CALCUL ALGÉBRIQUE - ERREURS ET DIFFICULTÉS

L'article du numéro 191 du Bulletin, *auquel il est fait allusion dans la Conférence précédente, était emprunté à la Revue « Mathematica et Pædagogia » de nos collègues belges. Nous les remercions de nous autoriser à reproduire l'étude ci-dessous, qui traite encore cette inépuisable question des erreurs.*

La part des Mathématiques dans l'inadaptation scolaire

Nous savons tous que les Mathématiques constituent et ont d'ailleurs constitué de tout temps une des matières les plus redoutées des élèves de toutes les sections de notre enseignement mathématique et plus particulièrement des sections latin-grec et actuellement aussi des sections économiques. Bon nombre d'entre eux l'appréhendent avant même d'en avoir commencé l'étude. Ils ont été alertés inopportunément par des parents ou des amis qui ont gardé un souvenir pénible de l'étude des Mathématiques.

L'insuccès dans cette branche prend ainsi l'allure d'une calamité héréditaire et la famille semble frappée jusque dans ses lointaines descendances d'un sort funeste et d'une disgrâce inexorable. Faute d'autres raisons connues, bien des parents y cherchent l'explication des mauvais résultats de leurs enfants tandis que d'autres les attribuent à la qualité de l'enseignement qu'ils reçoivent. Ces justifications servent aussi de prétextes aux moins courageux qui y trouvent parfaitement leur compte.

Par le fait même, les Mathématiques deviennent une des causes déterminantes des échecs aux passages de classe et constituent un des facteurs prépondérants de l'inadaptation scolaire.

Remarquons toutefois que, toutes choses égales, à connaissances relatives sensiblement équivalentes, les notes obtenues en Mathématiques, sont généralement inférieures à celles des autres branches, tout au moins en ce qui concerne les élèves dont le total général des points n'excède pas les 0,7. Faut-il en attribuer la cause à la sévérité excessive des professeurs de Mathématiques ? Nous ne le croyons pas. La raison doit en être trouvée dans la nature même des Mathématiques qui s'accommodent mal de notions approximatives, climat général dans lequel se complaisent les élèves de cette catégorie.

L'analyse des conditions requises pour favoriser la réussite en Mathématiques, au niveau de l'enseignement moyen, indique pourtant que ce sont là des critères demandés, à peu de chose près, pour la réussite des études en général.

M. H. Friedel, agrégé en Sciences, affirme, dans un livre paru récemment, que :

« Les Mathématiques sont peut-être la seule chose que *tous les esprits normaux peuvent comprendre.* Elles n'exigent, ni finesse, ni sensibilité, ni intuition (encore que ces qualités ne gâtent rien), mais seulement un solide bon sens et un peu (pas beaucoup) d'imagination constructive. »

D'autre part, comme le fait remarquer très justement M. G. Dutilleul, directeur du Lycée Claude-Bernard, « *les Mathématiques font appel à des mécanismes et à des processus intellectuels fort différents suivant la nature de la branche. Il est alors évident que par la diversité même des facteurs mis en jeu dans chaque cas, les Mathématiques ne réclament pas des composantes intellectuelles hors série, celles-ci se retrouvent aussi bien dans d'autres disciplines scolaires. Aussi l'échec total en Mathématiques est-il généralement en corrélation avec l'inadaptation scolaire* ». Parfois encore, l'élève parvient à faire illusion dans les autres branches, pendant les premières années du secondaire, seules les Mathématiques semblent touchées. Elles ne

le sont, en fait, que les premières, l'insuccès s'étendant progressivement aux autres branches, à partir des premières années du cycle supérieur de l'enseignement moyen.

On en arrive ainsi à cette conclusion assez paradoxale : si la « nullité » en Mathématiques est une des causes de l'inadaptation scolaire dans le cycle inférieur des humanités, c'est l'inadaptation scolaire qui serait responsable des échecs en Mathématiques dans le cycle supérieur.

Une illusion d'optique

Et pourtant, jamais on n'a parlé autant qu'actuellement des échecs scolaires en Mathématiques. On ne s'en est jamais autant ému qu'à présent. Y a-t-il réellement plus d'échecs en Mathématiques qu'auparavant ? Cette question est mal posée. On doit se demander si le *pourcentage* des échecs est plus élevé qu'avant. Nous ne possédons pas de statistiques précises à ce sujet. Mais, même si elles existaient, on ne pourrait en tirer des conclusions précises. Trop de conditions ont changé.

Nous nous sommes livrés à une petite enquête auprès de nos collègues littéraires, auprès de médecins, d'avocats, de pharmaciens de notre génération, c'est-à-dire parmi les universitaires sortis de la section latin-grec, il y a 25 ans et plus ; 90 % nous ont confessé avoir été de parfaites « nullités » en Mathématiques. Et les autres alors ? Ceux qui n'ont pas fait d'études supérieures ! Et, pourtant, comparez le programme des Mathématiques de cette section, il y a trente ans et aujourd'hui.

Nous n'en sommes pas à un paradoxe près, mais nous croyons réellement que, parmi les élèves sortant de rhétorique latin-grec, actuellement, le pourcentage de ceux qui ont acquis une certaine formation mathématique et qui savent se servir de l'outil qu'on a mis entre leurs mains est plus élevé qu'auparavant. Par comparaison, sommes-nous devenus plus sévères pour les autres ? Il y a aussi lieu de tenir compte du fait qu'on a relevé de 0,4 à 0,5 le minimum requis, en Mathématiques, pour le passage de classe.

D'où vient alors que les professeurs en général et ceux de Mathématiques tout particulièrement sont traités de « crocodiles » qui dévorent les élèves à pleines dents ? Pour plusieurs raisons, pensons-nous, parmi lesquelles :

1. — Les questions d'enseignement se débattent sur la voie publique. Et tout le monde donne son avis sur la question.

2. — Il y a beaucoup plus d'élèves dans l'enseignement moyen et partant le nombre absolu d'échecs est plus élevé.

3. — Beaucoup plus qu'avant, les parents s'intéressent aux résultats en Mathématiques de leurs enfants, car ils savent que l'usage des Mathématiques dans l'Enseignement Supérieur s'est largement développé. Limitée, auparavant, presque exclusivement aux Facultés polytechniques et aux sections de Mathématiques et de Physique, la mathématisation progressive de toutes les sciences fait que les Mathématiques ont gagné toute la Faculté des Sciences et les Facultés économiques.

4. — D'autre part, les parents se rendant compte du besoin accru de techniciens, sentent que leurs enfants se feront plus aisément une situation s'ils abordent des études supérieures conduisant à des carrières scientifiques.

5. — Le snobisme de la « nullité » en Mathématiques est en voie de disparition complète.

Les impératifs mathématiques des sections latin-grec et économique

Ce qui doit retenir particulièrement notre attention, c'est que dans 80 % de nos Athénées et Lycées, c'est encore toujours la section latin-grec qui conduit, à l'exclusion des sections de Physique et de Mathématiques, à la Faculté des Sciences. Et, devant la pénurie croissante de « scientifiques » nous devons essayer, dans un ensei-

gnement moyen mal sectionné, de réduire au maximum les déchets en Mathématiques en cette section latin-grec, exagérément polyvalente.

Si la question est envisagée de cette façon, les impératifs de cette section apparaissent plus nettement. A quoi faut-il attacher le plus d'importance ? Quels sont les outils dont le futur étudiant aura le plus besoin ? A notre avis, le calcul formel, d'algèbre, des représentations graphiques, des éléments du calcul différentiel et intégral et d'un peu de trigonométrie, beaucoup plus que de géométrie et d'arithmétique, sauf dans ce que cette dernière peut fournir comme introduction à l'étude de l'algèbre.

Le calcul dans les classes du cycle supérieur. Erreurs, difficultés

Nous croyons que le calcul doit garder une place importante dans l'enseignement des sections latin-grec et économique. Toute théorie ne vaut que par l'application qu'on peut en faire et le calcul numérique et algébrique reste, de ce fait, l'instrument obligé.

Si nous parcourons le programme d'algèbre des différentes classes du degré supérieur des sections latin-grec et économique et en nous tenant au seul objet que nous voulons considérer, à savoir : le calcul et plus particulièrement le calcul algébrique, nous relevons un certain nombre d'opérations nouvelles :

1) les opérations sur les radicaux arithmétiques d'indice m ;
2) le calcul avec les exposants négatifs et fractionnaires ;
3) le calcul logarithmique, ou, mieux, l'opération qui consiste à prendre le logarithme d'une expression algébrique ;
4) l'opération de passage à la limite ;
5) le calcul des dérivées ;
6) très peu de calcul différentiel et intégral.

Voilà, en gros, les points du programme qui introduisent de nouveaux procédés opérationnels. Nous sommes d'accord pour reconnaître qu'au fur et à mesure que nous abordons l'étude de nouveaux chapitres, nous ouvrons, par là-même, un nouveau champ d'application du calcul numérique et algébrique et que celui-ci s'enrichit aussi de techniques plus efficaces, mais en dehors des points ci-dessus, nous n'introduisons rien de nouveau.

Reprenons ces différents points et cherchons ensemble les difficultés qu'on y rencontre :

1. — Radicaux d'indice m : l'étude des radicaux du second degré est faite presque complètement en Quatrième et, lorsque le calcul sur les radicaux d'indice 2 est bien acquis, celui des radicaux d'indice m l'est très vite. D'autre part, pour le peu d'usage que l'on en fait, il n'y a vraiment pas lieu d'y consacrer beaucoup de temps ;

2. — L'usage des exposants négatifs et fractionnaires libère, dans une certaine mesure, les élèves d'une contrainte et leur application se limite au calcul logarithmique et au calcul des dérivées ;

3. — Nous n'avons jamais rencontré de grosses difficultés dans le calcul logarithmique, ni dans ses applications, sauf parfois, dans la division d'un logarithme à caractéristique négative par un nombre entier, Chaque opération sur les nombres se remplace par l'opération correspondante (directe ou indirecte), mais d'un rang inférieur (comme pour les puissances. évidemment !). Et comme il n'y a pas d'opération d'un rang inférieur à l'addition ou à la soustraction, il n'y a pas de $\log(a \pm b)$, si ce n'est par calcul numérique direct. Le calcul numérique proprement dit devient ensuite un calcul de nombres relatifs. Le fait que le logarithme à caractéristique négative soit une espèce d'androgyne, n'émeut pas l'élève outre mesure ;

4. — Le calcul des limites est certainement, du point de vue opérationnel, le calcul le plus simple, puisque le passage à la limite conserve les opérations. De plus,

quand on a attiré l'attention de l'élève sur le fait que l'infini ne se traite pas comme un nombre, si même il est tenté de le faire (et, dans certains cas cela, n'a pas d'importance), il reconnaît rapidement les formes illusoires. Aussi, quand il en rencontre une ($\infty - \infty$; $0 \times \infty$ et ∞/∞), il sait qu'il doit faire autrement. La seule difficulté est $x \to \pm \infty$ lorsqu'il faut diviser à l'intérieur du radical par x^2 et distinguer peut-être la recherche de la limite d'une fonction irrationnelle pour les deux cas $x > 0$ et $x < 0$. En ce qui concerne les limites de fonctions circulaires, la limite de $\sin x/x$ pour $x \to 0$ étant établie, leur recherche se réduit en général à une transformation trigonométrique ;

5. — L'opération qui consiste à prendre la dérivée d'une fonction élémentaire est plus complexe. Pourtant, nous devons reconnaître qu'en fin de compte nous n'avons rencontré que fort peu d'élèves qui n'arrivaient pas à dériver une fonction composée, à partir des dérivées des fonctions élémentaires que doivent connaître les élèves de Première latin-grec ou économique. A ce propos, nous avons constaté qu'il était préférable de traiter directement les cas de u^m, $\sqrt[m]{u}$, $\sin u$, $\cos u$, $\operatorname{tg} u = \sin u/\cos u$. De cette façon, la dérivée d'une fonction n'intervient plus que dans le calcul des dérivées des puissances d'une fonction circulaire d'un multiple de la variable.

En général, les élèves savent toujours reconnaître le type de la formule à appliquer et la dérivée à *l'état brut* est presque toujours correcte. C'est quand il s'agit de réduire et de simplifier l'expression obtenue qu'ils éprouvent le plus de difficultés et commettent des erreurs.

Quelle est la nature des erreurs que commettent alors nos élèves ? Nous avons constaté qu'elles ressortissent presque toujours au programme de calcul algébrique des classes inférieures et plus particulièrement à celui de la Quatrième.

Nous ne savons quel est votre sentiment à ce sujet, mais nous avons vérifié, sur plusieurs années, que les classes latines qui laissent le plus grand déchet en Mathématiques sont les Quatrièmes et, à un degré moindre, par suite de la décantation opérée dans l'année antérieure, les Troisièmes. Ce déchet, qui n'est que de l'ordre de 10 à 15 % en Cinquième, atteint parfois 50 % en Quatrième, en fin d'année, avec une certaine récupération en septembre. Ne faut-il pas en rechercher la cause dans un programme trop chargé pour des enfants qui traversent la période de crise pubertaire ?

Quelles sont ces erreurs tenaces, irritantes et considérées comme inexplicables ? En les relevant à partir du niveau de la cinquième année on peut affirmer qu'elles n'offrent pas toutes une permanence absolue au travers des humanités ; certaines disparaissent assez rapidement, d'autres se maintiennent plus longtemps, certaines, qu'on croyait définitivement disparues, réapparaissent sporadiquement dans le cycle supérieur.

Les catégories d'erreurs en Mathématiques

On peut, dans une première analyse, classer les erreurs en trois catégories :

1) les erreurs de langage et d'écriture,
2) les erreurs de calcul,
3) les erreurs de raisonnement.

Cette classification n'épuise probablement pas tous les cas et, d'autre part, certaines erreurs ressortissent à des catégories différentes. En fonction de l'objet de cette réunion, nous pouvons nous en tenir aux erreurs de langage et d'écriture qui engendrent des erreurs de calcul, et aux erreurs de calcul proprement dites, bien qu'on puisse par ailleurs classer les erreurs de calcul dans la catégorie des erreurs de raisonnement, ou, mieux, des erreurs par manque de raisonnement.

Les erreurs de langage.

C'est l'abbé de Condillac qui, dans sa « Logique », constatait le fait que nous ne pensons qu'avec le secours des mots. De plus, toute discipline a une terminologie et des moyens d'expression qui lui sont propres. Or, très rapidement, certains élèves confondent le sens de termes désignant des objets différents, tels :

a) terme, facteur, membre ;
b) coefficient, exposant ;
c) nombres premiers, nombres premiers entre eux ;
d) p.g.c.d ; p.p.c.m. ;
e) égalité, équation, identité ;
f) équation et fonction, etc...

Les conséquences de ces confusions, de ce manque de précision, peuvent être graves ; les énoncés des propriétés et des théorèmes finissent par être vidés de leur contenu réel. La confusion s'accentue et passe, si nous pouvons nous exprimer ainsi, au second degré. En voici un exemple :

Nous connaissons les deux propriétés relatives au produit d'une somme par un nombre et à la multiplication d'un produit par un nombre.

Par suite de la confusion entre les mots « termes » et « facteurs » on obtient finalement une réponse du genre que voici :

— Pour multiplier un produit par un nombre, on multiplie chaque *terme* du produit par ce nombre et on fait la somme des produits obtenus... ou la variante... on fait le produit des nombres obtenus.

Et l'élève pratique effectivement le calcul de cette façon. Les erreurs de langage deviennent ainsi génératrices d'erreurs de calcul.

Les erreurs d'écriture.

En dehors de l'expression verbale, les Mathématiques s'expriment aussi à l'aide de symboles et d'opérateurs. Aussi, les erreurs de graphie entrainent-elles des conséquences aussi graves que les erreurs de mots. Les principales sont .

1) *Les signes d'égalité placés illégitimement.*

En voici un exemple :

$$7(3+5)-5(9-5)=7\times 8=56-5(9-5)$$
$$=5\times 4=56-20=36.$$

Cet exemple est authentique (début de la Cinquième). C'est là une séquelle du primaire que l'on retrouve même dans des livres d'arithmétique commerciale.

2) *L'oubli ou le mauvais placement de parenthèses et la mauvaise interprétation des calculs proposés.*

L'élève n'établit pas les distinctions entre certaines graphies :

a) $7a-ab+c$; $7a-a(b+c)$; $7a-(ab+c)$; $7(a-ab+c)$,
b) $4a+5bc^2$; $4a+5(bc)^2$; $4a+(5bc)^2$,
c) $(-a)^2$; $-a^2$,
d) a^2+b^2 et $(a+b)^2$,

(ces deux dernières au point de vue de la graphie, du langage et de l'interprétation du calcul).

3) *Traduction symbolique défectueuse d'une thèse ou d'un énoncé.*

Elle se rencontre notamment dans la mise en équation d'un problème, les calculs indiqués n'exprimant pas les opérations à effectuer. Nous avons observé parfois,

dans ce cas, un phénomène assez curieux, lorsque les calculs sont simples et peu nombreux : l'élève suit l'idée de son raisonnement, mais n'effectue pas les opérations par lesquelles il le traduit.

Disons tout de suite que les corrections répétées et patientes de l'impropriété des termes et des erreurs de langage amènent assez rapidement une amélioration sensible. Il existe aussi des exercices très utiles, dans le genre de ceux que notre collègue, Mlle Lenger, proposait dans le n° 4 de notre revue, qui corrigent une bonne partie des erreurs de graphie. Ces mêmes exercices, envisagés dans l'autre sens, servent également à corriger l'imprécision de la terminologie. *On peut même envisager l'emploi d'un magnétophone.*

Les erreurs de calcul.

1) *Erreurs de signe.*

Le signe — devant des parenthèses et plus encore devant une fraction $\left(-\frac{a-b}{2}\right)$, dans une équation lorsqu'on chasse le dénominateur, dans le calcul des puissances des nombres négatifs ; même dans le calcul du réalisant de l'équation du second degré ($b^2 - 4ac$), dans un remplacement en trigonométrie

..... $= -\cos^2(a+b) =$ ..... $= -\cos^2 a \cos^2 b - 2\cos a \cos b \sin a \sin b + \sin^2 a \sin^2 b$.

2) *Le produit par zéro* ($5 \times 0 = 5$).

3) *Le quotient de deux nombres égaux* ($a : a = 0$, erreur de même source que la précédente) et ses conséquences dans la mise en évidence :

$$m + ma - mb = m(a - b).$$

4) *Les opérations sur les puissances.*

$(-1/2)^3 = -3/6$ ou $-3/8$ ou $1/6$,

$(a^3)^2 = a^5$ ou a^9 ; $a^3 \times a^2 = a^6$; $a^4 + a^3 = a^7$; $a^5/a^2 = 1^3$.

$a^3/a^5 = ?$. A notre avis, l'introduction des exposants négatifs, à ce moment, n'arrange rien, pour la raison fort simple que si l'élève n'a pas pris conscience de ce que $a^{-2} = 1/a^2$, il lui est impossible de trouver la valeur numérique de a^{-2} pour une valeur quelconque de a.

5) *Les identités remarquables.*

$(a+b)^2 = a^2 + b^2$,

$(a-b)^2 = a^2 - b^2$, et inversement.

6) *Les radicaux du second degré.*

$\sqrt{a^2 \pm b^2} = a \pm b$, conséquence des précédentes.

$\sqrt{4} = \pm 2$; $\sqrt{4} = 2$ et $\sqrt{-4} = -2$.

La simplification

$$\sqrt{42} = \sqrt{36} + 6,$$
$$= 6 + \sqrt{6},$$
$$\text{ou} = 6\sqrt{6}.$$

7) *L'invention par analogie.*

$m : (a \pm b) = (m : a) \pm (m : b)$.

8) *Les opérations sur les fractions arithmétiques et algébriques et leur simplification.*

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c},$$

c. $\frac{a}{b} = \frac{ca}{cb}$ (jusque dans les classes supérieures de la section scientifique),

$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}$,

$\frac{1}{a}+=\frac{1}{b}\frac{1}{a+b}$ ou l'inverse.

$\frac{mp+q}{ms+r}=\frac{p+q}{s+r}$; $\frac{M+p}{n+p}=\frac{m}{n}$; $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=ad+bc$

(puisqu'on chasse les dénominateurs !).

9) *Les erreurs complexes provenant de la combinaison et de la superposition d'erreurs élémentaires.*

Exemple, avec explications d'élève. Soit à calculer :

$$\frac{3ax}{2x-a}\left(\frac{2}{a}-\frac{1}{x}\right).$$

1) Produit de deux fractions

$$\frac{3ax\ (2-1)}{(2x-a)\ \ (a-x)}=\frac{3ax}{(2x-a)\ \ (a-x)}$$

2) Je vais mettre $(a-x)$ en évidence au dénominateur, mais comme j'ai $2x-a$, je change les signes haut et bas

$$=\frac{-3ax}{(a-x)\ \ (1-2)}=\frac{-3ax}{-(a-x)}=\frac{3ax}{a-x}$$

puis je divise haut et bas par a et j'obtiens $\frac{3x}{-x}=-3$.

Nous n'avons certainement pas, dans cette liste, épuisé toutes les erreurs que commettent nos élèves, mais nous pensons pouvoir les considérer comme étant les plus courantes. Toutes ces erreurs ne présentent pas le même caractère de permanence. Même si certaines d'entre elles réapparaissent encore dans le cycle supérieur, cette réapparition n'a qu'un caractère accidentel, dû à la négligence, et soulève généralement la réprobation des autres élèves.

La disparition de certains types d'erreurs provient principalement de ce que les mêmes procédés opérationnels se trouvent appliqués dans plusieurs questions d'origines différentes et de ce fait finissent par faire l'objet de prises de conscience individuelles, à des moments différents, grâce à la diversité des questions dans lesquelles ils se présentent.

Aussi, la persistance d'un type caractérisé d'erreur provient de ce que la règle opérationnelle dont elle découle n'a pas d'applications suffisamment variées.

Lorsque M. le Professeur Gattegno, parlant de « l'usage des fautes dans l'enseignement des Mathématiques » dit : « que le remède est dans la compréhension et non dans la répétition et le " drill ", nous marquons sans restrictions, notre accord pour le " drill " ». Mais en ce qui concerne la répétition, notre avis sera plus nuancé. La profusion des exercices sur un même procédé avec, comme conséquence inévitable, leur complication de plus en plus grande, exagérée, n'a jamais rien arrangé. Les élèves doués s'y retrouvent encore, tandis que les autres y perdent définitivement pied. Mais la répétition du même type d'opération dans des champs d'application variés est, croyons-nous, souhaitable.

Aussi constate-t-on que certains types d'erreurs disparaissent à des niveaux différents ; ainsi au niveau des Cinquième et Quatrième, la plupart des erreurs de signes, le produit par zéro, le quotient de deux nombres égaux et ses conséquences, les identités remarquables (tout au moins dans le sens de leur développement), les erreurs dans le calcul des fractions numériques et certaines erreurs dans les opérations sur les puissances. Il ne faut d'ailleurs pas se faire trop d'illusions ; nous ne

supprimerons jamais toutes les erreurs, l'inattention et l'étourderie existent aussi bien en Mathématiques qu'en orthographe, par exemple. L'ennui, c'est, qu'en Mathématiques, les conséquences sont plus graves puisqu'elles entachent les calculs jusqu'au bout.

D'autres erreurs s'amenuisent à des niveaux plus élevés. Mais en schématisant, on peut constater que les erreurs les plus tenaces sont imputables à deux mécanismes :

1) *Les opérations dans lesquelles le calcul à effectuer est d'un autre rang que l'opération indiquée.* Et c'est *à partir de leur introduction* que se produisent les confusions entre multiplication et addition, entre division et soustraction, entre élévation à une puissance et multiplication, entre extraction de racine et division.

2) *La réduction à la forme produit.* Il faut d'ailleurs reconnaître que l'analogie de procédé entre la décomposition en facteurs d'une expression algébrique et celle d'un nombre est insuffisante pour éveiller rapidement une prise de conscience des élèves peu doués.

Les remèdes

Vous ne vous attendez pas à ce que nous vous fournissions la méthode à suivre pour que nos élèves ne commettent plus d'erreurs.

La prise de conscience d'une structure mathématique est d'ordre individuel. Les élèves doués y accèdent assez spontanément, les autres plus lentement. S'il est vrai que les qualités intellectuelles requises par l'étude des Mathématiques élémentaires ne sont pas hors série, ces qualités n'existent, en général, chez la plupart des enfants, qu'à l'état potentiel. Elles se libèrent plus ou moins rapidement suivant la nature des individus. Mais pour permettre cette libération, chez beaucoup d'adolescents, il faut de la patience, du temps, beaucoup de temps. Les erreurs proviennent généralement d'un mécanisme mental faussé. Pour les corriger, il faut pouvoir les repérer. Il faut savoir ce qui fait agir les élèves, pourquoi, en vertu de quel mécanisme, ils opèrent de telle ou telle façon et cela dans chaque détail d'un calcul. Alors, il faut expliquer, faire comprendre, chercher d'autres raisons, présenter le mécanisme d'une autre façon. On est parfois stupéfié du résultat obtenu en pratiquant de façon peu orthodoxe et qui semble, au premier abord, irrationnelle.

Sens d'une réforme dans le cycle inférieur

Dans le cycle inférieur, l'horaire réservé aux Mathématiques est probablement suffisant pour les élèves doués (1). Il ne l'est pas pour les autres, compte tenu de la matière à voir.

Dans quel sens faut-il réformer ? Augmenter le nombre d'heures ? Certainement pas ; les élèves subissent déjà une trop longue présence à l'école. C'est probablement la seule catégorie de citoyens à laquelle on ne reconnaît pas le bénéfice de la semaine des 40 heures. Alors, élaguer les programmes ? Bien sûr, radicalement et au maximum.

Pourquoi passons-nous tant de temps à résoudre des problèmes par des méhodes « dites » arithmétiques ? Parce qu'on les pose à certains examens que passent nos élèves qui quittent l'école après la quatrième année. Les demande-t-on aux examens d'entrée en Polytechnique ? Non, et on a parfaitement raison, car 75 % au moins de nos élèves qui quittent les sections scientifiques ne seraient plus capables de les

(1) Il s'agit naturellement ici de l'horaire appliqué dans les établissements belges.

résoudre. Pensez aux professeurs de section scientifique que le hasard d'un changement d'établissement amène en Sixième et Cinquième !

Nous demandons aux professeurs de Quatrième, s'ils ont le temps de faire beaucoup de problèmes d'algèbre.

Il faut réduire les problèmes d'arithmétique au strict minimum, et ne conserver que ceux qu'il y a avantage à traiter par des procédés arithmétiques. Ils ne sont pas si nombreux. Il faut aussi avoir l'audace d'aborder plus tôt, en Sixième, l'introduction des nombres relatifs et les mécanismes les plus simples du calcul algébrique. *Il faut absolument alléger la matière du programme des Quatrièmes.* En reportant une partie de ce programme sur les classes supérieures ? A notre sens, non. Mais il faut limiter la matière du cycle inférieur à ce qui est indispensable et il faut fixer ce minimum en fonction des prolongements dans le cycle supérieur.

Dans le cycle supérieur des sections latin-grec et économique

Il faut moins de géométrie et limiter les applications de l'équation du second degré et du trinôme à ce qui est utile et ne pas vouloir épuiser les manuels. « La trinômite coûte beaucoup d'argent à la France »... à la Belgique aussi ! Le programme de trigonométrie semble sage.

Et le calcul différentiel et intégral ?

Faut-il le maintenant ? Oui ! Il est absolument indispensable que la prise de contact avec ces notions élémentaires se fasse dans le secondaire plutôt qu'à l'Université. Pensez à nos futurs médecins, pharmaciens, chimistes, biologistes, géographes et ingénieurs commerciaux.

Faut-il l'étendre ? Non, pour ce qui regarde le développement théorique, mais certainement en ce qui concerne ses applications.

Comment y arriver ? De la façon que J. Tannery préconisait il y a déjà près de 70 ans.

Un mot pour finir

Il faut limiter le programme des Mathématiques et son développement à ce qui est utile et formatif. Mais peut-on demander qu'on en fasse autant dans les autres branches ? Ainsi, en diminuant le nombre d'heures de présence des enfants à l'école, la part relative des sciences en général et des Mathématiques en particulier serait plus élevée. Les enfants auraient ainsi le temps de se livrer au travail personnel, le seul réellement efficace. On reproche à des enfants en pleine croissance, à des enfants qui ont besoin de repos, de ne pas lire, de ne pas se cultiver ! Mais quand le feraient-ils ?

Le gonflement exagéré de certains cours fait que les élèves se meuvent dans un fatras de connaissances superficielles, mal assimilées, insuffisamment digérées au point que les plus studieux même confondent l'essentiel et l'accessoire et ne retiennent finalement plus rien.

Qu'on y réfléchisse ! Si l'on ne prend pas des mesures radicales, l'enseignement des humanités périra de « crevaison grenouillère ».

F. Claus, *Athénée Royal, Jodoigne.*