

bulletin de l'association des
professeurs de mathématiques
de l'enseignement public

“de la Maternelle aux Facultés”

Connecteurs logiques • Des cours d'arithmétique •
La continuité • Expérience en Quatrième • RAPPORT
DE LA COMMISSION MINISTÉRIELLE • Programmes
pour les classes élémentaires • Vive Euclide ! •
Les collègues écrivent • L'Assemblée générale

bimestriel - 46^e année - mai-septembre 1967

n° 258

● DELAGRAVE

MATHÉMATIQUE

2^e CYCLE

MATHÉMATIQUE

1^{re} A par R. CLUZEL et P. VISSIO

256 pages, cartonné 14,50

1^{re} B

I. MATHÉMATIQUE par R. CLUZEL et P. VISSIO

320 pages, cartonné 17,80

II. MATHÉMATIQUE ET STATISTIQUE

par R. CLUZEL, P. VISSIO et F. CHARTIER

382 pages, cartonné 18,20

1^{re} D. I. MATHÉMATIQUE

par R. CLUZEL et P. VISSIO

272 pages, cartonné 15,50

II. MATHÉMATIQUE ET STATISTIQUE

par R. CLUZEL, P. VISSIO et F. CHARTIER

400 pages, cartonné 21,00

Vient de paraître :

EXERCICES DE STATISTIQUE

Fascicule annexe aux cours de PREMIÈRES A B D

par R. CLUZEL, P. VISSIO et F. CHARTIER 4,00

1^{er} CYCLE

Mise en vente fin 1967 :

MATHÉMATIQUE 4^e

par M. CLOPEAU, R. CLUZEL et P. VISSIO

III. INITIATIONS

Expérimentation lyonnaise en Quatrième

René GAUTHIER,

Lycée Ampère, Lyon.

Une recherche pédagogique sur l'enseignement mathématique a été entreprise en octobre 1966 au Lycée Ampère, à Lyon. L'initiative en revient en grande partie au Proviseur, lui-même physicien, converti à un renouvellement de notre enseignement en lisant Papy...

Comme un peu partout, de nombreux collègues lyonnais se préoccupaient ici de ce renouvellement ; mais ces efforts manquaient d'unité et de cohésion, chacun travaillant dans sa classe, souvent trop modeste pour faire connaître ses résultats aux autres, ou trop individualiste pour enrichir la communauté de ses idées. Nous avons tenté, au Lycée Ampère, de coordonner ces efforts par un véritable travail d'équipe.

Nous avons pensé qu'il serait bon de faire connaître cette tentative à nos collègues de l'A.P.M. Cet article n'est pas un rapport. Il ne vise pas à donner des conseils, encore moins des directives. C'est davantage un exposé des buts, des difficultés et des espoirs. Disons aussi que l'optimisme et l'enthousiasme contagieux de notre président et ami Glaymann furent pour beaucoup dans la réalisation de notre projet.

Le but principal était d'apporter une sorte d'unité à l'enseignement des mathématiques dans les sept classes de Quatrième du Lycée Ampère, avec prolongement en Troisième, pour les élèves et les maîtres. Par la même occasion nous nous proposons un renouvellement de nos méthodes, et l'utilisation systématique de l'esprit, du vocabulaire, du symbolisme des *mathématiques contemporaines*, en vue d'une meilleure formation de nos élèves pour aborder le second cycle. Nous avons tenté de combler le fossé qui tend à se creuser entre la mathématique enseignée dans le premier cycle et celle du second cycle au détriment, bien sûr, des élèves qui nous sont confiés !

Conditions matérielles.

La recherche est conduite dans sept classes de Quatrième.

Effectif moyen : 35 élèves ; une classe a 41 élèves !

Programme : les deux programmes actuels de Quatrième et Troisième ont été conservés dans leur ensemble pour les deux années. Nous avons seulement apporté quelques modifications de l'ordre de présentation.

Horaire : trois heures, sans dédoublement.

Maîtres : un agrégé, un agrégé en retraite, un certifié, un professeur de C.E.G., deux maîtres auxiliaires. Tous étaient volontaires dès juillet 1966.

Autres membres de l'équipe : un maître assistant à la Faculté des Sciences, un professeur de Math Sup, ex-professeur au Lycée. Tous les professeurs du Lycée sont tenus au courant. Le Proviseur et le Censeur, lui-même mathématicien, suivent de très près l'expérience.

Aide pratique : le C.R.D.P. de Lyon nous apporte son précieux concours pour le tirage de nos fiches de travail.

Remarques :

1) Pour ce qui concerne le problème du B.E.P.C. en fin de Troisième, nous ne désespérons pas d'obtenir un sujet de mathématiques spécial pour nos élèves.

2) Une heure supplémentaire a été accordée par le Ministère à chaque maître pour rétribuer nos séances de travail hebdomadaires.

Elaboration des fiches de travail.

Nous avons supprimé le cours magistral et l'usage d'un manuel. L'élève travaille sur fiche. Ces fiches sont rédigées, polycopiées et distribuées à chaque élève.

L'équipe de rédaction des fiches comprend cinq membres, dont deux n'enseignent pas dans nos classes de Quatrième.

L'un de nous est chargé de préparer des fiches sur un chapitre donné. Lorsque ce premier travail est prêt et tapé à cinq exemplaires, l'équipe se réunit, soit au Lycée, soit au domicile de l'un d'entre nous.

Au cours de cette première discussion, la rédaction est en général profondément remaniée ; de ces échanges de critiques naissent de nouvelles idées, d'autres méthodes. La « démolition » est toujours constructive... L'idée de rechange est toujours présentée pour remplacer ce qui est considéré comme insuffisant. Nous assistons parfois à de véritables batailles pour une phrase, une méthode, un mot même.

Le rédacteur devra présenter un second projet : relecture, nouvelles modifications de détail, puis rédaction définitive. C'est alors qu'intervient le C.R.D.P. pour le tirage de ces fiches à 500 exemplaires ; grâce au Centre de Documentation Pédagogique, nous présentons à nos élèves des documents clairs et soignés. Disons tout de suite que, malgré deux discussions, malgré nos précautions et notre prudence, toutes les fiches actuelles devront être revues. Mais c'est l'expérimentation, auprès de nos élèves, qui, seule, nous montre ce qui doit être repris. C'est sans doute un peu cela la « réforme permanente ».

Le travail des élèves.

Il s'agissait d'expérimenter une méthode de travail entièrement nouvelle pour nous.

En début de séance, chaque élève reçoit une fiche (le lecteur trouvera en annexe quelques exemples de fiches). Il lui sera distribué une autre fiche dès que la précédente aura été étudiée et commentée.

Chacune de ces fiches constitue un tout portant sur un concept à étudier.

L'élève doit répondre à diverses questions, conduire une démonstration, rédiger des théorèmes. Nous nous efforçons, chaque fois que cela est possible, d'inviter les enfants à travailler à deux. Il se crée aussi des échanges entre les groupes.

L'élève consigne ses réponses sur une feuille particulière qui porte la référence de la fiche étudiée et sera classée avec elle.

Le rôle du maître est avant tout de répondre individuellement à l'enfant qui réclame son intervention. Il doit en permanence se déplacer dans la classe, corriger des erreurs d'interprétation, donner des explications supplémentaires.

Dans certains cas, une question délicate est étudiée en commun, sous la direction du professeur. Ce sont les seules occasions où la classe prend l'allure de la classe traditionnelle.

A la maison, l'enfant devra établir un résumé succinct de ce qui vient d'être étudié, et éventuellement terminer l'étude d'une fiche, s'il a pris du retard.

A la leçon suivante, un résumé très court sera consigné sur le cahier de résumé ; ce résumé est mis au point et rédigé avec le concours de toute la classe.

Les fiches comportent des exercices qui sont proposés en préparation, ou tout simplement étudiés en classe par les élèves qui ont pris une certaine avance.

Le cahier de l'élève comporte une seconde partie. Il a semblé intéressant pour certains concepts importants, d'élaborer en commun une *synthèse* des exemples rencontrés. Par exemple, sur la notion de relation, nous avons classé dès le début de l'année tous les exemples rencontrés, avec leurs propriétés. Lorsqu'une nouvelle relation se présente, elle prend sa place dans le chapitre « synthèse ».

Nous procédons de la même manière pour ce qui concerne les lois de composition, les applications, les fonctions, etc...

Ce travail sur fiche n'est pas un *enseignement programmé*. Il ne s'agit pas de répondre par oui ou par non à une série de questions.

Mais l'enfant doit construire une réponse détaillée et motivée, rédiger une démonstration, la présenter éventuellement sous forme d'organigramme, dans certains cas compléter les cases vides d'un organigramme incomplet ; nous avons voulu que *l'élève participe réellement, à titre individuel, à la construction et à la découverte*. Nous lui demandons un réel effort de recherche et de mise en forme. Ce qu'il aura appris lui-même sera mieux retenu, mieux assimilé et définitivement acquis. Il ne se borne plus à subir un cours ; il n'est plus seulement un sténographe, mais il participe.

Nous ne faisons pas « réciter la leçon ». Le contrôle des connaissances est permanent, puisque l'enfant doit constamment les utiliser dans sa recherche personnelle. En examinant le résumé préparé par l'élève, nous nous assurons de la bonne compréhension de l'essentiel.

Les devoirs comportent la résolution d'exercices d'application. Mais le plus souvent ce devoir est la rédaction détaillée des réponses à une partie de fiche.

Nous aurions aimé trouver une autre formule que la composition habituelle ; mais il n'est pas facile de lui substituer un autre système tant que nous serons tenus à la note trimestrielle.

En fait, chaque composition est scindée en deux interrogations sur un programme restreint. Le choix des sujets est discuté, dans ses grandes lignes par l'équipe des professeurs.

Disons, pour en finir avec le travail de l'élève, que les fiches et les feuilles de réponse sont conservées très soigneusement ; certains élèves présentent même chaque chapitre relié avec une belle couverture. L'enfant a ainsi créé lui-même son propre livre.

Les réunions de travail.

Chaque semaine, tous les maîtres enseignant en Quatrième se réunissent. Le Proviseur et le Censeur sont souvent présents, ainsi que d'autres collègues du Lycée. Ces séances sont rétribuées comme heures supplémentaires.

Leur but principal est de coordonner le rythme de travail, de faire le point. Et puis, chacun d'entre nous apporte ses remarques sur le contenu des fiches utilisées dans la semaine qui précède. Nous confrontons nos remarques et nos expériences. Tous ces commentaires seront précieux pour la modification de nos fiches, et la rédaction des chapitres suivants. C'est au cours de ces réunions que nous prenons réellement conscience des résultats acquis, et des difficultés rencontrées. Là encore, tous les membres de l'équipe ont la parole. Il ne s'agit plus d'un travail d'individu, mais de la mise en commun des remarques de chacun, de la prise en charge collective d'un problème. C'est sans doute cela qui est pour nous le plus précieux et le plus enrichissant. Enfin, chacun d'entre nous est invité en permanence dans les classes des collègues et des visites (trop rares) ont lieu de temps en temps. Cela aussi est une petite révolution dans nos traditions.

Les fiches.

Voici des précisions sur le contenu des fiches, sur quelques idées que nous avons tenu à faire passer à tout prix dans notre enseignement à ce niveau. Certaines questions nouvelles ne furent définies que progressivement, à l'aide de plusieurs exemples.

C'est ainsi, par exemple, que nous avons été amenés à définir une relation d'équivalence, mais seulement après avoir rencontré une douzaine d'exemples précis avec leurs propriétés.

Chapitre 0 : Ensembles, appartenance, égalité de deux ensembles, diagrammes de Venn et de Carroll, intersection, réunion, différence.

Partition. Exercices sur les théorèmes de Morgan.

Vocabulaire et symbolisme sont présentés à partir de situations très simples, sans formalisme, ni fausse démonstration. Tout cela est vite devenu familier à l'enfant, parce que nous n'avons pas manqué une occasion d'exploiter ces notions. Ce chapitre n'est pas un simple « chapeau » destiné à donner une coloration « moderne » en début de cours, mais un outil dont nous faisons le plus grand usage possible.

Cette initiation a duré environ trois semaines. C'est beaucoup et trop peu. Nous serions moins gênés en Quatrième, si l'enfant était déjà progressivement préparé au langage des ensembles et des relations dès le plus jeune âge, s'il avait déjà acquis des réflexes corrects.

Je dirai quelques mots des problèmes qui se sont posés dans ce chapitre. Définition d'un ensemble en compréhension : on s'aperçoit à l'usage qu'elle est donnée de façon satisfaisante à la seule condition de s'être déjà donné un ensemble de référence, que nous appelons *l'univers*. La définition en compréhension apparaît alors en même temps que la notion de *partie* d'un univers.

Egalité de deux ensembles : l'élève à qui on a trop parlé en Cinquième de « l'égalité » de segments, d'angles, de triangles a d'abord du mal à admettre le sens précis de l'égalité de deux ensembles. Mais son jeune esprit accepte bien volontiers de changer ses habitudes lorsqu'on lui fait comprendre la nécessité de changement.

Nos segments et nos triangles sont « isométriques » et l'égalité des ensembles est utilisée de façon correcte sans aucune espèce de difficulté, pour l'élève au moins... à tel point que c'est ce dernier qui reprendra le professeur parlant « de segments égaux » ; j'ai pu, personnellement, faire cette expérience.

Ensemble vide : l'enfant a quelques difficultés à admettre son unicité. Des questions très pertinentes sont posées à ce sujet ; elles donnent lieu à de véritables débats dans la classe : un enfant m'a déclaré ne pas comprendre pourquoi sont égaux les deux ensembles vides { chien ayant six oreilles } et { chevaux à six pattes }. Il n'est pas toujours facile de répondre simplement à de telles questions.

Diagramme de Venn : ce procédé de représentation est commode et simple à première vue. En fait, on s'aperçoit qu'il présente certains dangers lorsqu'on travaille avec des ensembles finis. Par exemple, dans la figuration d'une intersection, peut apparaître un domaine d'aire non nulle, qui ne comporte cependant aucun élément. Il faut donc manipuler cette représentation avec prudence. Signalons que les contours ont été appelés *patates* avec beaucoup de succès.

Les théorèmes de Morgan (voir en annexe) ont été vérifiés en devoir sur un exemple très simple et des diagrammes de couleur. Dire que cela suffit pour que la notion soit définitivement acquise, c'est une autre affaire, et, en fait, là n'est pas le problème.

La différence symétrique a été étudiée en exercice, mais ce fut un demi-échec. La présentation est à revoir.

La même remarque s'applique au concept de partition, que nous avons présenté trop rapidement par manque de temps. Mais nous en voyons plusieurs exemples, en géométrie notamment.

Pour l'avenir, il a été décidé de supprimer ce chapitre. Les notions nouvelles seront présentées au fur et à mesure des besoins et des exemples rencontrés, quitte à en faire par la suite une synthèse générale en cours d'année.

Chapitre 1. — Géométrie : plan, droite, demi-droite, segments, angles, cercle, disque.

Il s'agit dans ce chapitre de réviser rapidement les notions acquises en Cinquième, en utilisant le vocabulaire ensembliste du chapitre zéro. Ce chapitre ne comporte que très peu de démonstrations, mais des propriétés de base (axiomes).

Segments et angles : ce sont des intersections de demi-droites et de demi-plans. Il n'y a plus de « segments égaux » mais *isométriques*. La relation d'isométrie est notée :

$$AB \text{ iso } CD \quad \text{ou} \quad \widehat{xOy} \text{ iso } \widehat{uAv}.$$

Les propriétés de cette relation sont soigneusement dégagées, sans leur donner de nom pour le moment. On imagine les *classes* d'isométrie. Pour les segments, la classe définit une *longueur* et pour les angles une *ouverture*. Ce vocabulaire particulier, s'il paraît curieux (ou inutile) au début, est maintenant très bien assimilé et admis. Par la suite, nous n'ajouterons ni segments ni angles, mais des longueurs et des ouvertures, en choisissant correctement des *représentants* pour chaque classe.

L'ouverture de l'angle droit est notée D , celle de l'angle plat π . Les difficultés plus sérieuses se présentent à propos des inégalités entre longueurs et ouvertures. Nous n'avons pas résolu ces problèmes de manière satisfaisante.

Nous avons été amenés à définir les demi-droites ouvertes et fermées, de même pour les demi-plans, pour le disque. On pourrait croire que c'est bien délicat. Mais l'enfant qui a acquis la notion de différence de deux ensembles n'éprouve pas de difficulté particulière. Il comprend la nécessité de ces distinctions pour présenter des partitions en géométrie.

Ce chapitre que nous voulions court nous a occupé cependant une partie du premier trimestre. Là aussi, lorsque ce travail sera fait convenablement en Cinquième, il ne sera pas nécessaire d'y consacrer un temps aussi long.

Chapitre 2 : L'ensemble $\mathbb{N}$ des nombres naturels. Révision des opérations. Divisions - Diviseurs - Multiples - P.G.C.D. et P.P.C.M. - Naturels premiers.

Nous avons très rapidement revu les opérations sur $\mathbb{N}$, en insistant sur le concept de loi de composition, ses propriétés. Soustraction et division sont présentées comme *équations* à résoudre, avec leurs *ensembles solutions*.

Les calculs sur les puissances nous donnent l'occasion de présenter le concept de fonction.

Divisions : Il est indispensable de distinguer deux divisions ; si $a = bq$, on écrit la division de a par b , $a : b = q$ et q est le quotient ; si $a = bq + r$, c'est la *division euclidienne* de a par b ; elle ne s'écrit pas autrement ; q s'appelle le quotient euclidien.

P.G.C.D.-P.P.C.M. : Les notions de diviseur ou multiple commun donnent l'occasion d'utiliser avec profit des intersections d'ensembles. Pour le calcul du P.G.C.D., nous avons présenté l'algorithme d'Euclide. Une tentative de justification s'est soldée par un échec, mais le mécanisme du calcul est très bien assimilé.

Puissances : Les diverses règles et formules de calcul sont découvertes par les élèves eux-mêmes sur des exemples très simples. Nous présentons ici la notion de correspondance ou de fonctions. Nous notons par exemple :

$$x \longrightarrow x^2 \quad \text{ou} \quad x \longrightarrow 3^x$$

en choisissant x dans une partie de $\mathbb{N}$, appelée *ensemble de départ* ou la *source*. L'élève devra lui-même déterminer l'ensemble d'arrivée ou le but.

Ce vocabulaire a d'abord surpris. Mais il sera revu en géométrie, pour ce qui concerne la symétrie-point et la symétrie-droite. Nous pensons qu'il fallait immédiatement donner à la notion de fonction son caractère dynamique, avec l'ensemble source et l'ensemble but. La construction de diagrammes de correspondance facilite grandement la compréhension.

Echelle naturelle : Nous terminons le chapitre par une correspondance bijective entre $\mathbb{N}$ et un ensemble de points alignés, extrémités de segments isométriques. Cette notion nous sera plus tard bien précieuse pour présenter les rationnels et préparer le théorème de Thalès.

Chapitre 3. — Géométrie : Triangles isométriques - Parallélisme - Parallélogramme - Symétrie-point ; couples de points - Notion de vecteur géométrique.

Le critère de base pour l'isométrie de deux triangles est l'ancien deuxième cas, présenté comme un axiome, baptisé, avec un certain succès, axiome *du compas boiteux*. L'expression est tellement bien adoptée que l'élève ne sait plus désigner autrement ce « cas d'égalité ». Les autres cas seront vus beaucoup plus loin, au chapitre 5.

La symétrie-point, présentée comme une fonction $M \longrightarrow S(M) = M'$, nous permettra de traiter complètement le parallélisme et le parallélogramme (existence des parallèles, notion de bande, centres de symétrie d'une bande, parallélogramme).

Parallélisme : Nous insistons tout particulièrement sur les propriétés de la relation. Pour cela, des droites confondues sont des parallèles particulières, et là nous avons eu quelques difficultés. Mais c'est précisément en insistant sur les propriétés de la relation que cette difficulté est partiellement surmontée. Toutes les propriétés du parallélogramme sont immédiates en utilisant le centre de symétrie commun aux deux bandes.

Demi-droites parallèles : demi-droites de même sens (autre relation notée *ms*) et demi-droites de sens contraire (relation *sc*). Ces deux relations entre demi-droites nous permettent de présenter le concept de *bipoints équipollents* (relation entre deux couples de points). Nous avons là encore des classes de couples équipollents. Chaque classe est un *vecteur géométrique*. Nous n'insistons pas outre mesure et nous nous contentons pour le moment d'une première présentation simple.

Chapitre 4 : Les rationnels. Révision sur les fractions (ensemble $\mathbb{Q}^+$). Etude de l'ensemble $\mathbb{Q}$. Lois de composition. Equation $ax + b = 0$ dans $\mathbb{Q}$.

Proportions.

En début de chapitre, nous révisons rapidement les calculs relatifs aux fractions, ainsi que la notion de fraction équivalente. Là encore nous pouvons évoquer le concept de classe, déjà préparé par d'autres exemples dans les chapitres qui précèdent, pour définir le rationnel positif élément de $\mathbb{Q}^+$. On construit alors $\mathbb{Q}^-$ en utilisant les points de la demi-droite opposée à la demi-droite qui porte les points-images de $\mathbb{Q}^+$, par la symétrie O .

Les règles opératoires pour ce qui concerne les calculs dans $\mathbb{Q}$ sont alors dégagées en imposant à l'addition et à la multiplication d'avoir les mêmes propriétés que dans $\mathbb{N}$.

Le problème du quotient de deux rationnels est présenté naturellement comme la recherche de l'ensemble solution de l'équation $ax = b$. Le chapitre se termine par la notion de proportion qui trouve ici sa place, ainsi que les suites de nombres proportionnelles, enfin une fiche sur la « règle de trois ».

Primitivement, nous avions pensé présenter les entiers (ensemble $\mathbb{Z}$) avant les rationnels. Nous avons dû abandonner cette idée par manque de temps. Elle méritera cependant d'être reprise. En effet, il semble un peu curieux d'escamoter totalement l'ensemble $\mathbb{Z}$, à tel point que l'élève doit arriver en math-ém. pour apprendre l'existence de ce sous-ensemble de $\mathbb{Q}$. Cela aussi pourrait faire l'objet de l'expérimentation dès la Cinquième.

Chapitre 5 : Fin de la Géométrie - Symétrie-droite - Cas d'isométrie des triangles - Inégalités de longueurs et d'ouvertures dans les triangles - Problèmes sur le cercle - Angles inscrits.

En utilisant les résultats du chapitre 3, nous donnons en exercice les démonstrations des deux autres cas d'isométrie, autres que l'axiome du compas boiteux.

La symétrie-droite est présentée comme une application $M \longrightarrow M'$ et utilisée au maximum.

Nous avons enfin rassemblé les questions relatives aux inégalités de longueurs et d'ouvertures dans le triangle et les applications.

Rythme d'étude.

A raison de deux grands chapitres par trimestre, nous avons de la sorte traité assez complètement le programme actuel de la classe de Quatrième. Il y manque, en fait, le calcul algébrique sur monômes et polynômes. Cette question, préparée par les calculs sur les puissances, sera reprise dans sa totalité en Troisième.

Nous n'avons pas de chapitre particulier sur « équation », mais ce problème a été évoqué à chaque occasion, à propos de la soustraction et de la division dans $\mathbb{N}$ puis dans $\mathbb{Q}$. Nous n'avons pas voulu, trop tôt, ériger en mécanisme systématique un mode de pensée et de recherche qui fait appel, après tout, à quelques principes très simples. Le terrain est donc préparé, sans plus.

Par contre, nous avons abordé les proportions, les suites proportionnelles, en fin d'étude de $\mathbb{Q}$. La recherche d'une quatrième proportionnelle permet de démystifier la trop fameuse « règle de trois », et ceci bien avant la classe de Quatrième.

Les vecteurs géométriques ont été abordés de telle manière que l'élève de Seconde ne sera pas surpris par une présentation nouvelle. C'est pour cela que nous avons tout de suite parlé de vecteurs non colinéaires. La « relation de Chasles » est renvoyée en Troisième. La notion de fonction est également préparée sous sa forme dynamique, aussi bien sur des exemples numériques que géométriques. Pour ce qui concerne les démonstrations, chaque fois que l'étude s'y prête, nous avons fait appel aux organigrammes ; en particulier, l'élève doit dans certains cas compléter des cases vides d'un organigramme donné. Cet exercice l'oblige à réfléchir sérieusement en vue de la déduction, en algèbre et en géométrie.

Il nous est arrivé d'introduire quelques vocables nouveaux, comme *ouverture* d'un angle, comme *compas boiteux* ; par contre, il a été décidé de ne pas utiliser, à ce stade, l'expression « condition nécessaire et suffisante ».

Il est évidemment trop tôt pour juger des résultats acquis ; nous pouvons cependant dire que les élèves participent réellement à titre personnel. L'enfant prend l'habitude de questionner sur des points qui lui semblent obscurs. Puis, sur l'indication du maître, il relit avec plus d'attention et s'aperçoit que, en fait, tout est dit sur sa fiche, à condition de bien lire : il semble que ce mode de travail fixe l'attention de l'enfant, lui apprend à interpréter un texte, à en tirer le maximum.

Le fait de devoir répondre, avec précision, à des questions posées, lui donne une part d'initiative ; il prend goût à la recherche personnelle, à l'effort dans une direction donnée. Il m'est arrivé, d'ailleurs, que certains élèves me présentent une démonstration différente de celle proposée sur la fiche. L'un d'eux a proposé, deux jours avant la distribution de la fiche correspondante, une démonstration pour ce qui concerne la somme des ouvertures des angles d'un triangle.

Enfin, au dire de nos élèves et de leurs parents, il semble que la composition soit attendue avec moins d'appréhension que par le passé. Dans le cours traditionnel, toute difficulté disparaît, ou presque, dans une leçon ; le maître se charge de conduire lui-même la recherche et de donner les réponses. Pour nous, toute question nouvelle est un exercice pour l'élève : il prend l'habitude d'être confronté avec des problèmes ; pour lui, la composition est tout simplement une fiche nouvelle à étudier.

Le système, bien sûr, présente des difficultés. Dans une classe trop chargée, il n'est pas facile de contrôler toutes les réponses, de tous les élèves, pour chaque fiche. Il est pourtant essentiel de s'assurer qu'aucune faute grave ne reste enregistrée. C'est pourquoi le contrôle n'est pas facile. Le plus souvent possible, nous ramassons toutes les fiches de réponse qui sont rapidement corrigées. Et puis l'élaboration du résumé en commun nous permet de rectifier des erreurs d'interprétation. De toute façon, il n'est pas possible, à ce stade, d'exiger qu'un enfant retienne tout, et en particulier une démonstration ; il faut surtout lui donner le goût de la reconstruire.

L'enseignement dogmatique semble le seul mode d'enseignement si la classe est nombreuse. Mais l'élève, restant passif, chaque enfant reçoit, au même rythme que le voisin, la bonne parole du maître bien installé à sa chaire. Il n'est tenu aucun compte des différences de rapidité de compréhension d'un élève à l'autre. Cette différence est parfois considérable. Dans ce travail sur fiche, chaque élève travaille à peu près à son rythme propre ; pour les plus rapides, nous ajoutons, en fin de fiche, des exercices de difficulté variable qui ne seront pas traités par les plus lents. Il va de soi, cependant, que ce travail présente l'inconvénient de la lenteur. C'est là pour nous un écueil non négligeable. Le rendement immédiat semble faible. Pour cela, nous envisageons, à l'avenir, de modifier le mode de travail à propos des questions les plus difficiles : le professeur présentera la question, guidera la classe dans son ensemble au début d'une fiche délicate. C'est après cette introduction que l'élève devra aborder seul la suite et les applications.

Autre danger : certains élèves, les plus faibles ou les plus lents, ont tendance à répondre rapidement aux questions faciles, en laissant de côté les questions difficiles. Ce n'est pas ce qu'on attend d'eux. Le problème est de s'occuper de ces enfants en priorité, les encourager, leur donner le coup de pouce qui les mettra sur la voie. Cela réclame de la part du maître une attention constante et un travail considérable, souvent plus important que celui qui consiste à dicter durant une heure un cours de mathématiques soigneusement figé depuis des années. Cette difficulté est d'ailleurs liée à la rédaction d'une fiche : elle doit être claire, simple, dépourvue de ces pièges appelés souvent « jolis problèmes ».

Il est sûr que six mois d'expérience ne suffisent pas pour trouver les solutions les meilleures aux problèmes qui se posent. L'avenir nous donnera peut-être la possibilité de poursuivre ce travail pour améliorer ses conditions, son rendement.

L'allègement des effectifs, la refonte générale de nos programmes, la recherche permanente d'équipes dans chaque établissement, la création officielle de centres de recherches, dotés de moyens sérieux, la collaboration constante des maîtres enseignant à tous les niveaux, de l'inspection générale, de l'administration, telles sont sans doute les conditions à créer, pour que le progrès pédagogique devienne une réalité.

Il ne sera pas possible de poursuivre si nous nous heurtons à la méfiance et au scepticisme. Mais il y a partout volonté de renouveau et un certain potentiel d'enthousiasme ; il serait dommage que tout cela se perde.

- Annexe I. — Chapitre 0 : Ensembles : 14 fiches.
- » 1 : Géométrie - Révision : 24 fiches.
 - » 2 : Ensemble $\mathbb{N}$: 12 fiches.
 - » 3 : Isométrie - Parallélisme : 13 fiches.
 - » 4 : Ensemble $\mathbb{Q}$: 13 fiches.
 - » 5 : Symétrie droite - Inégalités : 15 fiches.

Annexe II. — Trois fiches à titre d'exemple. Ces fiches sont livrées telles qu'elles ont été mises entre les mains des élèves. Elles doivent être remaniées. Détachées de leur contexte, elles ne donnent qu'une idée très insuffisante de l'ensemble.

R. G.

CHAPITRE 0
Ensembles.

FICHE 0-12
Théorèmes de Morgan

Classe de 4^e

1. Prenez pour univers l'ensemble V des voyelles.

Définissez en extension V ainsi que les parties X et Y de V formées respectivement par les lettres des mots « eau » et « oui ».

2. Définissez maintenant en extension les parties suivantes de V :

$$\begin{aligned} &C_V X, C_V Y \\ &X \cup Y, X \cap Y \\ &C_V(X \cup Y), C_V(X \cap Y) \\ &C_V X \cup C_V Y, C_V X \cap C_V Y \end{aligned}$$

3. En déduire que :

$$\begin{aligned} C_V(X \cup Y) &= C_V X \cap C_V Y \\ C_V(X \cap Y) &= C_V X \cup C_V Y \end{aligned}$$

4. En utilisant des diagrammes de Venn, vérifiez que l'on a :

$$\begin{aligned} (1) \quad C_E(A \cup B) &= C_E A \cap C_E B \\ (2) \quad C_E(A \cap B) &= C_E A \cup C_E B \end{aligned}$$

où A et B sont des parties d'un univers E.

Les formules (1) et (2) sont les théorèmes de Morgan.

5. Vérifiez les théorèmes de Morgan sur d'autres exemples que vous imaginerez.

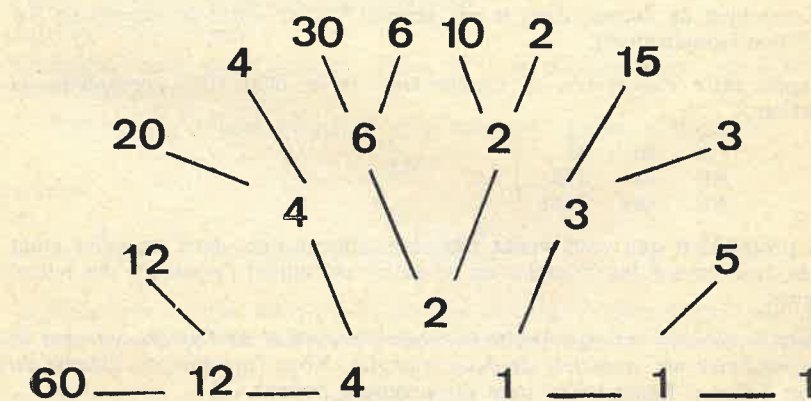
N.B. : Cette fiche a été proposée en devoir. Le complémentaire de X dans V est noté $C_V X$.

CHAPITRE II
Ensemble $\mathbb{N}$

FICHE II-10
Diviseurs

Classe de 4^e

1. Dire que x est un multiple de a , c'est dire que a est un diviseur de x .
 - a) Comparez un naturel x et un de ses diviseurs a pour la relation $\leq$.
 - b) Montrez qu'un naturel donné ne peut avoir qu'un nombre fini de diviseurs.
2. a) Décomposer le naturel 72 en produit de facteurs premiers.
 b) Choisissez un diviseur de 72 ; décomposez-le en produit de facteurs premiers.
 c) Que pensez-vous des facteurs ainsi obtenus ? Comparez leurs exposants dans les deux décompositions.
 d) Donnez une règle pour écrire un diviseur d'un naturel donné.
3. On se propose de trouver l'ensemble de tous les diviseurs de 72. On le notera D (72). On procède ainsi : on écrit (1, 2, 4, 8) (1, 3, 9) et on effectue les produits de tous les naturels de la première parenthèse par tous ceux de la deuxième, c'est-à-dire :
 $1 \times 1 ; 1 \times 3 ; 1 \times 9 ; 2 \times 1 ; 2 \times 3 ; 2 \times 9 ; 4 \times 1 ; 4 \times 9 ; 8 \times 1 ; 8 \times 3 ; 8 \times 9$.
 - a) Justifiez cette méthode.
 - b) Déterminez ainsi D (60). (Il vous faudra adapter la méthode précédente car la situation n'est plus tout à fait la même).
 - c) Dans le cas où le naturel a ne possède que deux facteurs premiers (comme 72 par exemple). On peut aussi présenter le calcul sous forme de table ; comment ?
 - d) Dans le cas où le naturel a possède plus de deux facteurs premiers, on peut utiliser la technique de « l'arbre » : Expliquez en quoi elle consiste en regardant le cas où $a = 60$. Pourquoi l'appelle-t-on ainsi ?



4. a) Quel est l'exposant de 2 dans la décomposition de 72 ?
- b) Combien y a-t-il de naturels dans la parenthèse correspondant aux puissances successives de 2 (voir 3 a) ?
- c) Quel est l'exposant de 3 dans la décomposition de 72 ?
- d) Combien y a-t-il de naturels dans la parenthèse correspondant aux puissances successives de 3 ?
- e) Dégagez de ce qui précède le procédé qui permet de prévoir qu'il y a 12 diviseurs de 72 sans écrire les 12 multiplications du paragraphe 3.
- f) Énoncez la règle générale pour déterminer le nombre de diviseurs d'un naturel. Vérifiez-la sur D (60).

CHAPITRE III Isométrie

Classe de 4^e

FICHE III-2 Critère de base pour l'isométrie de deux triangles

1. *Le compas boiteux.*
Considérez deux triangles ABC et HKM.

Soit les trois hypothèses :

$\widehat{A}$	iso	$\widehat{H}$
AB	iso	HK
AC	iso	HM

Découpez dans un carton un « modèle » pour ABC. Pour cela, découpez d'abord un saillant isométrique à A. Vous le nommerez xPy . Puis, sur Px , marquez Q tel que PQ iso AB.

Combien pouvez-vous marquer de points Q ? Quelle est la propriété de base que vous appliquez ?

Ensuite, sur Py , marquez R tel que PR iso AC (mêmes questions). Pouvez-vous appliquer ce modèle sur HKM ?

De combien de façons, dans le cas général ? (c'est-à-dire en supposant AB et AC non isométriques).

D'après cette expérience, et compte tenu de la fiche III-1, complétez la déduction :

$\widehat{A}$	iso	$\widehat{H}$	}	
AB	iso	HK		
AC	iso	HM		

La proposition que vous venez d'obtenir affirme que, deux triangles étant donnés, trois isométries (d'angles ou de côtés) entraînent l'isométrie des autres éléments.

Nous prendrons cette proposition comme propriété de base concernant la correspondance par isométrie de deux triangles. Nous l'appellerons *axiome du compas boiteux*. Pourquoi ce nom de « compas boiteux » ?

2. Montrez que deux quelconques des trois hypothèses du n° 1 suffisent pour établir la *correspondance* des sommets entre les deux triangles. Écrivez cette correspondance.

3. Rédigez l'énoncé de l'axiome du compas boiteux sans employer de lettres : Si, alors (Ce n'est pas très commode).

4. *Cas particulier.*

Vous savez qu'on nomme *triangle rectangle* un triangle dont l'un des angles est un angle droit.

Considérez deux triangles rectangles. Montrez qu'on peut prendre *seulement* deux hypothèses pour que l'axiome du compas boiteux puisse être appliqué ?

Où se cache la troisième hypothèse ? Rédigez la forme particulière de l'énoncé de l'axiome, dans le cas des triangles rectangles.

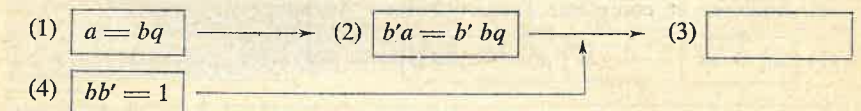
CHAPITRE IV Ensemble $\mathbb{Q}$

Classe de 4^e

FICHE IV-5 Division dans $\mathbb{Q}^+$

1. La définition de la division dans $\mathbb{Q}^+$ est analogue à celle de la division dans $\mathbb{N}$: q quotient de a par $b \iff a = bq$.

a) Complétez l'organigramme suivant :



Quelles sont les cases qui contiennent les hypothèses ?

Quelle est celle qui contient la conclusion ?

Justifiez chaque flèche.

Complétez cette règle pratique : Dans $\mathbb{Q}^+$, le quotient de a par b est le produit de a par...

b) Pouvez-vous choisir n'importe quel rationnel comme diviseur b ?

Exercices.

Divisez $\frac{4}{7}$ par $\frac{5}{2}$; puis $\frac{8}{3}$ par 2 ; puis $\frac{1}{2}$ par $\frac{3}{4}$.

2. Vous avez vu que, dans $\mathbb{N}$, le quotient de a par b n'existe pas toujours ; mais si vous considérez a et b comme des rationnels, quel est le quotient de a par b ?

a) Dans $\mathbb{Q}^+$, $a : b = \dots$, lorsque a et b sont des naturels.

b) C'est pour généraliser ce résultat qu'on note souvent le quotient de deux rationnels x et y par $\frac{x}{y}$. Il faut bien concevoir qu'il ne s'agit pas là d'une fraction au sens où nous l'entendons ordinairement.

c) Montrez que si on multiplie ou divise les deux termes d'un quotient par un même rationnel non nul on obtient un quotient égal.

3. Equation.

Dans II-7, vous n'avez pas trouvé de naturel solution de l'équation $2x = 5$. On se propose de résoudre cette équation dans $\mathbb{Q}^+$.

a) Que signifie : le rationnel q est solution de cette équation ?

b) Que représente q pour 5 et 2 ? (Voir 1).

c) Comment pouvez-vous alors écrire q ? (Voir 2, a).

Vous venez de déterminer $S = \{x; x \in \mathbb{Q}^+, 2x = 5\}$.

d) Ecrivez S en extension.

e) Plus généralement, a et b étant des rationnels ($a \neq 0$) déterminez en extension $S = \{x; x \in \mathbb{Q}^+, ax = b\}$.

f) Si maintenant $a = 0$, que pensez-vous de l'équation $0x = \frac{3}{7}$?

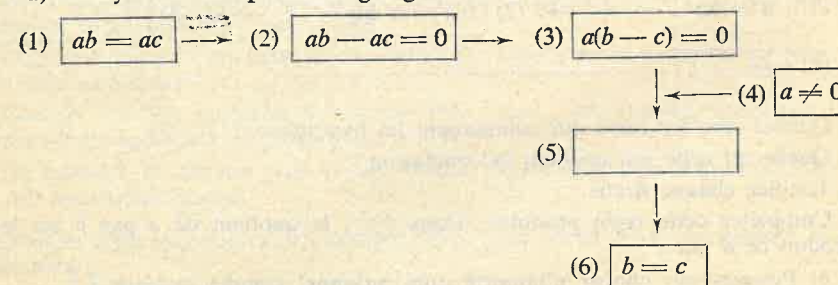
Exercices.

Résolvez dans $\mathbb{Q}^+$ les équations :

$$50x = 100 \quad 3x = \frac{6}{5} \quad \frac{1}{2}x = 2 \quad \frac{x}{2} = \frac{3}{4} \quad \frac{1}{2}x = \frac{5}{2} \quad \frac{3}{x} = 6.$$

4. Soit a, b, c trois rationnels positifs ou nuls.

a) Analysez et complétez l'organigramme suivant :



b) Ecrivez la déduction correspondante.

5. Exercices.

a) Calculez :

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} \quad \frac{391}{70} \quad \frac{3}{2} - \frac{2}{5} \quad \text{puis} \quad \frac{425}{28}$$

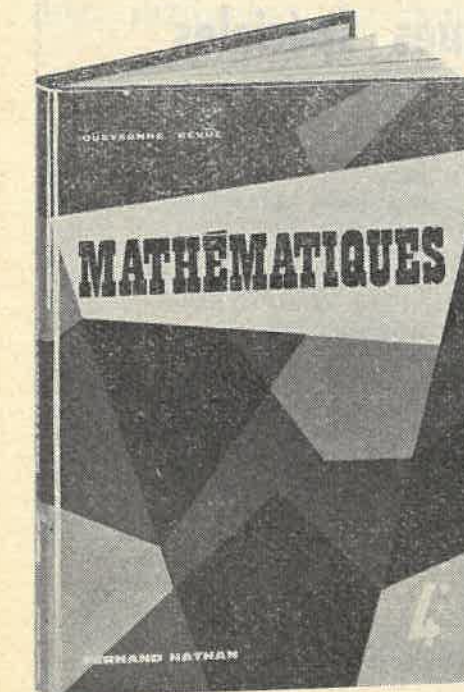
...

b) a, b, c étant des rationnels, simplifiez $\frac{ab + ac}{a}$

$$\frac{ab \cdot ac \cdot bc}{abc}; \frac{ab \cdot (a + b)}{ac + bc}; \frac{ab - ac}{a}$$

MATHÉMATIQUES

Collection **QUEYSANNE**, ancien élève de l'E.N.S. maître assistant à la Sorbonne
REVUZ, ancien élève de l'E.N.S. professeur à la faculté des Sciences de Poitiers.



NOUVEAUTÉ
BIANCAMARIA,
KÉRAMSI,

professeurs agrégés au lycée Lakanal

• **CLASSE DE 4^e....**

Après avoir repris, en les précisant, les notions fondamentales concernant les ensembles, étudiées de façon concrète en 5^e, les auteurs exposent sur des exemples simples les notions de relation binaire et d'application. Toutes ces notions dites « modernes » sont ensuite appliquées tout au long du livre à l'exposé des différentes parties du programme officiel : Arithmétique, Algèbre, Géométrie. Des tableaux récapitulatifs, des tables numériques et un grand nombre d'exercices variés et gradués complètent l'ouvrage. Ce dernier est accompagné d'un livret à l'usage du professeur ; il comprend les corrigés des exercices et surtout des commentaires pédagogiques expliquant les intentions profondes des auteurs.

Livre du Professeur

DEJA PARUS :

P. PLESSIER, agrégé de mathématiques et M. MORLET, directeur de C.E.G.

• **CLASSE DE 6^e** - Le volume 9,15 F

Livre du professeur 4,50 F

Ce livre comprend, outre les corrigés des exercices, quelques pages d'information pédagogique destinées à éclairer les professeurs sur l'esprit qui a animé les auteurs dans la rédaction des différents chapitres.

P. PLESSIER et M. MORLET.

• **CLASSE DE 5^e** - Le volume 10,80 F

Livre du professeur 5,50 F

chaque volume relié et plastifié format $15,5 \times 22$.

FERNAND NATHAN

18, rue MONSIEUR-LE-PRINCE - PARIS-VI^e