UNE ÉPREUVE DE BACCALAURÉAT MATHÉMATIQUES EN SUÈDE

Le sujet, proposé en 1957, consistait en huit exercices dont les énoncés suivent :

1. — Déterminer la constante a pour que la fonction $\frac{x-a}{x^2-ax+1}$ soit maximum pour $x = 0$.

2. — L'égalité $\operatorname{tg} y = \frac{1+cx}{c-x}$, où c est une constante, et où y est supposé com-

pris entre $-\frac{\Pi}{2}$ et $+\frac{\Pi}{2}$, définit une fonction y de x. Démontrer que, quel que soit c, cette fonction a pour dérivé $\frac{1}{1+x^2}$.

3. — Soient A et B deux points d'une parabole symétriques par rapport à l'axe de la parabole, P un 3e point de la parabole. Démontrer que PA et PB coupent l'axe en deux points symétriques par rapport au sommet de la parabole.

4. — Dans un triangle ABC, l'angle B vaut 45°, et la médiane issue de B fait avec le côté opposé un angle de 45°. Déterminer les angles du triangle.

5. — Un parallélépipède rectangle a deux faces opposées carrées, de côté a. Une sphère est circonscrite à l'une de ces faces et tangente à l'autre. Déterminer, en fonction de a, le rayon de cette sphère, pour que la somme des arêtes du parallélépipède soit maximum.

6. — Les courbes $y = \sin x$, $y = \sin(x - v)$, où la constante v n'est pas multiple de 2 Π, déterminent une infinité d'aires fermées égales. Calculer l'une d'elles en fonction de v.

7. — On donne un triangle équilatéral de hauteur 6 cm. Trouver le lieu géométrique d'un point dont la somme des carrés des distances aux côtés du triangle est égale à a cm^2. Discuter suivant les valeurs de a.

8. — Une courbe $y = f(x)$ est tangente en O à Ox. La normale à la courbe en M coupe Oy en N. Démontrer que, lorsque M tend vers O, N tend vers le point d'ordonnée $\frac{1}{f''(0)}$.