RAPPORT SUR LES DÉFINITIONS DE MOTS ET NOTATIONS MATHÉMATIQUES

La révision des termes et symboles mathématiques est une tâche permanente de notre Association. Non seulement de nouvelles décisions peuvent être sollicitées, mais encore il n'est pas toujours inutile de rappeler d'anciennes discussions, même si un vote est intervenu. L'opinion peut s'être modifiée après l'expérience et les jeunes collègues ne sont pas toujours avertis.

Un mot, un symbole, doit être proposé à deux conditions ; nous satisfaire, et être bien accueilli des élèves. Après un essai assez long, l'Assemblée générale décide si la modification est heureuse, utile, donc recommandable. Même si l'emploi du nouveau terme reste facultatif, il doit alors être toléré dans les examens. Ajoutons qu'un accord avec l'Enseignement Supérieur et les conventions internationales est vivement souhaitable s'il est possible.

Il est inutile de revenir sur les termes, même un peu anciens, dont la fortune a été particulièrement heureuse ; ainsi, le mot « médiatrice ». Je me souviens d'avoir été violemment prise à partie vers 1925 par le père d'une élève qui me disait avoir très bien pu faire de la géométrie sans ce mot ridicule et inutile !

I. — Termes déjà conseillés, dont l'usage n'est pas adopté par tous.

1° *Factoriser*, opération inverse de développer :

$$E_1 = a(b + c), \quad E_2 = ab + ac.$$

Passer de E_1 à E_2, c'est développer. Passer de E_2 à E_1, c'est factoriser, c'est-à-dire mettre sous forme d'un produit de facteurs.

2° *Radicande*, expression qui subit l'opération indiquée par un radical :

$$E = \sqrt{\Delta}, \text{ le radicande est } \Delta.$$

Remarquons que, pour une puissance A^k, A est la *base* et k l'exposant. L'introduction des exposants fractionnaires conduit, pour $\sqrt{A}$ ou $\sqrt[n]{A}$, à nommer A la base, 2 ou n étant l'*indice* $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{n}$ étant l'exposant.

3° *Rapport de configuration* ou *rapport interne* dans une figure qui doit subir une similitude ou une homothétie. Ce rapport est invariant dans la transformation. A distinguer du rapport de similitude ou rapport d'homothétie.

4° *Rapport de section.* — Ce terme, en usage en Belgique, remplace notre « rapport suivant lequel un point divise un segment ». On dira donc. « A, B étant donnés, et M sur la droite AB, le rapport de section de M est $\frac{\overline{MA}}{\overline{MB}}$ ». Quelle convention précise est la meilleure ? $\frac{\overline{MB}}{\overline{MA}}$ ou $\frac{\overline{MA}}{\overline{MB}}$? Peut-être la première, car A est la véritable origine, point remarquable, tandis que B, nommé le second, est supposé donné par comparaison à A, par la distance à A par exemple.

5° *Nombres relatifs.* — Un nombre n est algébrique s'il existe un polynôme $P(x)$ à coefficients entiers, tels que $P(n) = 0$.

On propose d'appeler nombres *relatifs* les nombres obtenus par symétrisation de nombres absolus:

Les *entiers naturels* donnent ainsi naissance aux entiers relatifs, ensemble réunion de l'ensemble des entiers positifs, de l'ensemble des entiers négatifs et de zéro.

Les *nombres rationnels absolus* donnent naissance aux rationnels relatifs.

L'ensemble réunion de tous les ensembles de nombres relatifs constitue l'ensemble des *nombres réels*, par opposition à l'ensemble des nombres imaginaires, c'est-à-dire *complexes* à deux termes $ai + b$, ou hypercomplexes comme les quaternions.

Dans les applications, les nombres relatifs définissent ou sont définis par la distinction d'un sens positif et d'un sens négatif.

6° *Terminologie concernant les transformations ponctuelles.*

a) $F \overset{\mathcal{C}}{\frown} F'$. On peut écrire $F' = \mathcal{C}(F)$, $M' = \mathcal{C}(M)$, la figure F' est l'*image* de F. Le point M' est le *conséquent* de M, lequel est l'*antécédent* de M'.

b) Dans un espace orienté, dont le nombre de dimensions est donné, les *isométries* sont les transformations qui conservent les distances ; elles se classent en *déplacements* (conservation du sens des angles) et *antidéplacements* (changement de sens des angles). Une figure et son image par un déplacement sont égales ; une figure et son image par un antidéplacement sont dites *antiégales*.

Question posée : Ne faudrait-il pas remplacer le mot « égales » au sens actuel qui indique la possibilité de passer d'une figure à l'autre *dans l'espace considéré* par une famille continue d'isométries, par le mot « congruentes » ? Le mot, pris dans ce sens, est qualifié de vieilli par Littré ; il est utilisé en anglais et éviterait bien des confusions dans le langage des jeunes élèves. Par l'antidéplacement, formerons-nous l'adjectif *anticongruentes ?*

c) *Symétrie.* — Le mot, employé absolument, signifie, pour les Belges et les Anglais, suivant le sens étymologique et l'usage courant, toute répartition des éléments suivant une loi simple. En un sens non précisé, les diverses parties se présentent de façon analogue. Les symétries d'un cube ou d'un cristal comprennent les rotations autour d'axes de répétition d'angle $\frac{M}{3}$ par exemple.

Si l'on adopte ceci, le mot *symétrique* n'évoque plus l'idée de réciprocité de la transformation.

Rien n'empêche toutefois d'extraire de cet ensemble très imprécis les cas les plus importants : symétrie *centrale* (par rapport à un point), *axiale* (orthogonale ou non, par rapport à une droite et un plan directeur), *planaire* (orthogonale ou non, par rapport à un plan et une direction directrice. Rappelons le tableau :

Espace :	SYMÉTRIE CENTRALE	SYMÉTRIE ORTHOGONALE AXIALE	SYMÉTRIE ORTHOGONALE PLANAIRE
1 dimension	Antidéplacement (1)	Transformation identique	
2 dimensions	Déplacement (2)	Antidéplacement (4)	Transformation identique
3 dimensions	Antidéplacement (3)	Déplacement (5)	Antidéplacement (6)

Y a-t-il lieu d'attribuer un nom spécial à ces six transformations ? Le mot *renversement* ou *demi-tour* convient bien à (5). Le mot retournement fait penser à un changement de sens (retourner un gant). Est-il conseillé pour (3), (4) et (6) ?

Aucune difficulté pour *similitude* ou *antisimilitude*.

d) Exiger pôle d'inversion éviterait des erreurs aux débutants ; un pôle est un point singulier ; un centre est plutôt un point invariant.

II. — QUELQUES TERMES ET SYMBOLES DE PLUS EN PLUS EMPLOYÉS.

Logique :

$\Longrightarrow$ « *entraîne* » ; déduction logique.

$\Longleftrightarrow$ « équivaut à » ; équivalence logique.

$\forall$ « quel que soit » ou « pour tout » ; quantificateur universel.

$\exists$ « il existe au moins un... tel que » ; quantificateur existentiel.

Théorie des ensembles.

$\in$ « appartient à », « est un élément de » ; relation d'appartenance d'un élément à un ensemble.

$\notin$ « *n'appartient pas à* »,

$\subseteq$ « *est inclus dans* » ; relation d'inclusion d'un ensemble dans un autre.

$\subset$ « *est strictement inclus dans* ».

$\cup$ « *union* » ; opération de réunion de deux sous-ensembles.

$\cap$ « *intersection* », opération d'intersection de deux sous-ensembles.

$\complement A$ · « complémentaire de A » : opération de complémentarité d'un sous-ensemble par rapport au référentiel.

Référentiel : l'ensemble des éléments considérés que l'on classera en sous-ensembles.

$\emptyset$: « *ensemble vide* » : sous-ensemble ne contenant aucun élément.

Naturellement, tous ces signes, de même que les signes habituels : $+$, $\times$, $-$, $=$, $\leqslant$, $<$, etc.... ne sont admis que dans les formules séparées du texte, les résumés,

en particulier ceux que l'on écrit au tableau. Ils ne peuvent dispenser de la rédaction. Ce sont des symboles dont l'emploi est strictement réglementé, et non des abréviations.

Nous prions les collègues de bien vouloir signaler toute autre question concernant langage et symbole, et répondre aux questions soulevées dans ce qui précède.

D'après les opinions que les membres de l'Association voudront bien exprimer, un questionnaire précis pourra être préparé pour l'Assemblée générale de 1960.

Le Rapporteur : L. Félix,
Lycée La Fontaine, Paris.