

PROGRAMME DE MATHÉMATIQUES POUR LA CLASSE DE MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES

Vu l'arrêté du 15 septembre 1945 modifié fixant les programmes enseignés dans les établissements d'enseignement du Second Degré ;

Le Conseil Supérieur de l'Éducation Nationale entendu dans sa séance du 28 février 1962,

LE MINISTRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE ARRÊTE :

Article premier. — L'enseignement des Mathématiques dans la classe de Mathématiques sera donné conformément au programme annexé au présent arrêté.

Art. 2. — Le Directeur général de l'organisation et des programmes scolaires est chargé de l'exécution du présent arrêté dont les dispositions entreront en vigueur à la rentrée scolaire 1962.

Fait à Paris, le 6 mars 1962.

VOCABULAIRE ET SYMBOLES

(L'introduction des définitions et des symboles mentionnés ci-après peut être faite soit à l'occasion de l'étude de telle ou telle question du programme, soit dans un bref chapitre initial ne comportant aucun développement théorique sur les diverses notions présentées, qui seront illustrées par quelques exemples simples).

Définitions et symboles relatifs à quelques notions sur les ensembles : appartenance ; sous-ensemble ; inclusion ; réunion ; intersection ; ensemble vide ; ensembles complémentaires.

Définition d'une relation d'équivalence entre éléments d'un ensemble.

Définition d'une relation d'ordre entre éléments d'un ensemble.

Symboles conventionnels indiquant : une implication logique, une équivalence logique.

Signification des symboles dits « quantificateurs » : « quel que soit » ; « il existe ».

*
**

ARITHMÉTIQUE, ALGÈBRE ET NOTIONS D'ANALYSE

I. Les nombres. Extensions successives de la notion de nombre

NOTE PRÉLIMINAIRE.

1° Les trois premiers paragraphes de ce chapitre I (entiers naturels, entiers relatifs, rationnels) sont destinés à résumer, en une sorte de synthèse, les notions sur les nombres acquises dans les classes précédentes, en procédant à une mise au point destinée à faire apparaître les quelques propriétés fondamentales qui permettent de dégager l'idée de certaines « structures ». Quels que soient l'ordre et le mode d'exposition choisis, il importe de ne pas s'attarder sur ces théories, dont les résultats sont déjà connus des élèves.

2° *Aucune question d'ordre théorique ne devra être posée, aux épreuves écrites et orales du Baccalauréat, sur les diverses notions qui font l'objet de ce chapitre I. Bien entendu, les résultats généraux concernant les nombres, les propriétés des opérations, leurs conséquences essentielles, qui sont du reste mis en œuvre dans les autres chapitres du programme, doivent être parfaitement connus.*

1° *Les entiers naturels.*

Comparaison. Addition (somme) ; associativité, commutativité. Le problème de la soustraction n'est pas toujours possible.

Multiplication (produit) ; associativité ; commutativité ; distributivité par rapport à l'addition. Le problème de la division n'est pas toujours possible.

Définition de la puissance n^o ; propriétés résultant de l'associativité et de la commutativité de la multiplication.

2° *Les entiers relatifs.*

Définition. Addition (somme) ; propriétés fondamentales. Nombres opposés. Soustraction (différence).

L'ensemble des entiers relatifs a une structure de « groupe » pour l'addition.

Comparaison ; entiers positifs et négatifs. Valeur absolue.

Multiplication (produit) ; propriétés fondamentales. Le problème de la division n'est pas toujours possible.

L'ensemble des entiers relatifs a, pour ces opérations, une structure « d'anneau ».

3° *Les nombres rationnels.*

Fraction ; fractions équivalentes ; notion de « classes d'équivalence » ; nombres rationnels. Egalité.

Addition et soustraction ; propriétés fondamentales. Comparaison.

Multiplication ; propriétés fondamentales ; nombres inverses. Division (quotient exact).

L'ensemble des rationnels a, pour ces opérations, une structure de « corps ».

Puissances entières (exposants entiers positifs, négatifs, nul) : propriétés fondamentales.

Valeurs absolues ; propriétés relatives aux sommes, aux produits, aux quotients.

4° *Notions sur les nombres réels.*

Nécessité d'une extension de la notion de nombre, au-delà des rationnels ; indications sommaires (à partir d'exemples) sur un mode de construction des réels, sur la définition des opérations élémentaires les concernant, sur leur comparaison.

Exposé (sans démonstration) des propriétés fondamentales des opérations sur les nombres réels. L'ensemble des nombres réels a une structure de « corps ».

Correspondance entre les nombres réels et les points d'une droite munie d'une origine et d'un vecteur-unité.

5° *Les nombres complexes.*

Définition. Représentation géométrique. Module, argument. Egalité. Nombres complexes opposés, nombres complexes conjugués. Nombre complexe nul.

Addition, soustraction, multiplication, division. Corps des nombres complexes.

Puissance n^o d'un nombre complexe donné sous « forme trigonométrique », formule de Moivre. Racines n^{oo} d'un nombre complexe (on se bornera à la démonstration d'existence et à la représentation géométrique des n racines n^{oo}).

(L'application des nombres complexes à l'étude de problèmes de géométrie plane, notamment de problèmes sur la similitude et l'inversion, est en dehors du programme).

*

**

II. Arithmétique

1° Analyse combinatoire.

Permutations, arrangements, combinaisons sans répétition.

2° Les entiers : division, divisibilité, nombres premiers. (Les théories énumérées ci-après concernent essentiellement les entiers naturels, mais l'emploi éventuel des entiers relatifs dans certaines de ces questions n'est nullement exclu).

Multiples d'un entier ; problème de la division d'un entier par un autre ; quotient à une unité près (quotient entier), reste.

Notions sur les congruences modulo n ; opérations élémentaires.

Diviseurs communs à plusieurs nombres, plus grand diviseur commun ; nombres premiers entre eux.

Multiples communs à plusieurs nombres, plus petit multiple commun.

Nombres premiers ; propriétés élémentaires. Décomposition d'un entier en un produit de nombres premiers. Applications : diviseurs d'un nombre ; diviseurs communs et multiples communs à plusieurs nombres ; condition pour qu'un entier soit égal au carré, à la puissance n° , d'un entier.

3° Application aux fractions.

Simplification des fractions ; fractions irréductibles. Réduction de fractions à un dénominateur commun, au plus petit dénominateur commun.

Condition pour qu'un rationnel soit le carré, la puissance n° d'un rationnel.

4° Numération.

Principe des systèmes de numération ; notion de base. Numération décimale.

5° Fractions décimales, nombres décimaux.

Condition pour qu'une fraction soit équivalente à une fraction décimale. Nombres décimaux ; comparaison ; addition, soustraction, multiplication.

Valeurs approchées à $\frac{1}{10^n}$ près par défaut et par excès d'un nombre rationnel ; représentation par des nombres décimaux ; la suite des valeurs décimales approchées par défaut d'un nombre rationnel présente une périodicité (l'étude générale des nombres décimaux périodiques, la démonstration d'existence et la recherche d'une « fraction génératrice », sont en dehors du programme).

Définition des quotients $\frac{1}{10^n}$ près par défaut et par excès d'un nombre décimal par un autre.

6° Nombres réels.

Rapport d'un nombre à un autre, défini comme quotient exact ; équivalence des relations :

$$\frac{a}{b} = c \quad \text{et} \quad a = bc, \quad \text{pour } b \neq 0.$$

Rapports égaux (proportions).

Définition (sans démonstration d'existence) de la racine n° arithmétique d'un nombre réel positif ou nul. Propriétés élémentaires de calcul des radicaux (racine n° d'un produit, d'un quotient, d'une racine p°), condition d'égalité de :

$$\sqrt[m]{a^p} \quad \text{et} \quad \sqrt[m']{a^{p'}} \quad (a > 0),$$

(les exposants fractionnaires pourront n'être définis qu'à l'occasion de l'étude de la fonction exponentielle).

7° Progressions arithmétiques, progressions géométriques.

Définition ; calcul de la somme d'un nombre fini de termes.

8° Calculs approchés.

Valeurs approchées d'un nombre ; encadrement ; marge d'incertitude (erreur absolue ; erreur relative). Valeurs approchées d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient de nombres dont on connaît des valeurs approchées.

Valeurs approchées à $\frac{1}{10^n}$ près par défaut et par excès d'un nombre réel ;

comparaison des valeurs approchées par défaut à $\frac{1}{10^n}$ et $\frac{1}{10^{n+1}}$ près.

Suite des carrés des entiers naturels ; racine carrée entière d'un entier naturel, reste. Indications sur la recherche pratique de la racine carrée entière. (L'étude de la règle classique « d'extraction de la racine carrée » est en dehors du programme).

Racines carrées à 1 près, à $\frac{1}{10^n}$ près, par défaut et par excès d'un nombre réel positif.

*
**

III. Premières définitions sur les fonctions

(Certaines des notions introduites par ce bref chapitre trouveront naturellement leur emploi aussi bien en algèbre et en analyse qu'en géométrie, notamment dans l'étude des transformations).

Application d'un ensemble dans un ensemble. Variables. Fonctions.

Composition des applications ; fonction composée (fonction de fonction) d'une variable.

Application biunivoque d'un ensemble sur un ensemble ; fonctions réciproques.

Opérations élémentaires sur des fonctions (à valeurs réelles) définies sur un même ensemble : addition, soustraction, multiplication, division (fonction-somme, ..., fonction-quotient) ; puissance n° , racine n° d'une fonction.

*
**

IV. Fonctions polynômes et fractions rationnelles (coefficients réels et variables réelles)

1° Fonctions polynômes — forme réduite, degré.

Identité (on pourra admettre que l'égalité numérique pour toutes valeurs des variables entraîne l'identité formelle). Polynôme nul.

Addition, soustraction, multiplication des polynômes ; anneau des polynômes.

Formule du binôme.

2° Polynômes d'une variable x ; division par $(x - a)$; application aux polynômes $x^n \pm a^n$.

Changement de variables $x = X + k$; application aux formes canoniques $aX^2 + b$, $aX^3 + bX + c$, des polynômes du second et du troisième degré.

3° Fraction rationnelle définie comme fonction-quotient d'un polynôme par un autre ; domaine d'existence.

Exemples simples de transformations de fractions rationnelles ; transformations des fractions :

$$\frac{ax + b}{a'x + b'}, \quad \frac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c'},$$

par un changement de variable $x = X + k$, conduisant à l'une des formes :

$$A + \frac{B}{X}, \quad AX + B + \frac{C}{X}, \quad A + \frac{BX + C}{X^2 + D}.$$

*
**

V. Généralités sur les fonctions d'une variable réelle

1° *Représentation graphique* dans un repère cartésien (rappel).

2° *Sens de variation sur un intervalle.*

Propriétés élémentaires de fonctions monotones sur un intervalle.

Définition d'un maximum ou d'un minimum d'une fonction en un point.

3° *Notions sur les limites.*

Définitions concernant les limites (finies ou infinies) d'une suite u_n lorsque l'entier naturel n tend vers l'infini, et d'une fonction lorsque la variable tend vers une valeur finie ou vers l'infini. Énoncé (sans démonstration) des propriétés élémentaires des limites : unicité, opérations élémentaires (somme, produit, quotient, racine n°), cas d'indétermination.

4° *Continuité d'une fonction.*

Définition d'une fonction continue : pour une valeur de la variable, sur un intervalle (la notion de continuité uniforme est en dehors du programme). Opérations élémentaires. Continuité d'une fonction composée (fonction de fonction), formée à partir de deux fonctions continues (sans démonstration).

On admettra, sans démonstration, la propriété suivante : si une fonction f est continue sur un intervalle fermé (a, b) , et si les valeurs numériques $f(a)$ et $f(b)$ sont de signes contraires, la fonction s'annule au moins pour une valeur de la variable comprise entre a et b . Application au cas d'une fonction continue et monotone sur un intervalle fermé.

Existence de la fonction réciproque d'une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle fermé (on admettra la continuité de cette fonction réciproque) ; représentation graphique dans un repère cartésien normé.

5° *Dérivées.*

Révision des questions figurant au programme des classes de Première A', C, M, M' : définition de la dérivée pour une valeur de la variable ; fonction dérivée ; opérations élémentaires (dérivées d'une constante, d'une somme, d'un produit, d'un quotient) ; interprétation géométrique en coordonnées cartésiennes, équation de la tangente en un point de la courbe représentative.

L'existence d'une dérivée entraîne la continuité de la fonction.

Dérivée d'une fonction composée (formée à partir de deux fonctions dérivables). Dérivée de la fonction réciproque d'une fonction monotone dérivable ; interprétation géométrique.

Définition des dérivées successives.

6° *Dérivées de quelques fonctions (révision et compléments).*

Dérivée par rapport à x de x^n , de x^{-n} , de $\sqrt{x}$, de $\sqrt[n]{x}$ (n entier naturel). Dérivée de la puissance n° , de la racine n° d'une fonction dérivable.

Dérivée des fonctions circulaires $\sin$, $\cos$, tg , cotg (révision). Dérivée de fonctions composées formées à partir des fonctions circulaires. Dérivées successives d'un polynôme, de $\sin(ax + b)$, de $\cos(ax + b)$.

7° Application des dérivées.

Énoncé, sans démonstration, du théorème de Rolle. Théorème des accroissements finis ; interprétation géométrique.

Comparaison de deux fonctions ayant la même fonction dérivée sur un intervalle. Étude du sens de variation d'une fonction au moyen du signe de la fonction dérivée.

8° Fonctions primitives.

Définition d'une fonction primitive d'une fonction (on admettra l'existence d'au moins une primitive pour toute fonction continue). Relation entre deux primitives d'une fonction sur un même intervalle ; existence d'une primitive unique prenant, en un point donné de l'intervalle de définition, une valeur fixée.

Exemples de primitives déduites de la connaissance des dérivées de quelques fonctions usuelles ; en particulier, primitives d'un polynôme, de $\frac{1}{x^n}$ (n entier naturel supérieur à 1), de $\sin(ax + b)$, de $\cos(ax + b)$.

9° Application des primitives au calcul d'aires et de volumes.

(Aucune difficulté ne sera soulevée au sujet des notions d'aire et de volume. On admettra l'existence et les propriétés des aires et des volumes dont le calcul est demandé ici).

Aire d'un domaine plan limité par un arc de la courbe représentative, relative à un repère cartésien orthonormé, d'une fonction $f(x)$ continue (on pourra se borner au cas d'une fonction monotone), positive ou nulle, par l'axe des abscisses, et par deux « coordonnées », l'une fixe, l'autre variable (abscisse x) : cette aire représente une primitive de la fonction donnée. Convention de signes pour la définition de l'aire lorsque la fonction donnée n'est pas toujours positive ou nulle. Application à des calculs d'aires planes.

Application des primitives au calcul de quelques volumes : pyramide à base triangulaire, tronc de pyramide à bases parallèles triangulaires (extension des formules trouvées au cas de bases polygonales quelconques) ; cône à base circulaire, tronc de cône à bases parallèles circulaires ; segment sphérique, volume de la sphère.

**

VI. Étude de quelques fonctions d'une variable réelle

1° Étude de la variation et de la représentation graphique (repère cartésien) des fonctions :

a) $ax^3 + bx^2 + cx + d$ (forme réduite $AX^3 + BX + C$) ; $ax^4 + bx^2 + c$;

b) $\frac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c'}$ $a' \neq 0$ (sur des exemples, sans théorie générale, en utilisant éventuellement la forme réduite : $A + \frac{BX + C}{X^2 + D}$) ;

c) $\frac{ax^2 + bx + c}{x - k}$, $\sqrt{ax + b}$, $\sqrt{ax^2 + bx + c}$

(en liaison avec l'étude des coniques).

2° Fonctions circulaires.

Reprise complète de l'étude des fonctions circulaires sinus, cosinus, tangente, cotangente, figurant au programme des classes de Première A', C, M, M'.

Exercices d'application portant sur les formules d'addition et de multiplication par deux, sur la transformation en produit de la somme ou de la différence de deux sinus ou cosinus et sur la transformation inverse.

Transformation des fonctions :

$a \cos x + b \sin x$ et $a \cos^2 x + 2b \sin x \cos x + c \sin^2 x$,
conduisant respectivement aux formes :

$A \cos (x - k)$ et $A \cos (2x - k) + B$.

Application de la formule de Moivre dans le cas des exposants 2, 3, 4.

Exemples simples d'étude de fonctions composées formées à partir des fonctions circulaires.

3° Fonctions logarithmiques.

Définition de la fonction logarithme népérien de x (notation : $\text{Log } x$) comme primitive, nulle pour $x = 1$, de la fonction $\frac{1}{x}$ ($x > 0$). Représentation par l'aire d'un trapèze mixtiligne (repère orthonormé).

Propriété fondamentale : $\text{Log } (ab) = \text{Log } a + \text{Log } b$, et ses conséquences logarithme népérien d'un produit, d'un quotient, d'une puissance n^e (exposant positif ou négatif), d'une racine n^e .

Limites de $\text{Log } x$ lorsque la variable positive x tend vers l'infini ou vers 0 ;
limite de $\frac{\text{Log } x}{x}$ lorsque x tend vers l'infini.

Base des logarithmes népériens, définition du nombre e .

Courbe représentative de la fonction logarithme népérien (repère cartésien orthonormé).

La fonction $K \text{Log } x$ (K constante non nulle) a les propriétés fondamentales de calcul de la fonction $\text{Log } x$. Définition de la fonction logarithmique de base a (a constante positive, différente de 1) :

$$\log_a x = K \text{Log } x \text{ avec } K \text{Log } a = 1.$$

Relation entre $\log_a x$ et $\log_b x$. Courbes représentatives des fonctions logarithmiques.

Logarithmes décimaux.

4° Fonctions exponentielles.

Définition de la fonction exponentielle de base a comme fonction réciproque de la fonction logarithmique de base a ($a > 0$, $a \neq 1$). Propriétés fondamentales de la fonction exponentielle de base a , représentée provisoirement par le symbole $\exp_a$:

$$\exp_a(u) = v \iff u = \log_a v \quad (v > 0) ;$$

$$\exp_a(0) = 1 ; \quad \exp_a(1) = a ;$$

$$\exp_a(u + u') = \exp_a(u) \cdot \exp_a(u') ;$$

et ses conséquences, en particulier :

$$\exp_a(n \cdot u) = [\exp_a(u)]^n, \quad \exp_a(n) = a^n \quad (n \text{ entier relatif}) ;$$

$$\exp_a\left(\frac{p}{q}\right) = \sqrt[q]{a^p}.$$

Notation a^x .

Dérivée de a^x , de e^x .

Courbes représentatives des fonctions exponentielles (repère cartésien orthonormé).

(Pour les fonctions logarithmiques et exponentielles, leur étude est strictement limitée à celle des questions indiquées ci-dessus : en particulier, l'étude de fonctions composées faisant intervenir des logarithmes et des exponentielles est en dehors du programme).

5° Exposants fractionnaires.

Relation $a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$ ($a > 0$). Propriétés élémentaires de calcul des exposants fractionnaires.

(L'étude générale de la fonction puissance d'exposant rationnel ou réel est en dehors du programme).

*
**

VII. Equations et inéquations

- 1° Transformations élémentaires d'équations et d'inéquations. Changements d'inconnues. Interprétations graphiques.
- 2° Résolution de l'équation du second degré à coefficients réels (racines réelles, racines complexes conjuguées).
- 3° Exemples d'équations et d'inéquations, dont l'étude se ramène à l'étude d'équations ou d'inéquations du premier ou du second degré, ou à l'application des propriétés élémentaires des fonctions usuelles, et, notamment, des fonctions circulaires.

Décomposition d'un trinôme bicarré à coefficients réels en un produit de polynômes du premier ou du second degré à coefficients réels. Equation bicarrée à coefficients réels.

Equation $a \cos x + b \sin x + c = 0$.

4° Systèmes d'équations. Transformation d'un système : par la méthode dite « de substitution » ; par le remplacement de l'une des équations par une combinaison linéaire des équations du système.

Révision de l'étude d'un système de deux équations linéaires à deux inconnues ; interprétation géométrique.

Exemples simples de systèmes d'équations et d'inéquations.

5° Recherche des fonctions une ou deux fois dérivables y de la variable x vérifiant les équations :

$y' = P(x)$, $y'' = P(x)$, $P(x)$ étant un polynôme en x ,

$y' = ay$ (a constante),

$y'' + \omega^2 y = 0$ (ω constante réelle. On admettra, après avoir découvert les solutions de la forme $A \cos \omega x + B \sin \omega x$, que l'équation n'en admet pas d'autres).

VIII. Calcul numérique

De nombreux exercices de calcul numérique seront faits, à l'occasion de l'étude des fonctions usuelles et à l'occasion de problèmes, pour mettre en application les notions de valeurs approchées, l'encadrement, d'ordre de grandeur d'un résultat ou d'une erreur.

Usage de tables de valeurs numériques de fonctions usuelles ; usage de tables de logarithmes. Notions pratiques très simples sur l'interpolation.

*
**

GEOMETRIE ET CINEMATIQUE

I. Géométrie descriptive

(La géométrie descriptive doit être traitée non comme une discipline séparée, mais comme une partie de la géométrie, où sont étudiés quelques problèmes de représentation de figures de l'espace. Les notions de géométrie descriptive, et, plus généralement, l'opération de projection sur des plans convenablement choisis, trouvent leur emploi, soit comme moyen de recherche, soit comme moyen de représentation, dans de nombreuses questions, par exemple : symétries du cube, du tétraèdre régulier, projection orthogonale d'un cercle, etc...).

Représentation d'un point et d'un ensemble de points à l'aide de projections orthogonales sur deux plans rectangulaires. Vocabulaire relatif aux droites et plans occupant des positions particulières par rapport aux plans de projection.

Changement de plan frontal, changement de plan horizontal.

Représentation des droites et des plans ; problèmes d'intersection, de parallélisme, d'orthogonalité (une fois expliquées les solutions géométriques de ces problèmes, on se bornera à traiter quelques exercices d'application simples, en utilisant éventuellement un changement de plan).

Problème de la perpendiculaire commune à deux droites et de leur plus courte distance :

1° lorsque les deux droites sont horizontales (ou frontales) ;

2° lorsque l'une d'elles est verticale (ou de bout).

Rotation autour d'un axe vertical ou de bout (liaison avec l'étude de la transformation par rotation).

Rabattement d'un plan sur un plan horizontal ou frontal (liaison avec la transformation par affinité plane). Relèvement.

Distance de deux points, d'un point à une droite, d'un point à un plan ; angle de deux droites.

II. Compléments de géométrie orientée

1° Géométrie plane.

Angle orienté de deux demi-droites ou de deux vecteurs (rappel). Angle orienté de deux droites.

Mesure, dans un plan orienté, d'un angle orienté de deux demi-droites, de deux droites. Formules de Chasles. Repérage d'une direction d'axe ou de droite dans un plan orienté muni d'un axe polaire : angle polaire.

2° Géométrie dans l'espace.

Orientation d'un trièdre, comparaison des sens de deux trièdres orientés.

Orientation de l'espace. Espace orienté par le choix d'un trièdre orienté.

III. Compléments sur le cercle en géométrie plane et sur la sphère

1° Ensemble des points M d'un plan tels que, A et B étant deux points de ce plan, l'angle orienté de vecteurs $(\vec{MA}, \vec{MB})$, ou l'angle orienté de droites (MA, MB), soit égal à un angle donné.

2° Puissance d'un point par rapport à un cercle. Différence des puissances d'un point par rapport à deux cercles, axe radical de deux cercles.

Cercles orthogonaux.

Faisceaux linéaires de cercles ; faisceaux orthogonaux.

3° Points conjugués, polaire d'un point par rapport à un cercle ; pôle d'une droite, droites conjuguées.

Définition d'une transformation par polaires réciproques par rapport à un cercle ; transformé d'une division harmonique de quatre points alignés.

4° Cônes et cylindres circonscrits à une sphère.

IV. Coordonnées cartésiennes dans l'espace. Notions de géométrie analytique

(Le rappel des notions de géométrie analytique plane acquises en Seconde et en Première interviendra naturellement à l'occasion de l'étude de divers chapitres du présent programme ou à l'occasion de problèmes : il ne doit pas donner lieu à une révision systématique).

1° Définition d'un repère cartésien dans l'espace : axes obliques, axes rectangulaires, choix des unités sur les axes, vecteurs-unités ; repère orthonormé.

Composantes scalaires (coordonnées) d'un vecteur ; coordonnées d'un point. Représentation vectorielle d'un vecteur, d'un point, au moyen de leurs coordonnées et des vecteurs-unités. Paramètres directeurs d'une direction de droites.

Changement de coordonnées par translation du repère.

2° Barycentre d'un système de n points affectés de coefficients dont la somme n'est pas nulle, définition. Coordonnées du barycentre. Centre de gravité d'un triangle, d'un tétraèdre. Transformation d'une somme $\alpha MA^2 + \beta MB^2 + \gamma MC^2$.

3° Représentations paramétriques d'une droite.

4° Repère orthonormé : expression analytique du produit scalaire de deux vecteurs.

Distance de deux points ; cosinus de l'angle de deux vecteurs ; condition d'orthogonalité de deux vecteurs ou de deux droites. Equation normale d'une droite en géométrie plane, d'un plan dans l'espace.

Equation d'une sphère donnée par son centre et son rayon. Equation d'un cône ou d'un cylindre de révolution ayant pour axe de révolution l'un des axes de coordonnées.

Hélice circulaire ; représentation paramétrique ; $x = a \cos u$, $y = a \sin u$, $z = bu$; projection orthogonale sur un plan contenant l'axe Oz.

(L'étude de problèmes sur les droites et les plans, intersections, positions relatives, parallélisme... est en dehors du programme).

5° Vecteur variable fonction d'un paramètre : Dérivée vectorielle relativement à un repère donné (indépendant du paramètre). Coordonnées du vecteur dérivé (repère cartésien normé). Dérivées successives.

Dérivée d'une somme vectorielle, du produit d'un vecteur par un scalaire (variable), du produit scalaire de deux vecteurs.

V. Transformations ponctuelles (plan et espace)

1° Généralités.

Transformation réciproque d'une transformation. Transformations involutives. Composition de transformations (produit) ; associativité. Groupe de transformations.

2° Translation.

Révision des questions figurant au programme de Seconde A', C, M, M'. Produit de translations ; groupe des translations.

3° Déplacements et symétries en géométrie plane.

Rotation autour d'un point ; symétrie par rapport à un point. Symétrie (orthogonale) par rapport à une droite (symétrie axiale).

Produit de deux symétries axiales ; toute translation ou rotation est un produit de deux symétries axiales. Produits de translations, de rotations et de symétries axiales : formes réduites (une translation, ou une rotation, ou le produit d'une symétrie axiale et d'une translation parallèle à l'axe).

Déplacement. Forme réduite d'un déplacement ; centre de rotation. Groupe des déplacements.

4° Déplacements dans l'espace.

Rotation autour d'un axe ; retournement (symétrie orthogonale par rapport à une droite).

Produits de deux retournements (axes coplanaires, axes non coplanaires). Toute translation ou rotation est un produit de deux retournements.

Produits de translations et de rotations, forme réduite ; « déplacement » hélicoïdal.

Déplacement dans l'espace. (On pourra admettre que tout déplacement est équivalent à un déplacement hélicoïdal). Groupe des déplacements.

5° Symétries dans l'espace.

Symétrie par rapport à un point ; symétrie par rapport à un plan. Produits de deux telles symétries.

Toute translation ou rotation est un produit de deux symétries par rapport à un plan.

6° Plans de symétrie, axes, centres d'une figure.

Définitions. Exemples : couple de droites, couple de plans, triangle équilatéral, cube, tétraèdre régulier.

7° Homothétie (plan et espace).

Révision des questions figurant au programme de Seconde A', C, M, M'. Produits de deux homothéties, d'une homothétie et d'une translation. Groupe des homothéties-translations.

Applications de l'homothétie. Cercles homothétiques dans l'espace. Centres d'homothétie de deux sphères, de trois sphères prises deux à deux.

8° Similitudes.

Similitude (directe) en géométrie plane. Forme réduite ; centre de similitude.

Définition des figures semblables dans l'espace (se correspondant par le produit d'un déplacement et d'une homothétie positive). L'étude générale de la transformation « Similitude » dans l'espace, la recherche d'une forme réduite sont en dehors du programme.

Rapport des aires de deux polygones plans semblables, rapport des volumes de deux polyèdres semblables.

9° Affinité (géométrie plane).

Définition. Produit de deux affinités ayant même axe et même direction. Transformée d'une droite : transformée de la tangente en un point d'une courbe.

Affinité orthogonale ; interprétation à l'aide d'une rotation et d'une projection orthogonale.

10° Inversion.

Définition. Produit de deux inversions ayant même pôle ; produit d'une inversion et d'une homothétie ayant pour centre le pôle d'inversion. Cercle (ou sphère) d'inversion.

Etude, en géométrie plane seulement, des questions suivantes relatives à l'inversion :

Conservation du contact ; problème de la conservation des angles.

Transformés d'une droite, d'un cercle. Inversions pouvant échanger : une droite et un cercle, deux cercles.

Transformés par inversion des cercles d'un faisceau linéaire.

VI. Coniques

(Le choix des définitions, l'ordre de présentation des diverses questions sur les coniques et, notamment, de leurs propriétés caractéristiques, ne sont nullement imposés, ni même suggérés, par l'ordre d'énumération adopté ci-après).

1° Définition et propriétés caractéristiques ponctuelles de l'ellipse, de l'hyperbole, de la parabole :

Géométrie plane : Lieu des centres des cercles passant par un point donné et tangents à une droite ou à un cercle donné ; lieu des points dont la somme ou la différence des distances à deux points donnés a une valeur donnée.

Géométrie plane : Lieu des points dont le rapport des distances à un point donné et à une droite a une valeur donnée.

Sections planes d'un cône de révolution. Sections planes d'un cylindre de révolution.

Equation de l'ellipse et de l'hyperbole rapportées à leurs axes de symétrie.
Equation de la parabole rapportée à son axe et à sa tangente au sommet.

Etude de la courbe représentée, en coordonnées rectangulaires, par l'équation :
 $y^2 = ax^2 + bx + c$.

2° Existence de la tangente à une conique en un point.

Asymptotes de l'hyperbole. Equation d'une hyperbole rapportée à ses asymptotes.

Propriétés élémentaires des tangentes relativement aux foyers : projections orthogonales d'un foyer sur les tangentes ; symétriques d'un foyer par rapport aux tangentes.

Notion d'enveloppe de droites, en géométrie plane, à propos de l'étude de l'ensemble des droites telles que la projection orthogonale d'un point donné sur chacune d'elles soit sur un cercle donné, ou sur une droite donnée, et de l'ensemble des médiatrices des segments joignant un point fixe aux différents points d'un cercle ou d'une droite.

3° Affinités orthogonales faisant correspondre une ellipse et son cercle principal ; ellipse considérée comme projection orthogonale d'un cercle. Aire de l'ellipse.

(L'étude des diamètres des coniques, l'extension à une conique, considérée comme projection ou perspective d'un cercle, des propriétés des éléments conjugués par rapport à un cercle, sont en dehors du programme).

VII. Cinématique

1° *Mouvement d'un point. Sa relativité. Trajectoire.*

Modes de définition d'un mouvement :

- par les coordonnées du mobile par rapport à un repère cartésien fixe ;
- par la donnée d'un support géométrique de la trajectoire et par une loi horaire.

2° *Vecteur-vitesse d'un point.*

Vecteur-vitesse à un instant donné.

Coordonnées du vecteur-vitesse, lorsque le mouvement est défini par rapport à un repère cartésien donné. Vecteur-vitesse de la projection du mobile sur un plan ou sur une droite fixe.

Détermination du vecteur-vitesse lorsque l'on connaît le support géométrique de la trajectoire et la loi horaire.

Mouvement circulaire : vecteur-vitesse, vitesse angulaire.

3° *Vecteur-accélération d'un point.*

Hodographe. Définition du vecteur-accélération à un instant donné. Coordonnées du vecteur-accélération, lorsque le mouvement est défini par rapport à un repère cartésien donné. Vecteur-accélération de la projection du mobile sur une droite ou sur un plan fixe.

4° *Etude particulière des mouvements suivants (description du mouvement, propriétés du vecteur-vitesse et du vecteur-accélération) :*

- Mouvement rectiligne uniforme.
- Mouvement rectiligne uniformément varié.
- Mouvement circulaire uniforme.
- Mouvement rectiligne vibratoire simple.

Relation entre ces deux derniers mouvements. Mouvement rectiligne défini par l'équation horaire : $x = a \cos(\omega t + \alpha) + b \cos(\omega t + \beta)$.

- Mouvement hélicoïdal uniforme.

5° Mouvement d'un point dont le vecteur-accélération reste équipollent à un vecteur fixe donné (liaison avec le mouvement d'un point pesant dans le vide) : trajectoire, mouvements projetés sur un axe parallèle et sur un plan perpendiculaire au vecteur-accélération.

6° *Mouvement de translation d'un corps solide par rapport à un repère donné.*

Trajectoires, vecteurs-vitesse, vecteurs-accélération des divers points invariablement liés au corps.

Changement de repère (mouvement d'un point), composition des vitesses uniquement dans le cas où le mouvement d'entraînement est un mouvement de translation.
