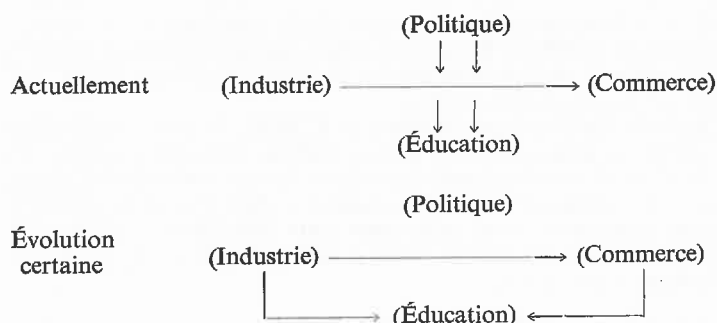


Sans entrer dans les détails, les schémas ci-dessous indiquent les influences qui s'exercent entre les quatre domaines suivants : politique, éducation, industrie, commerce.



Les liens entre la politique et l'éducation sont ainsi appelés à se relâcher. Les consommateurs en éducation vont servir de régulateurs. D'où l'importance extrême du rôle des consommateurs et de leur éducation. Un fait est significatif : pour la quatrième fois, une des plus importantes sociétés nord-américaines vient d'organiser un colloque sur l'enseignement réunissant près de trois mille personnes composées principalement d'hommes d'affaire, tant le marché qui s'ouvre est immense. Ce seul fait justifie l'importance que doivent attacher les enseignements à ce phénomène.

A ces idées que je me suis efforcé de ne pas déformer, j'ajouterai que si nous ne prenons pas conscience de ces faits, si, en particulier, les gouvernements, industriels, enseignants ne sont pas informés de la façon la plus large et la plus variée possible sur ce phénomène, nous nous retrouverons avant peu dans un état de sous-développement complet, avec des systèmes éducatifs complètement asservis à des modèles, architectures et techniques hors de notre contrôle. Nous avons le devoir d'agir le plus rapidement possible pour que la technologie soit au service de l'éducation dans le cadre des voies d'épanouissement de notre culture propre.

Marcel DUMONT.

Des « Cercles de Mathématique Moderne » pour les adultes.

L'introduction de la mathématique contemporaine se heurte souvent, entre autres obstacles, à l'hostilité plus ou moins déclarée de certains parents. Ils sont inquiets de ne pas retrouver dans les manuels et les cahiers de leurs enfants les « mathématiques de grand-papa ». Ils sont effrayés par les difficultés que, pensent-ils, le caractère abstrait et le vocabulaire nouveau de la mathématique contemporaine vont dresser devant les élèves et qui leur paraissent *a priori* plus grandes encore que celles des mathématiques traditionnelles. Ils ne voient pas l'utilité d'une telle évolution (ou révolution...) qu'ils attribuent volontiers à une mode passagère ou à une lubie de quelques professeurs dangereusement illuminés...

La régionale de Lyon de l'A.P.M. s'est donc résolue à s'adresser directement à eux et à leur présenter le problème de façon moins caricaturale.

Nous avons commencé par des conférences faites par des professeurs de mathématiques devant des associations de parents d'élèves, et par une brochure demandée et éditée par la Fédération Départementale Cornec.

Les « C.M.M. ». — Nous avons ensuite essayé d'aller plus loin. Pour « dédramatiser » plus sûrement le problème, nous avons offert aux parents de les initier à la mathématique « moderne », de leur faire toucher du doigt, si peu que ce soit, son langage et son esprit (et ses prétendues horreurs...).

Le premier Cercle de Mathématique Moderne (« C.M.M. »), ouvert en octobre 1966, groupait au début une cinquantaine de parents d'élèves du Lycée Ampère.

En 1967-68, dix C.M.M. ont fonctionné dans divers locaux scolaires de l'agglomération lyonnaise : un « niveau 2 » et neuf « niveau 1 » dont l'un était réservé à des maîtresses d'école maternelle. Nous prévoyons pour 1968-69 un « niveau 3 » (groupant les fidèles du premier lot, qui en seront à leur troisième année), plusieurs « niveau 2 » et plusieurs « niveau 1 ».

Qui suit les C.M.M. ? En 1967-68, un millier de personnes se sont inscrites. Mais le nombre de présents diminue sensiblement à partir de la quatrième ou de la cinquième séance, puis se stabilise entre le tiers et la moitié de l'effectif initial.

Approximativement, on compte 50 % d'enseignants (surtout des instituteurs, enseignant dans des écoles maternelles, des écoles primaires, des classes de perfectionnement, des C.E.G.; jardinières d'enfant, rééducatrices, professeurs, assistants de faculté); 14 % de mères de famille sans profession; 18 % d'ingénieurs, techniciens, cadres supérieurs; 12 % d'employés, cadres moyens, représentants de commerce; 6 % divers (professions libérales, ouvriers, cultivateurs, commerçants, artisans).

Fonctionnement des C.M.M. — Les séances ont lieu une fois toutes les deux semaines, soit de 20 h 30 à 22 heures, soit de 18 h 30 à 20 heures.

Il ne s'agit ni de cours magistraux, ni d'enseignement programmé. Les participants travaillent par petits groupes sur des fiches comportant à la fois des éléments d'information et des questions et exercices (1). On utilise des boîtes de blocs logiques de Dienes.

Des moniteurs bénévoles — au début, tous les moniteurs étaient des professeurs de mathématiques, mais nous avons maintenant la joie de nous voir épaulés par toute une équipe dynamique d'étudiants préparant la licence de mathématiques, — circulent entre les groupes et discutent avec les « élèves ».

Les fiches sont conçues de façon à n'exiger aucune connaissance mathématique préalable : on « part de zéro ». Chacun peut, s'il en a le temps, étudier aussi tout seul chez lui. Les absents à une séance peuvent combler leur retard plus facilement que s'il s'agissait de cours magistraux.

Pas de programme impératif, pas d'examen au bout de l'année, pas de notes, pas de classement : excellentes conditions pédagogiques !

Sujets étudiés. — Grammaire des ensembles. Notions sur les relations et les fonctions.

Nous envisageons pour la suite des fiches sur les lois de composition, sur les structures, sur la logique.

Premiers résultats. — Un questionnaire a été diffusé, malheureusement un peu tard (juin 1968), y compris auprès de ceux qui avaient abandonné en cours de route. Le dépouillement n'est pas encore achevé dans tous les C.M.M. Voici cependant quelques pourcentages probables (d'après 140 réponses venant de six C.M.M.).

(1) Ces fiches sont maintenant éditées sous le titre de « Travaux pratiques de Mathématique » (O.C.D.L.)

28 % ont assisté à toutes les séances, 31 % à presque toutes, 28 % à environ deux séances sur trois.

L'unanimité est satisfaite de la durée des séances : 1 h 30 avec souvent des prolongements sous forme de discussions amicales entre « mordus » et moniteurs.

80 % sont satisfaits du rythme adopté : une séance par quinzaine, d'octobre à juin; 20 % auraient préféré une séance par semaine (voir plus loin).

10 % préfèrent travailler seuls; 90 % préfèrent le travail en groupe (généralement, groupes de 3 à 5 personnes). Certains préconisent une réflexion individuelle suivie d'une confrontation des résultats entre membres du groupe. Quelques écueils : certains groupes sont de niveau trop peu homogène; certains se disloquent en cours d'année.

Principales difficultés rencontrées par les membres des C.M.M.

Abondance de symboles, de vocables et de notions nouveaux; d'où la nécessité de les revoir souvent, et pour chacun de constituer un répertoire. Ce sont là les difficultés de toute science nouvelle; elles sont ressenties plus péniblement par les adultes que par les enfants (p. ex., l'ensemble vide « passe » mieux chez les enfants que chez les adultes).

Les séances sont trop espacées et la plupart des « élèves » n'ont pas le temps de travailler chez eux entre deux séances. Et c'est encore le manque de temps qui les fait reculer devant le « remède » qui consisterait à tenir une séance par semaine.

Les exercices ne sont jamais assez nombreux, 85 % se plaignent d'avoir trop peu de corrigés écrits des exercices; certains souhaiteraient un livret contenant les solutions de tous les exercices proposés dans les fiches. D'autres refusent cette « solution de facilité » (disent-ils eux-mêmes), sachant bien qu'il est difficile de résister longtemps à la tentation de se reporter au corrigé avant d'avoir fourni l'effort de réflexion suffisant. Il n'en reste pas moins qu'il est gênant de continuer sans savoir si on a répondu juste; le moniteur est là pour le dire; encore faut-il qu'il n'ait pas trop de groupes à suivre (moyenne raisonnable : un moniteur pour 25 à 30 personnes).

Dans certains C.M.M., un moniteur donne de temps à autre quelques corrigés d'exercices, pour ceux qui les ont déjà abordés et qui désirent en avoir la solution (ils se rassemblent momentanément dans une salle voisine). Ces corrigés sont très appréciés.

Un petit nombre de réponses laissent percevoir une certaine nostalgie du cours magistral... Peut-être, d'ailleurs, des interventions, limitées dans le temps, d'un moniteur s'adressant à tout l'auditoire sont-elles bénéfiques. Mais la méthode active du travail en groupe reste très appréciée. Plusieurs réponses font état de l'atmosphère sympathique des cercles, aussi bien entre membres d'un groupe assidu qu'entre les groupes et les moniteurs. De notre côté à nous, professeurs, ces contacts avec des adultes, enseignants ou non, sont souvent agréables et profitables pour notre propre formation continue.

Une autre difficulté provient de la trop grande culture mathématique « classique » de certains de nos interlocuteurs, qui attendent avec inquiétude de voir poindre, assaisonnés à la sauce moderne, le théorème de Thalès et les identités remarquables. Il faut les inciter à la patience : il semble que deux ans de C.M.M. (à raison d'une séance tous les quinze jours) soient nécessaires avant de pouvoir commencer à retrouver les connaissances classiques.

On rencontre souvent la question suivante (en particulier venant des instituteurs) : « Où cela mène-t-il? Quelle est l'utilité pratique des notions modernes? ». Mais se sont-ils déjà demandé « où menaient » le trinôme du second degré, les théorèmes de Dandelin et les problèmes de robinets? Dilemme habituel entre mathématiques utilitaires et mathématiques formatrices. Il n'empêche que l'A.P.M. devrait

éclairer davantage l'opinion publique sur l'utilité comparée de la mathématique contemporaine et des mathématiques traditionnelles.

Quant au détail du contenu, les fiches signalées le plus souvent comme faciles sont les premières (manipulation des blocs logiques, premières notions sur les ensembles), celles qui présentent les couples et le produit cartésien et les premières fiches sur les relations. Les plus difficiles concernent la différence, la différence symétrique, la partition, l'ensemble des parties d'un ensemble, les théorèmes de De Morgan. Nous en concluons, comme déjà à propos des fiches de Quatrième et des fiches de Sixième, qu'on a intérêt à ne pas trop s'attarder, en un premier temps, sur les ensembles et à passer assez rapidement aux relations.

Buts poursuivis par les participants. — On peut, grosso modo, en dénombrer trois principaux, qui peuvent se cumuler :

a) La possibilité de mieux suivre les études des enfants (60 % des réponses); d'où la présence de nombreux parents d'élèves; les associations de parents d'élèves nous apportent souvent une aide précieuse pour mettre sur pied un C.M.M. Sont attirés en particulier ceux (25 %) dont les enfants participent à une expérience pédagogique (primaire, 6^e, 4^e, 3^e).

Quelques personnes sont déçues du fait que leurs études ne sont pas rigoureusement parallèles à celles de leurs enfants. L'idéal serait, pour des parents, de suivre d'abord un ou deux ans un C.M.M. pour pouvoir ensuite aider leurs enfants. Mais un parent, au contraire, estime que les enfants comprennent beaucoup plus vite (que les parents) et que par conséquent il vaut mieux les laisser se débrouiller tout seuls.

b) La curiosité intellectuelle, le désir de maintenir l'intellect en forme, de ne pas s'encroûter, l'intérêt pour les mathématiques : 85 %. Ce but est parfois le seul; c'est le cas pour certains retraités, de l'enseignement ou d'ailleurs, ce qui est légitime et méritoire! Il est en général considéré comme atteint, au moins partiellement.

c) La formation continue : souci présent chez la presque totalité des enseignants, et chez quelques représentants (6 %) d'autres professions. Nous avons toujours pris soin de préciser que l'assistance, même assidue, à un C.M.M., même pendant un ou deux ans, apporte certes une information, un début de formation théorique, mais qu'elle ne saurait être considérée à elle seule comme une formation continue à la fois théorique et pédagogique; nous renvoyons sur ce point à la charte de Chambéry.

Que ces divers buts ne soient pas complètement atteints, on en convient. Mais 82 % souhaitent, l'année scolaire prochaine, continuer cette initiation, ou, pour ceux qui avaient abandonné assez tôt, la reprendre à son début.

Raisons des abandons. — Nous avons demandé à ceux qui avaient abandonné en cours d'année de nous en indiquer franchement les raisons. La plupart des réponses invoquent le manque de temps et corrélativement l'oubli d'une séance à l'autre des fiches étudiées (80 %), la fatigue, les déplacements hors de Lyon, la maladie... Quelques-unes (16 %) indiquent le manque d'intérêt ou la trop grande difficulté.

Malheureusement, nous ne connaissons pas les raisons de ceux qui n'ont pas répondu...

Que pensent les membres des C.M.M. de la modernisation des programmes?

A la question : « Quelle est votre opinion sur l'introduction de la mathématique moderne dans les programmes scolaires? » La moitié environ (dont tous les membres du « niveau 2 ») répondent de façon favorable ou très favorable, voire enthousiaste. On invoque la nécessité de réformer l'enseignement actuel des mathématiques, l'apprentissage de la logique et du raisonnement par la mathématique moderne, son caractère attrayant, sa valeur pour l'adaptation au monde moderne. Beaucoup pen-

sent qu'il faut commencer dès la Maternelle et généraliser le plus tôt possible, mais sont conscients qu'il faut d'abord assurer la formation des maîtres.

Quelques réponses relient le problème à celui, plus général, de la réforme de l'enseignement : l'une espère que l'effort actuel de l'A.P.M. sera un « ferment pédagogique » pour l'ensemble des disciplines. Un instituteur précise : « Cela remet en cause notre attitude d'enseignant ».

5 % sont sceptiques, sans aller jusqu'à l'hostilité déclarée.

45 % adoptent une attitude réservée, et attendent d'être plus complètement informés pour se prononcer, ce qui est tout à fait compréhensible. Une année de C.M.M. ne suffit pas pour écarter toutes les réticences; mais une information partielle et une attitude réservée, c'est un progrès sur l'ignorance totale du problème et les opinions *a priori*. Il faudra, de temps à autre, dans les C.M.M., ouvrir une discussion sur ces questions.

Nous demandions aussi : « Quelle était votre opinion avant votre expérience du C.M.M.? ». Beaucoup n'en avaient pas. Ceux qui étaient favorables le restent ou le deviennent davantage; ceux qui étaient défavorables deviennent réservés ou favorables. Très peu de réponses marquent un renforcement du scepticisme initial.

Voici quatre extraits des réponses :

D'un chef de spécialité au centre de perfectionnement du Gaz de France : « Je me suis rendu compte de certaines possibilités de jugement pour le traitement de certains problèmes pratiques de la vie professionnelle ».

De trois institutrices :

« Depuis dix ans je cherchais à développer chez mes élèves du CM2 cette pensée mathématique. Les résultats ne m'ont jamais pleinement satisfaite. Cette année j'ai travaillé dans un esprit totalement rénové. Les cours de Math. moderne m'ont permis de présenter les problèmes différemment. Je suis parvenue à ce que la *totalité* des élèves aient le goût de la recherche, ne soient pas rebutés par la difficulté et à ce que 95 % d'entre eux trouvent les résultats *selon les déductions de leur pensée* et non en suivant la solution d'un problème type établi. » (membre du « niveau 2 »).

« Il me semble que ces mathématiques sont mieux adaptées au monde moderne, présentent plus d'applications pratiques. Elles ont l'avantage qu'on peut commencer très tôt à en parler aux enfants. Avant le C.M.M., ces mathématiques me semblaient réservées aux études supérieures parce que très compliquées. En réalité maintenant il me semble qu'elles simplifient plutôt les anciennes mathématiques, car elles présentent plus d'unité. »

« Je ne suis pas encore assez « calée » pour *dominer* la question : à quoi « raccrocher » toutes ces notions? Liaisons avec le calcul traditionnel? Par quel bout relier entre eux les élèves, les programmes, la Math. moderne...? J'ai le ferme espoir de résoudre ces questions favorablement lorsque j'aurai fait ma propre éducation en Math. moderne. Expérience passionnante mais je pense qu'il est *dangereux de se lancer* dans l'enseignement avant une formation suffisante (j'ai constaté personnellement en avançant au C.M.M. que j'avais « inventé » des notations fausses en proposant à l'école maternelle des jeux basés sur les premières fiches; d'où grande prudence maintenant. Avant le C.M.M. : on avait *besoin* de quelque chose de nouveau; les manipulations de quantités, de nombres chez les « moins de six ans » ne correspondent guère au niveau moyen, laissent peu de traces (à part la connaissance du signe... ce qui relève plus de la lecture que du calcul!). On doit pouvoir faire du bon travail de « logique » avec la mathématique moderne : une faculté intellectuelle peu exploitée jusqu'ici et apparemment riche de possibilités et plus directement ouverte sur la vie que les *faux* problèmes du calcul dit « concret ».

Pour l'avenir. — Le problème suivant se pose : faut-il créer des C.M.M. à l'usage exclusif des instituteurs, adaptés à une formation simultanément théorique et pédagogique, à l'image des chantiers de Pédagogie mathématique lancés par l'A.P.M.

dans la région parisienne; ou bien laisser les instituteurs acquérir en un an ou deux dans les C.M.M. ordinaires un début de formation théorique avant de nous lancer avec eux dans les problèmes pédagogiques? Même le jour où les I.R.E.M. seront — enfin — créés, la question se posera : les deux sortes de formation doivent-elles être simultanées ou non?

Nous espérons, d'autre part, créer des C.M.M. dans les Écoles Normales d'Instituteurs et d'Institutrices, en attendant que la formation initiale des maîtres et les programmes de l'école primaire soient résolument renouvelés.

Car nous en arrivons toujours à cette même exigence : les entreprises bénévoles et artisanales de notre Association sont certes bénéfiques. Mais elles doivent ouvrir la voie à la prise en charge par le Ministère de l'Éducation Nationale de la formation continue des maîtres, d'une part (l'A.P.M., avec la Charte de Chambéry, a apporté sa contribution au problème); de la formation permanente des adultes d'autre part.

Espérons que les événements de mai 1968 auront ouvert les yeux...

L. DUVERT,

Membre de l'équipe lyonnaise de l'A.P.M.

Questions et réponses

Réponses.

Les numéros renvoient au *Bulletin* dans lequel la question a été formulée.

262. Q. 2. Dans un système de numération de base x , avec les conventions d'écriture analogues à celle du système usuel, pour qu'avec les chiffres a et b on puisse avoir : $a, b = \frac{b}{a}$ il faut et il suffit que :

$$a \neq 0; \{a, b, x\} \subset \mathbb{N}; (b - a^2)x = ab; b < x.$$

La condition $x \in \mathbb{N}$ entraîne $b > a^2$ et la condition $b < x$ entraîne $b - a^2 < a$.

Conclusion. — Il existe une infinité de systèmes de numération conduisant à une solution au moins. Il suffit de choisir $a > 1$ et $b = a^2 + 1$ d'où $x = ab$.

Pour $a \geq 4$ il peut y avoir plusieurs bases pour le même nombre a . Il suffit pour cela que si l'on pose $b = a^2 + c$; ($c < a$); c soit diviseur de ab .

Remarquons que $x > b > a^2 > 1$. Il y a donc une seule solution dans le système décimal. [$9 > a^2 > 1 \Rightarrow a = 2$]. C'est la réponse qui a suggéré la question.

Remarques : 1° Une solution a, b, x conduit à une autre solution A, B, X telle que $A = na, B = n^2b, X = nx$ si $x > nb$; $n \in \mathbb{N}$. Ceci peut faciliter la recherche de systèmes ayant plusieurs solutions. Exemple : de $a = 10; b = 104; x = 260$ on déduit $a = 20; b = 416; x = 520$ à comparer à la solution $a = 8; b = 65; x = 520$.

2° En notant Φ le chiffre dix du système à base trente, nous pouvons écrire $3, \Phi = \frac{\Phi}{3}$, les deux membres valant $3 + \frac{1}{3}$.

Comme il faut autant de chiffres que d'unités dans la base, on notera qu'en pratique le problème étudié n'intéresse qu'un seul système simple, le système décimal, avec l'unique solution $2,5 = \frac{5}{2}$.

E. BARROUX (Angoulême).