QUERELLE DE MOTS?

(*Suite à l'enquête sur le vocabulaire et le symbolisme*)

A la suite des remarques de nos collègues SCHAEFFER et DUPIN (*Bulletin* 196, p. 160), je soumets à leur appréciation et à celle des Collègues les réflexions suivantes.

S'il s'agit d'une querelle de mots, comme tout le monde sait qu'un *cheval* n'est pas un *dada*, l'accord sera facile. Si l'accord est difficile, c'est qu'il y a, au-delà des mots, une divergence plus importante.

Je commence par la critique (c'est le plus facile !) des propositions de SCHAEFFER. Il a bien raison de dénoncer l'incohérence qui consisterait à maintenir *mesure algébrique* après avoir introduit *nombre relatif*. DUPIN a raison, également, et il doit s'agir d'un lapsus.

Nombres *qualifiés*, c'est inacceptable tout nombre doit l'être, sans quoi on ne saura pas de quel ensemble de base il est extrait ; exemple : entier *naturel* (vous avez le droit de vous moquer de ce « naturel », comme celui des enfants, ou des valeurs des fonctions circulaires...).

Nombres *indiens*, c'est amusant ; mais je pense à Buffalo Bill avant de penser au Indes ; puis il y a le précédent fâcheux des chiffres arabes, qui ne le sont pas ; surtout la Mathématique est universelle, elle n'a pas de patrie.

Nombres *orientés*, cela vaut certainement mieux ; compréhensible, c'est vrai, mais peut-être trop étroitement associée à l'introduction de ces nombres par le repérage d'un point sur un axe. Or, il est tout de même permis de les introduire comme ensemble de base ou référentiel dans lequel toute soustraction est possible. Surtout, SCHAEFFER note l'inconvénient de laisser ce nom, nombres orientés, subsister à côté du synonyme, nombres réels.

Là est la solution, à mon sens : j'y reviendrai.

Terminons la critique. Notre Collègue DUPIN, après SCHAEFFER, dénonce justement les usages multiples du mot *relatif*. Et il n'a pas voulu aller jusqu'aux extrêmes, l'imbécile « *tout est relatif !* » et le savant « La théorie de la Relativité générale ». DUPIN et SCHAEFFER ont raison de signaler les confusions possibles avec « erreur relative » et avec l'heureuse formule « relative à » d'emploi si courant.



Pour ma part, je crois résoudre ces difficultés en fixant terminologie et notations de la façon suivante (valable pour toutes les classes, dans la mesure où elles ont à connaître ces généralisations successives de la notion de nombre) :

1° Zéro (noté 0) appartient à tous les ensembles suivants :

N désigne l'ensemble des *entiers naturels.*

Z désigne l'ensemble des *entiers relatifs.*

Q désigne l'ensemble des *rationnels* ($\mathbf{Q}_+$ l'ensemble des rationnels positifs ou nuls).

2° **R** désigne l'ensemble des nombres *réels* ($\mathbf{R}_+$ les réels positifs ou nuls).

3° **C** désigne l'ensemble des nombres *complexes.*

Enfin, on sait $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R} \subset \mathbf{C}$.

En pratique, on ne précise pas la définition des réels *avant* la classe de Troisième (et en Troisième...) ; cela interdit-il d'employer le mot ? Est-il possible de n'employer que des mots complètement définis ? Dans une théorie parfaitement axiomatisée, oui ; dans un enseignement d'initiation, non.

L'expression nombre *réel* est claire, brève ; elle est conforme à la terminologie mathématique générale ; on la trouve dans Goursat *et* dans Bourbaki. Il n'y a plus que dans les classes de Mathématiques qu'on ne l'emploie pas !

⁂

La question des *mesures* se pose-t-elle ?

Pour un segment, il ne peut être question que de mesure de sa longueur, nombre appartenant à $\mathbf{R}+$. Pour un vecteur, il ne peut s'agir que d'un nombre réel. Dans les deux cas, je proposerais de dire seulement mesure du segment (par abus de langage, pour mesure de la longueur du segment) et mesure du vecteur ; on précisera, en cas de besoin l'unité choisie.

Cela peut conduire aux notations suivantes :

droite AB ou (AB) ou AB,

segment fermé AB ou [AB],

segment ouvert AB ou]AB[,

longueur du segment AB ou |AB|,

mesure en mètres de la longueur du segment AB ou $\text{mes}_m\,|AB|$,

vecteur AB ou $\overrightarrow{AB}$ ou (A, B) ou **AB**,

mesure du vecteur AB relativement au vecteur i $\text{mes}_i\,\overrightarrow{AB}$ ou $\overline{AB}$.

Vous direz que c'est affreusement lourd. C'est vrai. Mais on ne donne toutes les précisions que lorsqu'elles sont utiles.

⁂

Emporté par l'élan, je profite de l'occasion pour dire un mot du symbolisme. Son usage est controversé. Il est vrai qu'en aucun cas le symbolisme ne doit exclure l'expression complète et correcte en français (oralement ou par écrit). Le symbolisme codifié et bien choisi a cependant ses avantages pendant la recherche ou pour résumer celle-ci. Ses avantages seront accrus par la codification.

A l'expérience, il me semble pratique d'utiliser :

$\forall$ quantificateur universel (en français « pour tout... »),

$\exists$ quantificateur existentiel (en français « il existe ») et sa variante ? $\exists$ (« existe-t-il »),

$\in$ appartient à et sa négation $\notin$,

$\Longrightarrow$ « implique »,

$\Longleftrightarrow$ implication réciproque.

L'exercice de traduction, de « Existe-t-il un entier naturel x tel que son triple soit égal à 4 ? », en « ? $\exists\ x \in \mathrm{R}$ tel que $3x = 4$ » et l'exercice inverse sont instructifs. Le symbolisme ne gêne pas l'expression en français, il l'aide.

Les symboles d'intersection $\cap$, de réunion $\cup$ des ensembles, et de l'ensemble vide $\emptyset$ sont très pratiques.

Enfin l'axe $x'x$ est l'image de $\mathbf{R}$; le plan euclidien est $\mathbf{R}^2$; l'espace euclidien $\mathbf{R}^3$.

En géométrie plane ($\mathbf{R}^2$) le parallélisme strict et le parallélisme au sens large de deux droites D et E se distinguent facilement :

parallélisme strict $\quad \mathrm{D} \cap \mathrm{E} = \emptyset$,

parallélisme au sens large $\quad \mathrm{D} /\!/ \mathrm{E}$.

Dernier symbole préconisé : $\equiv$ dans le sens « congruent à » (suivant le module...).

M'étant permis de répliquer à nos Collègues Schaeffer et Dupin, je souhaite qu'ils me répliquent à leur tour et qu'ils ne soient pas les seuls.

G. Walusinski.