

diviseur, n.m. [dividende]

1968 - 1/1

diviseur

Us.: Agent d'une division, dans tous les sens du terme.

Le mot présente en mathématiques au moins trois sens qu'il faut éviter de confondre.

1. Sens général.

Dans toutes les acceptions de la division en tant qu'opération [DIVISION, 1], le deuxième composant des couples pour lesquels la division est définie s'appelle *diviseur*.

2. Diviseur d'un élément.

2.1. Dans certains cas usuels (entiers, polynômes, ...) où la division n'est définie que pour certains couples (a, b) , on dit pour ces couples particuliers que b est un *diviseur* de a [DIVISION, 3 et DIVISIBLE]; une notation usuelle dans $\mathbb{N}^*$ pour « b divise a » est $b|a$.

2.2. *Diviseurs communs*. Dans l'anneau $\mathbb{Z}$ et dans l'anneau des polynômes $\mathbb{C}[X]$, l'expression *diviseur commun* désigne un diviseur, au sens précédent, qui est commun à deux ou plusieurs éléments.

On montre que les diviseurs communs à plusieurs éléments sont les diviseurs d'un diviseur commun, à savoir :

a) Dans $\mathbb{N}^*$, ce diviseur commun est le plus grand des diviseurs communs, et on l'appelle le *plus grand commun diviseur* (en abrégé : P.G.C.D.) des naturels considérés;

b) dans $\mathbb{C}[X]$, il n'est défini qu'à une constante multiplicative non nulle près, et son degré est supérieur au degré de tout autre diviseur commun; on l'appelle encore P.G.C.D. des polynômes considérés.

3. Diviseurs de zéro dans un anneau.

Du fait que, dans un anneau, tout élément a est solution de l'équation $0x = 0$, on évite de dire que a « divise » 0 au sens [2.1] et l'on préfère donner à l'expression « diviseur de zéro » la signification particulière suivante.

Un élément a , *non nul*, d'un anneau est dit *diviseur de zéro* si et seulement s'il existe un élément b , également *non nul*, tel que $ab = 0$; b est aussi diviseur de zéro. (Si l'anneau n'est pas commutatif, on précise que a est un diviseur de zéro à gauche et b un diviseur de zéro à droite).

Certains anneaux, en particulier les corps, n'ont aucun diviseur de zéro; on dit que ce sont des *anneaux d'intégrité* ou des *anneaux intègres* [ANNEAU].

dividende, n.m.

Dans toutes les acceptions de la division en tant qu'opération [DIVISION, 1], le premier composant des couples pour lesquels la division est définie s'appelle *dividende*.