

numériques f et g proportionnelles ». De plus, elle aurait l'avantage d'exercer les enfants aux opérations de multiplication et de division qui ne sont prévues dans les projets de programme que comme « exercices de contrôle », et permettrait en plus de faire un pas vers la *compréhension* de ces opérations (et pas seulement vers « l'acquisition de mécanismes »).

Enfin, l'étude de la divisibilité des entiers permet de nombreux exercices utilisant le vocabulaire des ensembles, et qu'au niveau de la Sixième et de la Cinquième, on trouve difficilement ailleurs en Mathématiques. Même des enfants aussi jeunes peuvent comprendre que le langage ensembliste, s'il peut être appliqué à n'importe quel objet, a été créé pour être appliqué aux Mathématiques... et non pas aux poires et aux pommes !

8. Les problèmes utilisant la division doivent être de deux sortes ; ceux pour lesquels la solution est nécessairement un nombre entier (mais ne « tombe » pas forcément « juste ») et pour lesquels on utilise la vraie « division euclidienne » avec quotient et reste, ou le quotient par excès : (ex. : un autocar peut contenir 37 personnes ; combien faut-il d'autocars pour transporter tant de personnes ?) ; d'autre part, les problèmes dont la solution doit être donnée sous forme de fraction, qu'on peut ensuite approcher par un nombre décimal.

En lisant les projets de programme de Sixième et de Cinquième, et en particulier en les comparant à l'enseignement actuel de Cinquième, on a l'impression que tout ce qui concerne la division, divisibilité etc... a été relégué vers les classes ultérieures. Tout se passe comme si on était pressé d'obtenir une structure d'anneau avec toutes ses propriétés ; pour les corps, on verra plus tard. Il y a là un esprit de système, certes dans le goût du jour, mais dont je ne vois pas l'intérêt pédagogique.

Ce que je propose ? De continuer en Sixième et en Cinquième l'étude des fractions commencée au Cours Moyen dans l'esprit du projet de l'A.P.M. ; ce qui n'empêchera pas d'introduire les entiers relatifs. Si l'on craint une surcharge des programmes, on sera peut-être obligé de renoncer à une étude approfondie de l'anneau $\mathbb{Z}$, et il ne sera pas question non plus de connaître toutes les propriétés du corps $\mathbb{Q}$. Mais quelle importance ? Il est, je crois, plus efficace d'habituer peu à peu les enfants à manipuler des objets mathématiques nouveaux que de leur présenter d'emblée une belle (et unique) structure.

Je souhaiterais vivement connaître le point de vue de nos collègues sur ces questions.

M^{me} Marianne Guillemot.
(Faculté des Sciences, Paris).

Notation et présentation de la mesure complexe d'un vecteur

La mesure complexe d'un vecteur dans le plan complexe généralise la mesure algébrique d'un vecteur sur un axe. On peut donc commencer par rappeler la définition et les propriétés de cette dernière, pour les étendre ensuite, presque mot à mot, à la première.

Nous désignons par $\overrightarrow{AB}$ le *vecteur*, classe d'équivalence dont le bipoint (A, B) est un représentant (1). La mesure algébrique de $\overrightarrow{AB}$ sur un axe est le réel, dont la

(1) Inutile de préciser que ce vecteur est *libre*, car « cela n'ajoute rien, que de la confusion », comme le dit justement J. Chevallier dans le *Bulletin* 263-264 (p. 318).

valeur absolue mesure la longueur de $\overrightarrow{AB}$, et dont le signe (+) ou (—) indique si (A, B) et l'axe-support sont de même sens ou non. On la note $\overline{AB}$, qui se lit aussi AB barre. Le rapport $\frac{\overrightarrow{AB}}{\overrightarrow{CD}}$ de deux vecteurs est par définition le nombre réel $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}}$.

Si l'axe est pointé (c'est-à-dire doté d'un point origine O), $\overline{OA} = a$ est l'abscisse de A. L'isomorphisme des groupes $(\mathcal{U}_1, +)$ et $(\mathbb{R}, +)$, défini par $\overrightarrow{AB} \mapsto \overline{AB}$, conduit alors au théorème de Chasles et à ses corollaires :

sur un axe OX	dans un plan XOY
$\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC}$	$\widetilde{AC} = \widetilde{AB} + \widetilde{BC}$
$\overline{AB} = b - a$	$\widetilde{AB} = b - a$
$m = \frac{a+b}{2}$	$m = \frac{a+b}{2}$
$\frac{\overrightarrow{AB}}{\overrightarrow{CD}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{b-a}{d-c}$	$\frac{\overrightarrow{AB}}{\overrightarrow{CD}} = \frac{\widetilde{AB}}{\widetilde{CD}} = \frac{b-a}{d-c}$

(m est respectivement l'abscisse ou l'affixe du milieu de $\overrightarrow{AB}$).

Considérons maintenant le plan complexe de repère orthonormé XOY. La mesure complexe du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est le nombre complexe, dont le module mesure la longueur de $\overrightarrow{AB}$, et dont l'argument $(\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{AB})$ indique la direction et le sens de (A, B). On la note $\widetilde{AB}$, qui se lit aussi *AB tilde*.* Le rapport $\frac{\overrightarrow{AB}}{\overrightarrow{CD}}$ de deux vecteurs

est par définition le nombre complexe $\frac{\widetilde{AB}}{\widetilde{CD}}$. Le complexe $\widetilde{OA} = a$ s'appelle l'affixe

de A. L'isomorphisme des groupes $(\mathcal{U}_2, +)$ et $(\mathbb{C}, +)$, défini par $\overrightarrow{AB} \mapsto \widetilde{AB}$, conduit alors au théorème de Chasles et à ses corollaires. Si $\widetilde{AB} = z$, on dira que $\overrightarrow{AB}$ est l'image vectorielle de z . Remarquons que si $\overrightarrow{AB}$ a la direction de $\overrightarrow{OX}$, $\widetilde{AB} = \overline{AB}$ grâce à la convention $(\alpha, 0) = \alpha$ pour tout complexe à partie imaginaire nulle.

La notation polaire $\widetilde{AB} = [AB, (\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{AB})]$ donne :

$$\frac{\overrightarrow{AB}}{\overrightarrow{CD}} = \frac{\widetilde{AB}}{\widetilde{CD}} = \left[\frac{AB}{CD}, (\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{AB}) \right] = z \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = z \overrightarrow{CD}.$$

En application l'élève établira facilement les résultats classiques suivants :

— Trois points A, B, C sont alignés si et seulement si $\frac{b-a}{c-a}$ est réel.

— D est sur la bissectrice de l'angle $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$ si et seulement si :

$$\text{Arg}(d-a)^2 = \text{Arg}(b-a)(c-a)$$

— En désignant par $(.)$ la multiplication d'un vecteur par un complexe, $(\mathcal{U}_2, +, .)$ est un espace vectoriel de dimension 1 sur le corps $\mathbb{C}$.

E. Ehrhart.
(Lycée Kléber, Strasbourg).

(*) Le *tilde* est, comme on sait, utilisé en phonétique. Le dictionnaire donne aussi *tildé*, « surmonté d'un tilde ».