A PROPOS DE PROBLÈMES : QUE VOULONS-NOUS ?

Il est bien entendu qu'aucun de nos élèves ne ferait de progrès en Mathématiques s'il se contentait d'assister à nos cours, pas plus qu'un spectateur des matches de football du dimanche n'est un véritable sportif et ne sentira ses muscles se développer. Le professeur de Mathématiques fait faire des exercices et des problèmes, le plus régulièrement possible, à ses élèves. Nous en avons fait étant élèves, nous en faisons faire à notre tour, parce que nous en sentons le besoin. Mais savons-nous toujours sortir de la routine, et nous mettre aujourd'hui en face des problèmes d'aujourd'hui ?

Il semble qu'en ce moment, nous pourrions orienter notre action dans un sens légèrement nouveau, sans renoncer le moins du monde à nos deux objectifs traditionnels : exercer les jeunes esprits au raisonnement déductif, ou même à la découverte, les préparer aux examens qu'ils doivent passer, quels que soient nos sentiments intimes sur la « diplomite » qui sévit en France.

Nous dirons peu de choses des problèmes traditionnels de tout cours de géométrie, ou des exercices de calcul algébrique tendant à faire acquérir des mécanismes ou simplement à entraîner et à exercer la mémoire. Il est des propriétés simples du triangle, des figures formées de cercles, etc... qui ne sont pas « du cours » et que tout maître fait démontrer à titre d'exercices. La recherche des lieux géométriques ou les problèmes de constructions arrivent à passionner les élèves, même moyens,

quand on a le temps de les guider. Peut-être ne savons-nous pas toujours piquer leur curiosité en leur annonçant des résultats qu'on démontrera plus tard. Peut-être ne sommes-nous pas assez ambitieux : à propos de calcul algébrique, des élèves de Quatrième étaient émerveillés par la découverte du triangle arithmétique de Pascal...

S'il y a à revoir à chaque instant notre choix d'exercices et notre façon de les présenter, on ne peut espérer de transformation radicale de nos habitudes en ce domaine.

Il serait tout aussi vain, même pour sacrifier à la mode, de négliger systématiquement les problèmes de B.E.P.C. en Troisième, de Baccalauréat pour les classes terminales. Il faut apprendre à nos élèves à les faire, même si nous ne les trouvons pas aussi éducatifs que nous le voudrions.

Reste un autre aspect de notre tâche, qui prend en 1959 un relief très spécial. Au moment où l'on réclame des connaissances scientifiques dans tous les domaines, où l'on va jusqu'à instituer des cours de Mathématiques dans les Facultés de Droit, nous devons penser constamment à notre tâche essentielle, à notre rôle fondamental : c'est nous qui détenons la clé de la connaissance scientifique.

Ceci comporte une double conséquence : le professeur de Mathématiques ne peut apparaître comme isolé du monde et perdu dans la seule contemplation des êtres qu'il fabrique lui-même ; il doit aussi montrer comment les Mathématiques s'insèrent continuellement dans le réel, sous toutes ses formes, qu'elles sont une discipline dont on ne peut pas se passer. En fonction de cela, il y a des énoncés de problèmes que nous rechercherons, il y a des énoncés que nous fuirons comme la peste, il y a des méthodes et des résultats que nous apprendrons à apprécier ou à critiquer.

Il n'est pas question, ici, de dresser le moindre catalogue des remarques que nous avons pu faire concernant ces trois thèmes. Les exemples ci-après ne peuvent être que fragmentaires et présentés de façon décousue. La classification que nous proposons doit évidemment s'estomper au fur et à mesure que nos élèves avancent en âge, d'autant plus qu'une sélection s'opérera, et que les moins doués pour les splendides abstractions que nous cultivons, seront partis.

Disons donc que les remarques suivantes sont inspirées par le souci de préparer des élèves moyens, en dehors de toute préoccupation d'examens ou de concours, à se développer librement. A ce sujet, les classes de Quatrième, Troisième (et encore !) et Seconde devraient être des classes privilégiées. Le maître y dispose d'une liberté d'esprit plus grande qu'ailleurs, même s'il a le sentiment, en Mathématiques Elémentaires, de marquer davantage les esprits qui lui sont confiés, de former plus particulièrement des disciples.

C'est parce que les vocations — ou les répulsions — se dessinent avant les classes terminales, qu'il faut y apporter une attention particulière.

Avouons de plus que le souci de ne pas laisser apparaître le professeur de Mathématiques comme un professeur mineur en face du professeur principal, qui est toujours le professeur de Lettres, nous pousse personnellement à demander un effort particulier pour que notre discipline apparaisse comme aussi éducative que n'importe quelle autre.

Enoncés à rechercher. — Il faut à la fois se garder du concret à tout prix, et des exemples qui n'apprennent rien. Nos élèves sont, plus qu'on ne l'imagine, passionnés par le progrès technique dont ils sont témoins, par l'évolution des événements autour d'eux pour que d'abondants exemples soient empruntés à notre vie quotidienne.

Il n'est pas concevable, nous semble-t-il, que l'on fasse des exercices sur les puissances sans emprunter des exemples à l'astronomie, à l'électronique, aux satellites artificiels, et ceci dès l'âge de douze ou treize ans.

Ne parlons pas des graphiques que l'on peut tracer en se reportant à tel ou tel aspect de la vie économique ou sociale : il me semble avoir intéressé maintes familles en faisant construire sur une même feuille les courbes représentatives du prix d'un

timbre-poste, d'un litre de lait, les dépenses globales de l'Etat, les traitements de deux catégories de fonctionnaires depuis cinquante ans.

Mais pourquoi ne pas parler du nombre d'or à propos de telle équation du second degré, du pavillon français à l'Exposition de Bruxelles à propos du quadrilatère gauche ? Au lieu de tracer les courbes représentatives de fonctions quelconques, pourquoi ne pas esquisser la synthèse de fonctions périodiques ? Le commentaire de quelques minutes que l'on consacrera à la question ainsi rencontrée, s'il est perdu pour la Mathématique abstraite, risque d'avoir des conséquences autrement bénéfiques chez nombre de jeunes esprits.

Enoncés à éviter. — Mais, de grâce, que l'on fasse vrai ! Je ne connais rien de plus pitoyable que ces énoncés fabriqués à l'imitation des célèbres problèmes de l'Antiquité grecque : « O ami ! calcule-moi le nombre de bêtes à cornes de Hélios, etc... »

C'est dans un livre imprimé en 1957 que l'on trouve encore l'énoncé suivant : « Un père dit à son fils : Il y a trois ans, j'avais sept fois l'âge que tu avais alors, et dans sept ans j'aurai trois fois l'âge que tu auras toi-même, etc... » Drôle de famille, où le fils ignore l'âge de son père et où de telles conversations s'établissent ! A noter en passant que la presque totalité des problèmes d'âges que j'ai vu poser combinent des nombres entiers d'années, comme si on ne vieillissait pas un peu chaque jour...

Que dire encore une fois des problèmes de robinets, qui ont réussi à dégoûter des fractions et des mathématiques des légions de bons esprits !

Il n'est pas jusqu'aux questions de vocabulaire qui ne revêtent une importance certaine. Continuer à parler d'automobiles, de cyclistes ou de vélocipèdes — nous n'inventons rien — à des enfants qui connaissent mieux que leurs parents les marques de voitures, c'est, tout d'abord, s'exposer fort justement à passer pour un « croulant » — ce qui n'est pas grave à titre personnel — mais surtout c'est laisser soupçonner la matière que nous enseignons d'être empreinte d'un esprit vieillot qui incite nos élèves à chercher d'autres maîtres.

Il suffit parfois de bien peu de choses pour transformer des énoncés de problèmes parfaitement artificiels, donc ridicules, en énoncés présentant les mêmes avantages pédagogiques, mais d'allure plus moderne, donc acceptables.

Exemple : un auteur d'énoncés parle de deux cyclistes qui parcourent à une allure parfaitement régulière une piste (oh ! tableau de marche de Roger Rivière !), tantôt dans le même sens, tantôt en sens contraires : qui a jamais vu ce deuxième cas ? Il est si facile de supposer qu'il s'agit de deux voitures — à qui le moteur imprime des allures régulières — parcourant deux pistes différentes d'un autodrome. Encore faut-il se demander si les mouvements de cyclistes, piétons et voitures ont tant d'importance parmi les problèmes possibles, même de mécanique... * Et, s'ils en ont, pourquoi ne pas prendre les données dans l'Indicateur des Chemins de Fer, où l'on trouve bon nombre de combinaisons.

La critique des résultats. — Il est un autre aspect de notre enseignement, que l'on ose rarement aborder de front, et qui semblerait nécessiter une révision complète de nos habitudes : c'est celui des résultats et de leur discussion.

Il me souvient avoir demandé de calculer le temps que mettrait un projectile pour aller de la Terre à la Lune avec une vitesse supposée constante de 15 km à la seconde. Toutes les réponses, ou presque, étaient calculées au millième de seconde près, en regrettant que « cela ne tombe pas juste ». En classe de Seconde, de Pre-

---

* Pourquoi ne pas remplacer cyclistes et autos par des planètes ? Calculer la période sidérale de Jupiter après l'observation de deux oppositions successives, puis utiliser la 3e loi de Képler : voici un bel exercice de calcul permettant de retrouver la distance du Soleil à Jupiter, mesurée en unités astronomiques. (*N.D.L.R.*).

mière — et je ne parle pas de la Philo — on donne des résultats de calculs trigonométriques avec sept ou huit décimales, la table dont on se sert en comportant quatre.

Là encore, les auteurs d'énoncés sont souvent coupables. Que dire de la collection de stupidités fabriquées pour trouver à tout prix des applications concrètes du P.G.C.D. et du P.P.C.M. ? Ce sont deux montres, dont l'une retarde de 4 mn 30 s par jour pendant que l'autre avance de 7 mn 30 s, et ceci de façon constante pendant des mois et des mois ; c'est — problème de Bourses nationales, s'il vous plaît — un industriel qui fabrique des pains de savon de 7,5 cm sur 5 cm et 2,25 cm (au dixième de millimètre !) et qui les emballe, sans le moindre vide, dans des caisses, etc...

Mais, nous-mêmes, avons-nous toujours le souci, dans des questions empruntées — ou prétendant l'être — à la vie courante, de tenir compte de la précision suffisante des calculs ?

Il y a, c'est sûr, deux objections à prévoir : d'abord, c'est au professeur de Physique à se préoccuper de la précision des mesures, donc des calculs ; ensuite, il faut une grande habitude des calculs exacts pour faire correctement les calculs d'erreurs.

Ecartons tout de suite cette deuxième remarque. Il est absolument sûr que la théorie des erreurs ne peut être développée sérieusement qu'en classe de Mathématiques Elémentaires ; aussi bien ne s'agit-il pas de cela, mais simplement d'éveiller le sens critique de nos élèves quand ils manient des nombres.

Et s'il est vrai que notre collègue physicien mettra un terme définitif à l'illusion des résultats exacts dès les premières mesures qu'il fera faire, c'est à nous de mettre en garde les jeunes esprits que nous formons. C'est extrêmement facile. Exemple : le terrain à bâtir ayant une valeur de l'ordre de 100.000 francs le mètre carré dans certains quartiers, il suffit de rechercher de quelle somme on se trompe en ne mesurant qu'à 1 cm près la longueur et la largeur d'un immeuble et de sa cour. Les occasions purement mathématiques ne manquent pas de présenter la différence entre le résultat exact et l'approximation nécessairement utilisée dans la vie courante.

Serait-ce trop difficile ? Certainement pas : une réflexion de simple bon sens suffit à faire admettre que la coïncidence de l'extrémité d'un segment de droite avec celle d'une longueur à mesurer n'a pas plus de chances de se réaliser quand le segment n'est plus l'unité, mais un de ses sous-multiples. Il est également facile de faire comprendre à ce moment que la suite des mesures approchées n'a aucune chance d'être périodique.

Serait-ce peu éducatif ? Bien au contraire. C'est tout le prestige des Mathématiques que nous pouvons asseoir de façon définitive dans les esprits pour peu que nous sachions faire établir la comparaison entre ce que l'esprit humain a bâti dans l'abstrait et ce que les sens de l'homme, aidés des amplificateurs que le progrès leur associe, lui révèlent. Je sais faire tel calcul avec la précision que vous me demandez ; aujourd'hui, vous ne me donnez de mesures qu'au dixième de millimètre ; je ne vous donnerai pas de calculs au micron ; mais si, dans cinq ans, vous savez mesurer mieux, je saurai répondre à vos nouveaux besoins. Je ne verrai jamais, ni une ligne, ni un triangle, ni une sphère ; mais si vous m'en apportez telle ou telle réalisation approchée, je vous donnerai avec une approximation semblable toutes les propriétés que vous voudrez.

Ainsi s'établit clairement la prééminence du raisonnement humain sur les approximations plus ou moins grossières que les sens nous révèlent.

Mais encore faut-il que cette prééminence ne se traduise pas, à tort, par celle de certains hommes sur d'autres. L'harmonie des constructions, des édifices mathématiques, n'entraîne nul mépris pour les autres disciplines, sans même faire allusion aux retentissants échecs de l'esprit humain, qu'il faut signaler à nos élèves au passage (dernier théorème de Fermat, problème de la carte, etc...).

L'orientation que nous donnerons à nos problèmes ne doit pas seulement tendre à déceler les talents mathématiques. Notre idéal n'est pas de rendre les Mathéma-

tiques si éblouissantes que tous veuillent devenir mathématiciens : il est de mettre les Mathématiques à leur place, si importante dans la vie moderne.

Et si les réflexions ci-dessus peuvent paraître vagues, que l'on veuille bien les éclairer par la remarque suivante. En dehors de l'aspect traditionnel d'éducation du raisonnement, elles tendent à réhabiliter *le nombre* dans notre Enseignement du Second Degré. Non pas simplement le nombre, parce qu'il est un des sujets d'étude du mathématicien, mais parce qu'il prend une place de plus en plus grande dans la vie moderne.

Donner à nos jeunes gens le sens du nombre, les obliger à penser à propos de problèmes réels de tous ordres, les inciter à « mettre en équations » des phénomènes de toutes sortes, c'est une des tâches qui doit s'offrir à nous. Car nous ne travaillons pas seulement pour la petite élite de futurs mathématiciens, mais pour tous, et à tous nous devons faire comprendre l'importance de notre discipline.

Peut-être même arriverons-nous, par le biais de problèmes bien choisis, à mettre en évidence, pour nos élèves, leurs parents et nos dirigeants, l'indigence de nos programmes et, par ce biais, à obtenir l'augmentation si nécessaire de nos horaires.

Mais ceci est une autre histoire...

C. VIATTE (*Lycée de St-Cloud*).

---

deux points donnés.