RECHERCHE PÉDAGOGIQUE
(Initiation au mathématiques)

I. — Les travaux expliqués ci-dessous ont été réalisés dans une classe de Mathématiques Elémentaires et de Mathématiques et Technique durant le premier trimestre de l'année scolaire 1957-58. L'effectif de dix élèves et leur présence continuelle au Collège (sept sont, ou pensionnaires, ou demi-pensionnaires) m'ont permis de les grouper fréquemment durant les interclasses du début de l'après-midi. Ces quelques séances constituaient donc des réunions de travaux pratiques.

Géométrie. — Le programme a été traité dans l'ordre traditionnel jusques et y compris la similitude plane directe.

Les transformations ont été illustrées de la façon suivante : la figure d'un problème est faite sur une feuille de papier à dessin. Les éléments à transformer sont reproduits en calque sur une feuille de papier transparent rigide. En superposant les deux figures il est facile de déplacer l'une par rotation autour d'un axe matérialisé par une petite aiguille ou par translation en faisant glisser la figure mobile le long d'une règle portant le vecteur translation.

La plupart des figures relatives aux problèmes de transformations donnés en devoir ont été faites en groupe de cette façon après le corrigé. Ceci a incité quelques élèves à matérialiser leur problème avant de le traiter. J'ai constaté dans ce cas une bien meilleure compréhension.

Ces figures sont affichées sur un tableau dans la classe avec l'indication du numéro du devoir. Elles seront revues lors des révisions de fin d'année.

Un élève redoublant m'a construit, pour la leçon sur les trièdres, deux trièdres supplémentaires formés chacun de trois aiguilles à tricoter, le tout planté dans une demi-pomme de terre. Ceci est simple, n'est certainement pas nouveau, mais allège notre effort.

Géométrie descriptive. — Je me bornerai à signaler que j'utilise un tableau double : la partie inférieure pouvant être placée perpendiculairement à la partie supérieure. Il est possible, par exemple, de construire des droites de l'espace en tendant un fil d'un point d'un plan à un point de l'autre. Des petites boules de pâte à modeler assurent la tension du fil. Les projections de ces droites sur les plans sont faciles à dessiner. Puis, en démontant le fil et en rabattant la partie horizontale du tableau, on retrouve l'épure.

Cosmographie. — C'est certainement dans ce domaine que les travaux pratiques seraient les plus utiles, car ceux-ci nécessitent obligatoirement l'emploi de la géométrie, du calcul algébrique et trigonométrique.

J'emploie pour les explications du cours une sphère armillaire que j'ai pu construire l'an dernier. Cette construction est facile pour ceux qui enseignent dans un établissement ayant une section technique, et qui peuvent bénéficier des ressources de l'atelier. L'explication du mouvement diurne, des systèmes de coordonnées est beaucoup plus aisée qu'avec l'aide du seul tableau noir.

Travaux des élèves. — CENTRE D'INTÉRÊT : L'étude du Soleil.

A) *Construction d'une maquette représentant la trajectoire apparente du soleil*

A l'intérieur d'une couronne de contreplaqué ($e = 5$ mm, diamètres 22 et 33 cm) figurant l'équateur céleste on veut fixer une ellipse figurant l'écliptique.

a) Tracé de l'ellipse sur une feuille de papier : grand axe : 22 cm, distance focale : 0,36 cm. Méthode de tracé : celle du fil tendu. Constatation immédiate : l'ellipse peut se confondre avec un cercle aux dimensions du dessin.

b) Construction d'un tel cercle en fil de cuivre : ce qui demande quelques soins ; les deux extrémités du fil sont soudées.

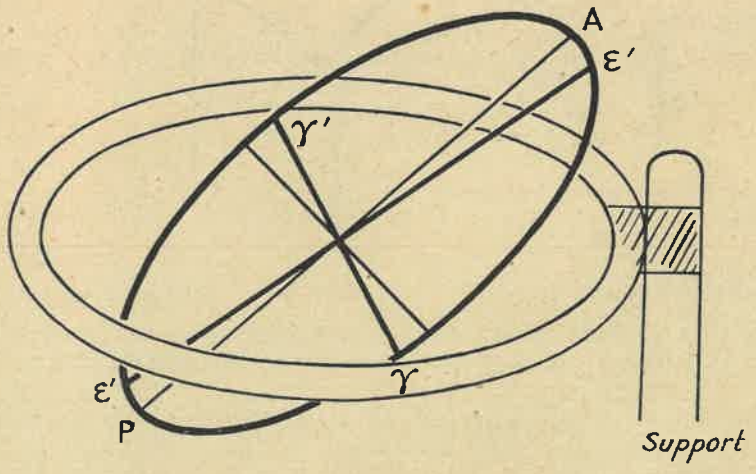
c) Construction du grand axe : un fil bleu le figure (axe des apsides).

d) Position des foyers : le centre de la figure est noté, les deux foyers que l'on a pris, distants de 4 mm, sont marqués à l'encre, l'un d'eux représente la Terre.

e) Construction de l'axe focal normal au grand axe passant par la Terre, en fil bleu également.

f) Construction des axes des équinoxes et des solstices inclinés de 11°8' sur les précédents : en fil rouge. Une petite boule de bois est collée à l'intersection des fils, elle représentera la Terre.

g) On place alors le montage à l'intérieur de la couronne, le fil rouge figurant la ligne des équinoxes étant placé diamétralement à celle-ci. L'inclinaison de 23°27' est respectée à un demi-degré près. (Voir dessin n° 1).



L'observation de ce montage montre clairement :

a) L'inégalité des saisons : comparaison des longueurs d'arc.

b) que le Soleil, à son apogée (ou au périgée), n'est pas à l'extrémité de l'axe des solstices.

c) La couronne de contreplaqué pouvant s'adapter, sur la sphère armillaire à l'intérieur de la couronne figurant l'équateur céleste, on peut expliquer les inégalités de durée du jour et de la nuit en utilisant le cercle horizon de la sphère, construit en tenant compte de la latitude locale.

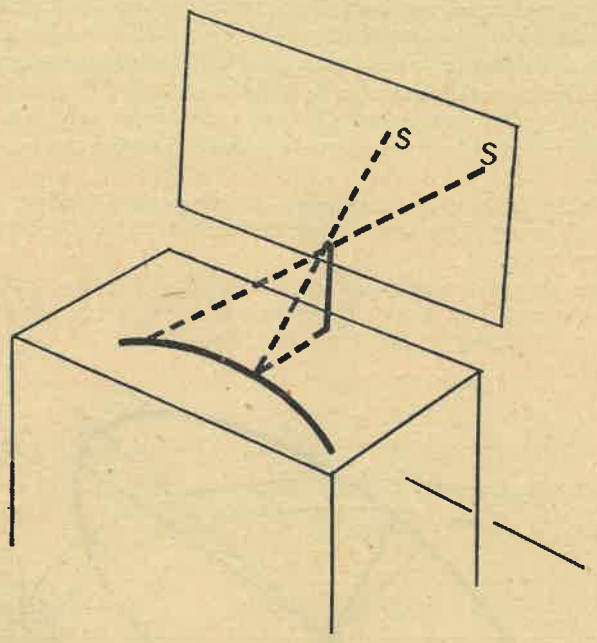
Remarque. — J'ai dû donner une définition de l'ellipse et en indiquer un tracé.

B) *Construction d'un cadran solaire*

Une fenêtre de la classe est située face au Sud.

Devant cette fenêtre un cadran solaire a été réalisé de la façon suivante :

Sur une table, dont les pieds sont vissés au plancher, est fixée une planche à dessin portant une feuille. Au milieu du côté le plus rapproché de la fenêtre a été placée, perpendiculairement à la table, une tige fine de 10 cm. L'ombre de cette tige sur la feuille permet les observations et l'extrémité de cette ombre constitue le repère utile. (Voir dessin n° 2).



Ordre des travaux :

a) Un élève a calculé l'encombrement de l'appareil (longueur de l'ombre à midi le jour du solstice d'hiver) : il s'est avéré que le format d'une planche à dessin convenait.

b) Calcul de l'heure de passage du soleil au méridien local ; des renseignements donnés par la revue de la Société Astronomique de France ont été utilisés. Comme ils se rapportent au méridien de Paris, un calcul correctif est nécessaire. Un tableau donnant l'heure légale du midi vrai local pour chaque jour du mois est affiché près du cadran.

c) Chaque matin les élèves externes mettent leur montre à l'heure (signal de la R.T.F.). Cette opération n'est pas si commode qu'il le semblerait *a priori* et a demandé des conseils préalables. L'un d'eux déclenche un chronomètre du laboratoire à une heure fixée à l'avance (10 heures par exemple).

d) S'il fait soleil (ce qui est rare) les internes et demi-pensionnaires utilisent le chronomètre et le tableau des passages au méridien pour pointer les heures solaires locales (onze heures, midi, une heure...) : un point tracé au crayon se superposant au repère.

De plus la position du repère est marquée à midi légal (qui est une heure, vu que la France utilise l'heure du fuseau horaire + 1 heure et non l'heure du fuseau de Greenwich dont Paris fait partie). L'ensemble de ces points constituera ultérieurement la méridienne locale du temps moyen.

Dans un mois environ, après quelques jours de soleil, le cadran sera gradué et quelques lieux journaliers du repère seront tracés.

e) Ces lieux constituent des arcs d'hyperbole et pour expliquer la forme de ces lieux, qui n'était guère comprise, j'ai fait réaliser *une maquette explicative* qui m'a semblé être une excellente introduction au chapitre futur de géométrie traitant les intersections d'un cône et d'un plan.

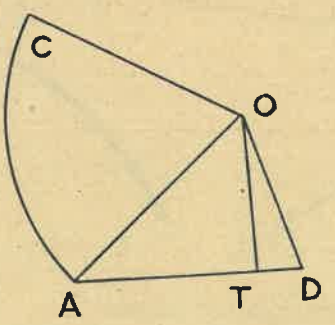
Point de départ : Les élèves comprennent que la surface engendrée chaque jour par un rayon lumineux issu du centre du soleil et rencontrant l'extrémité de la tige du cadran est un cône de révolution axé sur l'axe du monde. La trajectoire journalière du repère sur la feuille est donc l'intersection de ce cône avec le plan horizontal passant par le pied de la tige, courbe dont la forme et la nature demandent à être précisées.

On peut donc construire un tel cône en carton, le placer convenablement par rapport au plan horizontal local et dessiner l'intersection du cône et du plan.

Comme le demi-angle au sommet du cône est variable, il est nécessaire de choisir une date : ce fut celle du solstice d'hiver, date remarquable la plus proche.

Réalisation : a) Placer dans un plan vertical l'axe du monde, une verticale figurant la tige du cadran, et, de part et d'autre de l'axe du monde, deux angles mesurant 66°33'. Dans ce but, une figure en carton a été dessinée et découpée.

TO : tige du cadran solaire (4 cm).
OA : axe du monde.
COD : angle ($2 \times 66°33'$) du cône le jour du solstice d'hiver.
OAT : 50° latitude locale.



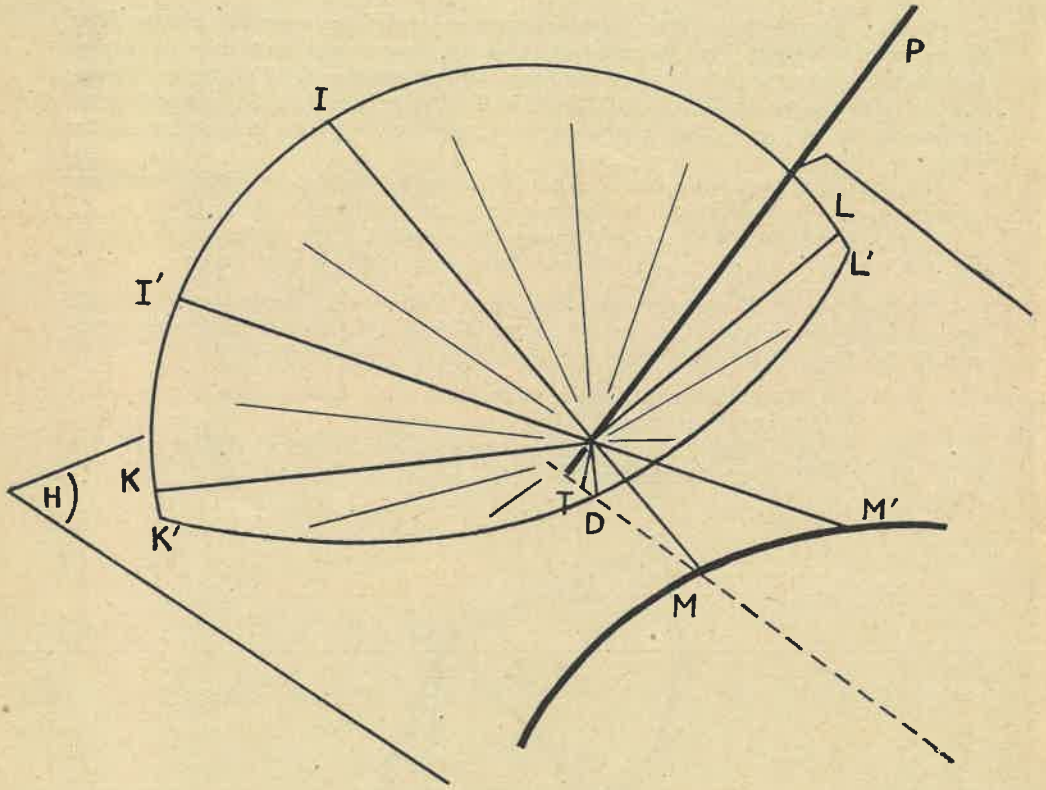
Cette figure est fixée normalement à un plan horizontal (plaque d'Isorel recouverte d'une feuille de papier fort).

b) Construction du cône. Il s'agit de construire un cône connaissant son angle au sommet. Le calcul préalable détermine l'angle au centre de la figure développée, les longueurs d'une génératrice utile et de la circonférence de base.

c) Placer ce cône suivant l'axe POA matérialisé par une aiguille suffisamment longue. Le sommet est en O, deux génératrices s'appuyant sur OC et OD, le plan de base étant normal à OA. Découper au jugé la partie de la surface éliminée par le plan horizontal H, qui viendrait en dessous de celui-ci. Un fil de cuivre construit à l'avance consolide l'arc K'IL'.

d) Tracer sur ce cône les limites de l'horizon de O : droites génératrices horizontales OK et OL.

e) Retrouver la forme de la courbe tracée sur le plan horizontal par le repère. Pour cela, des fils (fils à coudre) tels IO sont collés sur la surface conique. Ils passent tous par O et rencontrent le plan H. A partir de quelques points ainsi fixés sur H et d'autres déterminés par visée, on trace l'arc d'hyperbole d'intersection (Voir figure n° 3).



Intérêt : L'intérêt astronomique est évident.

De plus, comme je l'ai indiqué plus haut, cette réalisation constitue une introduction à l'étude ultérieure de l'intersection cône-plan.

Je n'ai pas insisté sur les propriétés de l'arc d'hyperbole obtenu.

Je me suis borné à le nommer et à mentionner les deux branches.

Travail futur : Réaliser deux maquettes analogues à partir de la même figure initiale (triangle AOT) :

l'une valable le jour de l'équinoxe de printemps ;

l'autre valable le jour du solstice d'été.

Comparer les courbes obtenues.

Enfin, lorsque le cours de géométrie sera terminé, étude complète dans chaque cas du problème :

Intersection d'un cône de révolution d'axe donné OA, de sommet O, d'angle au sommet connu, et d'un plan distant de O de OT = 4 cm et faisant avec l'axe du cône un angle de 50°. Déterminer les caractéristiques de la courbe d'intersection, la construire en vraie grandeur.

Chaque courbe pourra être comparée à celle qui figure sur la maquette.

Conclusions. — Ces travaux, qui pourraient à première vue demander beaucoup de temps, n'ont nécessité que quelques heures de travail dirigé. Les figures de géométrie sont connues, donc leur reproduction est facile et rapide.

La mise en place du cadran a demandé une heure de travail. La confection de la maquette a duré une heure et demie. Un travail de préparation préalable avait été fait à la maison, ou en étude.

Quatre élèves de la classe présenteront le baccalauréat Mathématiques et Technique. Ils n'ont pas de cosmographie à leur programme. Ils suivent néanmoins le cours avec leurs camarades et les ont aidés spontanément dans ces exercices. Leur habileté manuelle s'est manifestée utilement.

Ces méthodes sont possibles dans une classe de faible effectif, tous les élèves sont alors groupés ; il est très difficile de diriger l'attention de trente élèves autour d'une construction que tous doivent voir et comprendre.

Je crois nécessaire de recourir au concret dans de nombreux cas, et surtout en géométrie dans l'espace. Les premiers mois de la classe de Première sont souvent pénibles.

J'espère, dans quelque temps, pouvoir organiser dans l'établissement un club scientifique dont les buts seraient :

a) observations astronomiques (le Collège possède une petite lunette) ;

b) Etude du matériel scientifique (optique, mécanique, électricité, géométrie...). Les élèves de la section technique trouveraient là matière à quelques réalisations ;

c) comptes rendus d'ouvrages scientifiques ;

d) projections de films ;

e) dans la limite des moyens qui pourraient être accordés, quelques excursions.

Dans l'immédiat, j'ai demandé une location de films à la Société Astronomique de France, afin de présenter une séance en février. Séance réalisée le 10 mars 1957 (100 élèves, plus la moitié du corps professoral).

II. — **Classe de Première.**

Les professeurs enseignant en Première se sont aperçus que, si un problème propose cette figure : deux droites quelconques, coupées par des sécantes parallèles à un plan fixe, de nombreux élèves remettent un dessin sur lequel les sécantes sont représentées parallèles entre elles, comme si la projection de la figure de l'espace sur un plan quelconque créait, dans tous les cas, un parallélisme de droites.

Je me suis efforcé de corriger cette erreur de la façon suivante :

Deux tiges Δ et Δ' sont fixées en O et O' sur une planche représentant un plan H. Ce sont des tiges filetées, la solidité du montage est assurée par des petits boulons en O et O', de chaque côté de la planche. Sur ces tiges peuvent glisser des bouchons de caoutchouc, dans lesquels on enfile des aiguilles AA', BB', CC', DD', telles que ces droites soient parallèles au plan H. Il s'agit de montrer que, suivant le plan sur lequel cette figure est projetée orthogonalement, les projections des droites telles que AA' prennent des positions différentes.

I. Construisons un plan V normal au plan H. Traçons la projection de la figure sur ce plan (on peut utiliser une double équerre en forme de trièdre trirectangle) et démontrons que, dans ce cas, les projections des sécantes sont parallèles. Nous obtenons ainsi le cas particulier que trop d'élèves ont tendance à généraliser.

II. Projetons alors la figure sur le plan H : la projection est tout autre, les droites obtenues ne sont, ni parallèles, ni concourantes.

III. On étudie ensuite les figures obtenues sur H et V, les théorèmes relatifs aux projections orthogonales sont ainsi utilisés.

IV. En application, traitons ce problème : Montrer que les milieux des segments AA', BB', CC', DD', sont alignés. Après la démonstration, on représente par un fil tendu la droite obtenue et ses projections sur les plans H et V.

V. Ceci introduit l'étude de l'épure d'une figure que certains verront l'an prochain.

J. Dauby, *Fourmies (Nord)*.

