

Matériaux pour un dictionnaire

J. CHEVALLIER

Secrétaire de la Commission du Dictionnaire.

Fractionnisme impénitent.

Contrairement à ce qui advient trop souvent, j'ai reçu au sujet des fractions un courrier relativement abondant; comme de surcroît cela a coïncidé dans le temps avec l'étude des mots DIVISION, RAPPORT, QUOTIENT par l'équipe lyonnaise, puis par l'équipe parisienne du Dictionnaire, un échange de vues assez substantiel s'est établi autour de ces notions. Je ne regrette donc pas d'avoir étalé ici mes scrupules personnels avec quelque complaisance : cela a révélé d'abord qu'ils étaient partagés par bien d'autres, ensuite qu'il était souvent possible de rapprocher des opinions au départ éloignées.

On a pu voir dans la notice DIVISION (Section 1 : Terminologie) quelle distinction nous introduisons entre *quotient* et *rapport*. Cette délimitation des sens, à elle seule, a donné lieu à d'amicales empoignades entre Lyonnais et Parisiens, débouchant sur un accord assez général.

Un point sur lequel l'unanimité des collègues est loin d'exister est celui-ci : a-t-on le droit d'écrire des choses comme $\frac{\overrightarrow{AB}}{3}$ et $\frac{\overrightarrow{AB}}{\overrightarrow{CD}}$ et de les appeler « quotient

de $\overrightarrow{AB}$ par 3 » et « rapport de $\overrightarrow{AB}$ à $\overrightarrow{CD}$ » ? J'ai eu des protestations très fermes de

correspondants qui n'acceptent rien d'autre que $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\frac{\overrightarrow{AB}}{\overrightarrow{CD}}$. Leurs raisons, à vrai

dire, plutôt que d'ordre mathématique, sont surtout pédagogiques; or sur ce plan-là il est clair que suivant le maître et les élèves de très larges fluctuations sont (heureusement) permises. Si pour des raisons dont il est juge un collègue estime ces notations dangereuses, personne ne l'oblige à les employer; mais — la tolérance jouant par nature dans les deux sens — nous ne saurions suivre ceux qui souhaiteraient les proscrire absolument; la commission les a donc déclarées « légitimes », allant assez loin

dans ce sens puisqu'elle admet l'écriture $\frac{12 \text{ cm}}{4 \text{ cm}}$ ou même $\frac{12 \text{ cm}}{40 \text{ mm}}$, ce qui fera peut-être grincer quelques dents.

En cette affaire je pense que nous nous sommes défiés d'un certain purisme : car, à vouloir proscrire $\frac{\overrightarrow{AB}}{3}$ pour ne tolérer que $\frac{1}{3} \overrightarrow{AB}$, on est amené par la logique des choses — toute opération interne étant *d'abord* une opération externe, et tout corps étant espace vectoriel sur lui-même — à proscrire $\frac{2}{3}$ pour ne tolérer que $3^{-1,2}$; je ne dis pas qu'on n'y arrivera pas, mais ce n'est sûrement pas l'usage actuel. Quant à exiger $\frac{\overrightarrow{AB}}{\overrightarrow{CD}}$ au lieu de $\frac{\overrightarrow{AB}}{\overrightarrow{CD}}$, d'abord les deux notations ne sont pas synonymes, et surtout nous ne voyons aucune raison de négliger ou de rejeter un aspect « physique » des mathématiques. On critique (à bon droit) les mathématiques « anciennes » pour leur culte presque exclusif du nombre, alors que les ensembles « modernes » admettent libéralement à peu près n'importe quoi comme éléments : et lorsque s'offre la possibilité d'opérer intrinsèquement sur des éléments géométriques, physiques, etc., on court se réfugier dans $\mathbb{R}$! J'aurai l'occasion de revenir sur ce tabou.

Notons encore au passage que de la locution correcte « le rapport de a à b » on passe avec une déplorable facilité à des locutions fortement elliptiques comme « le rapport $\frac{a}{b}$ » ou bien « $\frac{a}{b}$ est un rapport » qui appartiennent, elles, au pire des charabias, le charabia creux (de même bien sûr que « la somme $a + b$ », « le produit ab », etc.) : car *n'importe quel nombre* est un rapport (une somme, un produit... et aussi une racine cubique, et un arg sh, etc.). *A fortiori* la définition (trop) connue : « Une proportion est l'égalité de deux rapports » est de l'hypercharabia.

J'arrive aux fractions : là tous les goûts sont dans la nature. Je ne saurais mieux faire que reprendre l'excellente analyse de notre collègue Dumont ; nous nous trouvons, dit-il, devant *cinq* choses différentes :

- (1) des couples (a, b) ;
- (2) pour une certaine opération $\perp$, des couples composables ;
- (3) les composés de a et b par l'opération précédente, notés $\perp (a, b)$;
- (4) le symbole $\frac{a}{b}$;
- (5) le mot *fraction*.

Or, même si l'on écarte (1) pour se limiter aux couples effectivement composables, des habitudes anciennes et aussi les circonstances, le « contexte » nous amènent à introduire des synonymies assez vagues. Ce peut être une commodité (dangereuse) dans l'usage courant, ce n'en est sûrement pas une quand on essaie d'y voir clair.

Le cas du symbole $\frac{a}{b}$ est encore relativement simple. Car admettre la synonymie de cette écriture avec (2) serait jeter l'interdit ou du moins l'équivoque sur des « égalités » aussi usuelles que $\frac{4}{6} = \frac{6}{9}$, pour ne rien dire de $\frac{6}{3} = 2$, ou $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{1,5}$; pas une seule œuvre mathématique vieille ou récente, pas un seul manuel n'y résisteraient. Malgré la conviction et le talent de certaines plaidoiries, cette assimilation paraît donc inacceptable ; lorsqu'on a *vraiment* besoin des couples — ce qui dans la pratique n'arrive pas si souvent —, qu'on les note (a, b) , à la rigueur (a/b) , $\left(\frac{a}{b}\right)$..., mais

surtout pas $\frac{a}{b}$, sinon devant un public averti. En revanche la synonymie de (3) et (4) ne pose aucun problème : les écritures rappelées ci-dessus ne sont alors ni plus ni moins banales que $5 + 7 = 3 + 9 = 12$.

C'est le mot *fraction* qui est un casse-tête. Est-ce que $\frac{2}{5}$ est une « fraction » ?

Dans ce cas comment les trois rationnels *indiscernables* $\frac{2}{5}, \frac{4}{10}, \frac{8}{20}$ pourraient-ils être qualifiés l'un de « fraction irréductible », le second de « fraction décimale », alors que le troisième ne mérite aucune de ces qualifications ? La « fraction » est-elle donc le couple d'entiers (2, 5) ? A cette opinion assez traditionnelle — et défendable si tout le monde l'adopte — une seule objection, mais de taille : cette « fraction », il faut éviter de l'écrire $\frac{2}{5}$. Arrivés à ce point, mes correspondants cherchent en général à biaiser : la fraction est bien un couple, mais un couple appartenant à un ensemble sur lequel a été définie une équivalence R. Autrement dit, ils veulent rester à mi-chemin entre l'ensemble $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}^*$ des couples composables et l'ensemble-quotient $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}^*)/R$, c'est-à-dire l'ensemble des rationnels.

Ce malaise révèle assez que, dans l'état actuel du langage et des idées, « fraction » ne désigne pas un être mathématique (sinon on saurait dans quel ensemble le ranger), mais bien une *notation*, c'est-à-dire un être périmathématique. En toute rigueur *une fraction est la notation d'un rationnel au moyen d'un couple d'entiers*, de même par exemple qu'un « nombre décimal » n'est que la *représentation* décimale d'un rationnel décimal. Finalement beaucoup de collègues, même réticents au départ, sont tombés d'accord sur ce point.

Si nous étions conséquents avec nous-mêmes, nous devrions donc écrire la fraction par exemple « $\frac{2}{5}$ » et parler non de fractions « équivalentes » (adjectif convenant aux couples) ou « égales » (adjectif convenant aux rationnels), mais de fractions *synonymes*. Je ne prétends pas que cette règle de conduite soit aisée à observer en toutes circonstances ; la tendance à confondre le signifiant et le signifié nous incite à dire *fractions égales* pour *rationnels égaux*. On peut considérer que cela est *tolérable*, d'autant plus qu'on ne voit pas comment l'éviter dans le cas des « fractions rationnelles », puisque nous manquons d'un mot simple pour désigner le quotient de deux polynômes. On peut toujours proposer un néologisme, bien sûr, par exemple *méronome* ? mais en attendant le jour hypothétique où il sera adopté (lui ou un autre), il faudra bien se résigner à l'abus de langage qui confond le couple et le composé : au moins faut-il en avoir conscience.

J. C.

P.S. Parlant de *polynômes*, j'ai plaisir à constater que les récents ouvrages de Clopeau, Cluzel et Vissio ont enfin tordu le cou à l'affreux accent circonflexe dont l'Académie a cru devoir « orner » le mot au désespoir de tous les linguistes ! (Qu'attendent les Quarante pour fonder « l'Autonôme des Gastronomes éconômes » ?). Nos collègues ont été plus timides pour *monôme* qu'ils ont hésité à dépouiller de son chapeau ; il est vrai que la question est plus controversée, et d'ailleurs insoluble, le mot étant tout simplement mal formé.