AGRÉGATION DE MATHÉMATIQUES (Hommes)
Concours de 1958

Rapport de M. l'Inspecteur général DONTOT, Président du Jury

Le jury était composé de M. DONTOT, Inspecteur général de l'Instruction publique, président ; M. COMBES, professeur à la Faculté des Sciences de Toulouse, vice-président ; M. Y. MARTIN, professeur à la Faculté des Sciences de Rennes ; M. HERVÉ, professeur à la Faculté des Sciences de Nancy ; M. EUVRARD, professeur de Mathématiques Spéciales au Lycée Hoche, à Versailles ; M. RICHE, professeur de Mathématiques Spéciales au Lycée Henri-IV.

EPREUVES ECRITES

Elles ont eu lieu les 19, 20, 22, 23 mai, de 8 heures à 15 heures.

Le nombre des candidats inscrits est en 1958 de 250 ; il était en 1957 de 234 ; il a donc augmenté de 16 unités. Mais, à notre avis, ce qui importe pour définir quelques résultats numériques caractérisant un concours d'agrégation par rapport aux autres, c'est de rapporter ces résultats au nombre des candidats qui ont subi la totalité des épreuves écrites. Ils étaient 182 en 1955, 185 en 1957 et 193 en 1958. L'augmentation apparente du nombre de ces candidats (+ 10 entre 55 et 58) correspond à une augmentation réelle plus importante ; en 1955 le nombre des reçus à l'agrégation de Mathématiques (hommes) a été de 25, il est passé à 42 en 1957, ceci signifie que le nombre des candidats sur lesquels sont prélevés les agrégés a diminué pendant cette période de 17 unités. L'augmentation réelle du nombre des candidats est donc de 25 à 30 unités.

L'agrégation masculine de Mathématiques est donc un concours dont la situation est saine, puisque l'augmentation du nombre des reçus n'entraîne pas une diminution du nombre des candidats (nous rappelons que, comme dans les rapports précédents, la rédaction et le calcul des pourcentages tiennent compte seulement des candidats ayant subi la totalité des épreuves écrites). Il faut observer cependant que 57 candidats se sont fait inscrire et ont renoncé à se présenter au concours, ou bien ont abandonné avant la fin des épreuves écrites. Certes, le nombre des défaillants de la dernière minute est élevé dans tous les concours et, à l'agrégation masculine de Mathématiques, il a toujours été d'une importance préoccupante ; il représente depuis trois ans 22 ou 23 % du nombre des inscrits. C'est un déchet non négligeable et la stabilité de ce pourcentage à un moment où les préparations s'organisent, se multiplient, attirent un nombre croissant de candidats, révèle l'existence de causes permanentes qui sont, pour une catégorie déterminée de candidats, un obstacle insurmontable à la préparation du concours.

Ces causes permanentes ont été signalées à diverses reprises dans les rapports précédents. Depuis quelques années déjà, les licenciés d'enseignement de Mathématiques éventuellement disponibles pour occuper un poste d'enseignement ont totalement disparu ; les postes non pourvus par un titulaire au mouvement annuel sont de plus en plus nombreux et ne peuvent être pourvus non plus par les autorités universitaires locales, lesquelles n'ont plus de licenciés disponibles ; il devient alors nécessaire de solliciter les professeurs en exercice et nombreux sont ceux qui, par devoir, acceptent la charge écrasante d'un double service ou d'un service très alourdi. Nous avons pointé les noms des 57 défaillants de l'agrégation de Mathématiques en 1957 ; 47 d'entre eux sont, en effet, des professeurs en exercice, et pour

la plupart des professeurs déjà anciens qu'il est impossible de confondre avec les quelques velléitaires qui s'inscrivent chaque année et ne se présentent jamais. On peut donc affirmer que la presque totalité des candidats défaillants est composée de professeurs en exercice qui ont sacrifié leur préparation à l'agrégation à des obligations professionnelles, ou qui ont renoncé à abandonner leurs élèves pour aller passer l'écrit, alors que ceux-ci étaient à la veille de leurs propres examens. En gros, il est raisonnable de conclure que la principale raison des abandons est que la date du concours est choisie en mai, époque où les professeurs en exercice sont fatigués ou ne peuvent se résoudre à quitter leurs élèves, même pour une dizaine de jours.

L'agrégation est le concours de recrutement de l'Enseignement du Second Degré par excellence ; le devoir du jury est de choisir, parmi les candidats, un nombre d'agrégés aussi grand que possible, dignes de recevoir ce titre, et susceptibles d'accepter un poste d'enseignant dans un des établissements dépendant des directions des Enseignements du Premier, du Second Degré ou du Technique en permettant en outre aux plus qualifiés d'accéder directement à l'Enseignement Supérieur ou à la Recherche. L'expérience a nettement démontré que ce résultat ne peut être le seul bénéfice d'un aménagement technique des conditions du concours ; pour augmenter le nombre des agrégés, il faut augmenter celui des candidats. Le tableau annexé à ce rapport, intitulé : Statistique des candidats, indique l'origine de ceux-ci et la situation administrative au 1er octobre 1958 de ceux qui ont été nommés agrégés. On constate que sur les 117 professeurs en exercice (tableau I), qui ont remis les quatre compositions écrites, 23 ont été agrégés, 20 occupent, au 1er octobre 1958, ou occuperont plus tard un poste d'enseignant et que sur les 76 étudiants (tableau II), 30 ont été agrégés et 8 seulement occupent, au 1er octobre 1958, un poste d'enseignant (les assistants exceptés). Il est donc clair que la récupération de 57 candidats de la première catégorie est, dans les conditions actuelles, un problème très important.

***

Le jury s'est réuni au Lycée Saint-Louis le vendredi 27 juin, à 9 h. 30 pour arrêter la liste des admissibles. Continuant la politique amorcée dans les années précédentes, il a très largement interprété les résultats des épreuves écrites et proposé pour l'admissibilité 90 candidats, c'est-à-dire 47 % des candidats ayant remis les quatre compositions écrites.

Le pourcentage des admissibles est donc passé de 27 % en 1955, à 47 % en 1958 ; il est difficile d'aller plus loin dans l'amélioration technique des épreuves écrites (choix des sujets, générosité des barèmes de corrections, libéralité dans l'appréciation des erreurs commises). La somme des notes obtenues pour les quatre épreuves écrites par les candidats admissibles est supérieure à 26,5 sur 80, c'est-à-dire à une moyenne sur 20 de 6,5, identique à la moyenne du dernier admissible en 1957.

Cette somme (sur 80) des notes des quatre compositions écrites est en 1958 comprise entre 26,5 et 55,5 (entre 6,5 et 13,9 sur 20). Nous avons déjà fait observer que ce sont les notes obtenues par les candidats classés les premiers qui renseignent sur la difficulté des épreuves ou la valeur des candidats. En effet, à partir d'un certain rang, la somme des notes obtenues par les concurrents est, pour le même rang, indépendante des circonstances et partant de l'année du concours.

Si l'on compare donc les résultats des épreuves écrites pour les candidats classés les premiers en 57 et 58, il faut admettre que ces résultats ont été plus brillants en 57 qu'en 58. Les cinq premiers à l'écrit en 57 avaient obtenu plus que le premier en 58 (le candidat classé premier en 1957 totalisait 65 points au lieu de 55,5 en 1958).

Nous n'attachons pas d'importance à cette petite histoire de l'agrégation ; il nous paraît essentiel, par contre, d'examiner le tableau déjà signalé : Statistique des candidats, où nous trouvons des indications sur l'origine des admissibles. Nous trou-

vons un tableau analogue dans le rapport sur l'agrégation de 1956 et la comparaison de ces deux tableaux montre que le nombre des professeurs en exercice, candidats effectifs à l'agrégation, est passé de 95 à 117, et celui des étudiants de 83 à 76 : le nombre des admissibles pour les professeurs en exercice est passé de 21 à 43, et pour les étudiants de 41 à 47. Ce sont donc les professeurs en exercice qui bénéficient de l'augmentation en nombre et en qualité des préparations et de l'allongement des listes d'admissibilité. Il faut s'en réjouir, car ils ont été jusqu'à présent les moins bien placés pour poursuivre leur préparation à l'agrégation.

*
**

Nous donnerons, en annexe, les rapports des correcteurs concernant chacune des compositions écrites.

EPREUVES ORALES

Elles ont eu lieu au Lycée Saint-Louis. La liste d'admissibilité a été arrêtée le vendredi 27 juin et publiée dans la soirée, elle comprenait 90 noms. Les candidats ont été répartis en deux séries ; l'appel des candidats de la première série a été fait au Lycée St-Louis, le lundi 30 juin à 16 heures. l'appel des candidats de la seconde série a été fait au Lycée St-Louis le mercredi 9 juillet, à 9 h 30. Les épreuves pratiques, communes aux deux séries, ont eu lieu le 9 et le 10 juillet.

Les épreuves orales se sont terminées le samedi 26 juillet par la proclamation des résultats. Les candidats les moins favorisés de la première série ont donc séjourné 14 jours pleins à Paris, ceux de la seconde série 19 jours. Les charges correspondantes, d'à peu près 3 000 F par jour, sont extrêmement lourdes pour les provinciaux et nous nous préoccupons de les réduire au minimum. Les candidats fonctionnaires sont bien remboursés d'une partie de leurs débours. mais, en ce qui concerne le séjour, sur la base des tarifs d'hospitalisations dans les Lycées [or, en juillet, la possibilité d'hospitalisation dans un des Lycées de la rive gauche est théorique et les candidats sont, soit chez des particuliers, soit à l'hôtel].

Dès 1959, les épreuves pratiques étant supprimées et remplacées par une épreuve de « Mathématiques appliquées », qui est une des quatre épreuves écrites de la nouvelle agrégation, nous pourrons convoquer les candidats à Paris par séries de 15 à 20 candidats et limiter à une semaine la durée du séjour obligatoire à la disposition du jury. Nous aurons réalisé alors un aménagement, sur le plan économique et social, des épreuves orales que nous jugeons essentiel.

Chaque candidat ayant à présenter au jury deux leçons d'une heure, c'est donc 180 leçons que le jury aurait dû entendre. L'expérience a démontré que plus le nombre de leçons à juger est élevé, plus il faut de réunions du jury et de réunions de plus en plus longues ; plus il faut aussi ménager de repos pour la réflexion et la méditation. Pour un oral de 180 leçons, il fallait compter au minimum 45 jours. Il n'a pas paru souhaitable de faire siéger le jury jusqu'au 15 août et de retenir les candidats à Paris jusqu'à cette date ; M. le Ministre a donc admis qu'un sixième membre serait ajouté aux cinq qui, traditionnellement, constituent le jury d'agrégation de Mathématiques et que, pour les épreuves orales, un sous-jury de trois membres examinerait les candidats présentant une leçon de Mathématiques Elémentaires pendant qu'un autre examinerait les candidats présentant une leçon de Mathématiques Spéciales.

Cet aménagement, conforme au Statut de l'Agrégation, a permis de terminer les épreuves orales à la date ordinaire, cette année, le 26 juillet. Les difficultés pratiques ont été très sérieuses ; elles ont été résolues grâce à l'obligeance de l'Administration du Lycée St-Louis, qui a trouvé les locaux nécessaires pour mettre en cellule six

candidats à la fois. Mais cette solution est provisoire ; elle comporte un risque non négligeable. Le Statut de l'Agrégation précise, en effet, que le nombre des juges ne peut être inférieur à trois et aucun de ces juges ne peut être remplacé par un autre au cours des épreuves orales. Il suffirait donc qu'un des membres du jury soit indisponible au cours de ces épreuves pour qu'elles se trouvent suspendues.

Il n'en pas, heureusement été ainsi en 1958, et les oraux n'ont été marqués que par deux incidents, dus à l'étourderie de deux candidats. Ceux-ci ne se sont pas présentés à l'heure et au jour où ils avaient été convoqués ; ils n'ont pas été éliminés, mais la note zéro a été attribuée aux deux leçons non faites par eux.

L'augmentation du nombre des étudiants en sciences, donne à penser que le nombre des candidats à l'agrégation de Mathématiques ne diminuera pas dans les années à venir ; la solution provisoire des deux sous-jurys deviendra donc très vraisemblablement une solution définitive et il faudra, par prudence, augmenter le nombre des juges. Il est vraisemblable que cette augmentation sera nécessaire dès 1959.

⁂

Les épreuves pratiques ont eu lieu au Lycée St-Louis, le calcul le mercredi 9 juillet de 14 h 30 à 17 heures, et l'épure le 10 juillet de 8 à 12 heures.

Les textes de calcul numérique, de l'épure, les rapports des correcteurs de ces deux épreuves et les rapports sur les leçons d'oral, sont donnés en annexes au présent rapport.

Nous rappelons qu'en 1958, le programme commun aux deux agrégations, masculine et féminine, de Mathématiques était fixé par la note du 13 septembre 1957 (*B.O.E.N.* n° 34 du 26-9-57). Le programme réduit des épreuves orales par la note du 16 septembre 1957 (*B.O.E.N.* n° 34 du 26-9-57).

⁂

RESULTATS GENERAUX

Les totaux des notes obtenues par les admissibles pour l'ensemble des épreuves en 1958 sont compris entre 98 et 306 ; ils étaient en 1957 compris entre 80 et 343.

Le jury a proposé pour le titre d'agrégé les candidats ayant obtenu pour l'ensemble des épreuves un minimum de 184 points, c'est-à-dire une moyenne de 9,2 sur 20, égale à celle qui avait été exigée l'année dernière. Cinquante-trois candidats remplissaient cette condition, cinquante Français et trois Etrangers.

Les propositions du jury ayant été acceptées, la liste des agrégés de Mathématiques, à la suite du concours de 1958, a été lue le samedi 26 juillet au Lycée St-Louis (salle Depange) et affichée aux lieux habituels. Les candidats français ont été classés de 1 à 50 ; les candidats à titre étranger, conformément à la loi, ont reçu des numéros *bis* : un Vietnamien a été classé 20 *bis*, et deux Tunisiens : 33 *bis* et 46 *bis*.

Douze candidats admissibles, classés à l'écrit après le 53e, figurent sur la liste des agrégés : ils doivent ce résultat à la qualité de leurs épreuves orales. Enfin, dix-huit des agrégés avaient été admissibles dans les concours précédents.

⁂

La statistique des candidats, présentée sous forme d'un tableau (page 312 du présent rapport), résume aiussi complètement que possible les résultats de l'agrégation 1958.

Elle montre d'abord qu'il y a 40 % d'étudiants et 20 % de professeurs en exer-

cice reçus agrégés ; ces pourcentages traduisent éloquemment les conséquences de l'inégalité des conditions de présentation au concours pour les étudiants et les professeurs, exposée dans la première partie de ce rapport.

Les huit dernières colonnes du tableau indiquent quelle était, à la date du 1er octobre 1958, c'est-à-dire après affectation à un poste pour l'année scolaire, la situation administrative de chaque agrégé. Pour interpréter ces renseignements, il convient de se souvenir que les candidats aux agrégations en 1958 n'ont pas été tenus de signer, comme les candidats des agrégations des années précédentes, l'engagement d'occuper pendant cinq années un poste *dans un lycée*. Ils ont donc demandé en toute liberté leur affectation, soit comme professeurs dans une Ecole Normale, dans un Lycée, ou dans un Etablissement technique, soit comme professeurs détachés, soit comme assistants de Faculté ou comme chercheurs au C.N.R.S. Les élèves des Ecoles Normales ont pu également demander à effectuer une quatrième année d'Ecole.

Le dépouillement des vœux exprimés dans ces conditions a montré, comme on pouvait s'y attendre, que les professeurs en exercice ne souhaitaient que de continuer comme agrégés leur carrière de professeurs ; ils demeuraient fidèles à leur vocation et fidèles aussi au public auquel ils étaient habitués puisque aucun d'eux ne demandait à changer de Direction.

La réalisation des vœux de ces professeurs n'a donc soulevé pour l'administration aucune difficulté, mais la nécessité de pourvoir les chaires de Mathématiques Elémentaires vacantes a contraint celle-ci à demander à dix de ces professeurs sur onze d'accepter l'aventure d'un changement de résidence, et par conséquent, d'un déménagement. Deux seulement, dont les charges familiales sont particulièrement lourdes, ont demandé et obtenu de n'être mutés qu'en octobre 1959 ; les huit autres avec une simplicité tranquille ont accepté comme un devoir de leur nouvelle dignité une nomination dans une ville souvent fort éloignée de leur domicile actuel. Nous sommes heureux de signaler à tous ceux qui, lisant ce rapport, s'intéressent à l'agrégation et aux agrégés cette unanimité dans le consentement à un sacrifice difficile reconnu nécessaire ; disons bien haut que c'est à cause du sens du devoir dont ont fait preuve les professeurs en exercice devenus agrégés que la situation créée par les demandes — souvent injustifiées — des étudiants devenus agrégés n'a pas tourné à la catastrophe.

Trente étudiants, en effet, ont été nommés agrégés ; l'un d'eux, élève de l'Ecole Normale Supérieure de la rue d'Ulm, a été tué dans un accident de la route le lendemain de la publication de la liste d'admission ; un autre a été appelé au service militaire avant d'avoir pu être affecté, vingt-huit étudiants, devenus agrégés, ont donc reçu une première nomination. On constatera (voir la Statistique) que 20 d'entre eux, c'est-à-dire 72 % de l'effectif total, ont demandé une affectation, soit comme assistants ou chefs de travaux dans l'Enseignement Supérieur et ont d'ailleurs obtenu cette affectation quel que soit leur rang. Huit seulement des agrégés étudiants acceptaient un poste dans le Second Degré, quatre en vue d'un détachement au Maroc, en Tunisie ou dans une école militaire, les quatre autres dans la métropole. Il restait donc, au moment où venaient d'être créées 27 nouvelles classes préparatoires aux Grandes Ecoles, dans la métropole, quatre professeurs nouveaux, agrégés de 1958, soit 14 % de la totalité de ces derniers.

M. le Ministre de l'Education Nationale, informé de la gêne tragique dans laquelle la Direction du Second Degré allait être mise par l'affectation suivant leurs vœux des nouveaux agrégés, a bien voulu examiner lui-même le problème avec M. le Directeur général, en présence du Président du jury d'agrégation. Il a décidé, en conclusion de cet examen, que les agrégés de 1958 seraient affectés conformément aux vœux exprimés par eux et aux propositions des diverses directions, ceci pour tenir les engagements pris par ses prédécesseurs, mais que, dans les années à venir, une répartition équitable devrait être faite, qui garde à l'agrégation son caractère essentiel de concours de recrutement de l'Enseignement du Second Degré et corrige

l'inégalité et l'arbitraire des pourcentages de 1958. Ceux-ci sont les suivants : 72 % pour la Recherche et l'Enseignement Supérieur, 14 % pour les détachements, 14 % pour le Second Degré (pourcentages établis pour la catégorie étudiants).

Cette dérobade des jeunes agrégés devant les servitudes d'un des métiers, qui est cependant un des plus beaux qui soient, est regrettable ; on peut épiloguer sur les raisons qui l'expliquent, mais il est malheureusement incontestable qu'elle se traduit par un manque d'agrégés inquiétant et compromet le recrutement en professeurs des classes terminales de nos Lycées (Mathématiques Elémentaires et classes préparatoires aux Grandes Ecoles). En 1958, au cours des deux mouvements annuels, il a été pourvu 35 chaires de classes préparatoires aux Grandes Ecoles et 64 chaires de Mathématiques Elémentaires de Lycées de garçons ; la mise en place de ce personnel a nécessité 118 nominations, qui devaient être et qui auraient été dans une période normale, 118 nominations d'agrégés. Or, il n'a été possible de pourvoir que 70 postes — au lieu de 118 — par des agrégés ; les 48 postes restants l'ont été par du personnel féminin (21), des licenciés (25), des contractuels (2). Il est clair que le manque d'agrégés compromet déjà le fonctionnement normal des classes de Grandes Ecoles et des classes de Mathématiques Elémentaires, c'est-à-dire de l'ensemble des classes les plus caractéristiques et les plus admirées (par les étrangers) de l'Enseignement Secondaire français, les plus essentielles aussi puisqu'elles forment, actuellement encore, la quasi-totalité des futurs ingénieurs.

*
**

Nous avons dit, au début de ce rapport, que la situation de l'agrégation masculine de Mathématiques était saine, en ce sens que le nombre des candidats authentiques ne diminue pas et même augmente. bien qu'en moins de cinq années le nombre des agrégés de chaque promotion ait doublé (25 en 1955, 50 en 1958). Se bien porter est une situation provisoire qui n'autorise qu'exceptionnellement un excès ; l'agrégation a fourni en 1958, 53 agrégés, il serait vain d'espérer qu'elle en fournira davantage en 1959, si, d'ici là, le nombre des candidats n'a pas augmenté. Actuellement, on peut dire que tout ce qu'il était techniquement possible de faire pour améliorer le rendement a été fait ; presque la moitié des candidats sont déclarés admissibles de façon à être examinés à l'oral. Il serait inutile de pousser plus loin l'admissibilité ; cette libéralité dangereuse n'augmenterait pas de façon sensible le nombre des agrégés ; celui-ci n'est actuellement limité que par la seule qualité des candidats.

Le rapport général de la Commission d'étude pour le recrutement et la formation des personnels scientifiques de l'enseignement et de la recherche, créé par arrêté du 20 novembre 1957, a reconnu « le très haut niveau du concours d'agrégation » (de mathématiques, physique, sciences naturelles), « concours polyvalent conduisant aussi bien vers les diverses directions d'enseignement que vers le C.N.R.S. » et recommandé pour l'agrégation de Mathématiques quelques aménagements d'un caractère technique. En ce qui concerne l'agrégation masculine de Mathématiques ces aménagements ont pour objet principal de diminuer l'effort physique que nécessitent les épreuves. La durée des épreuves écrites sera ramenée de sept à six heures (comme pour l'agrégation féminine), les épreuves pratiques seront remplacées par une épreuve unique, composition dite de calcul appliqué ; les compositions de Mathématiques Elémentaires et de Spéciales seront remplacées par une composition unique de six heures. Enfin, le jury cessera d'être condamné au silence et des questions pourront être posées aux candidats, une fois la leçon entendue.

Ces modifications seront appliquées dès 1959 à titre d'essai. Il est vraisemblable qu'elles n'entraîneront, ni diminution, ni augmentation du nombre des agrégés. Elles respectent le partage des coefficients ; à l'écrit 5 pour l'ensemble des deux compositions portant plus particulièrement sur les programmes des lycées et des classes

préparatoires, et 5 pour les deux compositions portant sur le programme de la licence. A l'oral, les coefficients sont inchangés. L'écrit imposera moins de fatigue aux candidats ; l'oral également, la préparation des leçons ayant une durée de trois heures pour chacune d'elles. Nous regrettons la dénomination de : Mathématiques appliquées, adoptée pour l'épreuve destinée à remplacer le calcul numérique et l'épure, depuis que la réforme de la licence utilise le même terme pour caractériser une licence d'enseignement, ce qui pourrait amener une confusion sur les programmes respectifs de ces épreuves.

Ce même rapport recommande la création d' « une commission permanente composée des cinq directeurs qui devrait être chargée d'étudier les problèmes généraux et la répartition des agrégés ». Si cette commission avait pu fonctionner dès 1958, la répartition des agrégés aurait été plus conforme aux besoins réels des différentes directions ; nous savons qu'elle pourra étudier ce problème pour le concours de 1959.

L'augmentation nécessaire du nombre des agrégés ne peut plus maintenant résulter que de l'augmentation du nombre des candidats. C'est pour hâter cet accroissement que la réforme de la licence a été mise en application dès octobre 1958 ; il faut souhaiter que ses effets se traduisent rapidement par un afflux de candidats.

Nous ne terminerons pas ce rapport sans dire, une fois encore, notre gratitude aux professeurs qui assument la lourde tâche de préparer les candidats ; les préparations se multiplient et rendent de très grands services. La préparation, organisée par le Centre National d'Enseignement par Correspondance, en particulier, permet à des professeurs isolés dans de petits collèges ou à l'étranger, ainsi qu'à des malades, de participer au concours dans de bonnes conditions. Nous reconnaissons l'exceptionnelle qualité de ces préparations. Nous remercions aussi les membres du jury qui subissent avec bonne humeur les épreuves de l'agrégation de l'autre côté du tapis vert, malgré la charge effroyable qu'elles représentent.

Statistique des candidats à l'agrégation masculine de Mathématiques ayant remis les quatre compositions écrites

SESSION 1958

Professeurs en exercice

	CANDIDATS	ADMISSIBLES	REÇUS	SITUATION DES AGRÉGÉS AU 1er OCTOBRE 58							
				Prof. 1er Degré	Prof. 2e Degré	Prof. détachés	Prof. technique	S. M. congés	C. N. R. S. 4e année	Assistants	Décès
Enseign. 1er Degré.	4	3	3	3							
Enseign. 2e Degré.	68	28	12		10	1		1			
Détachés	20	3	1			1					
Enseign. Technique.	10	3	3			1	2				
Prof. en congé, Serv. militaire	7	2	1		1						
Candidats étrangers.	8	4	3								
Totaux	117	43	23	3	11	3	2	1			

Etudiants — Assistants — C.P.R.

	CANDIDATS	ADMISSIBLES	REÇUS	PROFESSEURS 1er DEGRÉ	PROFESSEURS 2e DEGRÉ	PROFESSEURS DÉTACHÉS	PROFESSEURS TECHNIQUE	S. M. CONGÉS	C. N. R. S. 4e ANNÉE	ASSISTANTS	DÉCÈS
E.N.S. Ulm	14	14	10		1				7	1	1
E.N.S. St-Cloud ...	15	12	10		2	3		1	2	2	
E.N.S. E.T.	1	1	0								
C.P.R.	14	1	0								
Etudiants	20	9	4		1	1				2	
Assistants	12	10	6							6	
Totaux	76	47	30		4	4		1	9	11	1

Résultats généraux

	CANDIDATS	ADMISSIBLES	REÇUS	PROFESSEURS 1er DEGRÉ	PROFESSEURS 2e DEGRÉ	PROFESSEURS DÉTACHÉS	PROFESSEURS TECHNIQUE	S. M. CONGÉS	C. N. R. S. 4e ANNÉE	ASSISTANTS	DÉCÈS
Etudiants, assistants, C.P.R.	76	47	30		4	4		1	9	11	1
Prof. en exercice ..	117	43	23	3	11	3	2	1			
Totaux	193	90	53	3	15	7	2	2	9	11	1

RAPPORTS ANNEXES

A. — Compositions écrites

I. Composition de Mathématiques Elémentaires (Correcteur : M. Riche)

Les connaissances qui permettaient de résoudre le problème proposé ne dépassaient pas celles que l'on peut exiger d'un bon élève de la classe de Mathématiques Elémentaires. Le texte étant rédigé de manière à épargner aux candidats des recherches laborieuses quant aux méthodes à utiliser, le correcteur était en droit de se montrer assez exigeant sur la qualité du raisonnement.

La première partie du problème aurait pu s'intituler ainsi : Etude des coniques dont un foyer appartient à un cercle fixe et qui coupent ce cercle en trois points fixes, distincts ou non.

La question (I, 1°) n'a arrêté que quatre candidats. Toutes les démonstrations correctes ont été admises. Signalons, toutefois, que l'emploi d'une inversion de pôle A permettait d'aborder plus aisément l'étude de la question (I, 2°). Celle-ci semble avoir constitué un obstacle sérieux pour la plupart des candidats. La correspondance entre q et r n'est pas toujours présentée de façon satisfaisante : il fallait faire ressortir qu'à un point q correspondait, en général, quatre points r distincts, homologues de q dans quatre rotations fixes. Tant bien que mal, au prix de pénibles détours, accompagnés de nombreuses maladresses, ces quatre rotations furent mises en évidence. Il était inutile de « calculer » les angles de rotation en fonction d'angles dont on ne sait plus très bien, après plusieurs lignes de calculs fastidieux, s'ils sont angles d'axes ou de droites. Chacune de ces rotations apparaissait comme produit de deux symétries axiales. Ainsi le cercle Aqr passait par l'un quelconque des centres des cercles tangents aux trois côtés du triangle AB'C' (B', C' homologues de B, C dans l'inversion considérée). Ce point de vue a été fatal à de nombreux candidats. Oubliant l'origine de la question, ils ont cherché à montrer que les homologues de ces points étaient les points O, O_A, O_B, O_C, par des procédés exempts d'élégance et souvent incorrects. D'autres ont tout simplement admis le résultat indiqué par l'énoncé. Il était pourtant très simple d'utiliser des droites QR particulières, méthode utilisée avec succès par les meilleurs. Ainsi, faute de sang-froid, beaucoup de candidats ont brisé leur élan sur une étude que le libellé du texte avait contribué à rendre pourtant très accessible.

Dans (I, 3°) les réponses aux questions posées n'étaient plus indiquées et le correcteur se proposait de juger le candidat sur son aptitude à présenter clairement une discussion. Il est regrettable que cette question n'ait jamais été traitée de façon satisfaisante. Dans la partie *a*) peu de candidats signalent le cas particulier où F appartient à un côté du triangle ABC et celui où F est équidistant des points A, B, C. Une discussion logique conduisait naturellement à la considération de tels cas. Dans la partie *b*), le cas où Δ est tangente à l'une quelconque des paraboles, qui admettent pour foyer un sommet du triangle ABC et pour directrice le côté opposé, n'a été mentionné dans aucune copie.

La question (II, 1°) ne présentait pas de difficultés nouvelles. Il suffisait d'adapter la méthode utilisée dans le cas de points A, B, C distincts. On pouvait aussi, pour mettre en évidence les points U et V, utiliser le théorème de Pascal, bien qu'une telle méthode ne fût pas dans l'esprit du problème. Ceux qui ont trouvé des dispositions limites fausses pour les points U et V auraient pu rectifier leur erreur en réfléchissant à l'introduction du point L dans la question suivante !

Le début de la question III faisait appel à des considérations très simples. Mais ici encore que de calculs pour aboutir souvent à des conclusions douteuses ! Un candidat à l'agrégation devrait savoir que l'égalité $A\varphi' = \varphi'\varphi$ n'entraîne pas nécessairement que φ' soit le milieu du segment $A\varphi$.

La question (III, 4°), plus difficile, n'a été traitée que dans quelques copies. On pouvait utiliser le théorème relatif à la différence des puissances d'un point par rapport à deux cercles ou, de façon plus expéditive, les points d'intersection des cercles Σ et $\mathcal{L}$ avec la droite AF'. L'orthogonalité de Σ et du cercle orthoptique résulte du fait que ce cercle orthoptique et le cercle point F' définissent un faisceau d'axe radical Δ', directrice associée à F'.

La deuxière partie comportait une introduction relative aux surfaces (F, Δ, e) : les résultats de (I, 1°) et (I, 2°) sont bien connus.

La question : « La surface engendrée par rotation d'une conique autour de son axe non focal peut-elle être considérée comme une surface (F, Δ, e) ? » présente quelques difficultés. Aucun candidat ne les a soupçonnées. Les questions qui suivent n'ont été qu'effleurées ; aucune étude sérieuse n'a été présentée à leur sujet. Les candidats aux prochains concours sont invités à y réfléchir.

Pour terminer, nous insisterons sur l'importance que revêt la rédaction pour la

clarté du raisonnement. Beaucoup de bonne volonté est nécessaire pour imaginer « le cercle qui passe par F et admet A et B pour points de Poncelet », ou « la bissectrice de l'angle $\widehat{AF'f'}$ ». Le candidat qui écrit : « Une inversion de pôle A transforme (β) et (γ) en des cercles concentriques » exprime un résultat faux différent de celui qu'il veut mettre en évidence.

Nous voudrions aussi signaler quelques erreurs grossières difficilement pardonnables :

« *Si deux points distincts* A *et* C *d'une conique* Γ *sont équidistants d'un foyer de cette conique, la médiatrice de* AC *est axe de* Γ. »

« *Si un point* A *est intérieur à deux cercles, ceux-ci sont sécants.* »

« *Le produit de deux inversions est une inversion.* »

« *Il existe un seul cercle d'un faisceau tangent à un cercle donné.* »

« A *et* B *désignant deux points d'une conique* Γ, *si une directrice de* Γ *coupe la droite* AB *en un point extérieur au segment* AB, Γ *est nécessairement une ellipse.* »

Renseignements statistiques. — 213 copies ont été soumises à correction. Trois d'entre elles se dégagent nettement auxquelles ont été attribuées les notes 18, 17,5 et 17. Le candidat classé 4e à cette épreuve, en dépit de quelques maladresses, a fait preuve, lui aussi, de sérieuses qualités dans le domaine de la géométrie élémentaire. Les notes suivantes sont : 14, 13,5 13 (3 fois), 12,5 (4 fois), 12 (3 fois), 11,5 (4 fois), 11 (5 fois), 10,5 (6 fois), 10 (5 fois). Soient 37 notes supérieures ou égales à 10. Nous relevons ensuite :

35 notes supérieures ou égales à	8	et inférieures à	10,		
36	—	—	6	—	8,
42	—	—	4	—	6,
42	—	—	2	—	4,
21 notes inférieures à	2.				

Ainsi un barème extrêmement généreux a-t-il permis de porter à 6,25 la moyenne des notes attribuées à ces 213 copies.

Les résultats rappellent sensiblement ceux des années précédentes.

II. Composition de Mathématiques Spéciales (Correcteur : M. Euvrard)

Statistiques. — Bien que la moyenne de l'épreuve, 5,25 (contre 4,84 en 1957) semble marquer une légère amélioration, la composition de Mathématiques Spéciales reste particulièrement faible dans l'ensemble du concours d'agrégation.

Et, pourtant, l'examinateur avait pensé favoriser la plupart des candidats en ne proposant pas un problème sur les coniques et quadriques.

Mais, en fait, 92 candidats sur 207 n'ont pas été capables de commencer l'intégration d'une équation différentielle de la forme $y = f(y')$ — baptisée parfois « équation de Lagrange simplifiée » —, ou même de former cette équation, ce qui est tout de même surprenant de la part de candidats qui ont tous le certificat de calcul différentiel et intégral. Chez les autres, trop souvent, abondent les fautes de calcul, et la question des signes relève souvent de la plus haute fantaisie.

45 candidats n'ont pas abordé les parties II et III ; quatre ne disent pas un mot sur la partie I et il y a trois copies blanches. Enfin 37 candidats seulement ont tenté d'aborder la partie III, mais aucun n'a obtenu les relations demandées en $u'_1/u_1 \ldots$, deux ou trois se contentant d'affirmer qu'en opérant comme au II on aurait le même système, ce qui est strictement faux, les vecteurs dérivés $\frac{d\overrightarrow{OT_1}}{ds} \ldots$, n'étant plus alors dans le plan Q remplaçant le plan P.

Deux candidats, un de Paris, un de province, ont remis des copies ne comprenant pas l'intercalaire n° 2. Si ce début d'épidémie devait s'étendre, il deviendrait indispensable que les candidats indiquent sur la première page de leur composition le nombre d'intercalaires fournis, et que les surveillants d'écrit en vérifient l'exactitude en ramassant les copies.

Le barème de correction adopté, fort généreux, a permis d'obtenir une copie notée 19, une 17,5, deux 14, une 13,5, une 13... ; en tout 22 copies ayant 10 et au-dessus. 79 candidats ont des notes supérieures ou égales à 6, et 128 notes n'atteignent pas 6.

Par rapport à l'année 1957, on peut signaler moins de copies ayant de très bonnes notes, un moins grand nombre également ayant 0 ou 0,5 (quatre 0 cependant). La note la plus fréquemment attribuée est 6 (29 fois). La courbe des notes, ascendante jusque-là, présente alors une chute brusque, séparant nettement les candidats en deux catégories. En bonne logique, seuls les 50 candidats ayant obtenu 7 ou au-delà auraient dû pouvoir être déclarés agrégés, ce qui n'a pas eu lieu en fait.

L'impression d'ensemble est donc celle d'une composition *très terne*, indiquant un trop grand nombre de candidats médiocres et peu de sujets brillants.

Analyse du sujet et des fautes commises. — Avant d'examiner les diverses parties du problème, il faut encore dénoncer *avec vigueur* la lamentable présentation de la plupart des copies, et, malheureusement, cette année, des meilleures copies. Ce sont de vrais brouillons, raturés, surchargés, assortis quelquefois de figures innommables. Il ne faut pas demander si les résultats ou conclusions (quand il y en a !) sont encadrés ou soulignés. Les axes n'ont pas de noms, les vecteurs pas de flèches ou épisodiquement ; les abréviations abusives pullulent, même dans des copies de deux ou trois pages seulement, qu'on aurait pourtant pu, en sept heures !, prendre le temps de rédiger. Un certain nombre de candidats semble n'avoir aucune idée de ce que devrait être un tableau de variations ; on y trouve de vagues flèches, aucune valeur aux limites, aucune barre de séparation lors d'un changement de sens de variation ; tout se chevauche, mais on s'en sert, paraît-il, pour tracer la courbe. Qu'arrivera-t-il dans quelques années si les futurs élèves de nos lycées sont soumis à de telles écoles ?

Partie I. — C'était un problème « taupinal » classique. Construction de « courbes telles que » en coordonnées cartésiennes et polaires, suivies d'une transformation simple permettant de passer de l'une à l'autre, et de l'étude des propriétés de cette transformation.

1) En coordonnées cartésiennes, la courbe cherchée est une développante de deux demi-chaînettes, ce fait étant dû aux « longueurs » introduites par l'énoncé. Les autres développantes sont de même définies par des relations du genre $\frac{a}{MT}+\frac{b}{MN}=1$ ce qu'un seul candidat a vu clairement, et ce qui s'explique facilement, géométriquement, en prenant pour point de départ la tractrice classique. Il est vrai que certains candidats appellent « tractrice » toute développante de chaînette !

La formation de l'équation différentielle est souvent laborieuse et son intégration se fait par nombre de procédés divers. Pourtant la présence de l'expression $\sqrt{1+y'^2}$ invitait, en accord avec la signification géométrique de y', à poser $y'=\operatorname{tg}\varphi$. Signalons l'oubli, par près des trois quarts des candidats de la solution singulière $y=\pm a$. Quelques-uns construisent la courbe sans intégrer, mais leurs explications, parfois strictement absentes, se raprochent plus du sentiment que de la rigueur logique.

Trop peu nombreux sont ceux qui, par quelques considérations de symétrie ou de translation, ont su se ramener au seul cas $y'>0$, $y>0$, qui évitait les chausse-trapes des doubles signes. Les rebroussements ne sont que rarement justifiés. Dans

beaucoup de copies, ils sont de deuxième espèce pour des raisons très variées. On lit dans une copie : « le rebroussement est de première espèce, comme le prouve la figure » !, dans une autre, c'est parce que x'' et y'' ne sont pas nuls tous les deux. L'aire demandée a très rarement été calculée juste.

Les maladresses de calcul ne se comptent pas, les plus fréquentes consistant à calculer x' en dérivant l'expression de x que l'on vient d'obtenir par quadrature, ou à calculer le rayon de courbure en A par des méthodes variées (parfois une page et demie), quand on vient de préciser la développée de la courbe. A ce propos, l'examinateur a été surpris de lire dans une copie où la développée est obtenue (fausse !) comme lieu du centre de courbure, la phrase suivante, qui montre une certaine inconscience de la part d'un candidat à l'agrégation : « La développée de C_0 est une droite et C_0 est une développante de droite. »

Deux candidats toutefois se sont aperçus que les cercles centrés sur Ox et de rayons $a\sqrt{2}$ coupent les courbes (C) sous un angle de 45°.

On aimerait aussi voir disparaître l'expression, hélas ! presque canonisée, d' « équations paramétriques » qui méconnaît totalement le véritable sens du mot « équation » appliqué à une courbe.

2) En coordonnées polaires, très peu de choses à dire, car il n'y a pas plus de 20 copies qui donnent, avec plus ou moins de bonheur, un vague tracé de la courbe. Aucun candidat n'a su étudier la concavité. Constatons tristement que les coordonnées polaires semblent totalement ignorées de presque tous.

3) Trop peu s'essais sur une partie pourtant facile et qui pouvait être abordée sans même avoir résolu les paragraphes 1) et 2). On y lit la surprenante affirmation : « la transformation T conservant les arcs est une *isométrie* ». Mais comme une droite devient une chaînette, dans la mesure des « distances », le mètre doit alors être avantageusement remplacé par la chaîne d'arpenteur plus souple. Dans deux autres copies la transformation dépend de la courbe à transformer, ce qui ne laisse pas d'être assez inquiétant !

4) L'examinateur voulait laisser aux candidats la possibilité de montrer, dans un choix approprié d'exemples leur intelligence de la question et leur initiative dans la recherche. Hélas ! neuf candidats ont cité quelques exemples évidents, tel $y = a$ donne $\rho = a$, ce qui n'a pas dû les fatiguer beaucoup, puisque $y = \rho$. Un seul a à peu près compris ce qu'on pouvait attendre de lui.

Partie II. — Elle consiste dans la recherche de courbes de l'espace, connaissant les mesures de MT, MN, MB en fonction d'un paramètre fixant le point M sur la courbe, ce qui tente de généraliser la recherche des « courbes telles que » de la géométrie plane données à l'aide de tangentes et normales.

Les relations demandées ont été assez facilement trouvées par les candidats sans détours inutiles, mises à part quelques introductions malencontreuses des coordonnées x et y.

Au 1) on aurait pu penser que les courbes pour lesquelles, par exemple, le vecteur $\vec{n}$ est parallèle au plan P (xOy) étaient bien connues. Il n'en est rien, et la plupart, ayant exprimé $\vec{n}.\vec{k} = 0$ dérivent cette relation au lieu d'intégrer, ne comprenant pas qu'ils en tireront des conditions nécessaires mais non obligatoirement suffisantes, et qu'une vérification finale s'imposera.

On trouve souvent comme réponse des hélices « d'axe Oz » (quand ce ne sont pas des hélices tout court). Faut-il alors comprendre des hélices « circulaires » !

Mais ce ne sont pas là les seules fautes de bon sens !

Un candidat, sans sourciller, trouve $\vec{b} = 0$ et $\vec{t}$ et $\vec{n}$ colinéaires !

Un autre conclut : « donc M est dans un plan parallèle à P » comme s'il n'en était pas toujours ainsi dès l'instant où le plan n'est pas autrement qualifié.

Le reste du problème n'est que rarement abordé. Personne n'a justifié correctement l'existence d'une courbe (C) à partir de la donnée de u, v, w, et la nécessité de la relation $uu' + vv' + ww' = u(u^2 + v^2 + w^2)$ n'a manifestement pas été comprise sauf dans deux copies. Le correcteur a eu l'impression nette que les candidats l'ont trouvée parce que l'énoncé demandait de la chercher. On pouvait justifier l'existence de (C) en tirant du système (1) R et $\mathcal{C}$ (trois équations pour deux inconnues, d'où une condition) et utiliser les résultats classiques sur les courbes données par leurs courbure et torsion en les adaptant au cas actuel, ou raisonner directement en utilisant la projection (Γ) de (C) sur P dont on avait l'équation intrinsèque. Mais, de toute façon, un vague aperçu était insuffisant.

Aucun candidat n'a pu traiter l'exemple β qui terminait la partie II. L'exemple α l'a été par un candidat au moyen de considérations correctes de cinématique.

Signalons pour terminer les grossières fautes suivantes :

$|d\vec{V}| = d|\vec{V}|$;

les courbes à courbure constante sont sphériques ;

$A + B = 0$ entraîne $A = 0$ et $B = 0$ (A et B étaient des expressions algébriques) ;

de $u^2 + v^2 + w^2 = \frac{1}{z^2}$ on déduit $\frac{u'}{u} + \frac{v'}{v} + \frac{w'}{w} = -\frac{z'}{z}$;

$I = \int_0^{\varphi} \frac{\cos t\, dt}{ch^2 t}$ se comporte quand $\varphi \to +\infty$ comme $\int_0^{\varphi} \frac{dt}{ch^2 t}$; or $\frac{1}{ch^2 t} \sim e^{-2t}$ (?)

et $I \to \int_0^{\varphi} e^{-2t} dt = 1$;

pour écrire qu'un vecteur $\vec{U}(\alpha, \beta, \gamma)$ $\left(\text{en l'occurrence } \vec{U} = \frac{d\overrightarrow{OT}}{ds}\right)$ est dans le plan P $(ux + vy + wz - 1 = 0)$ on écrit : $u\alpha + v\beta + w\gamma - 1 = 0$.

Peut-on honnêtement déclarer agrégés des candidats qui commettent de telles erreurs ?

III. Composition de calcul différentiel et intégral (Correcteur M. Y. Martin)

Résultats statistiques. — 199 composants. Moyenne générale 7,26 sur 20. Meilleures notes : 19 (deux fois) ; 18,5 ; 18 ; 17 ; 16,5 (2 fois) ; 16 (2 fois) ; 15,5 (4 fois) ; 15 (5 fois), etc...

Répartition. —

Note x	$x \leqslant 2$	$2 < x \leqslant 4$	$4 < x \leqslant 6$	$6 < x \leqslant 8$	$8 < x \leqslant 10$	$10 < x \leqslant 12$	$12 < x \leqslant 14$	$14 < x \leqslant 16$	$16 < x \leqslant 18$	$x > 18$
effectif.....	18	29	46	27	22	19	17	12	5	4

L'énoncé proposait l'étude de quelques propriétés de séries trigonométriques et de séries de Fourier. Il était précédé d'un long rappel de définitions et notations classiques destiné à éviter toute erreur d'interprétation.

Le sujet abordé dans chacune des quatre parties de problème était signalé par un

titre. Le projet initial de la 3e partie avait été volontairement amputé de la question III, 5°) qui traitait de la convergence absolue de la série de Fourier d'une fonction lipschitzienne d'ordre $\alpha > \frac{1}{2}$. Les parties étaient placées dans l'ordre des difficultés croissantes, l'énoncé étant très détaillé jusqu'au III, 3°) et devenant beaucoup plus laconique à partir du III, 4°).

Cette année. quatre bonnes copies se sont détachées du lot, révélant des qualités incontestables mais non exceptionnelles. Les copies médiocres ont bénéficié de la comparaison, ce qui explique, avec la réduction voulue de la difficulté de l'épreuve, que la moyenne générale atteigne cette année 7,26.

Première partie. — De trop nombreux candidats confondent encore convergence d'une série avec le fait que l'ensemble des sommes partielles soit borné. Un candidat, noté 0, malgré quatre pages de « solution », allait plus loin encore, affirmant qu'une série était convergente ou divergente suivant que son terme général tendait vers zéro ou vers l'infini ! Tous les termes de la série (5) sont nuls à partir d'un rang qui dépend de x. La plupart des candidats ont alors succombé à la tentation d'en déduire la convergence non uniforme de (5) sur A, confondant ainsi la carence d'une méthode pour démontrer la convergence uniforme avec la démonstration de la propriété contraire. Une vingtaine de copies seulement donnèrent une solution correcte, remarquant par exemple que $\sin n\,!\,x = 1$ pour $x = \frac{\pi}{2n\,!}$.

Le I, 3°) risquait de dépayser nombre de candidats. Une vingtaine de copies, là encore, furent à peu près satisfaisantes, et un seul candidat pensa que si $\Sigma a_n \cos nx$ convergeait absolument pour tout x de E, elle convergeait absolument en particulier pour la valeur 0 qui appartient à E, ce qui implique la convergence absolue pour tout x.

Le I, 4°) eut un meilleur sort. Le cas $x_0 = k\pi$ fait exception uniquement pour les séries de sinus, ce que trop peu de candidats mirent clairement en évidence.

La deuxième partie demandait des justifications précises. Elle était destinée à étudier un exemple montrant qu'il n'était pas possible d'améliorer les inégalités (11). Aucun candidat ne fit ce rapprochement.

Malgré le préambule. de nombreux candidats ne virent pas la nécessité de démontrer que les a^k étaient coefficients de Fourier de la somme de la série étudiée.

Comme a était inférieur à 1, c'est la *majoration* de $F(x+h) - F(x-h)$ par $(2C_1 + C_2)a^q$ et la *minoration* de hb^{q+1} par 2 qui entraînaient la condition de Lipschitz cherchée ; quelques candidats seulement le réalisèrent.

La troisième partie constituait le plat de résistance, alors que la quatrième était réservée à une minorité. L'établissement de la formule classique (8) fut généralement bien traité, l'égalité utile

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(2n+1)u}{\sin u}\,du = \frac{\pi}{2}.$$

résultant, par exemple, de la formule (6). Cependant, plusieurs candidats, dont l'un faisait par ailleurs bonne impression, se crurent autorisés à remplacer dans (8) $f(t)$ par la « somme » de sa série de Fourier, se laissant probablement abuser par l'expression « *développement* » en série de Fourier.

Plusieurs candidats, animés de bonnes intentions, comparèrent (9) et (11) dans le cas $\alpha > 1$, oubliant de remarquer qu'alors la condition (3) implique la constance de $f(x)$. Le III, 4°) ne fut traité complètement par personne, mais quelques copies montrèrent des initiatives heureuses. La majoration de $\left|\varphi(u)\frac{\sin(2n+1)u}{\sin u} - \right|$ par

$\frac{\pi}{2} M u^{\alpha-1}$ permettait de trouver un nombre η, *indépendant de n et de x* conduisant à une intégrale majorée par ε. Un choix convenable de $f_1(u)$ linéaire par morceaux, nulle sur $[0, \eta]$ et interpolant linéairement (u) sur $\left[\eta, \frac{\pi}{2}\right]$ assurait la continuité de la fonction $f_2(u) = \psi(u) - f_1(u)$, condition nécessaire pour que f_2 soit lipschitzienne. Un calcul simple, abordé par quelques-uns, montrait alors que $\frac{f_2(u)}{\sin u}$ était également lipschitzienne. L'application de l'inégalité (11) achevait alors la démonstration.

L'énoncé de la *quatrième partie* laissait une très grande initiative, bien trop grande au gré de certains. Cette liberté de mouvement, jointe à une fatigue compréhensible, suscita les « démonstrations » les plus fantaisistes. La majoration de la dérivée $\frac{dS(x, n)}{dx}$ résulte de son expression même (somme de n cosinus) et résout le cas $0 \leqslant x \leqslant \frac{2n}{2n+1}$, le cas contraire se traitant par exemple par application de la deuxième formule de la moyenne.

Le calcul des coefficients de Fourier de $G(x)$ demandait essentiellement de vérifier que les intervalles

$$I_k = [2^{k^2+1} - 2^{k^2},\ 2^{k^2+1} + 2^{k^2}]$$

ne se recouvraient pas. Une évaluation classique, de la somme des n, premiers termes de la série harmonique, permettait alors de démontrer que les « groupements »

$$\sum_{2^{k^2+1}}^{3\,2^{k^2}} a_n$$

tendent vers $\frac{\log 2}{2}$ quand k tend vers l'infini, ce qui assure la divergence de la série de Fourier de $G(x)$ pour la valeur $x = 0$. Par contre, la série obtenue en groupant les termes correspondant aux intervalles I_k est la série $\sum \frac{1}{k^2} R(x, k)$ qui converge normalement.

La lecture des copies révèle souvent un manque de maturité de leurs auteurs, qui semblent n'avoir pas le recul suffisant pour assimiler les connaissances acquises hâtivement. Puisse l'Education Nationale avoir la sagesse de renoncer, malgré ses besoins impérieux, à une « formation accélérée » de ses professeurs, qui conduirait inévitablement à une « malformation » des esprits qui lui sont confiés.

Composition de Mécanique rationnelle (Correcteur : M. Combes)

Le problème proposé cette année aux candidats était plus court et plus facile que ceux des deux concours précédents : telles étaient du moins l'intention et l'impression de son auteur. L'étude du mouvement d'une sphère homogène pesante sur une surface fixe (S) avec contact parfaitement rugueux, est fort classique et a fait l'objet de nombreux problèmes de licence ou de concours. Dans le problème de l'agrégation masculine de 1946 était examiné le cas où la surface (S) est une gouttière cylindrique à génératrices horizontales, dans celui de l'agrégation féminine de 1949 le cas où (S) est une sphère. Il s'agissait cette fois d'étudier le cas où (S) est une surface de révolution d'axe vertical.

La première question, distincte des autres puisque le frottement y était négligé, est traitée dans tous les cours de mécanique sous une forme équivalente : mouvement d'un point pesant sur une surface de révolution d'axe vertical. Si elle avait été introduite en début de problème, c'était afin de marquer les différences avec la suite, notamment pour les mouvements dans lesquels le centre de gravité G de la sphère décrit un parallèle ; c'était aussi pour permettre aux candidats d'acquérir aisément quelques points.

On abordait ensuite le thème véritable du problème, en supposant désormais le contact parfaitement rugueux. Avant l'étude du cas général, la deuxième question proposait l'étude du cas où (S) est un cône. Les calculs sont alors simplifiés ; le mouvement de G est régi par deux équations $\rho^2\beta' = C^{te}$ et $\rho'^2 = F(\rho)$; pour la discussion, pour l'étude des mouvements à ρ constant... il suffit d'appliquer les méthodes habituelles.

La troisième question demandait aux candidats d'établir les équations du mouvement lorsque (S) est une surface de révolution quelconque. Comme dans la précédente, l'énoncé indiquait la marche à suivre. Le problème se ramène dans le cas général à l'intégration d'une équation différentielle linéaire du second ordre, donnée explicitement dans le texte, et dont les coefficients ne dépendent que de la surface (S') sur laquelle le contact de la sphère et de (S) oblige le point G à se mouvoir. Le coefficient numérique 2/7 provient des hypothèses faites sur la répartition des masses (sphère homogène). On pourrait seulement supposer que la sphère admet son centre pour centre de gravité et que son ellipsoïde central d'inertie est une sphère ; seul le coefficient 2/7 serait éventuellement modifié.

La quatrième question fournissait un exemple simple d'intégrabilité. Le traité de Routh signale les cas où la surface (S') est une sphère ou un paraboloïde de révolution. Plus généralement, on demandait d'établir que l'intégration est possible lorsque (S') est une quadrique de révolution, ce cas correspondant à une propriété très simple de l'équation que le texte désigne par (F), et qui admet alors deux solutions dont le produit est constant.

Enfin la cinquième question demandait de caractériser les mouvements à ρ constant (il suffit d'utiliser les équations obtenues à la troisième question), puis d'étudier leur stabilité (ce qui constituait sans doute la partie la plus difficile du problème).

Il serait trop long de relever toutes les erreurs commises. Citons, en raison de leur fréquence et de leur importance, les trois suivantes.

De nombreux candidats utilisent simultanément, et sans paraître s'en rendre compte, deux orientations différentes dans le plan méridien ρOz : pour certains angles le sens positif adopté est tel que $(\overrightarrow{O\rho}, \overrightarrow{Oz}) = +\frac{\pi}{2}$, pour d'autres $-\frac{\pi}{2}$. Suivant les copies, les conséquences de cette négligence vont de simples erreurs de signes à une profonde altération des résultats.

On a souvent appliqué, et c'était effectivement commode, le théorème du moment cinétique en I, point de contact de la sphère et de (S). La formule comporte alors un terme correctif dû au mouvement de I. Presque toujours on a affirmé que ce terme correctif disparaît parce que, en raison du non-glissement, la vitesse de I est nulle : c'est faux. C'est en effet la particule de la sphère qui se trouve en I à l'instant considéré, qui a une vitesse nulle ; mais l'expression même qu'on obtient pour le moment cinétique, et qu'on dérive par rapport au temps, montre que ce moment est constamment calculé au point I invariablement lié à GZ et défini par $\overline{IG} = a$, et la vitesse de ce point n'est, ni nulle, ni parallèle à celle de G.

Enfin rappelons que l'utilisation des équations de Lagrange (qui, d'ailleurs, n'était pas à conseiller ici) oblige à prendre des paramètres de position, et qu'on ne peut faire jouer le rôle de paramètres à des composantes de vitesses ou de rotations instantanées. Plusieurs candidats ont commis cette faute ; l'un d'eux, à la suite de

calculs très critiquables, est pourtant arrivé à des résultats exacts : par un heureux hasard, il avait en fait écrit les équations d'Appell, qui se prêtent, elles, à l'emploi de pseudo-paramètres. Il ne pouvait évidemment être question de le récompenser de sa chance.

193 candidats ont participé à cette dernière épreuve écrite. Aucun n'a abordé l'étude de la stabilité dans la cinquième question ; un seul, le meilleur, a trouvé à la quatrième les quadriques de révolution. Sa copie, notée 18, a servi d'élément de mesure. Les meilleures notes attribuées sont : 18 (1 fois), 17 (1 fois), 15 (1 fois), 14,5 (3 fois), 13,5 (3 fois), 13 (3 fois), 12 (4 fois). Il y a 31 notes supérieures ou égales à 10, 35 entre 7 (compris) et 10 (exclu) ; 64 notes ne dépassent pas 3. La moyenne de l'épreuve est 5,65. Au concours de 1957 les chiffres correspondants étaient les suivants, pour 187 copies corrigées : 17 notes supérieures ou égales à 10, 64 entre 7 et 10, 49 inférieures ou égales à 3 ; la moyenne de l'épreuve était 5,7. Si, donc, la répartition des notes est cette année plus régulière, *le lot de copies très faibles s'est encore accru*. Espérons que la raison de cette faiblesse est, au moins en partie, la fatigue des candidats lors de la quatrième épreuve de sept heures, et que la nouvelle structure du concours y remédiera dans l'avenir.

B. — Epreuves pratiques

I. Calcul numérique

a) *Texte du calcul numérique*

On considère l'équation différentielle

$$x(1-x)y'' + (2-3x)y' - y = 0. \tag{1}$$

1) Montrer que l'équation (1) possède une solution holomorphe dans le cercle $|x| < 1$, définie à une constante multiplicative près. Exprimer cette solution à l'aide de fonctions élémentaires.

2) Intégrer l'équation (1).

3) Déterminer la solution $z(x)$ de l'équation (1) vérifiant les conditions initiales : $z(2) = \frac{1}{2}$; $z'(2) = \frac{1}{4}$.

Calculer, avec toute la précision possible, la valeur du maximum de $z(x)$ pour x réel supérieur à 1.

On donne : $\log_{10} e = 0{,}43429$ $\log_e 10 = 2{,}30259$.

b) *Rapport du correcteur :* M. Hervé

On donnait une équation différentielle linéaire homogène du second ordre, du type de Fuchs aux points $x = 0$ et $x = 1$, dont l'intégrale générale, dans le champ complexe, était $\frac{A \log(1-x) + B}{x}$; les deux premières questions consistant à trouver cette intégrale générale, ne présentaient aucune difficulté. En particulier, il n'était nullement nécessaire de connaître le théorème de Fuschs ; dans la demi-douzaine de candidats qui ont néanmoins invoqué ce théorème, un seul l'a fait correctement : les autres croient qu'une équation du type de Fuchs en un point a toujours une solution holomorphe en ce point, ou encore que ce point peut être essentiel pour une solution de l'équation.

Pour l'intégration de l'équation, la marche de l'énoncé conduisait au calcul de l'intégrale $\int \frac{dx}{(x-1)\,[\log(1-x)]^2}$: une douzaine de candidats n'ont pas su faire ce calcul.

A la troisième question, on considérait, dans le champ réel, l'intégrale particulière $z = \dfrac{\log(x-1)+1}{x}$, dont on demandait le maximum pour $x > 1$: autrement dit, il fallait calculer la valeur de x pour laquelle $(x-1)\log(x-1) = 1$.

Trois copies seulement, notées 20, 19, 18, ont donné la valeur demandée avec trois décimales exactes ; chez les autres, l'erreur la plus grave a consisté à calculer, par la méthode d'itération, la solution x_0 de l'équation $x = f(x)$, sans se préoccuper de savoir si $|f'(x_0)| < 1$.

La correction, suivant un barème généreux (10 pour les deux premières questions), a donné les résultats suivants :

un 20, un 19, un 18 ; 21 notes de 17 à 15 ; 33 notes de 14 à 12 ; 17 notes de 11 à 9 ; 11 notes de 8 à 6 ; 5 notes de 5 à 0.

II. Epure

a) Texte de l'épure

Unité, le centimètre. Les données sont rapportées à trois axes de coordonnées rectangulaires Ox, Oy, Oz. L'axe Oy est porté par la ligne de terre et projeté suivant le petit axe de la feuille, orienté positivement de gauche à droite. L'axe Ox est de bout, l'axe Oz vertical. Ils sont projetés suivant une perpendiculaire à la ligne de terre passant à 3 cm *à gauche* du centre de la feuille.

On considère :

la droite (Δ) ($x = 10$; $z = y + 6$) ;
le cercle (C) de centre Ω (10, 0, 6), de rayon 5, situé dans un plan horizontal.

Une surface (S) est engendrée par une droite (G) rencontrant (Δ) et (C) de telle sorte que sa projection horizontale g reste tangente à la projection horizontale du cercle (C).

Les candidats pourront admettre que cette surface (S) est algébrique et du quatrième ordre. Ils sont invités à utiliser de préférence des raisonnements élémentaires de géométrie. Ils *construiront* pour chaque courbe demandée un point courant et la tangente en ce point, en le signalant par une lettre sur l'épure. Une notice donnera les explications demandées ou indispensables pour l'intelligence de l'épure.

1) Vérifier qu'il existe, sur la surface (S), deux droites verticales. Déterminer l'enveloppe des projections frontales des génératrices (G). Déterminer le contour apparent *frontal* de (S) *en projection* et dans l'espace. Montrer que le contour apparent frontal *dans l'espace* comprend une biquadratique (Γ) intersection de deux cylindres du second ordre, dont l'un a ses génératrices parallèles à (Δ).

2) On fait tourner autour de l'axe vertical (D) du cercle (C)

$$[(D) : x = 10 ; y = 0]$$

la biquadratique (Γ) obtenue au 1). Ses points réels engendrent une partie d'une surface de révolution algébrique (Σ). Construire la méridienne *complète* de cette surface (Σ). Nature de cette surface.

3) Construire l'intersection *complète* des surfaces (S) et (Σ). Préciser sa nature.

4) Etudier la nature de la section de la surface (S) par un plan horizontal quelconque. Construire avec soin la section par le plan de cote 18,5.

5) On convient d'appeler intérieur de (S) ou de (Σ) la portion d'espace, limitée par (S) ou (Σ) qui contient l'axe (D) du cercle (C). Représenter la portion d'espace opaque intérieure à la fois à (S) et à (Σ) et comprise entre les plans de cotes 6 et 18,5.

b) Rapport du correcteur : M. EUVRARD

Compte tenu du fait que cette épure était très facile et n'exigeait aucune érudition en géométrie descriptive, le correcteur peut se déclarer très déçu des résultats enregistrés.

La moyenne s'établit à 4,6 avec un barème très généreux. Huit épures seulement atteignent ou dépassent la note 10. On compte un 19, deux 14, un 12, deux 11 et deux 10.

Notons : *a*) qu'un trop grand nombre de dessins manquent de la marque du plus élémentaire bon sens ;

b) que les candidats ne lisent pas les comptes rendus des années antérieures. Ainsi furent pénalisées : les épures laissées au crayon ; les épures ne comportant aucun autre trait que ceux de la mise en place ; accompagnées de calculs analytiques donnant en général une partie de la solution (calculs faits, d'ailleurs, avec les axes donnés pour la mise en place, alors que la figure présentait un centre et un plan de symétrie évidents !). Ces dernières épures ont été notées zéro, la notice n'étant demandée (et utile) que pour expliquer éventuellement les résultats découverts sur le graphique ;

c) que les notices contiennent des absurdités. On y explique la construction (instantanée) d'une génératrice G (à grand renfort de « on rappelle tel point »), mais on affirme des résultats non évidents comme « la surface (Σ) est un hyperboloïde ». On y raisonne sur des figures auxiliaires de géométrie dans l'espace, souvent peu lisibles, alors que l'épure *met en évidence* les résultats que l'on demande : le cylindre du second ordre à génératrices parallèles à (Δ) et passant par (Γ) était immédiatement visible si l'on traçait sur l'épure sa génératrice passant par le point courant M de (Γ). Il y a là une méconnaissance *totale* et *grave* du rôle de la géométrie descriptive. Cette épure avait été choisie précisément pour mettre ce rôle en évidence et montrer que cette géométrie descriptive, tant attaquée, n'est pas, et de loin, dénuée de tout intérêt et de toute utilité, comme on voudrait le faire croire, et peut, en particulier être fort précieuse pour l'étude des figures de l'espace :

d) que ces mêmes notices pullulent de fautes de français ou d'orthographe des plus grossières ou des plus graves (on y lit, par exemple : « d'autre par »), qui permettent de douter sérieusement de l'intelligence de ceux qui les rédigent, impression que vient, hélas ! trop souvent renforcer leur contenu mathématique. Ainsi la biquadratique (Γ), en tournant autour de l'axe de (C) situé dans son plan de symétrie de front $x = 10$, engendre un hyperboloïde de révolution. Malgré l'exemple et la mise en garde publiée dans le compte rendu de 1957, on lit dans de nombreuses notices, que ceci est dû au fait que les points de (Γ) qui se trouvent dans un plan horizontal n'y engendrent qu'un seul parallèle. A ce titre, en tournant autour de tout axe vertical du plan $x = 10$, (Γ) engendrerait une quadrique, ce qui est faux, puisque alors toute quadrique passant par (Γ) serait de révolution, sauf une et que l'on en connaît déjà deux qui ne le sont pas. D'ailleurs toutes ces quadriques ont le même centre, celui du cercle (C), ce qui renforce l'impossibilité.

Nous n'insisterons pas sur les regrettables faiblesses de ces notices, sinon pour les déplorer de la part de candidats admissibles à une agrégation de Mathématiques.

C. EPREUVES ORALES

a) Leçons de Mathématiques Elémentaires. Rapporteur : M. HERVÉ

Le rapport sur le concours de 1956 notait avec satisfaction que, malgré l'augmentation du nombre des admissibles de 48 à 62, la moyenne des notes obtenues pour les leçons d'Elémentaires s'était maintenue à 11,5 (12,8 pour les reçus) ; en 1958, par contre, un accroissement du même ordre, de 69 à 90, du nombre d'admissibles.

s'est traduit par une forte baisse de la moyenne des leçons d'Elémentaires, tombée à 9,7 (11,5 pour les reçus). Le jury a dû, en effet, à plusieurs reprises, sanctionner par des notes très basses le désordre, le vide, le manque de rigueur, les raisonnements sur des êtres non définis.

S'il n'avait entendu tout cela, l'auteur de ces lignes n'oserait rappeler aux candidats qu'une leçon d'agrégation de Mathématiques est avant tout un exposé *logique ;* la logique veut d'abord qu'on définisse ce dont on parle, soit par une axiomatique nette et qui ose dire son nom, soit relativement à d'autres êtres antérieurement définis. Ensuite, un esprit logique ne peut apprendre des propriétés sans désirer en connaître les réciproques ; on ne saurait donc, sous aucun prétexte, se dispenser d'*énoncer* ces réciproques, et on ne peut se dispenser de les démontrer que si leur démonstration consiste à remonter celle de la proposition directe : faut-il rappeler qu'on peut alors démontrer à la fois les propositions directe et réciproque en raisonnant par conditions nécessaires et suffisantes ?

La logique veut enfin qu'on distingue avec soin les diverses formes d'un même problème, surtout si le langage les confond, surtout encore si elles sont proches l'une de l'autre en ce sens qu'on passe en quelques lignes de la solution de l'une à la solution de l'autre : expliquons-nous sur quelques exemples. Le langage « équation d'une parabole rapportée à un diamètre et la tangente à l'extrémité du diamètre » recouvre deux problèmes :

1) étant donné une parabole, un diamètre et la tangente à l'extrémité du diamètre, trouver l'équation de la parabole ;

2) étant donné deux axes obliques et un nombre p, montrer que $y^2 = 2px$ est l'équation d'une parabole et la placer par rapport aux axes.

De même les mots « générations tangentielles des coniques » recouvrent deux problèmes :

1) étant donné une conique, trouver des propriétés caractéristiques de ses tangentes ;

2) étant donné un cercle (ou une droite) C et un point F, enveloppe du second côté d'un angle droit dont le premier côté pivote autour de F et dont le sommet décrit C.

Les candidats qui ont fait ces deux leçons n'ont pas su distinguer les deux problèmes : celui qui a fait la première n'a traité (par d'affreux calculs d'ailleurs) que le premier problème, et s'est trahi en voulant montrer, comme application, que la projection cylindrique d'une parabole est encore une parabole.

Trop souvent encore, le candidat ne tient pas compte du niveau des élèves à qui il est censé s'adresser : en classe de Seconde, on ne définit pas l'homothétie de centre O, rapport k, en écrivant $\overrightarrow{OM'} = k\,\overrightarrow{OM}$, sans même dire que cette écriture implique l'alignement OMM'. En classe de Première la leçon « définition et signification géométrique de la dérivée d'une fonction pour une valeur donnée x_0 de la la variable », ne peut pas raisonnablement supposer connue la notion de limite : on ne peut donc que choisir une fonction, former le rapport des accroissements de la fonction et de la variable, montrer que, pour x voisin de x_0, il est voisin de telle valeur, et *amener* ainsi les auditeurs à la notion de limite ; il faudrait aussi expliquer ce qu'on entend par limite d'une sécante. Tout cela est difficile, donc ferait la valeur de la leçon.

Les leçons d'exemples donnent lieu à d'autres critiques. Tantôt elles sont trop pauvres : ainsi, le cas douteux de la résolution des triangles comme seul exemple de « problèmes dont la résolution fait intervenir l'algèbre et la trigonométrie ». Tantôt elles ne sont pas *instructives :* quel intérêt y a-t-il à « étudier des exemples numériques de fonctions définies par

$$y = \sqrt{ax^2 + bx + c} \quad \text{ou} \quad y = \frac{a'x^2 + b'x + c'}{ax^2 + bx + c} \text{ »,}$$

si l'on n'en profite pas pour expliquer ce que sont une direction asymptotique, une asymptote, comment on les cherche, comment on reconnaît un élément de symétrie, comment on étudie une fraction rationnelle pour les grandes valeurs de x, voire ce qu'est une décomposition en éléments simples ? On pourrait aussi conclure une telle leçon en montrant que les exemples choisis ont couvert tous les cas possibles.

Souvent, enfin, les exemples tombent à côté ou sont artificiellement compliqués ; à ce point de vue, le type de ce qu'il faut éviter nous a été donné dans « exemples de constructions et lieux géométriques dont la recherche est facilitée par l'inversion » : A étant commun à deux cercles fixes C et C', une première sécante variable autour de A coupe C en M et C' en M', une seconde sécante variable autour de A coupe C en N et C' en N' ; lieu du point commun, autre que A, des cercles MAN' et NAM'. Comme exemple de lieu, ce problème était mal choisi parce que le point variable dépend *a priori* de deux paramètres, et il n'aurait eu sa place, à la rigueur, que dans une leçon intitulée « exemples de propriétés transformées, par inversion, en propriétés nouvelles ».

Le texte proposé suggérait, d'ailleurs, que l'inversion sert moins à faire effectivement une construction, qu'à reconnaître si elle est possible ou discuter le nombre de solutions ; c'est ainsi qu'une inversion de pôle A n'est nullement indiquée pour *construire* les cercles passant par A et B et tangents à un cercle donné, mais donne rapidement le nombre de solutions ; à ce propos, contrairement à ce qu'a dit le candidat, on discute facilement la position relative de deux cercles transformés par inversion de deux cercles donnés. Notons encore, au sujet d'une autre leçon, que les résultats d'une discussion doivent, autant que possible, être énoncés en fonction des *données*.

Terminons par quelques remarques relatives aux leçons sur les transformations ponctuelles : d'abord, l'étude d'une transformation doit comporter la recherche des transformées des figures connues, sans quoi la transformation est inutilisable. Puis, lorsque la transformation est définie sur tout le plan ou tout l'espace, pourquoi la restreindre à une figure ? Cette restriction peut lui faire perdre ses propriétés caractéristiques : ainsi, la symétrie dans l'espace par rapport à un point, restreinte à un plan, se confond avec un déplacement ; on nous a dit, d'autre part, que toute correspondance dans le plan entre deux figures F et F', où deux couples quelconques de points homologues sont cocycliques, était une inversion ou une symétrie, énoncé manifestement faux si F et F' sont une même circonférence. On nous a dit aussi qu'une sphère et sa symétrique par rapport à un point sont superposables : est-ce point par point ou globalement ? Rappelons enfin qu'on peut définir un déplacement direct dans l'espace, soit comme produit d'une rotation et d'une translation quelconques, soit comme transformation ponctuelle, définie sur tout l'espace, conservant la distance de deux points quelconques et le sens d'un trièdre donné.

b) Leçons de Mathématiques Spéciales. Rapporteur : M. Riche

Le programme de 1956 et les commentaires qui l'accompagnent ont entraîné des modifications importantes dans l'enseignement des Mathématiques Spéciales. Le fait que, dans ce programme, l'algèbre et l'analyse occupent une place prépondérante n'autorise pas à considérer comme négligeables les paragraphes consacrés à la géométrie. Celle-ci bénéficie toujours des progrès accomplis dans le domaine de l'algèbre et de l'analyse et les exposés qui la concernent doivent être modifiés en conséquence. Enfin signalons à l'attention de trop de candidats qui l'ignorent, la distinction qu'il convient d'établir entre propriétés projectives, affines et métriques.

Dans la présentation des remarques qui suivent, nous avons respecté l'ordre du

programme et nous nous sommes efforcés de ne pas répéter des conseils ou des critiques qui ont fait l'objet de rapports antérieurs. Notamment, en ce qui concerne l'intégrale définie et les séries, nous prions le lecteur de se référer aux commentaires qui figurent dans le rapport de 1956.

Algèbre linéaire. — Une première leçon sur les espaces vectoriels a été fatale à un candidat qui n'a pas su définir correctement un tel espace et encore moins sa dimension. Un autre candidat l'a présentée de façon satisfaisante. La notion de « somme directe » peut ne pas figurer dans une « première leçon ». En revanche, il convient de présenter, avec beaucoup de soin, les notions de sous-espace, de base et de dimension, ainsi que le théorème, dit de la base incomplète, appelé à jouer un rôle important dans la traduction des conditions de dépendance et d'indépendance.

L'une des deux leçons relatives aux systèmes d'équations linéaires a été construite à partir d'un théorème faux : « Si des vecteurs sont indépendants, leurs projections constituent un système de vecteurs indépendants. »

Les formes linéaires, applications de E_n dans k, peuvent, elles-mêmes, être organisées en espace vectoriel de même dimension. Le candidat qui a bien mis ce résultat en évidence n'a pas su mettre en relief ses principales conséquences : condition d'indépendance et formation des relations de dépendance d'où découle naturellement le théorème de Rouché relatif aux équations linéaires.

— La définition d'un déterminant par récurrence — définition qui consiste à utiliser d'emblée le développement de ce déterminant par rapport à l'une de ses rangées — conduit à des démonstrations parfois délicates. Le candidat qui l'a adoptée n'a pas toujours bien récité la leçon qu'il venait d'apprendre dans un ouvrage récent.

— Deux exposés sur les vecteurs et valeurs propres ont valu à leurs auteurs d'excellentes notes. En revanche, une leçon sur les directions principales des surfaces du second ordre n'a pas été présentée avec toute la clarté désirable.

Fonctions d'une variable réelle. — La démonstration relative à la continuité uniforme d'une fonction continue sur un segment nécessite beaucoup de soin et d'attention. Le jury, condamné, cette année encore, au mutisme, s'est efforcé de distinguer, parmi les fautes commises, les fautes purement matérielles, de celles qui relèvent de conceptions superficielles ou erronées.

— Rappelons que, pratiquement, le développement limité de $f[u(x)]$ (hypothèses habituelles) s'obtient en formant préalablement les développements limités de $u(x)$, $[u(x)]^2$ ..., $[u(x)]^n$, ceux-ci étant formés de proche en proche.

— L'étude des « formes indéterminées » a été fort mal traitée par deux candidats à qui la notion de limite, sous sa forme rigoureuse, n'est pas encore familière. L'un d'eux, pour obtenir la limite, quand x tend vers zéro, de $\dfrac{\sin x}{shx}$ utilise la règle de l'Hospital. L'importance qu'il accorde à cette règle le conduit à l'étendre au cas $\frac{\infty}{\infty}$ par des procédés audacieux, mais d'une correction douteuse :

$$\lim\frac{f}{g}=\lim\frac{\frac{1}{g}}{\frac{1}{f}}=\lim\frac{-\frac{g'}{g^2}}{-\frac{f'}{f^2}}=\lim\frac{g'}{f'}\cdot\lim\frac{f^2}{g^2}\Rightarrow 1=\lim\frac{g'}{f'}\cdot\lim\frac{f}{g}$$

— L'étude du symbole $\int_a^b f(x)dx$, lorsque la fonction f n'est pas continue en une borne, n'a d'intérêt que lorsque l'on ne dispose pas de primitive (de forme « élémentaire ») de cette fonction. Le cas où $f(x)$ a pour limite $+\infty$ (ou $-\infty$), quand x tend vers a (ou b), doit évidemment retenir l'attention, mais il est intéressant d'étudier, sur des exemples, le cas où $f(x)$ n'a pas de limite.

Fonctions de plusieurs variables réelles. — Un élève n'aurait pas tiré grand profit de cette première leçon sur les fonctions de plusieurs variables, dans laquelle, après une définition incomplète de la distance, les notions de limite et de continuité sont restées très obscures.

— Deux candidats ont eu à exposer la notion de différentielle totale d'une fonction de plusieurs variables. Le premier a exposé la théorie des fonctions différentiables. Le second a présenté la différentielle formelle ; si l'on adopte ce dernier point de vue, il faut insister sur le fait qu'il s'agit d'une simple notation, commode mais non indispensable, qui se prête aisément au calcul de dérivées partielles.

— L'étude de la forme d'une surface au voisinage d'un point est délicate. Il ne suffit pas d'écrire : $f(x, y) = \rho^2 \varphi_2(\cos\theta, \sin\theta) + \rho^2 \varepsilon(x, y)$, avec

$$x = \rho\cos\theta,\ y = \rho\sin\theta \text{ et } \varphi_2(x, y) = rx^2 + 2sxy + ty^2,$$

pour affirmer, lorsque $r > 0$ et $rt - s^2 > 0$, que la surface est « localement » au-dessus du plan tangent. Il faut préciser que le minimum de $\varphi_2(\cos\theta, \sin\theta)$, effectivement atteint est positif.

Séries. — Il est regrettable qu'un candidat ait utilisé de façon systématique le rapport $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ pour établir l'égalité des rayons de convergence de la série entière de terme général $a_n x^n$ et de sa série dérivée.

Pour obtenir le développement en série d'une fraction rationnelle, il est souvent commode d'utiliser la décomposition de cette fraction en éléments simples. Rappelons que le rayon de convergence du développement est égal au module des pôles de plus petit module.

Equations différentielles. — Dans une première leçon sur les équations différentielles du premier ordre, il faut se garder de considérations trop théoriques qui laissent indifférent l'élève de Spéciales auxquels les théorèmes d'existence sont inaccessibles. Un candidat a déduit, de considérations générales relatives à l'enveloppe des courbes intégrales de l'équation $f(x, y, y') = 0$, que, s'il s'agit d'une équation $y' = g(x, y)$, cette enveloppe n'existe pas ! Comment expliquer, alors, que les courbes intégrales de $y' = 3y^{2/3}$ sont tangentes à ox ?

Dans une leçon où doivent figurer des exemples, il peut être intéressant de signaler l'existence de singularités ; à propos de l'équation $xy' + y = \cos x$, affirmer qu'il ne passe aucune courbe intégrale par un point de oy distinct du point (0, 1) mérite quelques précisions.

Rappelons qu'il est maladroit d'utiliser la méthode de variation des constantes pour intégrer l'équation $ay'' + by' + cy = \Sigma e^{\alpha x} P(x)$ (où a, b, c, α sont des constantes et P un polynôme). Cette méthode conduit au calcul d'intégrales du type $\int e^{3x} Q(x)\, dx$ que l'on calculerait, pratiquement, par la méthode des coefficients indéterminés.

Géométrie analytique. — Les leçons de géométrie analytique ont été généralement médiocres. Les nombreuses défaillances que nous avons enregistrées nous portent à croire que trop de candidats négligent délibérément cette partie du programme.

Au cours d'une leçon sur les surfaces de révolution le mot « élimination » n'a jamais été prononcé ! L'auteur de cette leçon n'a su présenter que des exemples sans grand intérêt, dans lesquels l'axe de révolution était toujours oz.

Géométrie infinitésimale. — Dans une leçon relative aux fonctions vectorielles d'une variable, il convient de distinguer propriétés affines et propriétés métriques : il n'est pas indiqué de donner d'emblée, de la limite, une définition métrique.

Les leçons relatives aux constructions de courbes, en coordonnées polaires, sont trop souvent l'occasion de fâcheuses négligences dans le domaine de l'analyse. Après avoir commis la maladresse qui consiste à utiliser la dérivée pour étudier les varia-

tions de $\rho = \frac{\sin 3\theta}{1+\cos 3\theta}$, un candidat forme sans méthode le développement limité qui conduit à l'étude d'une branche infinie.

Les droites dites stationnaires d'une famille à un paramètre sont généralement tangentes inflexionnelles de l'enveloppe. Le candidat, qui connaissait ce résultat, en a donné une démonstration complètement fausse.

Mécanique. — La leçon sur le mouvement d'un corps solide n'est satisfaisante que dans la mesure où les définitions des mouvements que l'on se propose d'étudier ont été bien précisées. Ces définitions sont intimement liées à celles que l'on rencontre, en géométrie, dans l'étude des isométries directes.

Les méthodes vectorielles rendent aisées les démonstrations des théorèmes relatifs à la composition des vitesses ou des accélérations. Encore faut-il préciser les repères par rapport auxquelles on effectue les dérivations.

Trop souvent les exposés de dynamique sont prétextes à calculs. Les constantes qui résultent de l'intégration des systèmes d'équations différentielles doivent être exprimées en fonction des données (conditions initiales).

L'étude du mouvement d'un point gêné commence nécessairement par celle de la réaction dont on étudie, éventuellement, le travail dans un déplacement virtuel.