

Us.: les sens, assez nombreux, se rattachent à deux idées principales : celle du verbe *rapporter* (des faits, de l'argent, etc.) et celle du verbe *se rapporter* (à). Seule cette seconde idée, celle d'une relation d'une chose avec une autre chose, apparaît en mathématiques.

## 1. Algèbre.

1.1. Dans les ensembles numériques usuels — c'est-à-dire  $\mathbb{C}$  et ses sous-ensembles — le *rapport d'un élément  $a$  à un élément  $b$*  est le nombre (s'il existe et est unique dans l'ensemble considéré) dont le produit par  $b$  est  $a$ . Ce rapport se note usuellement  $\frac{a}{b}$ , moins fréquemment  $a:b$ .

La définition précédente reste valable si  $a$  et  $b$  sont éléments d'un ensemble dans lequel existe une opération externe à opérateurs numériques, notée multiplicativement : l'exemple-type est le rapport de deux vecteurs colinéaires d'un espace vectoriel. Mais la géométrie et la physique offrent un champ d'application très vaste à cette notion : rapports de segments, de masses, de volumes, d'intensités de courant, etc. [DIVISION].

1.2. *Rapport anharmonique*. Étant donné un quadruplet de réels ou de complexes  $(a, b, c, d)$ , on appelle *rapport anharmonique* ou *birapport* de ce quadruplet, et l'on peut noter  $\text{Bir}(a, b, c, d)$  l'expression  $\frac{c-a}{c-b} : \frac{d-a}{d-b}$ ; sa propriété essentielle est son invariance pour toute transformation homographique [HOMOGRAPHIE].

Par une extension naturelle, lorsqu'on peut caractériser les éléments d'un ensemble géométrique à l'aide d'un paramètre, on appelle souvent birapport d'un quadruplet d'éléments le birapport du quadruplet des valeurs du paramètre associées

à ces éléments; *ex.* : birapport de quatre points d'une droite, d'une conique, ... de quatre droites, de quatre plans, de quatre coniques d'un pinceau linéaire, etc.).

## 2. Géométrie.

**2.1. Rapports d'affinité, d'homothétie, etc.** La notion de rapport entre dans la définition de plusieurs transformations ponctuelles auxquelles on se reportera [AFFINITÉ, HOMOLOGIE, HOMOTHÉTIE, SIMILITUDE].

Dans le cas de l'homologie il s'agit en fait d'un birapport. Dans le cas de la similitude il est assez commode de pouvoir distinguer entre *rapport de similitude* (rapport de la distance de deux points quelconques de la transformée à la distance de leurs antécédents) et *rapports de configuration* (rapports, invariants dans la similitude considérée, de deux distances quelconques prises soit dans la figure donnée, soit dans sa transformée).

**2.2. L'expression « diviser dans un rapport ».** On prendra garde que l'expression « C divise le segment AB dans le rapport  $k$  » ne détermine pas en général le point C de façon unique : en revanche l'expression « C divise le bi-point (A, B) dans le rapport  $k$  » a le sens bien déterminé  $\frac{\overrightarrow{CA}}{\overrightarrow{CB}} = k$ . L'introduction

du barycentre permet d'ailleurs de donner une expression plus générale à cette notion.