

PROJETS DE PROGRAMMES

Au cours de ses dernières réunions du printemps 62, la Commission des programmes a discuté d'éventuelles réformes des programmes de Sciences Expérimentales et de Philosophie. Il faut bien noter que ces réformes interviendront probablement pour la rentrée 64. Le Bureau de l'A.P.M. sera sans doute consulté, au moment choisi par l'Administration. Il a donc paru intéressant de publier ici des projets ou des schémas, sous la seule responsabilité de la Commission, ou de leurs auteurs : il est donc bien évident que ces textes ne sont pas officiels ; soumis à l'appréciation de tous, ils doivent susciter avis, critiques ou suggestions, qui seront adressés à la Secrétaire de la Commission : Mlle CLAVIER, 24, rue Linné, Paris, 5°.

A. Schéma d'un programme de Sciences Expérimentales.

N. B. : Ce projet est établi pour un horaire de 6 heures hebdomadaires et s'inspire du nouveau programme de Matélem (Cf. Bull. 222, p. 245).

Vocabulaire et symboles (même rédaction que M.E.).

I. Les nombres : Extensions successives de la notion de nombre (à l'exclusion des nombres complexes). Développer le calcul algébrique pratique ; calcul sur les nombres irrationnels ; calculs approchés.

II. Arithmétique (Cf. programme de M.E. à partir de 2°).

III. Analyse combinatoire (Cf. programme de Math. - Technique B) : Dénombrements, combinaisons, arrangements ; binôme de Newton. Probabilités simples ; probabilités totales ; probabilités composées. Espérance mathématique ; loi des grands nombres : lemme de Bienaymé et utilisation par Tchébychev. Théorèmes de Bernouilli et de Borel. Epreuves répétées dans le cas de deux éventualités dont les probabilités sont constantes ; utilisation du binôme de Newton pour un exposant positif entier.

IV. Notions de géométrie analytique et de calcul vectoriel (Cf. programme de M.E., p. 253, 254) : On pourrait ajouter l'étude de quelques courbes usuelles en astronomie, en physique, en chimie ou en sciences naturelles, ainsi que la notion de produit vectoriel.

V. Fonctions d'une variable réelle (Cf. M.E., p. 249, § 5) : Révision du cours de Première CM sur les dérivées et compléments : dérivée du produit de n fonctions, de u^n , dérivée d'une fonction composée, dérivée de la fonction réciproque d'une fonction monotone. Notion de différentielle. Etude de quelques fonctions rationnelles. Primitives et application à des calculs d'aires, de volumes, de moments d'inertie.

Fonction $\text{Log}_a x$ et fonction exponentielle de base a (voir M.E., p. 251) ; coordonnées logarithmiques.

Fonctions circulaires ; fonction $a \cos(\omega t + \varphi)$ et $a \cos x + b \sin x$; exemples

simples de fonctions composées à partir de fonctions circulaires, en particulier du type u^n et $\sqrt[n]{u}$.

Calcul approché des racines d'une équation.

Equations différentielles simples (Cf. M.E., p. 252).

Fonctions de plusieurs variables ; courbes $x = C^t$ ou $y = C^t$.

VI. Cinématique (Cf. M.E., p. 256, § 7).

La Commission des Programmes.

B. Un projet détaillé pour Sciences Expérimentales.

(également conçu pour un horaire de 6 h. par semaine).

Vocabulaire et symboles : Voir programme de la classe de Mathématiques Élémentaires.

Arithmétique, algèbre et notions d'analyse.

I. Les nombres. Extensions successives de la notion de nombre.

Note préliminaire.

1° Aucune question d'ordre théorique ne devra être posée, aux épreuves écrites et orales du baccalauréat, sur les diverses notions qui font l'objet de ce chapitre I.

2° Ces notions sont destinées uniquement à conduire l'élève à repenser les règles du calcul algébrique élémentaire appris dans les classes antérieures, à en améliorer et à en confirmer la pratique.

3° Les trois premiers paragraphes qui suivent donnent un exemple de ce qui peut être fait dans cet esprit et n'ont qu'une valeur indicative destinée surtout à préciser comment limiter des exposés théoriques à une efficacité purement pratique.

1° Ensemble des entiers naturels. Extension, par prolongement de la règle de position, à l'ensemble des nombres décimaux (à développement décimal limité), utilisés dans la pratique des calculs arithmétiques. Comparaison, à vue, de deux nombres décimaux.

2° Addition dans cet ensemble. Propriétés. Existence d'une soustraction dans certains cas. Règle des parenthèses, des crochets, des accolades et règle de combinaison des signes + et —. Extension au groupe additif des nombres décimaux relatifs.

3° Multiplication dans l'ensemble des nombres décimaux arithmétiques. Propriétés. Existence d'une division dans certains cas. Règle d'économie des parenthèses et règle de combinaison des signes $\times$ et : ou barre de fraction. Extension au groupe multiplicatif des fractions naturelles généralisées (numérateurs et dénominateurs décimaux).

Nécessité, en général, de l'introduction du symbole fraction pour exprimer exactement un quotient. Expression décimale limitée d'un quotient de deux nombres décimaux dans l'ensemble des nombres décimaux arithmétiques.

Fractions égales à l'unité, fractions égales entre elles, nombre rationnel.

4° Combinaison de l'addition et de la multiplication. Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition. Multiplication et division des entiers et décimaux relatifs. Addition et soustraction des fractions. Corps des nombres rationnels relatifs.

Exponentiation et racines d'indice rationnel relatif. Distributivité de ces opérations par rapport à la multiplication et à la division et non distributivité par rapport à l'addition et à la soustraction.

Nécessité, en général, de l'introduction du symbole $\sqrt{\quad}$ pour exprimer exactement une racine. Expression décimale limitée d'une racine de nombre décimal dans l'ensemble des nombres décimaux arithmétiques.

Nombre réel, nombre algébrique, nombre transcendant.

5° Pratique du calcul algébrique. Règles de priorité nécessitées par les économies de parenthèses et l'emploi des barres de fraction. Transformation et simplification d'expressions algébriques pouvant se présenter dans le programme de la classe.

VI. Arithmétique.

Les nombres entiers. Division à une unité près, quotient entier, reste. Congruence modulo n .

Divisibilité ; diviseurs et multiples communs à deux entiers. Nombres premiers. P.G.C.D., P.P.C.M.

Numération ; base et changement de base ; étude des bases dix, douze, sept et deux.

Progressions arithmétiques, progressions géométriques.

Calculs approchés, encadrement, marge d'incertitude. Valeurs approchées d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'une puissance, d'une racine de nombres dont on connaît des valeurs approchées.

III. Dénombrements et calcul des probabilités.

1° Dénombrements.

Combinaisons, arrangements, exponentielle de base entière à exposant entier. Binôme de Newton.

2° Calcul des probabilités. Cas finis.

Événement et éventualité.

Probabilités simples ; probabilités totales ; probabilités composées.

Espérance mathématique d'une variable aléatoire numérique. Lien avec le calcul barycentrique.

Première loi des grands nombres ; inégalité de Bienaymé et Tchébychev. Epreuves répétées et indépendantes dans le cas de deux éventualités dont les probabilités sont constantes : théorème de Bernoulli.

IV. Fonctions d'une variable réelle.

1° Représentation graphique dans un repère cartésien orthonormé ou simplement orthogonal non normé.

2° Changement de variable et changement d'axes de coordonnées :

$$x = x_0 + X, y = y_0 + Y.$$

Application aux formes réduites canoniques :

$$aX^2 + b, aX^2 + bX + c, a + \frac{b}{X}, aX + b + \frac{c}{X} \text{ et } a\sqrt{X}.$$

Application à l'étude locale d'une fonction et de son graphe au voisinage d'un de ses points x_0, y_0 , par le changement de variable $x = x_0 + \Delta x$, $y = y_0 + \Delta y$. Etudes locales des formes réduites précédentes et de aX^n pour n rationnel relatif.

3° Sens de variation sur un intervalle. Maximum, minimum en un point.

Notions sur les limites. Enoncé (sans démonstration) des propriétés élémentaires des limites : unicité, somme, produit, quotient, puissances et racines, cas d'indétermination.

Continuité. Définition en un point d'un intervalle à l'aide des équations locales $\Delta y = f(x, \Delta x) \cdot \Delta x$. Continuité d'une fonction composée (fonction de fonction). Existence et continuité de la fonction réciproque d'une fonction continue (sans démonstration).

4° Différentielles et dérivées.

Etude des équations $\Delta y = f(x_0, \Delta x) \cdot \Delta x$ lorsque Δx tend vers zéro. Si $f(x_0, \Delta x)$ tend vers une limite K , on appellera différentielle le produit $K \cdot \Delta x$ et on le notera $dy = K \cdot dx$, en admettant, sans démonstration, qu'il est possible de poser $\Delta x = dx$

par simple convention d'écriture. On fera remarquer que la valeur de K peut s'obtenir sans diviser par Δx lorsque les fonctions considérées sont algébriques. Identification du coefficient différentiel K et de la dérivée en un point. Notation $\frac{dy}{dx}$. Interprétation géométrique et exercices numériques.

Révision des questions figurant au programme des classes de 1^{re} A' CM M'. Différentielle et dérivée d'une constante, d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'une puissance, d'une racine. Interprétation géométrique et exercices numériques. Equation de la tangente en un point de la courbe représentative.

On admettra que l'existence d'une dérivée entraîne la continuité de la fonction.

Dérivée et différentielle d'une fonction composée, justification de la convention $\Delta x = dx$. Dérivée et différentielle d'une fonction réciproque. Interprétation géométrique et exercices numériques. Définition des dérivées successives.

Dérivées et différentielles de x^n et de u^n pour n rationnel relatif.

Dérivées et différentielles des fonctions circulaires et des fonctions composées à partir de fonctions circulaires. Dérivées successives d'un polynôme, de $\sin(ax + b)$, de $\cos(ax + b)$.

5° Application des dérivées à l'étude des fonctions déjà étudiées sous forme réduite canonique et de quelques autres fonctions algébriques ou composées à partir de fonctions circulaires, à choisir parmi celles qui peuvent se présenter dans la suite du cours.

6° Fonctions primitives (Cf. V, 8° et 9°, du programme de M.E.).

7° Fonctions logarithmiques, exponentielles (Cf. VI, 3° et 4°, M.E.), écriture différentielle. Utilisation de la différentielle logarithmique pour la révision et la pratique de certains calculs d'erreurs. Calculs logarithmiques. Usage des graphes à échelle logarithmique.

8° Dérivées partielles et différentielle totale d'une fonction de deux variables indépendantes. Interprétation géométrique et exercices numériques.

V. Equations et inéquations.

1° Transformations élémentaires d'équations. Changement d'inconnue. Interprétations graphiques.

2° Etude des inéquations ramenées à des discussions de signes.

3° Equations et inéquations du 1^{er} et du 2^e degrés et qui s'y ramènent. Interprétations graphiques.

4° Résolution graphique d'équation et d'inéquation à une inconnue. Résolution numérique approchée par la méthode de Newton et par celle de Lagrange. Encadrement et marge d'incertitude des résultats à l'aide des graphes et des études locales numériques.

5° Recherche des fonctions une ou deux fois dérivables y de la variable x vérifiant les équations :

$y' = P(x)$, $y'' = P(x)$, $P(x)$ étant un polynôme en x , $y' = ay$, $y'' + \omega^2 y = 0$, (ω constante réelle).

On admettra, après avoir découvert les solutions de la forme

$$A \cos \omega x + B \sin \omega x,$$

que l'équation n'en admet pas d'autre.

On pourra également traiter certaines équations différentielles utilisables en cinétique chimique et étudier les fonctions solutions trouvées.

Tous les problèmes portant sur le 4° et le 5° devront être traités numériquement de façon complète ; en particulier dans le 5°, la détermination des constantes paramétriques en fonction des conditions initiales devra être achevée pour permettre l'établissement des graphes des solutions correspondantes.

VI. Cinématique.

Cf. programme de M.E., titre VII.

A. FOUCHÉ (Janson-de-Sailly).

C. Un projet pour la classe de Philosophie.

Avertissement. — Ce projet n'a de signification que dans une situation donnée dont les principaux caractères sont les suivants :

1° Ou bien les élèves de la classe de Philosophie proviennent des sections A ou B de Première dans lesquelles le programme de mathématiques n'a pas été réformé de façon profonde et reste, dans son esprit, un extrait des programmes de CMM' ; ou bien les élèves proviennent des sections C, M et M' et s'ils ont choisi la section Philosophie, c'est en général et au moins en partie en raison de mauvais résultats en mathématiques.

2° En attendant qu'il soit possible d'organiser un enseignement de mathématiques spécialement conçu pour toutes les classes non-scientifiques, il est permis d'envisager une telle réforme pour la classe de Philosophie, à l'occasion de la réforme ou de la réorganisation des classes terminales. Ce projet tient compte, ainsi, de l'accentuation du caractère scientifique de la section Sciences Expérimentales, ainsi que du fait probable suivant : beaucoup de futurs maîtres de l'enseignement du Premier Degré suivront les cours de la section Philosophie.

3° Sauf erreur de notre part et corrections dans certains détails, le projet suivant nous paraît susceptible de recueillir l'avis favorable de nos Collègues Philosophes. « Il y a longtemps, disent-ils, que nous avons réclamé un programme de Philosophie spécialement conçu pour les scientifiques ; nous approuvons donc a priori votre idée d'un programme de mathématiques spécialement conçu pour les classes non-scientifiques et en particulier pour celle de Philosophie. Quant à l'horaire, l'accord semble également facile pour deux heures hebdomadaires obligatoires et deux heures réservées pour une option qui serait spécialement souhaitée pour les futurs étudiants en sciences humaines ou en sciences économiques. Le renforcement de l'horaire de mathématiques en classe de Philosophie est également motivé par la suppression des classes dites de reconversion, décision certes regrettable mais que nous devons bien considérer comme un fait. »

4° Dans le présent projet, la partie I concerne le programme obligatoire ; on a fait en sorte que tout élève de Philosophie puisse y trouver un intérêt renouvelé pour les mathématiques, même si, auparavant, il n'a pas techniquement réussi. L'aspect nouveau que prend, à ce niveau, une axiomatique simple mais complète (cas des algèbres de Boole) doit servir d'illustration à certains chapitres du cours de Philosophie. La partie II développe, en les reprenant à la base, des éléments d'analyse et introduit des éléments de calcul des probabilités ; elle n'exige pas une vaste connaissance des programmes des années antérieures, mais devrait en favoriser l'approfondissement. Enfin, l'astronomie ne figure pas dans ce projet ; elle doit faire l'objet du même enseignement (et selon la même formule) que dans les autres classes terminales.

I. — 1. Éléments de la théorie des ensembles.

— Relation d'appartenance. Illustration à partir d'exemples tirés des connaissances mathématiques des élèves ou de situations proposées par la vie courante. Relation d'inclusion ; sous-ensemble ou partie d'un ensemble ; ensembles des parties d'un ensemble dans le cas d'un ensemble fini. Sous-ensembles complémentaires ; partie vide.

— Opérations d'intersection et de réunion sur les parties d'un ensemble ; partie neutre et partie absorbante pour chacune des opérations ; commutativité, associativité et double distributivité des deux opérations.

— Dualité des opérations intersection et réunion par passage aux complémentaires. L'inclusion définit un ordre partiel sur les parties d'un ensemble ; ordre dual défini sur les complémentaires de ces parties.

— Différence dissymétrique et différence symétrique de deux parties d'un ensemble. Application aux transformations d'expressions ensemblistes.

— Equations ensemblistes : après avoir démontré les équivalences $A = B \iff A' = B'$ et $A = B \iff (A \cap B') \cup (A' \cap B) = \emptyset$, montrer que toute équation en $X \in \mathcal{P}_E$ se ramène à $(A \cap X) \cup (B \cap X') = \emptyset \iff B \subset X \subset A'$ (si $B \subset A'$).

2. Algèbre de Boole.

— Énoncé des axiomes d'une algèbre de Boole définie sur les éléments d'un ensemble E (la compatibilité des axiomes est justifiée par l'existence d'une algèbre de Boole sur l'ensemble des parties d'un ensemble). Exemple d'une telle formulation :

(A.1) Il est défini sur E deux lois de composition interne :

$$(a, b) \in E^2 \quad a|b = c \in E \quad a \circ b = d \in E.$$

(A.2) Ces deux lois sont commutatives.

(A.3) Pour chaque loi, il existe un élément neutre propre :

$$e, f \in E \quad e \neq f : \forall a \in E \quad a|e = a \quad a \circ f = a.$$

(A.4) Chaque opération est distributive par rapport à l'autre.

(A.5) Tout élément x de E a un complément x' tel que

$$x|x' = f \quad \text{et} \quad x \circ x' = e.$$

(A.6) Axiome de l'ordre : a est dit antérieur à b ($a < b$) si, et seulement si, $a \circ b' = e$.

Étude d'exemples d'algèbres de Boole à deux ou quatre éléments donnés par leurs tables opératoires.

— Théorèmes généraux : principe de dualité (sur les deux lois) ; loi d'absorption ($a|a = a$; $a \circ a = a$) ; $a|f = f$ et $a \circ e = e$; $a|(a \circ b) = a$ et $a \circ (a|b) = a$; les deux lois sont associatives.

— Propriétés des compléments ; en particulier

$$(a|b)' = a' \circ b' \quad \text{et} \quad (a \circ b)' = a'|b'.$$

— Structure d'ordre liée à une algèbre de Boole.

— Fonctions disjonctives normales ; fonction disjonctive normale complète ; fonctions égales et tables de valeurs des fonctions égales, fonction donnée par sa table de valeurs.

— Application à l'étude du calcul des propositions : opérations logiques élémentaires : négation, disjonction, conjonction, implication directe et implications conjuguées, équivalence logique. Vérification de la validité d'une proposition par le calcul de sa table des valeurs.

3. Correspondances.

— Produit cartésien de deux ensembles ; exemples, les deux ensembles étant finis ; définition d'une correspondance entre les éléments de E et ceux de F par la donnée d'une partie de $E \times F$. Définition d'une application, d'une bijection ; exemples.

— Graphe d'une correspondance, d'une application. Coordonnées cartésiennes orthonormées ou normées et obliques ou non-normées et obliques ; fonction linéaire, fonction affine.

4. Les nombres.

— L'ensemble des entiers naturels : la révision des connaissances des élèves quant aux opérations sur $\mathbb{N}$ permet de dégager un système d'axiomes de $\mathbb{N}$.

— Définition du groupe $\mathbb{Z}$ des entiers relatifs (exemple de complétion d'un ensemble pour satisfaire une condition donnée) ; les axiomes du groupe $\mathbb{Z}$ suggèrent

de rechercher d'autres exemples de groupes parmi les théories antérieurement étudiées ou parmi celles qui le seront.

— La multiplication dans $\mathbf{Z}$; exemple d'une structure d'anneau.

— La division euclidienne dans $\mathbf{Z}$; classes d'équivalence selon un module m positif ; opérations sur les classes résiduelles et exemples d'anneaux ayant des diviseurs de zéro ou de corps finis.

— Définition du corps des rationnels $\mathbf{Q}$ par complétion de $\mathbf{Z}$. Opérations sur les rationnels. Résolution dans $\mathbf{Q}$ des équations entières en $abc \in \mathbf{Z} \quad ax + b = c$.

— La résolution dans $\mathbf{Q}$ des équations entières $ax^2 + bx + c = 0$ montre la nécessité de compléter $\mathbf{Q}$; principes de la définition de $\mathbf{R}$ (axiomes de $\mathbf{R}$) (énoncé ; applications et révision des opérations sur les réels).

5. Arithmétique.

— Divisibilité ; diviseurs et multiples communs à deux entiers relatifs.

— Nombres premiers.

— Numération ; base et changement de base ; étude des bases dix, douze, deux, etc...

II. — 1. Polynômes.

— Fonctions polynômes ; addition, multiplication des polynômes, anneau des polynômes.

— Formule du binôme.

— Fractions rationnelles ; transformations.

2. Fonctions d'une variable réelle.

— Définition générale sur des exemples classiques :

$$x \rightarrow \frac{ax + b}{a'x + b'} ; \quad x \rightarrow x^n ; \quad x \rightarrow \sqrt{x + a}.$$

— Règles sur le calcul des limites.

— Différentielles des fonctions algébriques ; dérivée.

— Continuité. Dérivée des fonctions continues. Dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'une puissance.

— Fonction réciproque d'une fonction continue monotone ; dérivée de la fonction réciproque.

— Application des dérivées à l'étude de quelques fonctions.

— Primitives d'une fonction (on admet que les primitives d'une fonction identiquement nulle sont les fonctions constantes) ; primitives d'une somme de fonctions ;

application au calcul d'aires et de volumes ; notation $\int_a^b f(x) dx$.

— Fonction logarithme (comme primitive particulière de $\frac{a}{x}$, $x > 0$, $a > 0$) ; fonction exponentielle.

— Fonctions circulaires.

3. Dénombrements. Calcul des probabilités (Cf. plus haut la partie III du projet B, p. 59. — Nous empruntons, Fouché et moi, cette rédaction à M. Barbut ; emprunt sans espoir de retour..).

G. W.