifier. Aussi faut-il dans toute la mesure du possible, leur donner rapidement la solution de rechange qui mettra fin à leur angoisse; peut-être même serait-il bon d'organiser le travail de telle sorte que la solution de rechange leur soit déjà au moins partiellement connue. Notons que la contrepartie positive de cette angoisse est la libération éprouvée par l'esprit lorsqu'il se débarrasse de cadres de pensée dont l'imperfection ne lui échappait, en réalité, pas complètement mais dont, faute de pouvoir y remédier, il refoulait le sentiment dans l'inconscient.

Il est, en tous cas, indispensable que le « recycleur » se soit purgé lui-même de tout dogmatisme, qu'il n'attaque pas un dogmatisme périmé au nom d'un autre dogmatisme, fut-il temporairement plus éclairé, qu'il n'oublie pas que s'il impose, au nom d'une quelconque autorité, au lieu de persuader, son travail est sans valeur et que s'il ne se place pas dans la perspective du progrès intellectuel collectif de l'humanité — qui est la motivation profonde de tout le travail scientifique et pédagogique — ses efforts risquent de n'avoir qu'un résultat nul, sinon négatif.

L'esprit de collaboration fraternelle, la disposition à la discussion ouverte seront encore plus indispensables aux recycleurs s'adressant à des collègues dont la motivation initiale aurait été une pression administrative ou l'annonce d'un changement de programme. Sans sous-estimer l'effet stimulant que peuvent avoir de telles circonstances sur des collègues nonchalants ou réticents, il faut souligner que toute motivation de cette nature doit être rapidement remplacée par une plus profonde.

Le meilleur moyen d'obtenir que les participants soient très actifs est de constituer de petites équipes (comprenant, par exemple, les professeurs d'un établissement ou de plusieurs établissements voisins) dont le travail collectif concernerait aussi bien l'enseignement qu'ils donnent que celui qu'ils reçoivent. Sans créer de hiérarchie formelle, la présence dans chaque équipe d'un animateur ayant une culture mathématique plus profonde que celle des autres est souhaitable. Il est indispensable également qu'aucune équipe ne travaille en vase clos, mais qu'elle se livre à des confrontations périodiques avec d'autres équipes et participe aussi à des réunions plus générales qui peuvent être l'occasion d'un exposé approfondi, par une personne très qualifiée, d'un thème que les équipes auront rencontré et qui se sera révélé difficile, ou inversement, au contraire d'un thème nouveau sur lequel elles n'ont pas encore travaillé et qui est livré à leurs méditations.

Il est essentiel que les divers ordres d'enseignement participent à ces activités et qu'aucune cloison administrative ou sociale ne les empêche de se réunir fréquemment.

Il est possible d'envisager diverses formes d'organisation, et il ne me paraît pas utile d'entrer dans le détail à ce sujet, car elles dépendent beaucoup des conditions locales : l'essentiel est de garder à l'esprit la nécessité d'une coordination souple, et de ne pas oublier que le travail sera d'autant plus fécond que chacun se sentira plus libre et plus responsable, que les initiatives seront toujours favorisées, quitte à être amicalement et objectivement critiquées après essai.

Signalons l'aide que peut apporter la télévision en permettant de transmettre des informations à des professeurs trop éloignés d'un centre universitaire pour pouvoir s'y rendre fréquemment. Elle est utilisée depuis six ans en France, et là aussi la réception en équipe des émissions, suivie d'une discussion collective, en accroîtrait le rendement.

En ce qui concerne les thèmes à traiter, il faudra les choisir soigneusement en fonction des connaissances et de la mentalité des professeurs concernés.

S'il s'agit de professeurs encore totalement étrangers au mouvement de rénovation, il peut être bon de se placer au début dans le cadre de l'enseignement traditionnel, pour leur montrer, par exemple :

a) que le calcul algébrique classique s'éclaire par la mise en évidence des structures dont sont munis les ensembles de nombres sur lesquels il est effectué. Il arrive trop souvent dans les exposés traditionnels que les arbres empêchent de voir la forêt, et qu'on y attire l'attention sur les êtres mathématiques individuels alors que c'est leur ensemble et sa structure qui importent en fait;

b) que la plupart des exposés traditionnels de la géométrie sont loin d'avoir la perfection qu'on leur attribue parfois, qu'ils contiennent de nombreuses notions où la confusion est la règle (comme celle d'angle), qu'ils utilisent trop souvent de petits moyens sans portée, et que l'exposé fondé sur la notion d'espace vectoriel et de produit scalaire est plus facile à dominer, à utiliser et donne aux élèves des outils indispensables dans tous les domaines, tant purs qu'appliqués.

c) que l'introduction des notions d'analyse peut avoir lieu beaucoup plus tôt que ce n'est l'usage actuellement, par la considération d'exemples concrets de fonctions en escaliers et de fonctions affines par intervalles, sur lesquels de nombreux calculs linéaires peuvent être effectués, et qui conduisent très naturellement à la découverte de la dérivation et de l'intégration. Ce sera aussi l'occasion de montrer que le calcul numérique peut être autre chose qu'un exercice rebutant et désuet. Rappelons, à ce propos, que l'usage de machines à calculer a le double avantage d'initier les élèves à la manipulation d'un matériel qui ne cessera de se vulgariser et de leur faire mieux comprendre les propriétés des opérations qu'ils effectuent;

d) que des notions très simples de logique permettent de prendre une conscience claire de la structure des raisonnements;

e) que ce qui est dit traditionnellement au sujet des « mesures de grandeurs » est inconsistant et gagne à être remplacé par une théorie élémentaire de la mesure, qui a, entre autres mérites, celui d'inclure une théorie élémentaire des probabilités.

S'il s'agit de professeurs déjà partiellement avertis de ces questions, l'objectif pourra être de les approfondir. Mais, à mes yeux cet approfondissement doit être fait de deux matières différentes et simultanées : d'une part, pousser l'étude proprement mathématique assez loin pour que les professeurs arrivent à dominer nettement ce qu'ils doivent enseigner, et pour qu'ils aient une idée suffisante des perspectives générales dans lesquelles s'insère leur enseignement; d'autre part, et en accord avec ces perspectives, procéder à une étude des modes d'enseignement les plus propres à présenter les diverses notions, à faire découvrir par les élèves leur utilité et leur efficacité, c'est-à-dire,

en particulier leur faire connaître le plus grand nombre possible de situations où elles interviennent; les situations étant d'autant meilleures qu'elles sont plus proches de la réalité. Je ne nie pas la nécessité de considérer parfois des situations artificielles plus simples que les situations réelles qui le sont rarement, ni de présenter certaines questions comme des jeux, mais je pense d'une part que l'élucidation d'une situation relativement complexe, si elle demande plus de temps, sera finalement d'une efficacité beaucoup plus grande, et d'autre part, que l'abus de situations artificielles ferait retomber l'enseignement des mathématiques dans la stérilité que je lui reproche.

Un des objectifs majeurs, valable pour de nombreuses années, de la formation continue sera de fournir aux professeurs un très grand nombre d'exemples de situations étudiées par d'autres disciplines et susceptibles de mathématisation.

Pour terminer, je voudrais insister sur le fait que la formation continue est (le nom le suggère assez!) un travail de longue haleine, qui ne sera fécond que s'il est poursuivi, pour chaque professeur, pendant longtemps : les stages courts et intensifs sont de peu de rendement; *la formule minimale pour une efficacité appréciable est la réunion hebdomadaire d'une heure et demie* (exposés, discussions, exercices, ...) *pendant une année*. Il faut en outre que ce travail soit intimement lié au travail de l'enseignant dans sa classe. A ce dernier point de vue, *la constitution d'équipes de professeurs collaborant aussi bien en tant qu'enseignants qu'en tant qu'enseignés*, discutant librement entre eux, et profitant mutuellement de leur expérience paraît pleine de promesses : à l'occasion d'expérimentation dans des classes de Sixième en France en 67-68, de nombreuses équipes ont été formées dont l'efficacité tant sur le plan de la recherche pédagogique que sur celui de l'information des professeurs a été une des leçons les plus nettes de l'expérience.

A. R.

N.D.L.R. — En organisant pour la première fois en collaboration avec la Société Mathématique de France, une série de conférences, en 1956, l'A.P.M.E.P. posait le problème de la formation permanente. En 1969, il y a tout de même quelque chose de changé : l'Unesco organise un colloque, et, dans un autre domaine l'Institut National pour la Formation des Adultes lance une revue *Éducation permanente*. Certes, dans ce dernier cas, il est uniquement question des adultes qui n'enseignent pas; mais où situer la frontière, parmi les adultes, entre éducateurs et éduqués?

En 1969, aux journées A.P.M.E.P. de Besançon, la création de quatre nouveaux I.R.E.M. a été un point particulièrement important de l'assemblée générale.

Les 21 et 22 juin 1969, le colloque sur la formation permanente organisé à Sèvres par la Régionale Parisienne a rappelé que cette formation permanente s'étend à *tous* les ordres d'enseignement.

Une évidence prend corps :
pas de réforme permanente de l'enseignement sans formation permanente des maîtres.