« Une anomalie » ou « des définitions surabondantes ou non surabondantes ? »

J'ai longtemps été choquée par cette anomalie. J'ai toujours utilisé la définition « triangle égal à un triangle homothétique de l'autre » après avoir précisé que nous utiliserions le vocabulaire « triangles homothétiques » pour désigner *rapidement* « deux triangles qui ont deux côtés portés par les mêmes droites et les troisièmes parallèles », en précisant qu'en Seconde nous donnerions à ce terme un sens plus

large. Ce qui m'y a encouragée, lorsque j'hésitais, c'est que CHÉNEVIER, que je regrette beaucoup de ne pas pouvoir mettre entre les mains de mes élèves, le faisait aussi.

Au contraire de M. EHRHART, je trouve indispensable que les élèves puissent caractériser par un mot qu'ils retiennent facilement une situation bien différente, bien plus particulière, que celle des triangles semblables. J'ai remarqué que les élèves formés avec la définition surabondante oublient totalement le théorème d'existence qui a précédé cette définition et qu'ils utilisent — même en Première — le cas de similitude (deux angles égaux) chaque fois qu'ils trouvent dans une figure deux triangles homothétiques par rapport à un sommet commun. Je craindrais qu'il en fût de même avec le plan proposé par M. EHRHART.

Au contraire, si l'on dispose du terme « homothétique », on fait même admettre aux redoublants, en Troisième, que dans cette situation les triangles sont « mieux » que semblables. Enfin, il y a identité avec la définition donnée en Seconde, et ceci me paraît très important, car deux définitions différentes choquent les élèves (je l'ai constaté longtemps en Seconde) et je ne vois vraiment pas que, dans ce cas, il y ait profit à les choquer et qu'il soit facile de justifier à leurs yeux le changement de définition.

Si je continue à rejeter la définition surabondante, c'est à cause des inconvénients que je viens de signaler, et non à cause de sa surabondance qui ne me choque plus du tout.

Car il me semble qu'il y a un autre exemple de définition surabondante dans le cours secondaire de Mathématiques avec la définition de la perpendiculaire à un plan, que je n'ai jamais vue définie comme perpendiculaire à deux droites concourantes d'un plan, mais comme perpendiculaire à toutes les droites du plan (Cf. CHÉNEVIER, MILLET, LEBOSSÉ). Ce qui est bien naturel ! Car en quoi serait-elle remarquable, si elle n'était perpendiculaire qu'à deux droites d'un plan, même concourantes ! Et pourtant, si l'on voulait être fidèle à la définition que l'on impose aux jeunes élèves de Cinquième : « Deux droites sont perpendiculaires si l'*un* des angles qu'elles déterminent est droit », on choisirait la définition non surabondante. Cela me suggère d'essayer l'année prochaine en Cinquième la définition surabondante, qui sera vraiment *adoptée* par les élèves, et je suis certaine qu'on distinguera mieux la nouvelle définition et le nouveau théorème : « Il suffit que l'un des quatre angles déterminés par deux droites soit droit pour que les trois autres le soient », avec le deuxième énoncé : « Pour que deux droites soient perpendiculaires, il suffit que l'un des angles qu'elles déterminent soit droit » — de la définition et du théorème que je donne jusqu'ici. La rigueur n'aura en rien souffert. Et puisque ce langage est destiné à des enfants, pourquoi ne l'adapterions-nous pas à leur vision ?

J'en arrive donc à me demander si les définitions surabondantes sont nécessairement condamnables et, pour reprendre le parallélogramme avec lequel on enregistre tant d'échecs (et il porte sa définition dans son nom !), je me demande si les résultats seraient plus mauvais en adoptant le plan suivant :

1) Etude des quadrilatères dont les côtés sont parallèles deux à deux.

2) Construction et observation d'un modèle : quadrilatère déformable dont les côtés opposés sont égaux. Construction sur le papier.

3) Un exercice de logique : on m'a offert des billes, les unes sont rouges, les autres bleues. Je vais les séparer. Ce faisant, je constate que certaines sont lourdes, d'autres légères. Je veux maintenant les séparer de façon que toutes les billes de la même boîte soient identiques. Combien de boîtes dois-je prévoir ? Caractérisez le contenu de chaque boîte.

Quand la réponse a été trouvée par toutes les élèves, j'ai posé la question : « Quelle particularité devront présenter mes billes pour que trois boîtes et trois seulement soient nécessaires ? » Quelques élèves ont rapidement trouvé et exprimé très

correctement la réponse. Avec un peu plus de temps celles qui avaient besoin de dessiner les boîtes y sont aussi parvenues (classe faible).

. Dernière question : « Caractérisez la situation par une phrase, la plus simple possible, pour que deux boîtes seulement soient nécessaires ?

Laissons les billes ; prenons des triangles : il y a ceux qui ont deux côtés égaux (les « rouges ») et ceux dont les côtés sont inégaux (les « bleus ») ; ceux qui ont deux angles égaux (les « lourds ») et ceux dont tous les angles sont inégaux (les « légers »). Combien me faut-il de « boîtes » pour les classer ?

Prenons les quadrilatères convexes. Il y a ceux qui ont deux couples de côtés parallèles et ceux qui n'ont qu'un ou zéro couple de côtés parallèles ; ceux dont les côtés opposés sont égaux et ceux qui n'ont pas deux couples de côtés opposés égaux. Combien me faut-il de « boîtes » pour les classer ?

4) Etude des quadrilatères convexes dont les côtés opposés sont égaux.

5) Conclusion : « Il y a identité entre l'ensemble des quadrilatères, dont les côtés sont parallèles deux à deux, et l'ensemble des quadrilatères *convexes* dont les côtés opposés sont égaux. Nous appellerons ces quadrilatères « parallélogrammes ». Les théorèmes précédents expriment des conditions suffisantes pour qu'un quadrilatère soit un parallélogramme. »

Il me semble qu'ainsi l'effort de mémoire serait déplacé sur l'essentiel, et, du même coup, diminué.

Si tout cela sent le soufre, qu'on me l'explique ! Mais qu'on se rassure pour mes élèves : je n'ai pas franchi le Rubicon ! J'ai fait la leçon qui précède *sauf* le changement de définition, car je ne veux pas qu'elles aient des ennuis en Troisième !

X...