

MATERIAUX POUR UN DICTIONNAIRE

« S'il y a quelque ouvrage qui demande d'être exécuté par une compagnie, c'est le dictionnaire d'une langue vivante ; comme il doit donner l'explication des sens différents des mots qui sont en usage, il faut que ceux qui entreprennent d'y travailler aient une multitude de connaissances qu'il est comme impossible de trouver rassemblées dans une même personne. »

Préface
au Dictionnaire de l'Académie Française
(1740).

Sous la vigoureuse impulsion de son Secrétaire, notre Collègue Chastenet de Géry, la commission du dictionnaire, qui n'avait pu jusqu'ici trouver son rythme, a pris un nouveau départ très prometteur. Voici sa méthode de travail : les membres de la commission se sont répartis des mots à définir ; chacun a soumis sa première rédaction à la critique d'un collègue ; après quoi la seconde rédaction, ronéotypée, a été soumise à l'ensemble de la commission. Une discussion en séance plénière (c'était le 14 juin, de 14 h. 30 à 17 h. 30 !) a été fort animée, fort instructive et très cordiale ; elle a permis de mettre au point neuf notices qui sont maintenant soumises à l'appréciation et à la critique de tous.

Car il faut insister sur ce point : la commission n'a pas voulu présenter un credo ; elle a surtout eu le souci d'expliquer les usages les plus fréquents sans pour autant négliger l'appréciation de ce qui lui paraît le plus souhaitable. En tout cas, les rédacteurs ne souhaitent rien tant que la critique et la commission, comme jadis l'agriculture, manque de bras : les lecteurs sont invités à adresser leurs avis, critiques et suggestions au secrétaire de la commission, Chastenet de Géry, 4, rue des Capucins, Meudon-Bellevue (Seine-et-Oise). Ils peuvent contribuer au travail en envoyant aussi des projets de notices. La Rédaction du Bulletin espère bien que la rubrique du dictionnaire sera abondante dans tous les numéros (elle a d'ailleurs en réserve plusieurs articles et prie leurs auteurs d'excuser le retard de publication).

C'est après la discussion de toutes les critiques ainsi publiquement recueillies, après la poursuite de ce travail pour un plus grand nombre de mots, qu'il sera envisagé de réunir les notices « définitives » dans une brochure de l'A.P.M. Notre association réserve évidemment tous ses droits relativement à ce travail de longue haleine.

Les notices présentées ci-dessous le sont donc au nom de la commission ; elles sont toutefois suivies des initiales du rédacteur principal (Ch. de G. signifie, évidemment, Chastenet de Géry ; de même J. C. : J. Chevallier ; A. R. : A. Revuz). Pour chaque notice le plan est le suivant : I donne l'acception du langage courant (si cela a paru nécessaire) ; II donne le ou les significations en Mathématiques. Dans I et II, s'il y a plusieurs acceptions, elles sont numérotées : 1, 2, 3, etc... et même 1 a), b)... dans certains cas. Pour faciliter la recherche, tout le numérotage est imprimé en gras. ex. signifie exemple ; les autres abréviations sont d'usage courant : n. f. = nom féminin.

APPLICABLE, adj. : voir *isométrique*.

APPLICATION, n. f.

I. Langage courant : — 1) Action de placer une chose tout contre une autre, le plus exactement possible ; *ex.* : application d'un calque sur un dessin, application du segment AB sur le segment A'B'. — 2) S'emploie aussi au figuré, un des objets (ou les deux) pouvant être abstrait : — a) utilisation d'une force ou d'une faculté pour une tâche qui la requiert intégralement ; *ex.* : application de l'esprit à l'étude d'un texte ; le mot est aussi employé absolument dans le sens : attention avec effort soutenu ; *ex.* : cet élève travaille avec application ; — b) emploi d'une loi, d'un résultat général, ou d'une méthode, dans un cas d'espèce particulier ; *ex.* : application de l'algèbre à un problème de géométrie, application du théorème de Pythagore au triangle ABC ; le mot indique souvent alors le passage d'un niveau d'abstraction au niveau inférieur ou au concret.

II. Mathématiques : Correspondance (voir ce mot) entre les éléments d'un ensemble A, dit *ensemble de définition* (ou de départ) de l'application et les éléments d'un ensemble B, dit *ensemble d'arrivée* (ou final) de l'application, telle que pour tout élément de A il existe un élément de B et *un seul* qui lui corresponde. Si l'application est notée f , l'élément correspondant à $x \in A$ est noté $f(x)$, ou parfois f_x , et est appelé *valeur* de l'application f pour l'élément x , ou au point x . L'ensemble des objets $f(x)$ pour tout $x \in E \subset A$ est appelé l'*image* de E par f et noté parfois $f(E)$ (il vaut mieux éviter la notation impropre $f(E)$ qui peut être source d'erreurs) ; on peut aussi considérer l'application, soit f^+ , de l'ensemble $\mathcal{P}(A)$ des parties de A dans l'ensemble $\mathcal{P}(B)$, telle que $f^+(E) = f(E)$.

L'image par f de l'ensemble de départ de f s'appelle ensemble des valeurs de f ; c'est *a priori* une partie de B et l'on dit pour cette raison que f applique (ou envoie) A dans B. Si l'ensemble des valeurs est l'ensemble B lui-même, on précise en disant que f applique A sur B, ou que f est une application *surjective*, ou que c'est une *surjection*. Dans le cas où $f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$ on dit que f est une application *injective*, ou que c'est une *injection* (unijetive et unijection seraient préférables comme dans : univoque, univalent). Enfin, une application à la fois surjective et injective est dite *bijetive*, ou appelée une *bijection* ; c'est alors une correspondance biunivoque entre l'ensemble de départ et l'ensemble d'arrivée.

La notion d'application généralise et précise la notion traditionnelle de fonction (voir ce mot) ; le mot application dérive tout naturellement du verbe appliquer, mais il prête assez fâcheusement à confusion avec le sens (I, 2, b) précédent ; *ex.* : étudier les applications numériques de la question.

[*Commentaire* : Pour éviter la confusion qui vient d'être signalée, on pourrait peut-être remplacer le mot application dans le sens II, soit par le mot « opérateur » qui est déjà utilisé assez souvent dans ce sens, par exemple dans l'expression « opérateur linéaire », soit par le mot « appliqueur » (ou applicateur), ce qui pourrait entraîner : surjecteur, unijeteur, bijeteur. On mettrait ainsi encore plus l'accent sur l'agent, sans confusion possible avec le résultat (voir : projection, projecteur)].

APPLIQUER, v. tr., 1^{er} groupe.

Effectuer une application (dans tous les sens de ce mot) ; en particulier les *Mathématiques appliquées* (sens I, 2, b) sont celles qui sont présentées sous une forme propre à leur utilisation pour le calcul numérique, la physique ou d'autres sciences (Ch. de G.).

BASE, n. f.

I. Langage courant : — 1) *Général* : ce sur quoi repose un objet, frontière inférieure d'un corps ; *ex.* : base d'une pyramide. Par extension, s'emploie aussi pour

désigner certains côtés d'un polygone, certaines facettes d'un polyèdre ; *ex.* : les bases d'un trapèze. — 2) *Figuré* : partie fondamentale, primitive, initiale ou indispensable d'une doctrine, d'une théorie, d'une organisation ; *ex.* : l'observation est la base de toutes les sciences.

II. Mathématique : — 1) *Cinématique* : dans le mouvement plan sur plan, courbe du plan fixe sur laquelle roule sans glisser une courbe du plan mobile appelée « roulante ». — 2) *Arithmétique* : a) Nombre de chiffres distincts utilisés dans un système de numération de position. Plus précisément, si b est un entier plus grand que 1, tout entier positif ou nul peut s'exprimer, et d'une seule façon, sous forme d'une combinaison linéaire de puissances entières positives ou nulles de b , dont les coefficients appartiennent à l'ensemble $\{0, 1, \dots, b-1\}$; la numération de position de base b représente chaque entier positif par la suite de ces coefficients dans l'ordre décroissant des puissances correspondantes de b et en commençant par le coefficient de la puissance la plus élevée qui a un coefficient non-nul. On peut alors éviter de marquer par un signe la séparation entre les éléments de la suite en utilisant pour chacun des nombres $0, 1, \dots, b-1$ un symbole original ou « chiffre » ; *ex.* : le système décimal est un système de base dix, les dix nombres de base sont représentés, dans l'ordre croissant, par les chiffres : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, le nombre $1+1$ est représenté par 2, le nombre $9+1$ est représenté par 10. — b) Premier terme d'une progression, arithmétique ou géométrique. — 3) *Analyse classique* : exponentielle de base a , c'est la fonction : $x \rightarrow a^x$; logarithme de base a , c'est la fonction inverse de la précédente : $x \rightarrow \log_a(x)$. — 4) *Algèbre linéaire* : a) Partie e d'un espace vectoriel E telle que tout vecteur de E puisse se mettre d'une façon et d'une seule sous forme d'une combinaison linéaire (finie) d'éléments de e à coefficients dans le corps K des scalaires. C'est à la fois une partie libre et un sous-ensemble générateur (« système de générateurs ») de E . Cette notion peut s'étendre, *mutatis mutandis*, aux modules unitaires libres. On montre que tout espace vectoriel possède au moins une base ; *ex.* : dans l'espace K^n sur le corps K , il existe une base naturelle, ensemble des n éléments de K^n dont une des n composantes (ou projection) est égale à 1 et dont toutes les autres sont nulles. — b) Famille f d'éléments de E , indexée injectivement par un ensemble $\mathcal{J}$, telle que l'ensemble des valeurs de la famille soit une base e au sens précédent. Il lui correspond donc canoniquement une bijection de $\mathcal{J}$ sur e ; *ex.* : dans K^n on a encore une base naturelle en ce sens en prenant pour $\mathcal{J}$ l'ensemble des n premiers entiers positifs, le vecteur de base d'indice j étant celui dont la j -ième composante est 1, les autres étant toutes nulles. — c) Dans le cas d'un espace vectoriel de dimension finie n , isomorphisme S de K^n sur E ; l'ensemble des images d'une base de K^n par S est alors une base de E au sens a) ; on appelle ici vecteurs de base de S les images par S des vecteurs de la base naturelle de K^n . Cette notion, bien commode dans certains cas (cf. Souriau : *Calcul linéaire*), peut être rattachée à l'acception précédente en prenant comme ensemble $\mathcal{J}$ des indices la base naturelle de K^n au sens a) et en prolongeant toute injection f de $\mathcal{J}$ dans E par l'isomorphisme S , de K^n sur E , qui lui correspond. L'isomorphisme inverse (ou réciproque) de E sur K^n est alors appelé la *cobase* correspondante ; si $x_1, x_2, \dots, x_n$ sont les n coordonnées du vecteur V dans la base S , on a $V = S(x_1, x_2, \dots, x_n)$ et $(x_1, x_2, \dots, x_n) = S^{-1}(V)$. — 5) *Topologie* : a) Un ensemble $\mathcal{A}$ de parties d'un espace topologique E est une base de la topologie de E si tout ouvert est une réunion d'éléments de $\mathcal{A}$; *ex.* : l'ensemble des intervalles ouverts bornés est une base de la topologie usuelle de $\mathbb{R}$. — 6) Un ensemble $\mathcal{B}(x)$ de voisinages d'un point x d'un espace topologique E est une base des voisinages de x si tout voisinage de x contient un élément de $\mathcal{B}(x)$. Alors l'ensemble des voisinages de x est l'ensemble des parties de E qui contiennent un élément de $\mathcal{B}(x)$; *ex.* : dans $\mathbb{R}$, tout point x possède une base de voisinages formée des intervalles ouverts de centre x et de longueur $\frac{1}{n}$ (pour n entier positif).

On utilise encore le mot base dans toutes sortes de structures algébriques et topologiques : affines, projectives, filtres, préhilbertiennes, il s'agit le plus souvent d'un ensemble B tel que l'on puisse reconstituer l'espace considéré par certaines opérations sur B (ensemble générateur), et parfois, en outre, tel qu'il soit minimal à ce point de vue, c'est-à-dire tel que l'on ne puisse reconstituer l'espace, par les mêmes opérations, avec tout ensemble A *strictement* inclus dans B ($A \subset B$, $A \neq B$). (Ch. de G.).

CLASSE, n. f.

a) Employé le plus fréquemment en Mathématiques dans l'expression « classe d'équivalence » qui désigne un des éléments d'une partition $\mathcal{P}$ d'un ensemble E, c'est-à-dire d'une famille $\mathcal{P}$ de parties non vides de E vérifiant

$$\bigcup A; A \in \mathcal{P} = E$$

et

$$A \in \mathcal{P}, B \in \mathcal{P}, A \neq B \Rightarrow A \cap B = \emptyset.$$

A toute partition correspond sur E une relation R réflexive, symétrique et transitive, dite relation d'équivalence définie par

$$x R y \Leftrightarrow \exists A \in \mathcal{P} \ x \in A \ y \in A.$$

Réciproquement, à une telle relation R correspond une partition dont les éléments sont les « classes d'équivalence » définies par

$$x = \{ y; x R y \}.$$

Une partition n'est autre que le résultat d'un partage de E en sous-ensembles non vides deux à deux disjoints : la notion de classe d'équivalence précise donc l'idée exprimée dans la plupart des emplois habituels du mot classe : classe sociale, classe hiérarchique, classe de recrutement, classe d'une école (en tant qu'ensemble d'élèves), classe des classifications des Sciences Naturelles. — b) Un autre emploi se rencontre dans certaines théories des ensembles, où la classe est la notion primitive correspondant à l'idée de collection générale, et où les ensembles seraient des classes particulières soumises aux axiomes restrictifs de la théorie des ensembles envisagée. Tout ensemble est une classe, la réciproque est fautive : la classe de tous les nombres cardinaux, la classe des nombres ordinaux transfinis, la classe des structures de groupes ne sont pas des ensembles. — c) Dans la théorie des courbes algébriques planes sur le corps des complexes, la classe d'une courbe est le nombre (convenablement décompté) des tangentes qu'on peut lui mener d'un point arbitraire du plan. Ce nombre est indépendant du point et est lié à l'ordre et aux « singularités » de la courbe (Plücker) (A. R.).

COMPLEMENTAIRE, adj.

I. *Langage courant* : qualifie un élément susceptible de compléter un ensemble, une théorie, et qui était donc considéré comme manquant dans la situation initiale ; ex. : un versement complémentaire, une information complémentaire.

II. *Mathématiques* : deux usages en accord avec l'idée précédente : 1) L'angle saillant A est complémentaire de l'angle saillant B si leur somme vaut un droit ; la relation est symétrique, aussi peut-on dire : A et B sont complémentaires ; on dit aussi que A est le complément de B ; plus généralement, deux angles orientés sont complémentaires, si leurs mesures en radians, α et β , vérifient $\alpha + \beta \equiv \frac{\pi}{2}$ (modulo π ou 2π suivant les cas). — 2) A étant une partie d'un ensemble E, le complémentaire de A par rapport à E est l'ensemble des éléments de E qui ne sont pas éléments de A. Symboles : $\complement_E A$, $E - A$, $(A, A^c, A', \bar{A}, A^-, \text{etc.})$. Ce complémentaire est caractérisé par les égalités :

$$A \cup \complement_E A = E \qquad A \cap \complement_E A = \emptyset.$$

Plus généralement, sur un treillis T , dont les lois sont notées $\mathbf{V}$ et $\mathbf{\Lambda}$, possédant un plus grand élément I et un plus petit élément 0 , un élément a' est dit complémentaire d'un élément a si :

$$a \mathbf{V} a' = I \quad a \mathbf{\Lambda} a' = 0.$$

Il peut n'exister aucun complémentaire de a , il peut en exister plusieurs. Si tout élément a possède un complémentaire unique, le treillis est dit complété ; *ex.* : $\mathcal{P}(E)$; a' est alors aussi appelé complément de a . (A. R.).

COORDONNEES, n. f. pl. (le singulier est usité, mais sous-entend toujours la pluralité inhérente à cette notion).

1) Soit E un espace vectoriel sur un corps K , et S une base de E formée de vecteurs e_i ; tout vecteur x de E peut être mis de façon unique sous la forme $\sum x^i e_i$, les x^i appartenant à K ; ces x^i sont les coordonnées du vecteur x relativement à S . — 2) De cette définition, on passe aisément à celle des coordonnées d'un vecteur libre ou d'un point dans l'espace affine ; c'est sous cette forme que la notion s'est introduite en Mathématiques et c'est encore avec ce sens que le mot, employé seul ou associé à l'adjectif « cartésiennes », apparaît dans l'enseignement élémentaire, à savoir : mesures des composantes d'un vecteur sur les axes de référence. — 3) Plus généralement, si à chaque élément x d'un ensemble géométrique ou physique le choix préalable d'un ensemble S de référence permet d'associer un ensemble rangé de nombres (cette correspondance pouvant être bijective ou non), ces nombres pourront être appelés coordonnées de l'élément x relativement à S . Il existe un grand nombre de types de coordonnées : coordonnées polaires, semi-polaires, bipolaires, trilineaires ou tétraédriques, barycentriques, homogènes, elliptiques... d'un point ; coordonnées tangentielles (homogènes ou non) d'une droite ou d'un plan ; coordonnées plückériennes d'une droite ; coordonnées d'un cercle, d'une sphère, etc. ; coordonnées superficielles, en particulier sphériques (géographiques, célestes) ; coordonnées spatio-temporelles d'un événement (relativité), etc. — 4) Le mot retrouve sa valeur adjectivale originelle dans des expressions telles que « lignes (ou surfaces) coordonnées » désignant des lignes (ou surfaces) sur lesquelles l'une des coordonnées d'un point reste constante. (J. C.).

FAMILLE, n. f.

I. *Langage courant* : un synonyme du mot *ensemble*.

II. *Math.* : son langage n'y a pas été strictement codifié, sauf par Bourbaki, dans certaines expressions (cf. 3). — 1) Historiquement a été souvent employé exactement dans le sens de *ensemble*, soit que la théorie des ensembles n'ait pas encore été dégagée, soit que le terme *ensemble* ait été réservé aux ensembles de points (Punktmenge de Cantor), ou de réels (Borel) ; *ex.* : familles de courbes dépendant d'un paramètre, familles normales de fonctions analytiques, familles de fonctions quasi-analytiques. — 2) Tend aujourd'hui à être surtout utilisé pour désigner des ensembles dont les éléments sont les parties d'un ensemble donné E , c'est-à-dire pour désigner des parties de $\mathcal{P}(E)$; *ex.* : famille des ouverts d'une topologie, famille de courbes de l'espace, famille de Moore (partie $\mathcal{F}$ de $\mathcal{P}(E)$, contenant E et fermée pour l'intersection). — 3) Dans les expressions, à prendre en bloc, *famille indexée* et *famille sommable*, le terme *a*, en fait, le sens d'application. — a) Plus précisément, une *famille d'éléments d'un ensemble* E *indexée par un ensemble* I , qualifié alors d'ensemble des indices, est une application de I dans E ; quand I est l'ensemble N des entiers positifs, la famille indexée est appelée *suite* d'éléments de E ; si l'élément générique de E est noté x , l'élément de E , image de $i \in I$ par l'application considérée, est noté x_i . Cette dénomination « famille indexée » qui attire l'attention sur l'image $f(i)$ de i dans E au détriment de l'application elle-même et l'abus de langage : « un élément de la famille » pour désigner une valeur particulière $x_i = f(i)$,

auquel elle conduit, ne sont pas sans danger ; il faut soigneusement distinguer la famille indexée qui est l'application f de la partie $f(I)$ de E ; une suite constante n'est pas une partie réduite à un seul élément. — b) Si E est un espace vectoriel normé une famille indexée d'éléments de E est *sommable* et a pour somme $S \in E$, si, pour tout ε réel strictement positif, il existe une partie finie J_0 de I telle que pour toute partie finie J de I contenant J_0 , on ait :

$$\|S - \sum \{x_i, i \in J\}\| < \varepsilon.$$

La notion s'étend de manière évidente, au cas où E est un groupe commutatif topologique ; dans le cas $I = \mathbb{N}$, elle n'est autre que celle de série commutativement convergente. Si $E = \mathbb{R}^n$ ou $\mathbb{C}^n$, une famille est sommable si et seulement si la famille $\|a_i\|$ est sommable (famille absolument sommable). (A. R.).

FONCTION, n. f.

I. Langage courant : emploi, rôle, charge. .

II. Sciences expérimentales et d'observation : sert à exprimer une idée de dépendance, ou un lien de cause à effet : on dit que la grandeur A est fonction de la grandeur B (entre autres) si, toutes choses égales par ailleurs, A varie quand B varie ; ex. : la température d'ébullition de l'eau pure est fonction de la pression, mais n'est pas fonction de la masse d'eau considérée.

III. Math. : — 1) Les acceptions traditionnelles semblent osciller entre deux pôles. — a) D'une part, en s'opposant à variable indépendante ; une fonction, ou variable dépendante, est une variable qui est déterminée chaque fois que la ou les variables indépendantes le sont ; on peut essayer de préciser ceci de la façon suivante : une variable est une lettre ou une expression qui peut être remplacée par un élément d'un certain ensemble, dit ensemble des valeurs de la variable (si cet ensemble est $\mathbb{R}$, ou une partie de $\mathbb{R}$, on dit que la variable est réelle...) ; quand la variable x est remplacée par l'élément 2 par exemple, on dit que x prend la valeur 2 et on écrit, improprement, $x = 2$. Une variable *indépendante* peut prendre arbitrairement toute valeur de son ensemble de valeurs. Une fonction, ou variable *dépendante*, ou variable, prend la valeur qui résulte de l'expression qui la définit et des valeurs des variables qui y figurent. Ces notions sont, dans une certaine mesure, relatives. Deux fonctions sont dites égales, ou équivalentes, si elles prennent des valeurs égales pour les mêmes valeurs des variables indépendantes, quelles que soient ces valeurs (on employait parfois dans ce cas le signe $\equiv$ au lieu du signe $=$). On dit que la variable z est fonction des variables x et y si sa valeur est déterminée par les valeurs de x et de y . On dit que z est fonction de u et de v si z est fonction de variables elles-mêmes fonctions de u et de v ; ex. : t étant une variable réelle, $x = ch t$ et $y = sh t$ sont des fonctions de t ; $z = \sqrt{x + y}$ est une fonction de x et y , fonction

de fonction de t ; on a aussi $z = e^z = (x - y)^{-\frac{1}{2}}$. — b) D'autre part, désigne la correspondance (univoque) entre l'ensemble des valeurs d'une variable et l'ensemble des valeurs d'une fonction de celle-ci, au sens précédent ; ex. : la fonction sinus, la fonction exponentielle, une fonction constante. Historiquement, la notion de fonction ne s'est appliquée d'abord qu'aux fonctions réelles d'une variable réelle, définies par les opérations de l'algèbre élémentaire, puis de l'analyse classique, en tout cas continues et dérivables là où elles sont définies. — 2) Actuellement, la Mathématique écarte les difficultés et ambiguïtés précédentes en utilisant systématiquement les notions de *graphe fonctionnel* et d'*application* (voir ces mots), qui inclinent plutôt vers le second des deux sens précédents, le mot fonction étant alors peu employé, afin d'éviter les confusions avec les acceptions traditionnelles. Ainsi, soit $P(x)$ une expression déterminée telle que : $x \in A \Rightarrow P(x) \in B$ (par exemple :

$$P(x) = ax^2 + bx + c ; A = B = \mathbb{R})$$

on pourra considérer l'application f de A dans B : $x \rightarrow P(x)$, mais cette application

ne doit pas être appelée $P(x)$, ni $f(x)$. En effet, $f(x)$ désigne la valeur de l'application f au point x ; on a d'ailleurs $f(x) = P(x)$ pour tout $x \in A$. Si l'application f est différentiable, $f'(x)$ désigne la valeur au point x de l'application f' , dérivée de l'application f , et non la dérivée de $f(x)$. Certains utilisent l'expression : « fonction définie dans A et à valeurs dans B » pour désigner une correspondance entre les éléments d'un ensemble A , dit initial ou de départ, et d'un ensemble B , telle que pour tout élément de A il existe au plus un élément de B qui lui corresponde; l'ensemble de définition est ici une partie de A , mais pas nécessairement A tout entier. Une application de A dans B est alors une fonction définie sur A et à valeurs dans B . Une fonction de deux variables (ou arguments) est une fonction définie sur un ensemble de couples et l'on pose $f(x, y) = f(x, y)$; une fonction de trois variables est définie sur un ensemble de triplets... A la notion de « fonction de fonction » correspond celle de composée (voir ce mot) de deux applications. *Fonction multiforme* (ou multivoque) : cette expression est employée quand on a un ensemble de fonctions, elles-mêmes appelées « branches » ou « déterminations » de la fonction multiforme, qui ont même ensemble initial. C'est ce qui se passe pour l'ensemble des inverses à droite d'une même fonction g , c'est-à-dire pour les fonctions f telles que $g(f(x)) = x$ pour tout x appartenant à l'ensemble E des valeurs de g (privé éventuellement de certains points); *ex.* : la fonction Arcsinus est une détermination (dite détermination principale) de la fonction multiforme arcsinus. Mais l'expression fonction multiforme est malheureuse, car elle entraîne à penser qu'il s'agit d'une fonction avec plusieurs valeurs en chaque point, alors que ceci est incompatible avec la notion de fonction qui suppose essentiellement l'unicité de la détermination (correspondance univoque); faute de cette unicité on revient aux notions plus générales de relation, de graphe, de correspondance. On peut bien associer à une fonction multiforme une véritable fonction qui la caractérise, mais il faut pour cela, soit prendre pour valeurs de cette fonction des familles de valeurs des déterminations, soit au contraire définir cette fonction sur quelque chose comme une surface à feuillets de Riemann (cf. fonctions analytiques). *Fonction numérique* : fonction à valeurs dans l'ensemble $\mathbf{R}$ des nombres réels (ou, parfois même, dans l'ensemble $\mathbf{C}$ des nombres complexes). *Fonctions spéciales* : certaines fonctions transcendantales d'un usage courant en Mathématiques appliquées, comme les fonctions eulériennes, les fonctions de Bessel, etc... *Fonction généralisée* (ou pseudo-fonction) : cette expression est parfois utilisée pour désigner des mesures et des distributions (voir ces mots, qu'il est préférable d'employer); *ex.* : la « pseudo-fonction » de Dirac est une mesure. Voir aussi les mots : aléatoire, analytique, caractéristique, continue, convexe, croissante, décroissante, dérivée, différentielle, harmonique, holomorphe, homographique, implicite, inverse, linéaire, méromorphe, monogène, monotone...

FONCTIONNEL, LLE, adj. : relatif aux fonctions; en particulier :

Grappe fonctionnel : ensemble F de couples tel que $(x, y) \in F$ et $(x, z) \in F$ entraîne $y = z$. Alors $(x, y) \in F$ s'écrit aussi $y = F(x)$.

Déterminant fonctionnel (ou jacobien) : déterminant de la matrice des n^2 dérivées partielles premières d'une suite de n fonctions des n mêmes variables.

Equation fonctionnelle : équation où l'inconnue est une fonction; *ex.* : les équations différentielles sont des équations fonctionnelles.

Espace fonctionnel : ensemble E de fonctions définies dans un même ensemble A , à valeurs dans un même espace B et possédant certaines propriétés; les opérations sur B peuvent éventuellement se transporter canoniquement sur E . *Ex.* : l'ensemble des fonctions numériques, et par exemple continues, définies sur un intervalle $[a, b]$, est un espace vectoriel fonctionnel,

$$[f + g](x) = f(x) + g(x), [sf](x) = s[f(x)].$$

FONCTIONNELLE, n. f. : fonction, le plus souvent numérique et même linéaire, dont l'ensemble initial est un espace fonctionnel (Ch. de G.).

PRIMITIF, adj.

— 1) *Notion primitive, terme primitif* : au début d'une théorie déductive, les premières notions et les premiers termes introduits ne peuvent être définis à partir de notions ou de termes antérieurs puisqu'il n'y en a pas par hypothèse dans la théorie considérée. Du point de vue strict de la théorie déductive, ces notions ou termes seront donc dénués de définition, et ne seront l'objet que de règles d'emploi ; on les appelle notions primitives, termes primitifs ; du point de vue intuitif, on peut cependant les illustrer par des exemples tirés soit de la vie courante, soit d'une autre théorie déductive connue ; *ex.* : a) la notion d'ensemble, ou la notion de classe dans la théorie des ensembles ; si la notion de classe est prise comme primitive, celle d'ensemble est susceptible d'une définition ; — b) la notion de point dans l'exposé classique de la géométrie euclidienne. — 2) *Un élément primitif d'une extension algébrique* K d'un corps k est un élément x_0 de K tel que K soit l'extension $k[x_0]$ de k obtenue par adjonction de x_0 à k ; *ex.* : racines primitives de l'unité. — 3) *Fonction primitive*. — a) Sens originel : il est équivalent, deux fonctions F et f étant définies sur un ouvert de $\mathbf{R}$ ou de $\mathbf{C}$, de dire que F est une primitive de f ou de dire que f est la dérivée de F . — b) Il est commode d'étendre la définition au cas où la fonction F est continue et admet f pour dérivée, sauf peut-être aux points d'un ensemble dénombrable. (A. R.).

SUPPLEMENTAIRE, adj.

I. Langage courant : qualifie un élément que l'on ajoute à un ensemble qui ne le comportait pas initialement ou ne le comporte pas habituellement ; *ex.* : un convive supplémentaire, un train supplémentaire.

II. Math. : deux sens spécialisés dont l'idée s'apparente plus à celle du « complémentaire » que du « supplémentaire » du langage courant : — 1) Un angle saillant A est supplémentaire d'un angle saillant B si leur somme est un angle plat ; on dit aussi que A est le supplément de B ; plus généralement, deux angles orientés sont supplémentaires si leurs mesures en radians, α et β , vérifient $\alpha + \beta \equiv x$ (modulo π ou 2π suivant les cas). — 2) Trièdres supplémentaires : deux trièdres supplémentaires (SA, SB, SC) et (SA', SB', SC') ont même sommet, chaque arête telle que SA' du second étant perpendiculaire à la face (SB, SC) homologue du premier et située, par rapport à cette face, du même côté que SA . — 3) Un sous-espace vectoriel G d'un espace vectoriel E est supplémentaire du sous-espace H de E , si E est la somme directe de H et G : $E = H \oplus G$; si H est différent de E ou de $\{0\}$, il possède une infinité de supplémentaires.

Dans tous les cas, la relation « être supplémentaire de » est symétrique, ce qui justifie les expressions : α et β sont supplémentaires, H et G sont supplémentaires.

SUPPLEMENT, n. m. : le supplément d'un angle saillant A est l'angle saillant supplémentaire de A . (A. R.).

SYSTEME, n. m. : d'usage non rigoureusement codifié, ce terme est : — 1) soit strictement synonyme du mot *ensemble* dans certaines expressions usuelles : système de vecteurs glissants, système de forces, système matériel, système de conducteurs (électrostatique) ; — 2) soit comportant une idée supplémentaire. — a) Lorsqu'il est utilisé pour désigner certaines parties d'un ensemble qui sont définies par une propriété attachée à la partie et non pas à ses éléments pris individuellement ; *ex.* : système de générateurs d'une structure algébrique ; système fondamental de voisinages d'un point dans un espace topologique. Un système de générateurs n'est pas

un ensemble dont chaque élément serait un générateur : il est dépourvu de sens de parler d'un générateur s'il n'est pas précisé à quel système de générateurs il appartient. — b) Dans l'expression : un système de relations (ou d'équations) où il signifie ensemble de relations qui doivent être satisfaites simultanément ; se donner le système de relations R_i , $i = 1, \dots, n$, c'est se donner la relation R telle que :

$$xRy \iff [xR_1y \text{ et } \dots \text{ et } xR_ny].$$

(A. R.).