BULLETIN de l'ASSOCIATION des PROFESSEURS de MATHÉMATIQUES de l'Enseignement Public

SOMMAIRE

I. ETUDES.

A. LICHNEROWICZ : Calcul tensoriel et applications 309

II. PAGES A RELIRE.

J. ITARD : Pascal, Port-Royal et la géométrie élémentaire ... 328

III. ESSAIS.

G. DELPLA : Déplacements et orientations en classe de Mathématiques élémentaires 331

IV. PROBLEMES PEDAGOGIQUES.

H. BERLATIER : Initiation à l'astronomie dans les classes de 6e et 5e 338

J. DAUBY : Recherche pédagogique (initiation aux mathématiques) 344

N. GOUKOWSKY et X. : A propos des triangle semblables .. 350

V. DOCUMENTATION.

Babel et les mathématiques (suite) 354

V. KOURGANOFF : Les barrières linguistiques et la création d'Instituts de linguistes scientifiques 354

Rapport de la Commission d'étude pour le recrutement et la formation des personnels scientifiques de l'enseignement et de la recherche 358

G. WALUSINSKI : Documents et réflexions intempestives sur la crise du recrutement des maîtres 376

Clubs scientifiques et travaux de vacances 382

VI. REVUE DE PRESSE ET BIBLIOGRAPHIE.

G. WALUSINSKI : A bas l'égalité... scientifique 383

L'école d'ingénieurs de Lyon 384

Les examens à l'étranger (Suède, Luxembourg) 385

Le niveau des connaissances des élèves de 11 ans 389

P. S. ALEKSANDROF : Topologia combinatoria 389

L. LEPRINCE-RINGUET : Des atomes et des hommes 390

VII. VIE DE L'ASSOCIATION.

Assemblée générale du 30 mars 1958 392

Comité du 27 avril 1958 396

Courrier de l'A.P.M. 397

37e année — N° 192 Publication trimestrielle **Juin 1958**

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement public
29, rue d'Ulm, Paris (5e)
Paris, Cc. 5.708-21

Les membres de l'Association (cotisation : 800 francs pour l'année scolaire) reçoivent gratuitement le *Bulletin* ainsi que les *Fascicules d'Enoncés.*

Cotisation pour les élèves des E.N.S. et les stagiaires des C.P.R. ..... 400 F
Prix de l'abonnement au *Bulletin* ..... 1 000 F
Prix du numéro ..... 200 F

Présidents d'Honneur
Mlle DIONOT, M. DELCOURT, M. HENNEQUIN

Bureau :

Président : M. HUISMAN, 3, rue Charles-V, Paris, 4e.
Vice-Présidents :
Mlle FÉLIX, 2, rue Octave-Feuillet, Paris, 16e.
Mlle MASSON, 12, boulevard Desgranges, Sceaux (Seine).
M. CLUZEL, 96, avenue de Villiers, Paris, 17e.
M. DURRANDE, 4 *bis*, rue Henri-Moreau, Asnières.
M. MONJALLON, 23, boulevard Saint-Germain, Paris, 5e.
M. NICOLAS, Ecole Normale d'instituteurs, Auteuil.
M. REVUZ, 16, rue de Rome, Les Essarts-le-Roi (S.-et-O.).
Secrétaires :
Mlle MARCHAND, Lycée de Sèvres (S.-et-O.).
M. CROZES, 10, rue du Buisson-St-Louis, Paris, 10e.
M. MOUGENOT, Lycée Poincaré, Nancy.
M. SIROS, 13, avenue Jean-Racine, Sceaux.
Trésorier : M. LE MÉNAGER, 1, rue du Lycée, Angers (M.-et-L.).
Trésorier-adjoint : M. NICOLAS, 57, rue Bucourt, St-Cloud (S.-et-O.).
Comité de rédaction du « Bulletin » : Mlle FÉLIX, Mlle MARCHAND ; MM. ITARD, MAGNIER, SIROS.
Secrétariat : HUISMAN et WALUSINSKI.

Comité :

Membres élus

Sortants en 1959 : Mlle FÉLIX (*La Fontaine*) ; M. BENOIST (*Diderot*) ; M. BERTRAND (Marseille, *Thiers*) ; M. FOUCHÉ (*Janson-de-Sailly*) ; M. GUITTON (*St-Louis*) ; M. MINOIS (*St-Louis*).

Sortants en 1960 : MM. DURRANDE (*St-Louis*) ; HUISMAN (*Montaigne*) ; MONJALLON (*St-Louis*) ; SIROS (*Louis-le-Grand*) ; GUILLORÉ (*C.C.* Paris).

Sortants en 1961 : M. BAY (*Condorcet*) ; Mlle BIARD (*E.N.S.* Fontenay) ; M. CASSE (Savigny-sur-Orge) ; M. CROZES (*Henri-IV*) ; M. LE MÉNAGER (Angers) ; Mlle MARCHAND (Lycée de Sèvres) ; M. MOUGENOT (*Poincaré*, Nancy) ; Mlle VERVAECKE (*Fénelon*, Lille).

Sortants en 1962 : M. CLUZEL (*E.N.A.* Paris) ; M. FAVRELLE (*Faidherbe*, Lille) ; M. KLEIN (*Charlemagne*) ; M. MAGNIER (*Louis-le-Grand*) ; Mlle MASSON (*Marie-Curie*) ; M. NICOLAS (*E.N.*, Auteuil) ; M. REVUZ (*Fac. Sc.*, Poitiers) ; M. SCHAEFFER (Clermont-Ferrand) ; M. THOVERT (*Ampère*, Lyon).

Membres de droit

M. BAY (*Condorcet*) ; M. CANONGE (Montpellier) ; M. GIRAULT (*J.-B.-Say*) ; M. MARVILLET (Strasbourg, *Kléber*) ; Mlle MASSON (*Marie-Curie*) ; Mme NICOUD (Lyon, *Marie-Vidalenc*) ; M. POUX (*Saint-Cloud*) ; Mme SCHUCK (*Victor-Duruy*).

Rapporteurs

Enseignement technique : M. BIGUENET ; *Ecoles Normales :* M. EDDE ; *Premier Cycle :* M. CARALP ; *Seconde et Première :* M. ROSTOLLAND ; *Philosophie, Sciences Expérimentales, Mathématiques :* M. FAVRELLE, Mlle PROTIN (Sciences Expérimentales) ; *Mathématiques Supérieures et Classes préparatoires aux Grandes Ecoles :* M. DURRANDE ; *Définitions de mots et notations mathématiques :* M. BERTRAND ; *Axiomatique et Redécouverte :* M. CROZES ; *Sujets des compositions et épreuves orales aux différents examens et concours :* Brevet et Ecoles Normales : M. EDDE. — Baccalauréat : M. FAVRELLE. — Grandes Ecoles : M. CHAZAL. — *Concours général :* M. MONJALLON ; *Histoire des Mathématiques :* M. ITARD ; *Cinéma d'Enseignement :* M. EUVRARD ; *Matériel d'Enseignement :* M. MONJALLON ; *Enseignement de l'Astronomie :* M. WALUSINSKI.

Correspondants

Aix-Marseille : M. BERTRAND (Marseille, *Thiers*) ; *Besançon :* M. BOUCHAT (Besançon) : *Dijon :* M. SAUSER ; Lille : M. FAVRELLE (Lille, *Faidherbe*) ; *Lyon :* M. THOVERT (Lyon, *Ampère*) ; *Nancy :* M. MOUGENOT (Nancy, *Henri-Poincaré*) : *Rennes :* M. RENAULT (Rennes) ; *Strasbourg :* M. EHRHART (Strasbourg. *Kléber*) ; *Tunisie :* M. SAUVAN (Tunis, *Carnot*).

37e Année — N° 192 Juin 1958

BULLETIN de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

I. ÉTUDE

CALCUL TENSORIEL ET APPLICATIONS (*)

par André LICHNEROWICZ
Professeur au Collège de France

Le calcul tensoriel est né dans la seconde moitié du XIXe siècle des besoins de la physique, en particulier de la mécanique, et de ceux de la géométrie. Il est devenu un instrument fondamental des mathématiques et de la physique contemporaines. Je commencerai par rappeler quelques définitions et résultats essentiels concernant les espaces vectoriels.

I. RAPPEL CONCERNANT LES ESPACES VECTORIELS

1. *Notion d'espace vectoriel.*

Les espaces vectoriels utilisés ici sont définis sur le corps R des réels. A ce corps, on peut substituer, sans aucune modification, n'importe quel corps commutatif K, en particulier le corps des complexes. Un ensemble E est dit doué d'une structure d'*espace vectoriel* sur les réels si l'on a pu définir deux lois de composition :

1° Une loi, notée additivement, et définissant sur E une structure de groupe abélien :

à $x, y \in E$ correspond $x + y \in E$ avec les propriétés suivantes :

a) $x + y = y + x$ (commutativité) ;
b) $(x + y) + z = x + (y + z)$ (associativité) ;
c) il existe un élément noté 0 tel que $x + 0 = x$;
d) à tout élément x est associé un élément noté $-x$ tel que $x + (-x) = 0$.

2° Une loi de composition externe qui à tout élément x de E et tout réel α fait correspondre un élément αx de E avec les propriétés suivantes :

a') $1.x = x$;
b') $\alpha(\beta x) = (\alpha\beta)x, \qquad (\alpha, \beta \in R)$;

(*) Conférences prononcées le 30 janvier et le 6 février 1958 à l'Institut Henri-Poincaré, et organisées par la Société Mathématique de France, en accord avec l'A.P.M., à l'intention spéciale des professeurs.

$c')$ $(\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$;
$d')$ $\alpha(x + y) = \alpha x + \alpha y$.

Les éléments de E sont appelés *vecteurs*, ceux de R *scalaires* pour la loi de composition 2°.

On appelle sous-espace vectoriel de E toute partie V de E telle que, quels que soient $x, y \in V$ et $\alpha \in R$, les vecteurs $x + y$ et αx appartiennent à V ; les deux lois précédentes induisent alors sur V une structure d'espace vectoriel.

La donnée de V permet de définir dans E une *relation d'équivalence :* Deux éléments x, y de E sont équivalents ($\frown$) relativement à V si $x - y \in V$. Il est clair que nous définissons bien ainsi une relation d'équivalence ($x \frown x$; $x \frown y \Rightarrow y \frown x$; $x \frown y, y \frown z \Rightarrow x \frown z$). Nous désignons par $[x]$ la classe d'équivalence de x, c'est-à-dire l'ensemble des éléments de E équivalents à x, soit de la forme $x + a$ où $a \in V$. Il est clair que $[x + y]$ et $[\lambda x]$ ne sont pas modifiés si l'on substitue à x l'élément $x + a$, c'est-à-dire n'importe quel élément de $[x]$. Ainsi, $[x + y]$ ne dépend que de $[x]$ et $[y]$; et $[\lambda x)$ que de λ et de $[x]$. Posons par définition :

$$(1.1) \qquad [x] + [y] = [x + y] \qquad \lambda[x] = [\lambda x].$$

Sur l'ensemble [E] des classes d'équivalence de E modulo V, les lois de composition (1.1) définissent une structure d'espace vectoriel ; [E] muni de cette structure est appelé *espace quotient* E/V.

Etant donné un ensemble I d'indices quelconques, soient $(x_i)i \in I$ une famille d'éléments de E. On peut former avec ces éléments des combinaisons linéaires finies $\sum_{i \in I} \lambda^i x_i$, où $\lambda^i = 0$, sauf pour un nombre fini d'indices. L'ensemble des combinaisons linéaires finies des x_i définit un sous-espace vectoriel V de E. On dit que V admet les x_i comme *système de générateurs*. En particulier, on peut parler de système de générateurs de E.

La famille (x_i) est dite *libre* ou *linéairement indépendante* si la nullité de toute combinaison linéaire finie $\sum_{i \in I} \lambda^i x_i$ entraîne $\lambda^i = 0$ pour tout i. On appelle *base de* E *tout système libre de générateurs de* E. Un espace vectoriel admet toujours une base.

2. *Espace vectoriel de dimension finie.*

a) Si un espace vectoriel admet une base formée d'un nombre fini n d'éléments, toute autre base admet n éléments et l'espace vectoriel est dit de *dimension finie n*. Tout élément x de E_n s'exprime d'une manière et d'une seule comme une combinaison linéaire des vecteurs e_i d'une base :

$$(2.1) \qquad x = \sum_{i=1}^{n} \xi^i e_i.$$

Les ξ^i sont les composantes de x dans la base (e_i). Dans la suite, nous nous limiterons, sauf en ce qui concerne le produit tensoriel, aux

espaces vectoriels E_n de dimension finie. Nous utiliserons systématiquement la convention de sommation due à Einstein et qui allège à la fois les écritures et l'explicitation des raisonnements :

Toutes les fois que dans un monôme figure deux fois un même indice, une fois en indice supérieur et une fois en indice inférieur, nous convenons de sommer (sauf avis contraire) tous les monômes obtenus en donnant à cet indice toutes les valeurs possibles.

Avec cette convention, (2.1) s'écrit :

$$(2.2) \qquad x = \xi^i e_i.$$

b) Une forme linéaire z^* sur E_n est une application linéaire de E_n dans R :

$$z^*(x + y) = z^*(x) + z^*(y) \qquad z^*(\lambda x) = \lambda z^*(x).$$

L'ensemble E_n^* des formes linéaires sur E_n peut être muni d'une structure d'espace vectoriel au moyen des lois de composition définies de la manière suivante :

$z^* + t^*$ est la forme linéaire définie par l'application :

$$x \longrightarrow z^*(x) + t^*(x).$$

λz^* est la forme linéaire définie par l'application :

$$x \longrightarrow z^*(\lambda x).$$

On obtient ainsi l'*espace vectoriel dual* E_n^* de E_n.

Etant donnée une base (e_i) de E_n, considérons les n formes linéaires θ^j $(j = 1, ..., n)$ définies par :

$$x \quad \theta^j \longrightarrow \theta^j(x) = \xi^j.$$

Il est clair que ces n formes linéaires satisfont aux relations :

$$(2.3) \qquad \theta^j(e_i) = \delta_i^j \qquad (\delta_i^j = 0 \text{ pour } i \neq j,\ \delta_i^j = 1 \text{ pour } i = j).$$

Il en résulte que ces formes sont linéairement indépendantes ; si $\lambda_j\theta^j = 0$, on a, en prenant la valeur du premier membre pour e_i :

$$\lambda_j\theta^j(e_i) = \lambda_j\delta_i^j = \lambda_i = 0 \qquad (i = 1, 2, ..., n).$$

Si z^* est une forme linéaire arbitraire, il résulte de la linéarité :

$$z^*(x) = z^*(e_i)\xi^i = \alpha_i\xi^i \qquad [\alpha_i = z^*(e_i)].$$

Par suite :

$$z^* = \alpha_i\theta^i,$$

et les θ^i forment un système libre de générateurs de E_n^*, c'est-à-dire une base de E_n^* qui admet ainsi la dimension n ; (θ^i) est dit la *base duale* de (e_i) dans E_n^*.

3. *Changement de base.*

Soient (e_i) et $(e_{i'})$ deux bases de E_n, (θ^i) et $(\theta^{i'})$ les bases duales de E_n^*. En rapportant le vecteur $e_{j'}$ à la base (e_i) ou le vecteur e_i à la base $(e^{i'})$, il vient :

$$(3.1) \qquad e_{j'} = A_{j'}^i\, e_i \qquad e_i = A_i^{j'}\, e_{j'},$$

où les matrices $A = (A^{i}_{j'})$ et $B = (A^{j'}_{i})$ sont inverses l'une de l'autre. De $x = \xi^{i} e_{i} = \xi^{j'} e_{j}$ on déduit par (3.1) que les composantes d'un vecteur se transforment suivant la loi :

$$(3.2) \qquad \xi^{j'} = A^{j}_{i}\, \xi^{i} \qquad \xi^{i} = A^{i}_{j'}\, \xi^{j'}.$$

On traduit (3.2) en disant que les composantes ξ^{i} se transforment de façon contravariante au changement de base, ou *sont contravariantes.*

De (3.2), il vient :

$$(3.3) \qquad \theta^{i'} = A^{j}_{i}\, \theta^{i} \qquad \theta^{i} = A^{i}_{j}\, \theta^{j'},$$

et les composantes α_{i} d'une forme linéaire se transforment de façon contravariante à (3.3) :

$$(3.4) \qquad \alpha_{j'} = A^{i}_{j'}\, \alpha_{i} \qquad \alpha_{i} = A^{j'}_{i}\, \alpha_{j'}.$$

Elles sont dites *covariantes* [au changement de base (3.1)].

II. Produit tensoriel

4. *Combinaisons linéaires finies d'éléments d'un ensemble.*

L'algèbre tensorielle repose essentiellement sur la notion de produit tensoriel de deux espaces vectoriels. Pour élaborer cette notion, nous aurons besoin d'étudier ce qu'on peut entendre par l'espace des combinaisons linéaires finies, à coefficients réels, des éléments d'un ensemble L.

Soit f une application de L dans R qui ne soit différente de zéro que pour un nombre fini d'éléments de L. L'ensemble M de toutes ces applications admet d'une manière naturelle une *structure d'espace vectoriel* sur les réels. A tout élément x de L, associons l'application f_{x} définie par :

$$f_{x}(y) = 0 \quad \text{pour } y \neq x \in \mathrm{L}, \qquad f_{x}(x) = 1.$$

Tout élément f de M peut s'exprimer par une combinaison linéaire finie des $f_{x}(x \in \mathrm{L})$. Ainsi, les f_{x} forment un système de générateurs de M. D'autre part, les $f_{x}(x \in \mathrm{L})$ forment une famille libre, car, si la combinaison linéaire finie $\sum \lambda^{x} f_{x}$ est nulle, on a, en prenant sa valeur en un point quelconque y de L :

$$\sum \lambda^{x} f_{x}(y) = \lambda y = 0.$$

Ainsi, les f_{x} définissent *une base* de M.

Si nous identifions f_{x} avec l'élément x correspondant, nous sommes conduits par cet abus de langage à donner à M le nom d'espace des combinaisons linéaires finies d'éléments de L. Un élément de M sera noté $\sum \lambda^{x} x$.

5. *Produit tensoriel de deux espaces vectoriels.*

a) Soient E et F deux espaces vectoriels qui n'ont pas nécessairement une dimension finie. Considérons l'ensemble $\mathrm{E} \times \mathrm{F}$ des paires (x, y) d'un élément x de E et d'un élément y de F, et soit M l'espace des

combinaisons linéaires finies à coefficients réels de ces paires ; cet espace admet pour base l'ensemble des (x, y).

x, x' appartenant à E, y, y' à F et λ à R, considérons les éléments de M de la forme :

$$\begin{cases} (x + x', y) - (x, y) - (x', y), \\ (x, y + y') - (x, y) - (x, y'), \\ (\lambda x, y) - \lambda(x, y), \\ (x, \lambda y) - \lambda(x, y). \end{cases}$$

Les combinaisons linéaires finies de ces éléments définissent un sous-espace vectoriel N de M. On appelle *produit tensoriel* $E \bigcirc F$ (1) de E par F l'espace vectoriel quotient M/N. La classe d'équivalence, modulo N, de la paire (x, y) sera dite le produit tensoriel $x \bigcirc y$ de $x \in E$ par $y \in F$.

Les (x, y) formant un système de générateurs de M, les $x \bigcirc y$ forment un système de générateurs de $E \bigcirc F$. Un élément quelconque de $E \bigcirc F$ (qui n'est pas nécessairement de la forme $x \bigcirc y$) est dit *un tenseur* (au sens général du terme) relativement à E et F.

D'après la définition de N :

$$(x + x', y) - (x, y) - (x', y) \in N,$$

soit, modulo N :

$$(x + x', y) \sim (x, y) + (x', y).$$

En prenant les classes d'équivalence des deux membres, il vient :

$$(5.1) \qquad (x + x') \bigcirc y = x \bigcirc y + x' \bigcirc y.$$

On établirait de même :

$$(5.2) \qquad x \bigcirc (y + y') = x \bigcirc y + x \bigcirc y',$$

$$(5.3) \qquad (\lambda x) \bigcirc y = x \bigcirc (\lambda y) = \lambda(x \bigcirc y).$$

On peut traduire (5.1), (5.2), (5.3) en disant que l'application $(x, y) \rightarrowtail x \bigcirc y$ est *bilinéaire* (linéaire en x, linéaire en y).

b) Si z^* et t^* sont des formes linéaires respectivement sur E et F, il existe une application linéaire u^* de M dans R parfaitement déterminée par la condition :

$$u^*(x, y) = z^*(x) \cdot t^*(y).$$

Il est aisé de voir que la valeur de u^* pour (x, y) ne dépend que de la classe d'équivalence de (x, y), modulo N, c'est-à-dire de $x \bigcirc y$. On a par exemple :

$$u^*[x + x', y) - (x, y) - (x', y)] = u^*(x + x', y) - u^*(x, y) - u^*(x', y) = z^*(x + x') \cdot t^*(y) - z^*(x) \cdot t^*(y) - z^*(x') \cdot t^*(y) = 0.$$

Ainsi :

THÉORÈME 1 : *Si z^* et t^* sont des formes linéaires respectivement sur* E *et* F, *il existe une forme linéaire v^* et une seule sur* $E \bigcirc F$ *telle que :*

$$v^*(x \bigcirc y) = z^*(x) \cdot t^*(y) \qquad (x \in E, \ y \in F).$$

(1) Pour des raisons typographiques, le symbole ordinaire de produit tensoriel « × cerclé » a été remplacé par ○. Nous nous en excusons auprès de l'auteur. Nos lecteurs pourront aisément le compléter.

On établirait par un raisonnement identique :

THÉORÈME 2 : *Si* E, E', F, F' *sont quatre espaces vectoriels sur les réels et si* f *est une application linéaire de* E *dans* E', g *une application linéaire de* F *dans* F', *il existe une application linéaire* h *et une seule de* $E \bigcirc F$ *dans* $E' \bigcirc F'$ *telle que :*

$$h(x \bigcirc y) = f(x) \bigcirc g(y) \qquad (x \in E,\ y \in F),$$

h est dite le *produit tensoriel de* f *par* g. Si f et g sont des isomorphismes sur, $f \bigcirc g$ est un *isomorphisme sur,* puisque tout élément $x' \bigcirc y'$ ($x' \in E'$, $y' \in F'$) est évidemment atteint.

6. *Cas des espaces de dimension finie.*

Nous nous limitons dans la suite aux espaces de dimension finie qui sont ceux que l'on rencontre dans la plupart des applications. Mais il importait de montrer que la notion de produit tensoriel peut être atteinte indépendamment de toute considération de base finie. La théorie quantique des champs conduit d'ailleurs à la considération de produits tensoriels d'espaces n'admettant pas une base finie.

a) Si E_n et F_p sont deux espaces vectoriels de dimensions respectives n et p, le produit tensoriel jouit de la propriété suivante :

THÉORÈME : *Si* (e_i) *et* (f_α) *sont des bases respectives de* E_n *et* F_p, *les* $e_i \bigcirc f_\alpha$ *définissent une base de* $E_n \bigcirc F_p$ *qui admet ainsi la dimension* np.

Les $e_i \bigcirc f_\alpha$ forment un système de générateur de $E_n \bigcirc F_p$. En effet, si $x = \xi^i e_i$, $y = \eta^\alpha f_\alpha$, on a d'après la linéarité du produit tensoriel :

$$x \bigcirc y = (\xi^i e_i) \bigcirc (\eta^\alpha f_\alpha) = \xi^i \eta^\alpha (e_i \bigcirc f_\alpha).$$

Tout élément de $E_n \bigcirc F_p$ étant une combinaison linéaire finie d'éléments de la forme $x \bigcirc y$ est une combinaison linéaire finie des $e_i \bigcirc f_\alpha$.

D'autre part, les $e_i \bigcirc f_\alpha$ forment un système libre : si

$$\lambda^{i\alpha} e_i \bigcirc f_\alpha = 0,$$

et si z^* et t^* sont deux formes linéaires arbitraires respectivement sur E_n et F_p et qui définissent sur $E_n \bigcirc F_p$ une forme linéaire v^*, on a :

$$v^*(\lambda^{i\alpha} e_i \bigcirc f_\alpha) = \lambda^{i\alpha} z^*(e_i) t^*(f_\alpha) = 0.$$

En particulier si (θ^j) et (τ^β) sont les bases duales respectives de $(\overline{e_i})$ et (f_α) : $\lambda^{i\alpha} \theta^j(e_i) \tau^\beta(f_\alpha) = \lambda^{j\beta} = 0$.

(On notera que $x \bigcirc y$ a pour composantes les produits des composantes $\xi^i \eta^\alpha$).

b) Etant donné un espace vectoriel G, supposons qu'il existe une application qui, à $x \in E$, $y \in F$, fasse correspondre un élément noté $x \overline{\bigcirc} y$ de G avec les propriétés suivantes :

$x \overline{\bigcirc} y$ dépend linéairement de x et de y ;

si (e_i) et (f_α) sont des bases respectives de E_n et F_p, les $e_i \overline{\bigcirc} f_\alpha$ définissent une base de G (qui est alors de dimension np).

Soit μ l'isomorphisme de $E_n \bigcirc F_p$ sur G défini par :

$$\mu(e_i \bigcirc f_\alpha) = e_i \overline{\bigcirc} f_\alpha$$

on a alors :

$$\mu(x \bigcirc y) = \xi^i \eta^\alpha \mu(e_i \bigcirc f_\alpha) = \xi^i \eta^\alpha (e_i \overline{\bigcirc} f_\alpha) = x \overline{\bigcirc} y.$$

μ ne dépend pas du choix des bases et applique $x \bigcirc y$ sur $x \overline{\bigcirc} y$. On

peut dire que la bilinéarité et le théorème des bases définissent le produit tensoriel à un isomorphisme près.

c) Soit E_n, F_p, G_q trois espaces vectoriels, (e_i), (f_α), (g_λ) des bases respectives de ces trois espaces. L'isomorphisme de $(E_n \bigcirc F_p) \bigcirc G_q$ sur $E_n \bigcirc (F_p \bigcirc G_q)$, qui applique la base $(e_i \bigcirc f_\alpha) \bigcirc g_\lambda$ sur la base $e_i \bigcirc (f_\alpha \bigcirc g_\lambda)$, applique $(x \bigcirc y) \bigcirc z$ sur $x \bigcirc (y \bigcirc z)$, $(x \in E_n,\ y \in F_p,\ z \in G_q)$. Il existe ainsi un isomorphisme canonique de $(E_n \bigcirc F_p) \bigcirc G_q$ sur $E_n \bigcirc (F_p \bigcirc G_q)$ qui nous permet d'identifier ces deux espaces, le produit tensoriel de trois vecteurs étant alors *associatif*.

III. Algèbre tensorielle affine en coordonnées rectilignes

7. *Notion de tenseur affine.*

Etant donné un espace vectoriel E_n, on peut effectuer le produit tensoriel de q espaces identiques à E_n. On obtient ainsi q^e puissance tensorielle $E_n^{(q)}$. A E_n, adjoignons son espace dual E_n^*.

On appelle tenseur affine attaché à E_n *tout élément des espaces vectoriels obtenus en effectuant le produit tensoriel de q espaces vectoriels identiques à* E_n *ou à son dual.*

Le tenseur envisagé est dit d'ordre q. Si dans le produit tensoriel considéré figurent r espaces identiques à E_n et s espaces identiques à $E_n^*(r + s = q)$, le tenseur est dit *r fois contravariant et s fois covariant.* Dans la suite, pour éviter d'alourdir les notations, nous raisonnerons sur des exemples.

a) Considérons par exemple l'espace $E_n^{(2)} \bigcirc E_n^*$. Si (e_i) est une base de E_n, nous conviendrons de rapporter E_n^* à la base duale (θ^k) et les produits tensoriels d'espaces identiques à E_n et E_n^* aux bases déduites par produit tensoriel à partir des deux bases précédentes. C'est ainsi que nous rapporterons $E_n^{(2)} \bigcirc E_n^*$ à la base définie par les éléments :

$$e_i \bigcirc e_j \bigcirc \theta^k. \qquad (7.1)$$

Soit t un élément de $E_n^{(2)} \bigcirc E_n^*$. Afin de conserver la convention de sommation, il convient de représenter les composantes de t relativement à cette base par la notation $\tau^{ij}{}_k$; on a ainsi :

$$t = \tau^{ij}{}_k e_i \bigcirc e_j \bigcirc \theta^k.$$

La simple inspection des composantes d'un tenseur indique combien de fois il est contravariant ou covariant. Un indice supérieur dans $\tau^{ij}{}_k$ sera dit contravariant, un indice inférieur covariant.

b) Si à la base (e_i) de E_n on substitue une nouvelle base $(e_{a'})$, comment se transforment les composantes d'un tenseur ? On a :

$$t = \tau^{a'b'}{}_{c'}\, e_{a'} \bigcirc e_{b'} \bigcirc \theta^{c'}$$

avec :

$$e_{a'} = A^i{}_{a'}\, e^i, \quad e_{b'} = A^j{}_{b'}\, e^j, \quad \theta^{c'} = A^{i'}_k\, \theta^k$$

Par suite :

$$\tau^{ij}_k\, e_i \bigcirc e_j \bigcirc \theta^k = A^i_{a'}\, A^j_{b'}\, A^{c'}_k\, \tau^{a'b'}_{c'}\, e_i \bigcirc e_j \bigcirc \theta^k$$

En égalant de part et d'autre les coefficients de (7.1), il vient :

$$(7.2)\quad \tau^{ij}_{k} = A^{i}_{a'} A^{j}_{b'} A^{c'}_{k} \tau^{a'b'}_{c'}$$

et en inversant le rôle, deux bases :

$$(7.3)\quad \tau^{a'b'}_{c'} = A^{a'}_{i} A^{b'}_{j} A^{k}_{c'} \tau^{ij}_{k}.$$

On voit comment se trouve justifiée la dénomination de contravariant ou de covariant donnée aux indices.

Les formules (7.2), (7.3) peuvent être interprétées de la manière suivante : supposons qu'à toute base (e_i) de E_n soit associé un système de n^3 quantités τ^{ij}_{k} se transformant dans un changement de base selon la règle (7.2), (7.3) ; à ce système de quantités, on peut associer un tenseur t qui admet les τ^{ij}_{k} comme composantes par rapport à la base (e_i) ; d'après la loi de transformation, les systèmes de quantités envisagés définissent par rapport à n'importe quelle base le même tenseur t.

c) (7.2) (7.3) donne un exemple de *critère de tensorialité,* c'est-à-dire la condition nécessaire et suffisante pour que les systèmes de quantités attachées aux différentes bases de E_n soient les composantes d'un même tenseur. On déduit immédiatement de (7.2) le critère suivant : pour que les (τ^{ij}_{k}) attachés aux différentes bases e_i de E_n soient les composantes d'un tenseur, il faut et il suffit que, quels que soient les vecteurs x, y de E^{*}_{n} (vecteurs « covariants ») et z de E_n (vecteur « contravariant ») de composantes respectives ξ_i, η_j, ζ^k, le nombre :

$$\tau^{ij}{}_{k}\xi_i\eta_j\zeta^k$$

soit invariant par changement de base. Cette condition est aussi nécessaire et suffisante pour que, quels que soient y et z, les quantités :

$$\tau^{ij}{}_{k}\eta_j\zeta^k$$

soient les composantes d'un vecteur contravariant, ce qui fournit une autre forme de critère de tensorialité.

8. *Algèbre tensorielle affine.*

Nous avons rencontré, chemin faisant, des opérations qui, de tenseurs connus, permettent de déduire de nouveaux tenseurs. Passons-les en revue :

a) *Addition tensorielle.*

Etant donnés deux tenseurs *de même type,* c'est-à-dire éléments du même espace vectoriel, par exemple $E^{(2)}_{n} \bigcirc E^{*}_{n}$, l'addition dans cet espace leur fait correspondre un troisième tenseur de même type qui est leur somme ; ses composantes sont les sommes des composantes homologues.

b) *Produit tensoriel.*

Etant donnés deux tenseurs quelconques, le produit tensoriel leur fait correspondre un troisième tenseur. Si τ^{ij}_{k} et ξ^l sont les composantes de deux termes, le produit tensoriel a pour composantes les produits :

$$\tau^{ij}{}_{k}{}^{l} = \tau^{ij}_{k}\xi^l.$$

Un tenseur étant élément d'un espace vectoriel, on peut le mutiplier par un scalaire ; cette multiplication apparaît comme un cas particulier

du produit tensoriel à condition d'envisager le scalaire comme un tenseur d'ordre 0 et de poser $E_n^{0)} = k$.

9. *Contraction.*

Soit t un tenseur de type (1,1) élément de $E_n \bigcirc E_n^*$ dont nous désignons par τ^i_j les composantes. Un tel tenseur définit un opérateur linéaire f de E_n : à tout vecteur x de composantes ξ^j associons le vecteur :

$$f : \xi^j \longrightarrow \tau^i_j \xi^j.$$

La matrice représentative de f dans la base (e_i) est (τ^i_j) et la *trace* τ^i_i de cette matrice ne dépend que de l'opérateur f et non de la base choisie puisqu'elle donne la somme des valeurs propres de f. Ainsi, τ^i_i est un scalaire invariant par changement de base, comme on pouvait le vérifier sur les formules analogues à (7.2).

Plus généralement, les τ^{ij}_k sont les composantes d'un tenseur, les τ^{ij}_j sont les composantes d'un vecteur contravariant ; il suffit pour le voir de se ramener à un tenseur de type (1,1) en introduisant un (ou généralement plusieurs) vecteur x de composantes ξ_i et en raisonnant sur $\tau^{ij}_k \xi_i$.

On appelle *contraction* l'opération qui consiste, après avoir choisi deux indices d'espèce différente, à les égaler et à sommer par rapport à cet indice deux fois répété. La contraction transforme un tenseur d'ordre q en un tenseur d'ordre $q - 2$. On utilise fréquemment dans la pratique des combinaisons du produit tensoriel et de la contraction ; on obtient ainsi le produit contracté. La considération des quantités $\tau^{ij}_k \xi_i$, $\tau^{ij}_k \xi_i \eta_j \zeta^k$ nous fournit des exemples de produits une ou plusieurs fois contractés.

10. *Tenseurs symétriques ou antisymétriques.*

Nous abandonnons dans la suite la convention faite jusqu'à présent de désigner les nombres réels par des lettres grecques. Soit t un tenseur contravariant d'ordre 2 dont nous désignerons les composantes par t^{ij}. Supposons que, dans une base déterminée, elles soient symétriques : $t^{ij} = t^{ji}$. En changeant de base, il vient :

$$t^{a'b'} = A^{a'}_i A^{b'}_j t^{ij} = A^{a'}_i A^{b'}_j t^{ji} = t^{b'a'}.$$

Ainsi, cette symétrie est *une propriété du tenseur* et non de ses composantes par rapport à telle ou telle base. On définirait de même un tenseur contravariant d'ordre 2 *antisymétrique*, un tenseur covariant d'ordre 2 symétrique ou antisymétrique. Les mêmes considérations sont valables pour tout couple de deux indices, tous deux contravariants ou tous deux covariants d'un tenseur d'ordre quelconque.

11. *Eléments d'algèbre extérieure.*

Les tenseurs, soit contravariants, soit covariants, d'ordre q $(0 \leqslant q \leqslant n)$, antisymétriques par rapport à tous les couples d'indices, jouent un rôle important dans beaucoup de théories mathématiques ou physiques. A ceux qui sont covariants, on donne le nom de *forme extérieure* d'ordre q ou q-formes ; les 0-formes sont bien entendu les scalaires et les 1-formes, les formes linéaires.

A chaque base (e_i), associons le système des quantités $\delta^{i_1 \dots i_q}_{j_1 \dots j_q}$ définies de la manière suivante :

a) Ces quantités valent $+1$ si la suite des j est une permutation paire de la suite des i supposés tous distincts.

b) Ces quantités valent -1 si la suite des j est une permutation impaire de la suite des i supposés tous distincts.

c) Elles valent 0 dans tous les autres cas.

Il est aisé de vérifier que ce sont les composantes d'un tenseur q fois covariant et q fois contravariant, antisymétrique par rapport aux indices inférieurs, antisymétrique par rapport aux indices supérieurs. A ce tenseur, on donne le nom de *tenseur de Kronecker*.

Sur les tenseurs antisymétriques covariants (resp. contravariants), on peut définir une opération nouvelle, *le produit extérieur*, en antisymétrisant le produit tensoriel au moyen du tenseur de Kronecker. Si α est une q-forme de composantes $\alpha_{i_1 \dots i_q}$ et β une q'-forme de composantes $\beta_{j_1 \dots j_{q'}}$, le produit extérieur $\alpha \Lambda \beta$ sera la $(q + q')$-forme de composantes :

$$(11.1) \qquad (\alpha \Lambda \beta)_{k_1 \dots k_{q+q'}} = \frac{1}{q!\,q'!} \delta^{i_1 \dots i_q j_1 \dots j_{q'}}_{k_1 \dots k_{q+q'}} \alpha_{i_1 \dots i_q} \beta_{j_1 \dots j_{q'}}$$

On établit facilement que ce produit extérieur est bilinéaire, *associatif* et satisfait à loi de commutation :

$$\alpha \Lambda \beta = (-1)^{qq'} \beta \Lambda \alpha.$$

Compte tenu de l'antisymétrie, une q-forme peut être définie, non par ses n^q composantes, mais par C_n^q composantes convenables. Une n-forme sera ainsi définie par sa seule composante $\tau = \eta_{1,2 \dots n}$ puisque :

$$\eta_{i_1 \dots i_n} = \delta^{1 \dots n}_{i_1 \dots i_n} \eta_{1,2 \dots n}$$

A $\tau = \eta_{1 \dots n}$, on donne le nom de *composante stricte* de la n-forme.

Dans un changement de base :

$$\eta_{1'2' \dots n'} = A^{i_1}_{1'} \dots A^{i_n}_{n'} \eta_{i_1 \dots i_n} = A^{i_1}_{1'} \dots A^{i_n}_{n'} \delta^{1,2 \dots n}_{i_1 \dots i_n} \eta_{1,2 \dots n}$$

Nous voyons apparaître, d'après l'expression de son développement, le déterminant $\Delta = \det(A^i_j)$, et il vient :

$$(11.2) \qquad \tau' = \Delta \tau.$$

On peut en déduire que si, à chaque base, on associe un nombre τ, ces nombres seront les composantes strictes d'une n-forme déterminée si, dans un changement de base, (11.2) est satisfaite.

IV. Algèbre tensorielle euclidienne

12. *Notion d'espace vectoriel euclidien.*

Un espace euclidien E_n est un espace vectoriel muni d'un *produit scalaire*, c'est-à-dire d'une loi de composition qui, à toute paire (x, y) de vecteurs de E_n fait correspondre un réel $x.y$ avec les propriétés suivantes :

a) $x.y = y.x$ (commutativité) ;
b) $x.y$ dépend linéairement de x et de y ;
c) $x.y = 0$ quel que soit x entraîne $y = 0$.

A tout vecteur x, le produit scalaire $x.y$ fait correspondre une forme linéaire x^* telle que $x^*(y) = x.y$. L'application de E_n dans E_n^* définie par $x \rightarrow x^*$ est manifestement linéaire. Si $x \in E_n$ a pour image la forme 0, $x = 0$ d'après *c*). Par suite, nous avons obtenu *un isomorphisme entre* E_n *et* E_n^*, *canonique par la structure d'espace vectoriel euclidien*. Nous désignerons par f l'isomorphisme de E_n^* sur E_n ainsi défini.

Si E_n est rapporté à une base (e_i), $x = x^i e_i$, $y = y^j e_j$, et d'après *b*) :

$$x.y = x^i y^j e_i.e_j = g_{ij} x^i y^j \qquad (g_{ij} = e_i.e_j).$$

D'après *a*), g_{ij} est symétrique en i et j ; d'après *c*), $g = \text{dét}\,(g_{ij}) \neq 0$. D'un critère de tensorialité cité, il résulte que g_{ij} définit un tenseur symétrique : le *tenseur fondamental*.

La forme linéaire x^* a pour composantes dans la base duale les n nombres :

$$(12.1) \qquad x_i = g_{ij} x^j = e_i e_j x^j = x.e_i.$$

Inversement, si (g^{ij}) désigne la matrice inverse de (g_{ij}) :

$$(12.2) \qquad x^i = g^{ij} x_j.$$

Aux x_i, on donne le nom de *composantes covariantes* du vecteur x par opposition aux x^i qui en sont les composantes contravariantes. Dans un changement de base, les x_i se transforment comme les composantes d'une forme linéaire, c'est-à-dire de manière covariante.

Par le théorème 2 du § 5, le produit tensoriel $\widetilde{f}$ de l'isomorphisme identique $E_n \rightarrow E_n$ et de l'isomorphisme f : $E_n^* \rightarrow E_n$ définit un isomorphisme de $E_n \bigcirc E_n^*$ sur $E_n^{(2)}$ tel que :

$$(12.3) \qquad \widetilde{f}(x \bigcirc y^*) = x \bigcirc f(y^*).$$

Un élément t de $E_n^{(2)}$ sera dit *un tenseur euclidien* d'ordre 2. L'élément correspondant t^* de $E_n \bigcirc E_n^*$ sera identifié avec lui et ses composantes seront dites *composantes mixtes de* t. Si $t^* = x \bigcirc y^*$, on a : $t = x \bigcirc y$ d'après (12.3) et :

$$t^i{}_j = x^i y_j \qquad t^{ij} = x^i y^j.$$

De (12.1) et (12.2) résulte :

$$(12.4) \qquad t^i{}_j = g_{jh} t^{ih} \qquad t^{ij} = g^{jh} t^i{}_h,$$

et, par linéarité, ces relations sont valables pour tout élément de $E_n^{(2)}$. Ces considérations s'étendent à $E_n^* \bigcirc E_n$ et $E_n^{*(2)}$; un tenseur euclidien d'ordre 2 admet ainsi deux jeux de composantes mixtes fournies par (12.4) et

$$(12.5) \qquad t_i{}^j = g_{ih} t^{hj} \qquad t^{ij} = g^{ih} t_h{}^j.$$

Il admet un jeu de composantes covariantes :

$$(12.6) \qquad t_{ij} = g_{ih} t^h{}_j = g_{ih} g_{jk} t^{hk}.$$

En ce qui concerne le tenseur fondamental, ses composantes mixtes sont $g^i_j = \delta^i_j$ et ses composantes contravariantes les g^{ij}.

Les considérations précédentes relatives à $E^{(2}_n$ s'étendent immédiatement à $E^{(4)}_n$: ainsi un tenseur euclidien admet différentes composantes contravariantes, mixtes ou covariantes, se déduisant les unes des autres par produit contracté par le tenseur fondamental.

13. *Orthogonalité et norme.*

$x, y \in E_n$ sont dits *orthogonaux* si $x.y = 0$. Le carré x^2 du vecteur x :

$$(13.1) \qquad x^2 = x.x = g_{ij}x^i x^j$$

peut être en général positif, nul ou négatif. Il en est ainsi en relativité où la forme quadratique fondamentale est de type hyperbolique.

L'espace est dit *proprement euclidien* si, comme en géométrie élémentaire, la forme quadratique (13.1) est définie positive.

Une base orthonormée de E_n est une base (e_i) telle que :

$$e_i.e_j = 0 \quad \text{pour } i \neq j \qquad |e_i^2| = 1.$$

Il existe toujours de telles bases, les directions de vecteurs correspondants se trouvant définies par un système de n directions non isotropes 2 à 2 conjuguées par rapport au cône $x^2 = 0$.

14. *Elément de volume. Tenseur adjoint.*

En géométrie élémentaire, le carré du volume V du parallélépipède construit sur trois vecteurs (e_1, e_2, e_3) est donné par :

$$V^2 = \det(e_i.e_j) = \det(g_{ij}) = g.$$

a) Dans l'espace vectoriel euclidien E_n, étudions donc comment se transforme g dans un changement de base. De

$$g_{a'b'} = A^i_{a'} A^j_{b'} g_{ij}$$

et de la formule de produit des déterminants, on déduit :

$$g' = \Delta^2 g \qquad \left[\Delta = \det\left(A^i_{a'}\right)\right]$$

Par suite :

$$(14.1) \qquad \sqrt{|g'|} = |\Delta| \sqrt{|g|}.$$

D'autre part, de $e_{a'} = A^i_{a'} e_i$, on déduit que les bases d'un espace vectoriel E_n peuvent être rangées en deux classes telles que le déterminant Δ relatif à la matrice de passage soit positif pour deux bases de même classe, négatif dans le cas contraire.

Orienter E_n, c'est associer à chaque base un nombre ε dont la valeur sera 1 pour les bases d'une classe, —1 pour celles de l'autre ; si ε correspond à (e_i) et ε' à $(e_{a'})$:

$$\varepsilon' = \varepsilon \frac{\Delta}{|\Delta|}.$$

On en déduit que, pour E_n orienté :

$$(14.2) \qquad \varepsilon' \sqrt{|g'|} = \Delta \varepsilon \sqrt{|g|}.$$

De (14.2), il résulte que les $\varepsilon\sqrt{|g|}$ sont les composantes strictes d'une n-forme η à laquelle on donne le nom de *forme élément de volume* pour E_n orienté.

b) Si α de composantes $\alpha i_1 \dots i_q$ est un tenseur antisymétrique d'ordre q ($0 \leqslant q \leqslant n$), on peut lui associer au moyen de η un tenseur antisymétrique d'ordre $(n-q)$ noté $*\alpha$ et appelé son adjoint ; par définition :

$$(14.3) \qquad (*\alpha)_{i_{q+1} \dots i_n} = \frac{1}{q!} \eta_{i_1 \dots i_q i_{q+1} \dots i_n} \alpha^{i_1 \dots i_q}$$

On établit aisément :

$$(14.4) \qquad **\alpha = \frac{q}{|g|} (-1)^{q(n-q)} \alpha$$

c) Plaçons-nous dans l'espace euclidien E_3 de la géométrie ordinaire. Le produit extérieur $x \Lambda y$ de deux vecteurs est le produit tensoriel antisymétrique ; c'est le tenseur de composantes :

$$P^{ij} = x^i y^j - x^j y^i.$$

Il admet un vecteur adjoint de composantes :

$$(14.5) \qquad [*(x \Lambda y)]_k = \frac{1}{2} \eta_{ijk} P^{ij}$$

si E_3 est orienté. Il est aisé d'identifier ce vecteur ; adoptons une base orthonormée. Les composantes covariantes et contravariantes sont les mêmes ; $g = 1$ et l'on a :

$$[*x \Lambda y]^1 = P^{23} = x^2 y^3 - x^3 y^2, \text{ etc...}$$

Le vecteur obtenu est donc ce qu'on nomme *le produit vectoriel* de x et y. On voit que l'existence d'un tel produit est lié à la dimension 3.

V. Espace affine et euclidien

15. *Espace affine, espace euclidien.*

a) Donnons-nous un ensemble $\mathcal{E}$ dont les éléments seront appelés points. Supposons qu'à tout couple (M, P) de deux points de $\mathcal{E}$ on puisse associer un vecteur noté $\overrightarrow{MP}$ d'un espace vectoriel E_n, la correspondance jouissant des propriétés suivantes :

$\overrightarrow{MP} = -\overrightarrow{PM}$, $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{QM}$,

O étant un point arbitraire de $\mathcal{E}$, à tout $x \in E_n$ correspond un point M et un seul tel que $\overrightarrow{OM} = x$.

Lorsqu'il en est ainsi, $\mathcal{E}$ est dit admettre une structure d'*espace affine* de dimension n et nous le noterons $\mathcal{E}_n$. E_n est dit l'espace vectoriel associé. Si E_n admet une structure d'espace vectoriel euclidien, on dit que $\mathcal{E}_n$ est un espace ponctuel euclidien ou — brièvement — un *espace euclidien*.

Tout espace vectoriel E_n admet une structure naturelle d'espace affine dont E_n lui-même est l'espace vectoriel associé ; si a, b sont deux points de E_n, il suffit de faire correspondre à ce couple le vecteur b-a.

b) Un repère de $\mathcal{E}_n$ est l'ensemble d'un point O de $\mathcal{E}_n$ et d'une base (e_i) de E_n. On appelle *coordonnées* d'un point M de $\mathcal{E}_n$ par rapport

au repère (O, e_i) les composantes x^i du vecteur $\overrightarrow{OM}$ par rapport à (e_i). On définit ainsi une application biunivoque f de $\mathcal{E}_n$ sur R^n. Dans un changement de repère, les coordonnées de tout point subissent une même transformation du groupe affine et

$$\frac{\partial x^i}{\partial x^{a'}} = A^i_{a'} = \text{const.}$$

Par l'application f relative à un repère, nous pouvons donner à $\mathcal{E}_n$ la topologie image de celle de R^n ; on voit immédiatement que cette topologie ne dépend pas du choix du repère ayant servi à définir f ; $\mathcal{E}_n$ se trouve ainsi défini dans la suite comme *espace topologique* homéomorphe à R^n.

16. *Champ de tenseurs.*

Supposons qu'à chaque point M d'un domaine D de $\mathcal{E}_n$ nous associons un tenseur de type fixe, élément par exemple de $E_n \bigcirc E_n^*$. Nous définissons ainsi sur D un *champ de tenseurs* de ce type. Rapportons $\mathcal{E}_n$ au repère (O, e_i) et par suite E_n à la base (e_i). Les composantes $t^i_j(M)$ du tenseur $t(M)$ envisagé sont des fonctions des coordonnées x^i de M ; si ces fonctions sont p fois continûment différentiables, il en est de même après changement de repère, puisque :

$$t^{a'}_{b'} = A^{a'}_i A^j_{b'} t^i_j \qquad (16.1)$$

où les A sont des constantes. Le champ de tenseurs envisagé est dit de classe C^p.

Dérivons les deux membres de (16.1) par rapport à $x^{c'}$. Il vient, d'après la règle de dérivation des fonctions composées :

$$\partial_{c'} t^{a'}_{b'} = A^{a'}_i A^j_{b'} A^k_{c'} \partial_k t^i_j \qquad \partial_k = \frac{\partial}{\partial x^k} \qquad (16.2)$$

(16.2) exprime que les $\delta_k t^i_j$ sont les composantes d'un nouveau tenseur une fois de plus covariant. C'est le *tenseur dérivé* du champ dont les composantes sont *en coordonnées rectilignes* les dérivées des composantes. Il n'en serait plus de même si les $A^{a'}_i$ dépendaient des coordonnées, ce qui serait le cas pour des coordonnées curvilignes.

Soit φ une fonction à valeurs scalaires, V^i, W_i des champs de vecteurs respectivement contravariants et covariants définis sur D. On voit qu'en coordonnées rectilignes :

$$\text{grad}_i\ \varphi = \partial_i \varphi, \quad \text{div. } V = \partial_i V^i, \quad (\text{rot. } W)_{ij} = \partial_i W_j - \partial_j W_i,$$

définissant respectivement un *vecteur covariant*, un *scalaire* et un *tenseur* rotationnel antisymétrique. Ce n'est que pour $n = 3$ qu'on peut représenter ce tenseur au moyen du vecteur adjoint.

17. *Groupes d'automorphismes.*

Le groupe des automorphismes d'un espace vectoriel E_n est le groupe linéaire GL(n) qui applique une base donnée sur une base arbitraire. Celui des automorphismes d'un espace vectoriel euclidien est le groupe des matrices orthogonales (pour un espace proprement euclidien) ou pseudo-orthogonales qui applique une base orthonormée sur une autre base orthonormée. On obtiendra les groupes d'orthomorphismes

des espaces ponctuels affines ou euclidiens en composant les groupes précédents avec les translations $\overline{MN} = x$; on a ainsi pour $\mathcal{G}_n$ le groupe affine et le groupe des « déplacements ».

Ces différents groupes peuvent être aussi interprétés comme les groupes définissant les transformations des composantes (resp. des coordonnées) par changement de base (resp. de repère), soit quelconque, soit orthonormé.

VI. Application a la relativité restreinte

18. *Principe de constance de la vitesse de la lumière.*

Je n'entrerai pas ici dans le détail des justifications physiques qui ont conduit Minkowski et Einstein à l'énoncé des postulats de la relativité restreinte. Je m'efforcerai plutôt d'atteindre rapidement ces postulats et de développer certaines de leurs conséquences, en particulier celles relatives à l'électromagnétisme.

A la suite, d'une part des résultats de la célèbre expérience de Michelson, en liaison d'autre part avec les graves difficultés que présentait l'électrodynamique des corps en mouvement, Einstein a été conduit, en 1905, à énoncer un principe de constance de vitesse de la lumière, que je préfère énoncer désormais de la manière suivante, résolument contraire à toute conception classique des vitesses :

Il existe une vitesse c telle que, observée dans tous les systèmes galiléens, elle conserve, quelle que soit sa direction et son sens, la même grandeur c. Cette vitesse est physiquement réalisée par la vitesse de la lumière dans le vide.

Je rappelle que, classiquement, un système galiléen est un système de coordonnées en mouvement de translation rectiligne et uniforme relativement à un repère par rapport auquel la force vive de l'univers est minima. En mécanique du système solaire, un système galiléen est réalisé, par exemple, avec une grande approximation, par un système ayant pour origine le centre de gravité du système solaire et des directions fixes par rapport aux étoiles.

Le principe précédent rend compte, *ipso facto*, du résultat de l'expérience de Michelson. Il nous faut maintenant étudier ses conséquences.

19. *Le groupe de Lorentz.*

En dynamique classique, l'étude des systèmes à liaison dépendant du temps et n degrés de liberté conduit à représenter les mouvements dans une variété V_{n+1} dite l'espace-temps de configuration. De même, pour représenter les phénomènes de la mécanique et de l'électromagnétisme qui se produisent dans le monde, il est naturel d'avoir recours à une variété V_4 à 4 dimensions, 3 d'espace et une de temps, telle qu'à chacun de ses points corresponde un événement. C'est la variété *espace-temps* ou *univers*.

En théorie de la relativité restreinte, nous supposons qu'on peut rapporter V_4 à des coordonnées galiléennes définies de la manière suivante : soit (x, y, z) les coordonnées d'un point d'espace par rapport à

un repère galiléen d'espace orthonormé ; le principe de la constance de la vitesse c fournit en fait, comme nous allons le voir, une définition du temps associé, dans ce système galiléen, à un événement ayant lieu au point (x, y, z). Les coordonnées (t, x, y, z), ou x^α ($\alpha = 0, 1, 2, 3$), sont dites un système de coordonnées galiléennes pour V_4.

Nous nous proposons d'étudier quelles sont les formules :

$$x^{\lambda'} = h^{\lambda'}(x^\alpha) \tag{19.1}$$

qui font passer d'un système de coordonnées galiléennes à un autre, le second repère étant animé par rapport au premier d'une vitesse v. Bien entendu, si $v = 0$, (19.1) doit définir un *déplacement purement spacial accompagné au plus d'un changement d'origine dans le temps*. C'est ce que nous appellerons une *transformation triviale*.

Dans le système galiléen (t, x, y, z), l'espace admet la métrique :

$$d\sigma^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2.$$

Un mouvement à la vitesse c satisfait à :

$$\frac{d\sigma^2}{dt^2} = c^2,$$

c'est-à-dire est tel que l'expression :

$$ds^2 = c^2dt^2 - d\sigma^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \tag{19.2}$$

soit nulle. Alors, la même expression évaluée dans le second système galiléen :

$$ds'^2 = c^2dt'^2 - d\sigma'^2 = c^2dt'^2 - dx'^2 - dy'^2 - dz'^2 \tag{19.3}$$

doit aussi être nulle et réciproquement. Ainsi, ds'^2 et ds^2 doivent être proportionnelles. On démontre que les seules transformations pouvant convenir au problème posé sont celles pour lesquelles $ds'^2 = ds^2$ et où par suite nécessairement les $h^{\lambda'}$ sont affines.

Composées de manière naturelle, les transformations de coordonnées qui satisfont :

$$ds'^2 = ds^2 \tag{19.4}$$

définissent manifestement un groupe, le *groupe général de Lorentz*. Ce groupe comprend naturellement les transformations triviales. Nous allons indiquer une transformation particulière qui, composée avec les transformations triviales, engendre la transformation la plus générale du groupe de Lorentz.

En utilisant les transformations triviales, on peut supposer les $h^{\lambda'}$ linéaires et remplacer les deux repères d'espace envisagés au repos respectivement par rapport à chacun d'eux et tels que $O'x'$ glisse au cours du mouvement avec la vitesse v sur l'axe Ox, les axes $O'y'$ et $O'z'$ restant respectivement parallèles à Oy et Oz. On a alors $y' = y$, $z' = z$ et (19.4) se réduit à : $c^2dt'^2 - dx'^2 = c^2dt^2 - dx^2$.

Si $u = ict$, $u' = ict'$, la transformation étudiée est :

$$x' = x\cos\varphi + u\sin\varphi, \qquad u' = -x\sin\varphi + u\cos\varphi,$$

où $\cos\varphi$ est réel et $\sin\varphi$ imaginaire pur. Posons :

$$\operatorname{tg}\varphi = i\,\frac{v}{c}$$

où v est un paramètre ayant la dimension d'une vitesse et que nous identifierons *a posteriori* avec la vitesse relative des repères. Nous poserons $\beta = \frac{v}{c}$. Il vient :

$$\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad \sin\varphi = \frac{i\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

et par suite :

$$(19.5) \qquad x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad t' = \frac{t - \beta\frac{x}{c}}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (y' = y,\ z' = z).$$

(19.5) définit *la transformation spéciale de Lorentz.* Il est clair par (19.5) *que v, nécessairement inférieur à c en valeur absolue,* est tel que tout point lié au second repère est animé par rapport au premier d'un mouvement rectiligne et uniforme de vitesse v parallèlement à Ox. Pour β très petit, on retrouve des équations classiques.

20. *L'espace-temps de Minkowski.*

L'identité (19.4) exprime que, pour deux événements infiniment voisins, ds^2 a même valeur dans tous les systèmes galiléens. L'élément primitif de la relativité restreinte, tel qu'il a été introduit par Minkowski, est par suite l'espace-temps $\mathcal{E}_4$ conçu comme *un espace ponctuel euclidien* muni de la métrique de type hyperbolique à un carré positif et trois carrés négatifs définie par ds^2. A ds^2, on donne le nom d'intervalle élémentaire. Le groupe de Lorentz n'est autre que le groupe des déplacements de l'espace-temps de Minkowski.

Une direction de $\mathcal{E}_4$ telle que $ds^2 > 0$ est dite orientée dans le temps ; pour $ds^2 < 0$, elle est dite orientée dans l'espace. A tout mouvement correspond nécessairement à chaque instant une vitesse inférieure à c et par suite une trajectoire Γ dans l'espace-temps dont toutes les tangentes sont orientées dans le temps.

La physique de la relativité restreinte repose sur la géométrie de l'espace-temps de Minkowski. Indiquons par exemple l'équation fondamentale de la dynamique en relativité restreinte. Nous supposons $\mathcal{E}_4$ rapporté à des coordonnées rectilignes arbitraires (x^α) $(\alpha = 0, 1, 2, 3)$; au point P de la trajectoire spatio-temporelle Γ, considérons le vecteur unitaire de $\mathcal{E}_4$ tangent à Γ. Au vecteur de composantes

$$u^\alpha = \frac{dx^\alpha}{ds}$$

on donne le nom de *vecteur vitesse unitaire.*

Si l'inertie de la particule matérielle envisagée est caractérisée par un paramètre m_0, « la masse au repos », l'équation fondamentale de la dynamique s'écrit :

$$(20.1) \qquad m_0 c^2 \frac{du^\alpha}{ds} = \Phi^\alpha$$

où les Φ^α sont les composantes d'un « vecteur force généralisé » ; u^α étant unitaire :

$$\Phi^\alpha u_\alpha = 0$$

de telle sorte que la force d'univers est constamment orthogonale au vecteur vitesse unitaire.

En traduisant (20.1) en coordonnées galiléennes, on obtient les équations d'espace :

$$\frac{dt}{d}\frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}} = \vec{f}, \quad \frac{dt}{d}\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \vec{f}\,\vec{v} \quad (f^i = \Phi^i\sqrt{1-\beta^2},\ i=1,2,3).$$

qui mettent en évidence la masse apparente $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$. Ces équations ont été vérifiées expérimentalement dans les accélérateurs de particules.

21. *Les équations de Maxwell-Lorentz.*

La théorie de Maxwell pour le vide et la théorie des électrons de Maxwell-Lorentz font intervenir un champ électromagnétique variable avec le temps défini par un vecteur d'espace champ électrique $\vec{E}$ et un vecteur d'espace champ magnétique $\vec{H}$, cette représentation n'étant bien adaptée qu'à l'étude des transformations triviales.

Le champ électromagnétique ainsi défini est régi par les célèbres équations de Maxwell-Lorentz. La mise de ces équations sous une forme tensorielle simple dans l'espace-temps a seule permis une intelligence complète de l'électrodynamique des corps en mouvement.

Pour simplifier les notations, nous adoptons des unités telles que $c = 1$. Si $\mathcal{E}_4$ est rapporté à des coordonnées galiléennes, sa métrique prend la forme :

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

et l'espace-temps se trouve rapporté à un repère orthonormé. On sait que $\vec{E}$ et $\vec{H}$ (respectivement champ électrique et champ magnétique) peuvent être définis à partir d'un potentiel-vecteur d'espace $\vec{A}$ et d'un potentiel scalaire Φ par les relations :

$$(21.1) \qquad \vec{H} = \overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{A}, \quad \vec{E} = \overrightarrow{\text{grad}}\,\Phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

Considérons le vecteur d'univers φ_α de composantes covariantes :

$$\varphi_0 = \Phi, \quad \varphi_1 = A_x, \quad \varphi_2 = A_y, \quad \varphi_3 = A_z.$$

Si $\vec{H}$ a pour composantes L, M, N et si $\vec{E}$ a pour composantes X, Y, Z, (21.1) peut s'écrire :

$$\begin{cases} L = \partial_2\varphi_3 - \partial_3\varphi_2 \\ M = \partial_3\varphi_1 - \partial_1\varphi_3 \\ N = \partial_1\varphi_2 - \partial_2\varphi_1 \end{cases} \qquad \begin{cases} X = \partial_1\varphi_0 - \partial_0\varphi_1 \\ Y = \partial_2\varphi_0 - \partial_0\varphi_2 \\ Z = \partial_3\varphi_0 - \partial_0\varphi_3 \end{cases}$$

Nous sommes ainsi conduits à introduire le tenseur antisymétrique de $\mathcal{E}_4$:

$$(21.2) \qquad F_{\alpha\beta} = \partial_\alpha\varphi_\beta - \partial_\beta\varphi_\alpha$$

dont les six composantes distinctes donnent :

$$\begin{cases} X = F_{10} = -F^{10} \\ Y = F_{20} = -F^{20} \\ Z = F_{30} = -F^{30} \end{cases} \qquad \begin{cases} L = F_{23} = F^{23} \\ M = F_{31} = F^{31} \\ N = F_{12} = F^{12} \end{cases}$$

Le tenseur $F_{\alpha\beta}$ qui définira désormais dans l'espace-temps le champ électromagnétique est dit *tenseur champ électromagnétique*. Le vecteur φ_α dont $F_{\alpha\beta}$ est le rotationnel est le *potentiel-vecteur d'univers*. L'introduction du tenseur champ électromagnétique met en évidence l'unité profonde du champ électromagnétique et détruit toute indépendance entre les deux champs électrique et magnétique d'espace. Il est aisé de vérifier qu'après une transformation de Lorentz, le nouveau champ électrique, par exemple, dépend à la fois de l'ancien champ électrique et de l'ancien champ magnétique.

On notera que de (21.1), il résulte par dérivation :

$$\partial_\gamma F_{\alpha\beta} + \partial_\alpha F_{\beta\gamma} + \partial_\beta F_{\gamma\alpha} = 0. \qquad (21.3)$$

On voit immédiatement que ces équations (21.3) ne font que traduire *le premier groupe des équations de Maxwell-Lorentz :*

$$\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{E} + \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = 0, \qquad \text{div}\,\vec{H} = 0. \qquad (21.4)$$

Le second groupe des équations de Maxwell-Lorentz s'écrit :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{H} - \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \mu\vec{V}, \qquad \text{div}\,\vec{E} = \mu \qquad (21.5)$$

où μ est proportionnel à la charge électrique. En projetant la première équation (21.5) sur Ox, on a :

$$\frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{\partial X}{\partial t} = \mu V^1$$

soit :

$$\partial_0 F^{10} + \partial_2 F^{12} + \partial_3 F^{13} = \mu V^1$$

En introduisant le « *courant électrique d'univers* » J^α de composantes μV^i et μ, on voit que (21.5) peut être traduite par les équations :

$$\partial_\beta F^{\alpha\beta} = J^\alpha \qquad (21.6)$$

Par dérivation contractée de (21.6), il vient par suite de la symétrie de $\partial_{\alpha\beta}$ et de l'antisymétrie de $F^{\alpha\beta}$:

$$\partial_\alpha J^\alpha = 0 \qquad (21.7)$$

qui exprime sous forme tensorielle générale *la conservation de l'électricité.*

On voit quelle forme simple et élégante prennent dans l'espace-temps de Minkowski les équations de Maxwell résumées par (21.2) ou (21.3) et (21.6).

II. PAGES A RELIRE

PASCAL, PORT-ROYAL ET LA GÉOMÉTRIE ÉLÉMENTAIRE

Les Messieurs de Port-Royal ont rédigé pour leurs Petites Ecoles d'excellents manuels. Dans leur *Logique*, où ils introduisent la philosophie cartésienne, ils soumettent les Eléments d'Euclide à une critique serrée, reprenant à cet égard la tradition ouverte par Ramus au siècle précédent.

Voici un parallèle entre les règles données par Pascal dans son écrit : « De l'Esprit Géométrique », et celles données dans la « Logique », de Port-Royal.

Pascal

Règles pour les définitions

1° N'entreprendre jamais de définir aucune des choses tellement connues d'elles-mêmes, qu'on n'ait point de termes plus clairs pour les expliquer.

2° N'omettre aucun des termes un peu obscurs ou équivoques sans définitions.

3° N'employer, dans la définition des termes, que des mots parfaitement connus, ou déjà expliqués.

Règles pour les axiomes

1° N'omettre aucun des principes nécessaires sans avoir demandé si on l'accorde, quelque clair et évident qu'il puisse être.

2° Ne demander en axiomes que des choses parfaitement évidentes d'elles-mêmes.

Règles pour les démonstrations

1° N'entreprendre de démontrer aucune des choses qui sont tellement évidentes d'elles-mêmes qu'on n'ait rien de plus clair pour les prouver.

2° Prouver toutes les propositions un peu obscures, et n'employer à leur preuve que des axiomes très évidents ou des propositions déjà accordées ou démontrées.

3° Substituer toujours mentalement les définitions à la place des définis, pour ne pas se tromper par l'équivoque des termes que les définitions ont restreint.

Port-Royal

Deux règles touchant les définitions

1° Ne laisser aucun des termes un peu obscurs ou équivoques sans le définir.

2° N'employer dans les définitions que des termes parfaitement connûs ou déjà expliquez.

Deux règles pour les axiomes

3° Ne demander en axiomes que des choses parfaitement évidentes.

4° Recevoir pour évident ce qui n'a besoin que d'un peu d'attention pour être reconnu véritable.

Deux règles pour les démonstrations

5° Prouver toutes les propositions un peu obscures, en n'employant à leur preuve que les définitions qui auront précédé, ou les axiomes qui auront été accordés, ou les propositions qui auront déjà esté démontrées.

6° N'abuser jamais de l'équivoque des termes, en manquant de substituer mentalement les définitions qui les restreignent & qui les expliquent.

A la suite de conversations entre Antoine Arnauld et Blaise Pascal, ce dernier jeta quelques notes sur les débuts de la Géométrie élémentaire. Elles ont été partiellement retrouvées dans les papiers de Leibniz, sous le titre : *Extrait d'un fragment de l'introduction à la Géométrie de Mons. Pascal.* En voici les principaux passages :

Premiers Principes et Définitions

Principe 1. — L'objet de la pure géométrie est l'espace, dont elle considère la triple étendue en trois sens divers qu'on appelle dimensions; lesquelles on distingue par les noms de longueur, largeur, et profondeur, en donnant indifféremment chacun de ces noms à chacune de ces dimensions, pourveu qu'on ne donne pas le même à deux ensemble. Elle suppose que tous ces termes-là sont connus d'eux-mêmes.

P. 2. — L'espace est infini selon toutes les dimensions.

P. 3. — ...et immobile en tout et en chacune de ses parties.

. . . . . .

P. 7. — Les poincts ne diffèrent que de situation.

P. 8. — Les lignes de situation, de grandeur, de direction et de forme. Les droites par le plus court chemin.

P. 9. — La distance de deux poincts est la ligne droite.

P. 10. — Les surfaces peuvent différer de situation, de longueur, de largeur, de contenu, de direction. Les surfaces planes sont bornées de toutes parts par des lignes droites et qui s'étendent directement de l'une à l'autre... ...Une ligne est égale à une autre quand l'étendue de l'une est égale à celle de l'autre.

Théorèmes connus naturellement

1° Les lignes droites égales entre elles ne diffèrent que de situation : l'une estant quant au reste toute semblable à l'autre.

2° Les cercles qui ont les semi-diamètres égaux sont égaux. Et les cercles égaux ne diffèrent que de situation.

3° Les arcs égaux de mêmes cercles ne diffèrent que de situation.

4° Les Chordes des arcs égaux de deux cercles égaux ou d'un même cercle sont égales entre elles.

5° Tout diamètre divise la circonférence en deux portions égales dont chacune est appelée demy-cercle.

6° L'intersection de deux lignes est un point.

7° Si, par un poinct pris au dedans d'un espace borné de toutes parts par une ou par plusieurs lignes passe une ligne droite infinie, elle coupera les lignes qui bornent cet espace en deux points pour le moins.

8° S'il y a deux poincts, l'un au deçà, l'autre au delà d'une ligne droite, alors une ligne droit qui tend d'un poinct à l'autre, coupe la ligne droite qui est entre deux, en un poinct et en un seul.

9° La ligne droite infinie qui passe par un poinct qui soit au dedans d'un cercle coupe la circonférence en deux poincts et en deux seulement.

10° La circonférence qui passe par deux poincts, l'un au dedans d'un autre cercle, et l'autre au dehors, le coupe en deux poincts et en deux seulement.

11° Si deux circonférences ont réciproquement les poincts de l'une au dedans de l'autre, elles s'entrecouperont en deux poincts, et en deux seulement.

12° Si une circonférence a un de ses poincts au delà d'une ligne droite infinie, et son centre au delà ou dans la même ligne droite, elle coupera la même ligne droite en deux poincts.

Arnauld, qui n'était pas mathématicien, mais théologien, et qui était en philosophie disciple de Descartes, pensa qu'il serait possible de faire mieux que Pascal dans cet essai :

> « Il s'étonna, écrit Nicole, qu'un si grand esprit n'eust pas esté frappé de la confusion qu'il avoit laissée pour ce qui est de la méthode, & cette pensée luy ouvrit en même temps une manière naturelle de disposer toute la Géométrie, les démonstrations s'arrangèrent d'elles mêmes dans son esprit, & tout le corps de l'ouvrage que nous donnons maintenant au public se forma dans son idée. »

Les *Nouveaux Elémens de Géométrie*, qui virent ainsi le jour en 1667, sont le prototype de tous les ouvrages de Géométrie élémentaire parus en France au XVIII^e^ siècle.

On peut dire que depuis leur parution la Géométrie ne fut pratiquement plus enseignée dans notre pays dans l'ordre euclidien.

Un retour partiel à cet ordre devait cependant être réalisé en 1794 par Legendre, tandis que Lacroix restait davantage fidèle à l'ordre de Port-Royal. Tout au cours du XIX^e^ siècle, les divers ouvrages élémentaires se rattachent, soit à la tradition de Legendre, soit à celle de Lacroix, et notre enseignement se ressent encore de cette double influence.

Dans son effort méritoire de retour à une stricte rigueur, Legendre, voulant dépasser Euclide, s'efforça même de démontrer le Postulat de ce dernier. Si ses tentatives répétées se soldèrent finalement par un échec, elles le placent à côté du Père Saccheri (1667-1733) et de Lambert parmi les précurseurs de la Géométrie non euclidienne.

Il n'est peut-être pas inutile de rappeler ici qu'Arnauld, grâce à l'ouvrage de 1667, a lui aussi droit à une place, très modeste, il est vrai, dans la longue liste de ces pionniers.

Jean ITARD.

III. ESSAI

DÉPLACEMENTS ET ORIENTATIONS EN CLASSE DE MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES

Introduction. — La figure (F) est ma chaise, posée normalement sur ses quatre pieds, la figure (F') est une chaise égale empruntée à une salle voisine et couchée sur la table qui me sert de pupitre. Les élèves savent très bien dire où se trouve dans (F') l'homologue M' d'un point M quelconque « appartenant » à la figure (F) ; nous avons une transformation ponctuelle. Une troisième chaise permet de définir le produit de deux déplacements (elle est seulement imaginée) ; le « passage » de (F) à (F'), puis de (F') à (F) nous donne la transformation identique comme produit des deux transformations inverses. Le point M de la salle, je peux comme ci-dessus l'attribuer à (F), mais aussi à (F'), il est alors l'homologue d'un point N de (F).

Homologue d'une droite. — Une droite D quelconque de (F) a pour homologue une droite D' de (F'). Je dessine sur le tableau les droites D et D', je marque un point A de D et je suppose que je connais son homologue A' ; je marque ensuite un autre point M de D et je me propose de construire M'. Je connais la longueur $A'M' = AM$ (je ne dis pas la mesure) ; c'est à partir du point A' que je dois porter ma longueur : les deux points A' et M' ne jouent pas le même rôle. Je suis amené à ordonner (ou à orienter) mon segment ; je représenterai le segment orienté par le symbole $\overline{A'M'}$ (pas question ici non plus de mesure algébrique). Reste à savoir de quel côté il convient de porter mon segment orienté. La question serait résolue si je savais comment se correspondent les demi-droites d'origine A et A' ; mais cela ne me satisferait pas entièrement, car M peut avoir à jouer le rôle actuellement donné à A. Les élèves m'accordent volontiers que l'ensemble des segments orientés de D peut être partagé en deux classes : la classe de ceux qui ont « même sens » que la demi-droite $\overrightarrow{A\lambda}$ et celle de ceux qui ont le même sens que la demi-droite opposée $\overrightarrow{A\lambda_1}$; ils m'accordent aussi que si deux segments de D ont (ou n'ont pas), le même sens, il en est de même des segments orientés homologues. Nous allons *orienter* la droite D : orienter la droite c'est ordonner cet ensemble composé de deux éléments : nous dirons 1re classe et 2e classe. La 1re classe de $\overrightarrow{D'}$ sera constituée par les segments orientés homologues des segments de la 1re classe choisie sur $\overrightarrow{D}$. Pratiquement, pour orienter une droite, il suffira de se donner un segment orienté et de décréter qu'il appartient à la 1re classe (ou à la 2e).

Inversement, deux droites orientées $\overrightarrow{D}$ et $\overrightarrow{D'}$, arbitraires, étant données, nous admettrons qu'il existe au moins un déplacement $\mathcal{D}$ par lequel A et D donnent A' et D' ; l'homologue M' du point M de D est alors obtenu par la construction indiquée.

Ce qui vient d'être dit vaut que les droites D et D' soient distinctes ou qu'elles soient confondues. Nous supposons maintenant qu'elles sont confondues. Deux cas possibles :

1er cas : La 1re classe de $\overrightarrow{D'}$ est aussi la 1re classe de D : les deux segments orientés homologues $\overline{AM}$ et $\overline{A'M'}$ ont même longueur et même sens, nous dirons qu'ils sont égaux et nous écrirons $\overline{AM} = \overline{A'M'}$ (définition de l'égalité de deux segments orientés portés par une même droite). Si deux segments orientés sont égaux leurs extrémités sont homologues dans un déplacement déterminé par leurs origines.

Nous appellerons déplacement direct sur la droite D la restriction à D du déplacement $\mathcal{D}$.

2e cas : La 1re classe de D' coïncide avec la 2e classe de D : les deux segments orientés $\overline{AM}$ et $\overline{M'A'}$ ont même longueur et appartiennent à la même classe ; nous avons donc $\overline{A'M'} = \overline{MA}$.

Nous dirons que la restriction à D du déplacement $\mathcal{D}$ est un déplacement indirect sur la droite D.

Etude du déplacement indirect sur une droite. — Soit un déplacement indirect sur une droite D déterminé par les deux points homologues A et A'. L'homologue d'un point M est M' tel que $\overline{A'M'} = \overline{MA}$, l'homologue de N est N' tel que $\overline{M'N'} = \overline{NM}$ et l'homologue de M', M'' tel que $\overline{M'M''} = \overline{M'M}$: M'' coïncide donc avec M. Le déplacement indirect sur la droite est une transformation ponctuelle réciproque.

D'ailleurs, si I est milieu de AA' (nous en admettons l'existence), $\overline{A'I} = \overline{IA}$ et I est invariant, le déplacement peut être déterminé par le seul point I. Il était évident (définition du déplacement indirect sur la droite : cas où les points homologues A et A' sont confondus) qu'une symétrie sur la droite était un déplacement indirect sur la droite ; nous venons de montrer que, inversement, un déplacement indirect sur une droite est toujours une symétrie sur la droite.

Applications. — I. Donnons-nous sur une droite deux segments orientés égaux $\overline{AM} = \overline{M'A'}$. Il existe un déplacement indirect unique déterminé par les points homologues A et A'. Par ce déplacement, l'homologue de M est M', le déplacement étant réciproque, nous avons aussi $\overline{AM'} = \overline{MA'}$.

Théorème : Dans une égalité entre segments orientés on peut permuter les moyens (et aussi les extrêmes).

II. — Soit un déplacement direct sur une droite déterminée par les points homologues A et A'. L'homologue d'un point M quelconque est un point M' tel que $\overline{A'M'} = \overline{AM}$. Changeons l'ordre des extrêmes dans cette égalité. Il vient :

$$\overline{MM'} = \overline{AA'}.$$

Théorème : Dans un déplacement direct sur une droite, le segment orienté qui a pour origine un point quelconque et pour extrémité son homologue, est égal à un segment orienté fixe, et, inversement, une transformation ponctuelle définie ainsi sur une droite est un déplacement direct sur la droite.

III. — Soient deux segments orientés $\overline{IL}$ et $\overline{KH}$ portés par une droite D, nous appelons somme des deux segments orientés, que nous notons $\overline{IL} + \overline{KH}$, le segment orienté construit de la façon suivante : nous marquons un point A sur la droite et nous construisons $\overline{AM} = \overline{IL}$, puis $\overline{MA'} = \overline{KH}$; par définition $\overline{IL} + \overline{KH} = \overline{AA'}$.

a) Utilisons le déplacement indirect sur D déterminé par A et A' ; soit M' l'homologue de M : $\overline{AM'} = \overline{MA'} = \overline{KH}$; $\overline{M'A'} = \overline{AM} = \overline{IL}$, donc :

$$\overline{KH} + \overline{IL} = \overline{IL} + \overline{KH}.$$

Notre somme est commutative.

b) La même construction, à partir d'un autre point A_1, donne un point A'_1. Le déplacement direct sur D, déterminé par A et A_1, transforme A' en A'_1, donc $\overline{A_1A'_1} = \overline{AA'}$.

Remarque. — Lorsque les droites D et D′ seront distinctes, nous pourrons encore convenir d'écrire $\overline{AM} = \overline{A'M'}$ en « complétant » l'égalité entre D et D′ avec l'égalité sur D et l'égalité sur D′ des segments orientés.

Homologue d'un plan. — Un plan quelconque de (F) a pour homologue un plan P′ de (F′). Je figure sur le tableau les plans P et P′, une droite D de P orientée par une demi-droite $\overrightarrow{A\lambda}$, la droite homologue D′ de P′ orientée par la demi-droite $\overrightarrow{A'\lambda'}$ homologue de $\overrightarrow{A\lambda}$. Je sais construire les homologues des points de D. Soit maintenant un point M de P non situé sur D : je connais l'angle $\widehat{\lambda' A' \mu'} = \widehat{\lambda A \mu}$ et la longueur $A'M' = AM$ ($\overrightarrow{A'\mu'}$ et $\overrightarrow{A\mu}$ sont les demi-droites déterminées par $\overline{AM}$ et $\overline{A'M'}$). Ici, je reprends mot pour mot ce qui a été dit pour les droites, substituant aux points les demi-droites. J'introduis les angles orientés que je représente par le symbole $(\overrightarrow{A\lambda}, \overrightarrow{A\mu})$ et j'admets que, outre les deux classes singulières des angles nuls et des angles plats, l'ensemble des angles orientés de P peut être partagé en deux classes...

Je conclus comme pour la droite : inversement, deux plans orientés P et P′ étant donnés et deux demi-droites $\overrightarrow{A\lambda}$ et $\overrightarrow{A'\lambda'}$ appartenant à ces plans, nous admettons qu'il existe un déplacement $\mathcal{D}$ par lequel $\overrightarrow{A\lambda}$ et P ont pour homologues $\overrightarrow{A'\lambda'}$ et P′, la construction de l'homologue M′ d'un point M de P est alors celle qui a été indiquée.

Si les plans P et P′ sont confondus, la considération des deux classes de P permet de définir le déplacement direct sur le plan et l'égalité de deux angles orientés ainsi que le déplacement indirect du plan. Un déplacement direct (ou indirect) du plan est déterminé par la donnée de deux demi-droites homologues $\overrightarrow{A\lambda}$ et $\overrightarrow{A'\lambda'}$. Nous commençons par l'étude du déplacement indirect dans le cas particulier où A et A′ sont confondus.

Comme pour la droite, étant donné un déplacement indirect déterminé par les demi-droites homologues $\overrightarrow{O\lambda}$ et $\overrightarrow{O\lambda'}$, l'homologue $\overrightarrow{O\mu''}$ de la demi-droite $\overrightarrow{O\mu'}$, homologue de $\overrightarrow{O\mu}$, est $\overrightarrow{O\mu}$: on en déduit aussitôt que la transformation envisagée est réciproque. Soit alors un point B de P, son homologue B′, l'homologue de BB′ est la droite B′B, la droite BB′ est invariante et la restriction de $\mathcal{D}$ à cette droite est un déplacement indirect sur cette droite ; le milieu I de BB′ est donc invariant et la restriction de $\mathcal{D}$ à la droite OI est la transformation identique. La restriction de $\mathcal{D}$ au plan P peut être déterminée par la seule droite OI, ou, si l'on veut, par deux demi-droites homologues confondues $\overrightarrow{Sx}$, $\overrightarrow{Sx}$ (S point quelconque de OI, $\overrightarrow{Sx}$ l'une des deux demi-droites issues de S portées par OI). Nous avons $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{O\lambda}) = (\overrightarrow{O\lambda}, \overrightarrow{Ox})$, d'où les deux bissectrices d'un angle quelconque $(\overrightarrow{O\lambda}, \overrightarrow{O\lambda'})$. On définira la perpendiculaire comme la bissectrice de l'angle plat (on pourra montrer que c'est une relation symétrique). On identifiera facilement notre déplacement indirect et la symétrie par rapport à une droite et on pourra retrouver les propriétés classiques du triangle isocèle.

Applications. — I. On montrera (comme pour les segments orientés d'une droite) que l'on peut dans une égalité entre angles orientés permuter les extrêmes et aussi les moyens.

II. — Appliquant ce dernier résultat au déplacement direct déterminé par deux demi-droites ayant une origine commune O, on montrera que l'angle de deux demi-droites homologues issues de O est constant. En d'autres termes, une demi-droite de (F) étant donnée, on construit, à partir de cette demi-droite, un angle orienté égal

à un angle orienté fixe donné, le deuxième côté de l'angle construit est la demi-droite homologue. Cette construction (jointe à l'égalité OM = OM') définit une transformation ponctuelle que nous appelons rotation de centre O et d'angle $(\overrightarrow{O\lambda}, \overrightarrow{O\lambda'})$. Inversement, une rotation quelconque étant donnée, on montre facilement qu'elle est identique au déplacement direct déterminé par deux demi-droites issues de O homologues par la rotation.

III. — Exactement comme pour la droite on définira la somme de deux angles orientés quelconques, on montrera qu'elle est indépendante de l'ordre avec l'aide d'un déplacement indirect à droite invariante et qu'elle est aussi indépendante (à un déplacement direct près) du choix de la demi-droite initiale.

Exercice : Montrer que les bissectrices de deux angles adjacents et supplémentaires sont perpendiculaires (on remarquera que le produit de deux déplacements indirects est un déplacement direct et on utilisera la définition de la perpendiculaire)

Le déplacement direct du plan. — C'est lui que nous appelons $\mathcal{D}$ jusqu'à nouvel avis et nous commençons par deux cas particuliers où $\mathcal{D}$ a une droite invariante D. Nous choisissons comme demi-droites de base (les deux demi-droites homologues) deux demi-droites portées par D.

1er cas. — Les deux demi-droites sont de sens contraires, la restriction à D de $\mathcal{D}$ est un déplacement indirect, il y a un point invariant O et les deux demi-droites de base sont deux demi-droites directement opposées $\overrightarrow{O\lambda}$ et $\overrightarrow{O\lambda'}$. L'homologue d'une demi-droite $\overrightarrow{O\mu}$ est $\overrightarrow{O\mu'}$ telle que : $(\overrightarrow{O\lambda}, \overrightarrow{O\mu}) = (\overrightarrow{O\lambda'}, \overrightarrow{O\mu'})$. Changeons l'ordre des moyens $(\overrightarrow{O\lambda}, \overrightarrow{O\lambda'}) = (\overrightarrow{O\mu}, \overrightarrow{O\mu'})$. D'où :

1° L'angle $(\overrightarrow{O\mu}, \overrightarrow{O\mu'})$, comme $(\overrightarrow{O\lambda}, \overrightarrow{O\lambda'})$ est un angle plat, notre déplacement $\mathcal{D}$ est une symétrie par rapport au point O, c'est une transformation réciproque, c'est une rotation d'un angle plat.

2° Si on désigne par les lettres accentuées les demi-droites symétriques

$$(\overrightarrow{O\lambda}, \overrightarrow{O\lambda'}) = (\overrightarrow{O\mu}, \overrightarrow{O\mu'})$$

entraîne $(\overrightarrow{O\lambda}, \overrightarrow{O\mu}) = (\overrightarrow{O\lambda'}, \overrightarrow{O\mu'})$. C'est le théorème précisé, sur les angles opposés par le sommet.

Homologue d'une demi-droite quelconque : on donne une demi-droite $\overrightarrow{A\mu}$ dont le support ne passe pas par O ; son homologue est $\overrightarrow{A'\mu'}$. Soient $\overrightarrow{A\mu_1}$ et $\overrightarrow{A'\mu'_1}$ les demi-droites opposées à $\overrightarrow{A\mu}$ et $\overrightarrow{A'\mu'}$: les demi-droites $\overrightarrow{A\mu}$ et $\overrightarrow{A'\mu'}$ sont (symétrie) de part et d'autre de la droite AA', elles ne se coupent donc pas et les demi-droites $\overrightarrow{A\mu}$ et $\overrightarrow{A\mu'_1}$ sont du même côté. La transformation étant réciproque et étant un déplacement, l'homologue de $A'\mu'_1$ est $A\mu_1$. Si $A\mu$ et $A\mu'_1$ se coupent, leurs homologues $A'\mu'_1$ et $A\mu_1$ se coupent au point homologue et les droites $\mu'_1 A\mu'$ et $\mu A\mu_1$ ont deux points communs. Si nous admettons que deux droites ont au plus un point commun nous devons admettre que deux droites symétriques n'ont pas de point commun. Admettons aussi le postulat d'Euclide : nous pourrons dire que la droite symétrique de la droite $A\mu$ est *la* parallèle à $A\mu$ menée par A'.

Convenons maintenant de dire que deux demi-droites $A\lambda$ et $A'\lambda'$ portées par deux droites parallèles sont de même sens, ou de sens contraires suivant qu'elles sont du même côté, ou de part et d'autre de la droite AA' et nous pourrons préciser : deux demi-droites symétriques sont deux demi-droites parallèles et de sens contraires ; démontrer une réciproque : deux demi-droites $\overrightarrow{A\lambda}$ et $\overrightarrow{A'\lambda'}$ parallèles et de sens contraires sont symétriques par rapport au milieu O de AA' et préciser les propriétés angulaires classiques de la figure formée par deux droites parallèles coupées par une

sécante. Enfin, adjoignant à notre figure un deuxième point B et son homologue B', nous définirons l'égalité de deux vecteurs et démontrerons les propriétés du parallélogramme (déjà vues dans la 1re partie lorsque le parallélogramme est aplati). En particulier, dans une égalité entre vecteurs, on peut permuter les extrêmes et aussi les moyens.

2e cas. — Les deux demi-droites $\overrightarrow{A\lambda}$ et $\overrightarrow{A'\lambda'}$ sont de même sens.

En vertu des propriétés angulaires démontrées dans le 1er cas, l'homologue $\overrightarrow{A'\mu'}$ d'une demi-droite $\overrightarrow{A\mu}$, déterminée par l'égalité $(\overrightarrow{A'\lambda'}, \overrightarrow{A'\mu'}) = (\overrightarrow{A\lambda}, \overrightarrow{A\mu})$ est une demi-droite parallèle et de même sens. Soit un point M un point quelconque et M' son homologue on a : $\overrightarrow{A'M'} = \overrightarrow{AM}$, ce qui entraîne $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AA'}$. D'où la transformation ponctuelle du plan appelée translation. Le fait qu'un déplacement déterminé par deux demi-droites parallèles et de même sens soit une translation, le fait que la transformation ponctuelle plane translation soit un déplacement, se démontrent facilement.

Notons à ce propos que pour démontrer qu'une transformation ponctuelle et un déplacement sont identiques, il convient de montrer qu'ils transforment de la même façon tous les points. Pour démontrer que deux déplacements directs (par exemple) du plan sont identiques, il suffit de démontrer qu'ils transforment de la même façon une demi-droite.

Exercice. — Montrer que les diagonales d'un rectangle sont égales (on utilisera une symétrie-droite et une translation).

Quelques précisions. — Nous avons toujours parlé, jusqu'ici, d'angles orientés de demi-droites. Dorénavant nous pourrons remplacer, dans nos écritures les demi-droites par des vecteurs ou des droites orientées : un vecteur détermine une demi-droite, la demi-droite qui a même origine et même sens, une droite orientée, une demi-droite qui a même sens qu'un segment orienté appartenant à la 1re classe de la droite orientée. Par définition, l'angle orienté de deux demi-droites qui ont deux origines distinctes est l'angle orienté (défini à une translation près) qui est obtenu en menant par un point quelconque deux demi-droites parallèles et de même sens.

Nous introduirons, comme on le fait maintenant, la différence de deux angles orientés $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oy}) - (\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oz}) = (\overrightarrow{Oz}, \overrightarrow{Oy})$ et l'opposé d'un angle orienté

$$(\overrightarrow{Oy}, \overrightarrow{Ox}) = -(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oy}).$$

Nous définirons le produit d'un angle orienté par un entier n comme la somme de n angles orientés égaux.

Exercice : Montrer qu'on ne change pas la différence de deux angles orientés en permutant les extrêmes ou les moyens. Application : on peut aussi permuter extrêmes et moyens dans l'égalité $n(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = n(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD})$.

Retour sur la rotation. — Nous avons vu que dans une rotation :

$$(\overrightarrow{O\lambda}, \overrightarrow{O\mu}) = (\overrightarrow{O\lambda'}, \overrightarrow{O\mu'}),$$
$$(\overrightarrow{O\mu}, \overrightarrow{O\mu'}) = (\overrightarrow{O\lambda}, \overrightarrow{O\lambda'}).$$

Ces deux égalités « concrétisent » le double aspect de l'angle orienté :

a) angle orienté qui a pour premier côté $\overrightarrow{O\lambda}$, pour deuxième côté $\overrightarrow{O\mu}$;

b) angle « dont il faut faire tourner $\overrightarrow{O\lambda}$ pour l'amener sur $\overrightarrow{O\lambda'}$ ».

On pourrait maintenant raccorder à l'exposé traditionnel, en introduisant les rotations concrètes et leurs mesures algébriques. On peut aussi s'en passer. Le déplacement direct du plan le plus général est déterminé par deux demi-droites homologues. On examinera comment est transformée par une rotation une demi-droite $\overrightarrow{A\lambda}$.

1er cas : le support de $\overrightarrow{A\lambda}$ passe par O ;

2e cas : le support de $\overrightarrow{A\lambda'}$ ne passe pas par O, mais la projection de O sur Aλ est en A ;

3e cas : aucune de ces circonstances ne se produit.

Le cas des demi-droites parallèles a déjà été examiné.

En s'aidant d'une symétrie on montrera que le centre de la rotation est sur la bissectrice de $(\overrightarrow{I\lambda_1}, \overrightarrow{I\lambda'})$ I étant le point commun aux deux supports homologues et $\overrightarrow{I\lambda_1}$ la demi-droite opposée à $\overrightarrow{I\lambda}$.

D'où une position nécessaire pour le centre de la rotation et on démontrera ainsi que tout déplacement direct du plan, qui n'est pas une translation, est une rotation.

Remarque. — Analogue à celle qui termine l'étude du déplacement sur la droite.

Angles de droites. — Les angles orientés de demi-droites sont trop précis : ce n'est pas par l'intersection de deux demi-droites que l'on peut, le plus souvent, déterminer un point. Nous dirons que deux angles orientés de droites non orientées D et Δ d'une part, D′ et Δ′ d'autre part, sont égaux s'il existe un déplacement direct du plan par lequel D a pour homologue D′ et Δ, Δ′. Soit A et A′ les points communs à D et Δ d'une part, D′ et Δ′ d'autre part. En introduisant les demi-droites d'origine A et A′ on peut voir :

1° que si les angles sont égaux, ce que nous écrivons $(D, \Delta) = (D', \Delta')$, nous avons, soit l'une, soit l'autre égalité entre les angles de demi-droites et que, inversement, l'une des égalités entre angles de demi-droites entraîne l'égalité entre angles de droites. Ceci permet d'étendre aux angles de droites les calculs sur les angles de demi-droites ;

2° que si les angles sont égaux, ils se correspondent, non par un déplacement, mais par deux déplacements. Appelons I et J, respectivement, les points communs à D et D′ d'une part, à Δ et Δ′ d'autre part ; les centres des deux rotations ω et ω′ sont les points communs à la médiatrice de AA′ et aux bissectrices des angles en I (et aussi en J). On montre assez facilement (déplacement, symétrie, définition de la perpendiculaire) que les angles $\widehat{\omega A \omega'}$ et $\widehat{\omega A' \omega'}$ sont droits ; d'où la propriété du cercle : les point I, J, A et A′ appartiennent au cercle de diamètre ωω′.

La considération des bissectrices de $(\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{IA'})$ et des angles des deux rotations permet de préciser et d'écrire les égalités d'angles de demi-droites :

$$(\overrightarrow{\omega A}, \overrightarrow{\omega A'}) = (\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{IA'})$$

par exemple.

Enfin, on peut remarquer que l'égalité entre angles de droites $(D, D') = (\Delta, \Delta')$ est équivalente à l'égalité entre angles de droites orientées $2(\overrightarrow{D}, \overrightarrow{D'}) = 2(\overrightarrow{\Delta}, \overrightarrow{\Delta'})$.

Déplacement dans l'espace. — Dans les deux études antérieures : déplacement sur une droite, déplacement sur un plan, nous avons postulé (implicitement) qu'il existait des segments égaux, des angles égaux et que, si ces deux segments ou ces deux angles étaient orientés, la « superposition » ne pouvait être réalisée que d'une seule façon. Dans l'espace, nous utiliserons les dièdres orientés. Il sera honnête de souligner au départ que la superposition de deux dièdres orientés égaux peut être réalisée d'une infinité de façons et d'admettre aussi, explicitement, que, le dièdre $(P, \overrightarrow{D}, Q)$ étant donné, ainsi que le demi-plan P′ avec son arête orientée $\overrightarrow{D'}$, l'indétermination signalée n'empêche pas l'unicité du demi-plan Q′ satisfaisant à l'égalité

$$(P', \overrightarrow{D'}, Q') = (P, \overrightarrow{D}, Q)$$

Orienter l'espace sera, comme précédemment : 1° distinguer deux classes de dièdres orientés ; 2° ordonner cet ensemble formé de deux classes. Par un déplacement un dièdre orienté ne change pas de classe. (On fera, sans rougir, appel à l'observateur, à sa droite et à sa gauche).

Les deux éléments homologues de base seront chacun composés d'un demi-plan P, de son arête $\overrightarrow{D}$ orientée par une demi-droite $\overrightarrow{A\lambda}$. On a proposé d'appeler le tout un « volet ». Nous admettrons qu'étant donnés deux volets V et V', il existe un déplacement par lequel V a pour homologue V' ; alors la construction de l'homologue M' d'un point M quelconque par ce déplacement est celle que l'on connaît et il en résulte que le déplacement est unique.

La translation sera étudiée facilement : V et V' ne diffèrent que par la position du gond. On pourra, en exercice, en s'appuyant sur les résultats obtenus précédemment retrouver les propriétés des droites et plans parallèles.

On pourrait ensuite définir *a priori* une transformation ponctuelle analogue au déplacement et où les dièdres homologues n'appartiendraient pas à la même classe. On étudierait ce retournement dans le cas où les deux volets de base auraient leur arête commune ; mais on ne peut pas dire que la figure (F') est la même figure avec ses droites et ses plans, qui est allée se « retourner » dans l'espace extérieur. Il sera, je crois, sage de faire appel à la notion de perpendicularité acquise dans la classe antérieure et de montrer ainsi l'équivalence du déplacement déterminé par les volets $(\overrightarrow{A\lambda}, P)$ et $(\overrightarrow{A\lambda}, P')$ et de celui qui est déterminé par $(\overrightarrow{A\mu}, Q)$ et $(\overrightarrow{A\mu'}, Q)$. $A\mu$ et $A\mu'$ étant les perpendiculaires menées dans P et P', respectivement, à $A\lambda$ et Q le plan perpendiculaire en A à $A\lambda$. De cette équivalence on déduira toutes les propriétés de la rotation dans l'espace.

G. Delpla (*Lycée H.-Poincaré*).

IV. PROBLÈMES PÉDAGOGIQUES

L'INITIATION A L'ASTRONOMIE dans les classes de 6e et 5e

(Causerie faite par M. BERLATIER, *le jeudi 13 mars 1958 au Centre de Documentation Pédagogique de Marseille)*

Je tiens à vous dire que je n'ai nullement l'intention de donner des conseils à quiconque, mais seulement de vous faire part d'une expérience personnelle acquise, non pas dans les classes de Sixième et de Cinquième — comme vous le souhaiteriez à bon droit, — mais dans les classes de Philosophie où j'opère régulièrement depuis 21 ans !

Permettez-moi de vous rappeler que l'enseignement, à quelque niveau qu'on se place, exige de celui qui le dispense beaucoup plus de connaissances qu'il ne doit en enseigner. Aussi faudrait-il que mes Collègues, pour enseigner — même en Sixième et Cinquième — les notions d'Astronomie désignées sommairement aux programmes récents, possèdent une connaissance sûre des phénomènes qu'ils devront décrire. Laissez-moi vous dire que ce n'est pas en obtenant le Certificat d'Astronomie — même dite approfondie — que vous acquerrez cette connaissance. Il n'est pas nécessaire de connaître la Mécanique céleste, ni les solutions du problème des trois corps, ni la Trigonométrie sphérique. Ce qui importe avant tout, c'est de pouvoir répondre avec sûreté et précision aux questions des élèves sur le nombre limité de chapitres figurant au programme. Pour vous renseigner, il ne manque pas d'excellents livres plus complets que les manuels destinés aux élèves où vous pourrez puiser, outre des renseignements astronomiques précis, quantité d'anecdotes — historiques ou non — qui vous permettront d'agrémenter vos leçons. Consultez « Le Ciel », de BERGET, « L'Astronomie », de RUDAUX, « L'Astronomie Populaire », de Camille FLAMMARION, les « Problèmes actuels de l'Astrophysique », de HOULLEVIGUE, sans oublier les ouvrages de notre collègue Paul COUDERC (et en premier lieu « Parmi les Etoiles »). N'oubliez pas de vous inscrire à la Société Astronomique de France et de vous abonner à « L'Astronomie », son périodique, qui publie, chaque mois, un éphéméride des événements remarquables du ciel.

Vous voilà munis d'un bagage indispensable et prêts à subir — car en Cinquième et Sixième vous le subirez — le flot ininterrompu des questions posées par les élèves. J'ignore si les fillettes se passionnent pour l'Astronomie ou les voyages intersidéraux, mais je peux vous assurer que mes gamins de Cinquième ne sont jamais si heureux que lorsque nous échangeons questions et réponses sur les choses du ciel. Peut-être cette année 1957 a-t-elle été particulièrement riche en phénomènes astronomiques avec une éclipse totale de Lune, deux comètes visibles à l'œil nu et deux satellites artificiels !

Voici venu le moment d'utiliser vos connaissances à l'occasion de ces « travaux pratiques » d'Astronomie : c'est ainsi que les désigne le programme officiel. Comment opérer, puisque nous ne possédons, en général, aucun matériel d'observation ? Vous n'ignorez pas que les anciens, Grecs ou Egyptiens, n'étaient pas mieux outillés que nous. Leurs appareils se réduisaient au gnomon, à l'arbalète (mesure des angles) et à l'alidade à pinnules. Et pourtant quelles moissons de renseignements ne nous ont-ils pas livrées ! Pourquoi ne pas recommencer, comme aux premiers âges, cette recherche de renseignements ? Faites construire par vos élèves l'appareil élémentaire que voici : un gnomon portatif. Commençons, quoi qu'en dise le programme, par l'observation du Soleil (et non du mouvement diurne), et plaçons notre gnomon sur le rebord de la fenêtre ou le sol du balcon, et traçons à la craie ou au crayon un enca-

drement au support de notre appareil afin de le replacer chaque jour exactement à la même place, puisque nos observations vont se poursuivre plusieurs jours durant. Notons d'heure en heure (ou plus fréquemment au voisinage de midi) l'extrémité de l'ombre sur le socle de notre appareil. Faisons répéter plusieurs jours, consécutifs ou non, cette suite de pointés : cela demandera aux observateurs quelques minutes de travail par jour, travail discontinu, certes, mais rien ne nous oblige à organiser autrement ces « travaux pratiques » ; nos élèves auront vite fait de remarquer que c'est toujours dans la même direction que se trouve le soleil au moment où l'ombre du gnomon est la plus courte. Premier renseignement qui confirme la leçon de Géographie : la culmination du Soleil se fait chaque jour dans une direction privilégiée appelée Méridienne ; en associant à cette direction celle du fil à plomb, nous définirons le plan méridien local. Demandez alors à chaque élève de repérer le plus loin possible, dans ce plan méridien, un détail du relief terrestre et faites dessiner, sur un plan directeur ou une carte à grande échelle, cette direction, puis faites comparer les diverses directions obtenues ; elles seront confondues ou parallèles. Faites ensuite mesurer l'ombre, tantôt avant, tantôt après midi, en notant chaque fois l'heure de la mesure, et ils remarqueront la symétrie du mouvement par rapport au plan méridien, peut-être même l'uniformité du mouvement. Nous pouvons tirer de notre gnomon d'autres renseignements : le jour du printemps, demandons à nos élèves de faire tourner le socle du gnomon autour d'un axe perpendiculaire au méridien jusqu'à ce que l'ombre, sur un plan parallèle à la tige du gnomon (feuille de carton collée perpendiculairement au socle) soit égale à la longueur de cette tige ; ils auront au préalable tracé sur cet écran une parallèle au socle, à une distance égale à la longueur de la tige, l'extrémité de l'ombre suivra cette parallèle pendant toute la journée : s'ils repèrent à ce moment la position du socle par rapport au sol horizontal, ils obtiendront le plan équatorial céleste. Une fois repéré ce plan, la tige du gnomon se dirigera, la nuit, tout droit vers la Polaire.

Laissez le gnomon avec le socle dans le plan de l'équateur, faites mesurer de nouveau l'ombre, tantôt avant l'équinoxe, tantôt après. Il y aura sans doute des surprises et des questions puisque cette ombre sera, tantôt illimitée (avant), tantôt limitée : il n'y a plus qu'à chercher le jour où cette ombre limitée est plus courte que tous les autres jours pour définir la date du solstice et mesurer, en reproduisant le gnomon et son ombre, la déclinaison maxima du Soleil et l'inclinaison du plan de l'Ecliptique. On peut aussi rechercher le solstice d'hiver en recevant l'ombre sur un écran fixé au socle : lorsqu'elle sera maxima, vous ne serez pas loin du solstice. Voilà les notions de base nettement précisées : plan méridien, orientation, axe du monde, écliptique.

Mais votre gnomon peut encore vous servir : ne constitue-t-il pas un cadran solaire naturel ? Quelques graduations sur un plan adaptable au socle (feuille de carton blanc tenue avec des pinces à dessin) et nous pourrons chaque jour définir le midi vrai.

Je placerai volontiers à ce moment la question des fuseaux horaires (créés, m'ont écrit des élèves de Philosophie dans leur composition, pour des commodités internationales), en faisant remarquer à mes élèves que, chaque lieu ayant un méridien différent, il ne peut pas être midi vrai en même temps en tous points de la Terre. Là, également, l'anecdote historique ou imaginaire, Magellan ou Philéas Fogg, sera mise à contribution pour expliquer les mystères de la ligne de changement de date, et de ce calendrier qui peut faire disparaître un jour de la vie d'une personne, ou, au contraire l'obliger à vivre deux fois de suite le même quantième du mois : par exemple, fêter le 14 juillet ou la Noël pendant 48 heures consécutives, sans qu'il y ait la moindre erreur dans le temps. On pourra comparer ce phénomène à celui qui consiste à mesurer une distance avec un mètre trop court : les jours sont plus courts quand on va à la rencontre du Soleil, vers l'Est, et la mesure du temps fournit un nombre trop grand qu'il faut bien corriger à un certain moment pour être d'accord

avec la réalité — ou avec un mètre trop long — jours plus longs si l'on fuit le Soleil.

Vos élèves savent mesurer des angles : faites-leur mesurer, chaque matin (s'ils peuvent voir de leur observatoire le lever du Soleil ou son coucher), l'angle des directions lever-méridien, et le soir l'angle méridien-coucher (un rapporteur suffit pour ces mesures à condition de placer le zéro en direction du méridien) et comparer ces angles : leur variation au cours de l'année servira de base à l'explication de l'inégalité des jours et des nuits, localement.

Je reviens sur la notion de temps vrai : tout le monde peut avoir par radio l'heure civile, ou légale, avec une très grande précision : mais vos élèves seront peut-être surpris de constater que leur horloge solaire n'est pas à l'heure légale. Encore si nous ne sommes pas trop loin... du méridien de Greenwich, cet écart sera peu sensible : les plus adroits de vos élèves verront cependant que d'un jour à l'autre de l'année cet écart n'est pas le même et n'est pas toujours dans le même sens. Alors il sera bon de faire relever, semaine par semaine par exemple, ces écarts, et de faire construire un graphique de ces variations ; peut-être la courbe de l'équation du temps ainsi obtenue ne sera-t-elle pas rigoureusement exacte, mais elle aura mis en évidence un phénomène nouveau.

Tout ce qui précède suppose que tous les élèves peuvent voir le Soleil, autour de midi, de leur fenêtre. Ceux qui n'ont pas cette chance auront toujours la possibilité de se rendre le jeudi dans la campagne ou au bord de la mer, d'y repérer un poste d'observation, et de faire eux aussi leurs travaux pratiques. Enfin, il est toujours possible d'utiliser une salle ensoleillée et d'y installer un gnomon à grande échelle autour duquel les élèves pourront suivre de minute en minute le déplacement de l'ombre du gnomon.

Il me semble normal de nous intéresser maintenant à la Lune. Le gnomon peut aussi servir pour étudier son mouvement apparent, sa culmination — qui a aussi lieu dans le plan méridien — ; on peut tout de suite noter qu'elle ne passe pas au méridien avec la même période que le Soleil, et évaluer cette variation : que chaque élève mesure le retard que prend la Lune sur le Soleil et l'on en déduira facilement le nombre de jours qu'il faut pour que ce retard devienne égal à un jour (simple problème de courriers). Repérez aussi le passage de la Lune au méridien en même temps qu'une belle étoile et constatez le décalage quotidien, puis attendez la prochaine coïncidence des passages ; comparez au résultat précédent : les notions de révolution sidérale et de lunaison en découleront naturellement. Surtout n'oubliez pas de leur faire apprécier, en le comparant à son diamètre, l'importance du déplacement de la Lune par rapport à une belle étoile (ne pas repérer par rapport à un objet terrestre). cela pourra aussi donner lieu à un problème de calcul de la durée de la révolution sidérale. Faites-leur remarquer, s'ils ne l'ont pas déjà fait, que la Lune passe plus haut dans le ciel en hiver qu'en été, et essayez de leur expliquer pourquoi. Cela ne dépasse pas les difficultés d'un dessin en perspective au tableau noir. Enfin « L'Astronomie » signale chaque mois les occultations d'étoiles : profitez de l'une d'elles pour évaluer le déplacement horaire de la Lune en ascension droite.

Il faut pourtant nous occuper des étoiles et du mouvement diurne. Notre gnomon est devenu inutile : construisons à peu de frais cette lunette rudimentaire : un tube de carton ouvert à ses deux extrémités, placé sur un support qui lui laisse deux degrés de liberté (azimut et hauteur), le tout adapté à un trépied ordinaire d'appareil photographique. Puis répartissez vos élèves en une douzaine de groupes, correspondant, par exemple, aux signes du Zodiaque de leur naissance. Désignez-les pour étudier et dessiner à tour de rôle les constellations : chacun la sienne. La première difficulté viendra de la mesure des angles, difficulté que l'appareil élémentaire construit aplanira partiellement. Vous leur ferez mesurer des hauteurs, des azimuts, après avoir défini ces angles. Il aura suffi de disposer deux rapporteurs sur la base de l'appareil pour que les mesures soient possibles. Demandez surtout à vos élèves de

noter les heures de leurs observations, et aidez-les à placer le Soleil parmi ce planisphère de constallations : le mouvement annuel apparent en ascension droite, sera vite expliqué, même s'il ne figure pas au programme. Mais il faut étudier de plus près le mouvement diurne, autre difficulté : la nuit est faite pour dormir et les parents de vos élèves vous enverront aux 500 diables si vous obligez les enfants à faire des pointés la nuit : mais qu'ils pointent leur lunette sur une étoile et qu'ils reviennent à leur table de travail, le temps d'apprendre une conjugaison ; revenus à leur observatoire, l'étoile ne sera plus dans le « champ » de la lunette : l'élève notera dans quel sens a eu lieu ce déplacement et, répétant cette expérience sur d'autres étoiles un grand nombre de fois, tantôt avant le passage au méridien, tantôt après, il constatera que les culminations se font dans le plan méridien, il découvrira les lois du mouvement diurne et sera surpris de ne pas les avoir remarquées plus tôt.

Chaque groupe d'élèves suivra sa constellation de mois en mois, en précisant, au fur et à mesure des observations, les positions relatives des étoiles, et pour peu que vous guidiez le dessin, vous aurez en fin d'année un splendide planisphère céleste. Il restera à désigner encore quatre groupes pour étudier la calotte polaire (Nord, Est, Sud, Ouest) pour que ceux-là découvrent des étoiles qu'ils pourront voir en toute saison : les circumpolaires. Rassemblez leurs observations, depuis le début de l'année, et si vous placez les étoiles, d'un mois à l'autre, par rapport à la Polaire, le mouvement diurne sera totalement précisé : axe, sens, période.

Peut-être alors pourrez-vous introduire la notion de sphère céleste locale, en pensant au « Parapluie astronomique », de Camille FLAMMARION, et celle, moins facile à faire admettre, de sphère des fixes. Puis, toujours avec le parapluie, vous montrerez comment le mouvement diurne peut être réalisé et comment la Lune et le Soleil se déplacent sur cette sphère des fixes. Je crains toutefois que cette dernière notion ne soit pas accessible à tous les enfants de Sixième et de Cinquième.

Il est évident que ces notions de cartographie céleste doivent être, au moins au début, guidées par le professeur. Toutes les observations doivent être préparées. Nos élèves ont cours, certains soirs, jusqu'à 17 heures ; les mois de novembre et de décembre se prêtent remarquablement à cette initiation. Convoquez-les à 17 heures et montrez-leur comment on « aligne » des objets célestes, comment on peut étalonner sa main pour des mesures angulaires : rappelez-vous que la distance de deux étoiles de la « Casserole » vaut environ 10°, que le diamètre apparent de la Lune en vaut un demi, faites-leur étalonner leurs doigts isolés ou groupés ; vous serez surpris de la rapidité et de la précision des mesures obtenues. Peut-être estimez-vous que ces heures sont pour vous des H.S. gratuites ? Croyez-vous que vos chefs d'établissement, malgré le règlement, n'auront pas l'amabilité de vous permettre d' « échanger » ces heures contre certaines heures de classe ? D'autant plus que ces échanges seront des exceptions dans l'année. Pourquoi, en cas de refus bien improbable, ne pas utiliser les heures de travaux dirigés qui vous sont octroyées en Sixième et Cinquième, puisque vous êtes libres de les employer comme il vous plaît ?

Enfin, pour épuiser les titres du programme, non limitatif, montrez-leur les planètes, quand elles sont visibles à des heures convenables : la plus facile à voir, Vénus, tantôt le matin (actuellement), tantôt le soir, caractérise à merveille le déplacement parmi les étoiles et la rotation autour du soleil. Profitez des rapprochements de Vénus et des autres planètes pour insister sur ce caractère essentiel de leurs mouvements qui paraissent, *a priori*, n'être soumis à aucune loi simple et, plus tard, vos élèves ne seront pas surpris de la lenteur des progrès de l'Astronomie au cours des siècles. Essayez de contrôler si les manuels disent vrai quand ils prétendent que l'absence de scintillation est un moyen efficace de distinguer une planète d'une étoile : expérimentez sur Saturne et Mars — quand elles seront visibles — et concluez !

Certains collègues ont la chance de posséder dans leur établissement, ou à titre privé, une petite lunette ou un petit télescope : ils n'auront pas besoin d'insister beaucoup pour que toute la classe se dérange le soir désigné pour l'observation, même

si elle a lieu après dîner. J'ai, pendant l'occupation et le black-out, réussi à réunir, de 22 heures à minuit, dans mon appartement, toute ma classe de Philosophie du Lycée de Tarbes, afin d'observer avec une petite lunette, une éclipse totale de Lune. L'appareil le plus faible (50 cm. d'ouverture et grossissement 50) permet de voir Jupiter et ses bandes, ses quatre plus gros satellites, Saturne et ses anneaux, les phases de Vénus, sans parler, bien entendu, du relief lunaire, pôle majeur d'attraction et d'intérêt. Vous pourrez alors, sur un canevas préparé à grands traits, faire réaliser par vos élèves une carte de la Lune dont ils seront très fiers de dessiner et d'exposer dans leur classe un exemplaire à grande échelle. Ceux qui possèdent des jumelles de grossissement, huit seulement pourront s'unir à l'équipe chargée de dessiner la Lune.

Mais si vous voulez avoir un dessin vraiment agréable à réaliser et à contempler ne dépassez pas le jour du premier quartier ou très peu, un jour ou deux seulement, pour le réaliser, quitte à ne jamais dessiner qu'une moitié de l'hémisphère visible, sans quoi la netteté du relief diminuera.

Dans ces séances d'observation collective ne réunissez que la moitié de la classe, 20 élèves au maximum, si vous tenez à ce que l'intérêt ne faiblisse pas et à ce que chacun ait le temps de regarder quelque chose.

Vous avez certainement noté que ces travaux pratiques n'étaient, en fait, que des exercices personnels réalisés par les élèves, hors de la présence du professeur, qui intervient pour diriger ces travaux avant leur exécution et pour en faire la synthèse et en déduire les conclusions ensuite : exercices de brève durée, dont l'élève fera un compte rendu, une fois par mois ou par quinzaine, par exemple pendant la dernière demi-heure de la dernière classe de la quinzaine.

. . . . . .

J'avais choisi, il y a quinze jours, pour thème de leçon (1), la mesure des distances intersidérales, en me limitant prudemment au cas de la Lune ; mon choix a étonné certains d'entre vous ; croyez bien qu'il n'était pas dû au hasard. Mais, depuis octobre et les spoutniks, j'ai été assailli de tant de questions sur cet « arpentage du ciel » que j'ai voulu essayer d'en expliquer les éléments à mes élèves. Ceux qui assistaient à cette leçon ont constaté — comme je l'ai d'ailleurs signalé devant les élèves — qu'à certains moments les élèves n' « accrochaient plus » et que j'ai dû recommencer mes explications ; mais cela ne vous arrive-t-il jamais, en arithmétique ou en géométrie ? Pourquoi pas en Astronomie ?

Enfin, vous dirai-je un mot du cinéma, ou même des projections fixes ? J'ai l'impression que ce moyen, remarquable en soi, risque de dépasser les élèves de Sixième et Cinquième. Les films fixes peuvent être utilisés pour présenter et décrire aux élèves les splendides objets célestes que sont les planètes Jupiter et Saturne, la Lune, les comètes : cela dépassera peut-être la lettre du programme, mais cela préparera des études ultérieures.

Les vrais films d'Astronomie sont rares. La Société Astronomique de France en a réalisé cinq, que l'on peut emprunter. Ils s'adressent plutôt à des élèves des classes terminales ou à des grandes personnes déjà renseignées sur les choses du

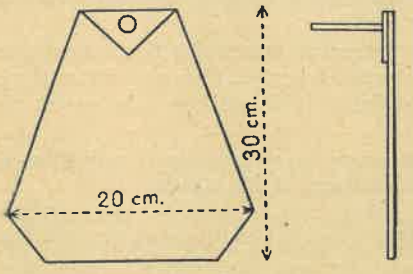
---

(1) *Note de la Rédaction :* Leçon faite par M. BERLATIER dans sa classe de Cinquième, en présence de onze professeurs, dans le cadre du Stage des professeurs de Mathématiques de l'Académie d'Aix, qui s'est déroulé à Marseille les 27 et 28 février. Le titre choisi pour la leçon, « Arpentage du Ciel », avait soulevé la curiosité générale ! Le 27, M. BERLATIER s'en est rapidement expliqué, devant l'ensemble des stagiaires, en annonçant ce qu'il comptait essayer le lendemain : ceux qui n'étaient pas « élus » pour entendre cette leçon n'en ont été que plus déçus ! Le 28, nos camarades plus heureux nous ont dit toute la joie qu'ils avaient eue à assister à cette classe vivante et toute leur admiration pour notre Collègue, qui a bien voulu nous retracer les étapes de la leçon.

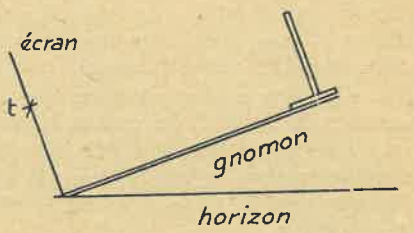
Ciel, qu'à des débutants, à qui trop d'explications seraient nécessaires pour qu'ils puissent s'y intéresser.

Peut-être aurai-je déçu certains d'entre vous qui considéreront que les procédés signalés sont... naïfs et ridicules ; que ces collègues se persuadent que notre enseignement n'est jamais trop simple et qu'il faut toujours commencer par ce qui semble — *a priori* — des naïvetés ou des évidences. Que nos jeunes collègues n'oublient pas que nous recevons en Sixième et Cinquième des enfants qui ne sont que de petites mécaniques à faire des opérations et dont l'esprit d'observation et l'intelligence ont été à peine sollicités (je me hâte de dire que leurs éducateurs ne sont pas responsables de cet état de choses et que j'ai pour eux la plus grande admiration pour les résultats qu'ils obtiennent dans les conditions où ils travaillent). N'oubliez pas surtout qu'il s'agit d'opérations à effectuer par les élèves eux-mêmes et que nous n'avons pas toujours le choix des moyens.

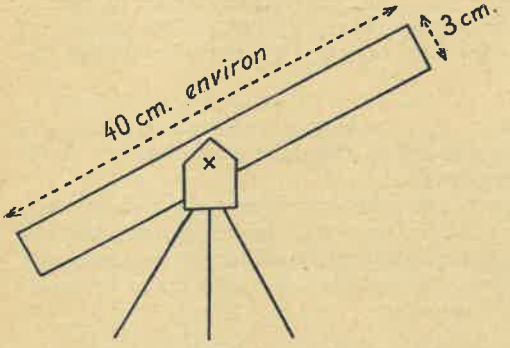
M.-F. Berlatier (*Marseille-St-Charles*).

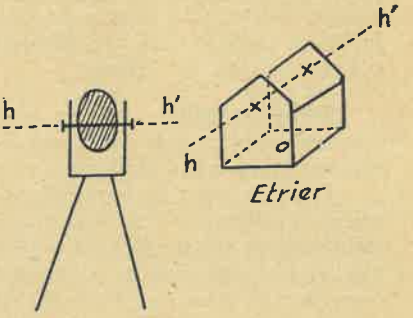


Gnomon



t : trace du lieu de l'ombre
le jour de l'équinoxe de printemps





Lunette SANS verres (cylindre en carton, expédition des journaux et revues). L'étrier qui supporte le tube — dont l'axe est constitué par deux brins d'allumette fixés à la colle dans deux trous diamétralement opposés — est en carton plié et maintenu par une plaque de carton collée.

La présence des verres est inutile : d'une part le support n'est pas assez rigide, d'autre part il serait trop difficile, pour des débutants, de retrouver un objet qui serait sorti du champ réduit par les verres.

RECHERCHE PÉDAGOGIQUE
(Initiation au mathématiques)

I. — Les travaux expliqués ci-dessous ont été réalisés dans une classe de Mathématiques Elémentaires et de Mathématiques et Technique durant le premier trimestre de l'année scolaire 1957-58. L'effectif de dix élèves et leur présence continuelle au Collège (sept sont, ou pensionnaires, ou demi-pensionnaires) m'ont permis de les grouper fréquemment durant les interclasses du début de l'après-midi. Ces quelques séances constituaient donc des réunions de travaux pratiques.

Géométrie. — Le programme a été traité dans l'ordre traditionnel jusques et y compris la similitude plane directe.

Les transformations ont été illustrées de la façon suivante : la figure d'un problème est faite sur une feuille de papier à dessin. Les éléments à transformer sont reproduits en calque sur une feuille de papier transparent rigide. En superposant les deux figures il est facile de déplacer l'une par rotation autour d'un axe matérialisé par une petite aiguille ou par translation en faisant glisser la figure mobile le long d'une règle portant le vecteur translation.

La plupart des figures relatives aux problèmes de transformations donnés en devoir ont été faites en groupe de cette façon après le corrigé. Ceci a incité quelques élèves à matérialiser leur problème avant de le traiter. J'ai constaté dans ce cas une bien meilleure compréhension.

Ces figures sont affichées sur un tableau dans la classe avec l'indication du numéro du devoir. Elles seront revues lors des révisions de fin d'année.

Un élève redoublant m'a construit, pour la leçon sur les trièdres, deux trièdres supplémentaires formés chacun de trois aiguilles à tricoter, le tout planté dans une demi-pomme de terre. Ceci est simple, n'est certainement pas nouveau, mais allège notre effort.

Géométrie descriptive. — Je me bornerai à signaler que j'utilise un tableau double : la partie inférieure pouvant être placée perpendiculairement à la partie supérieure. Il est possible, par exemple, de construire des droites de l'espace en tendant un fil d'un point d'un plan à un point de l'autre. Des petites boules de pâte à modeler assurent la tension du fil. Les projections de ces droites sur les plans sont faciles à dessiner. Puis, en démontant le fil et en rabattant la partie horizontale du tableau, on retrouve l'épure.

Cosmographie. — C'est certainement dans ce domaine que les travaux pratiques seraient les plus utiles, car ceux-ci nécessitent obligatoirement l'emploi de la géométrie, du calcul algébrique et trigonométrique.

J'emploie pour les explications du cours une sphère armillaire que j'ai pu construire l'an dernier. Cette construction est facile pour ceux qui enseignent dans un établissement ayant une section technique, et qui peuvent bénéficier des ressources de l'atelier. L'explication du mouvement diurne, des systèmes de coordonnées est beaucoup plus aisée qu'avec l'aide du seul tableau noir.

Travaux des élèves. — CENTRE D'INTÉRÊT : L'étude du Soleil.

A) *Construction d'une maquette représentant la trajectoire apparente du soleil*

A l'intérieur d'une couronne de contreplaqué ($e = 5$ mm, diamètres 22 et 33 cm) figurant l'équateur céleste on veut fixer une ellipse figurant l'écliptique.

a) Tracé de l'ellipse sur une feuille de papier : grand axe : 22 cm, distance focale : 0,36 cm. Méthode de tracé : celle du fil tendu. Constatation immédiate : l'ellipse peut se confondre avec un cercle aux dimensions du dessin.

b) Construction d'un tel cercle en fil de cuivre : ce qui demande quelques soins ; les deux extrémités du fil sont soudées.

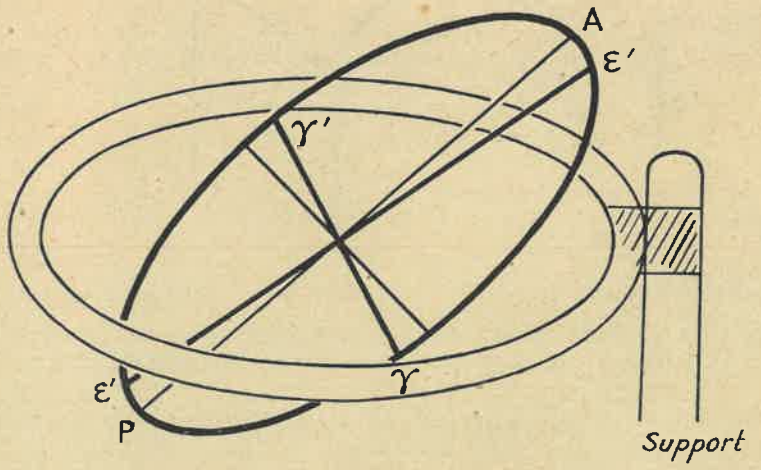
c) Construction du grand axe : un fil bleu le figure (axe des apsides).

d) Position des foyers : le centre de la figure est noté, les deux foyers que l'on a pris, distants de 4 mm, sont marqués à l'encre, l'un d'eux représente la Terre.

e) Construction de l'axe focal normal au grand axe passant par la Terre, en fil bleu également.

f) Construction des axes des équinoxes et des solstices inclinés de 11°8' sur les précédents : en fil rouge. Une petite boule de bois est collée à l'intersection des fils, elle représentera la Terre.

g) On place alors le montage à l'intérieur de la couronne, le fil rouge figurant la ligne des équinoxes étant placé diamétralement à celle-ci. L'inclinaison de 23°27' est respectée à un demi-degré près. (Voir dessin n° 1).



L'observation de ce montage montre clairement :

a) L'inégalité des saisons : comparaison des longueurs d'arc.

b) que le Soleil, à son apogée (ou au périgée), n'est pas à l'extrémité de l'axe des solstices.

c) La couronne de contreplaqué pouvant s'adapter, sur la sphère armillaire à l'intérieur de la couronne figurant l'équateur céleste, on peut expliquer les inégalités de durée du jour et de la nuit en utilisant le cercle horizon de la sphère, construit en tenant compte de la latitude locale.

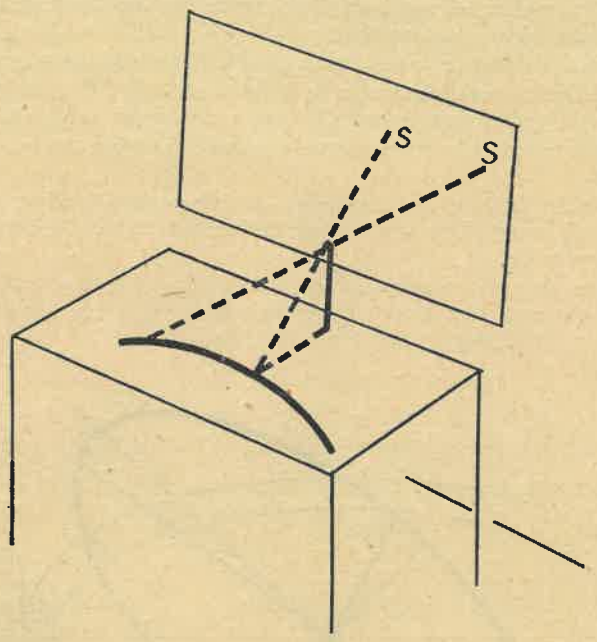
Remarque. — J'ai dû donner une définition de l'ellipse et en indiquer un tracé.

B) *Construction d'un cadran solaire*

Une fenêtre de la classe est située face au Sud.

Devant cette fenêtre un cadran solaire a été réalisé de la façon suivante :

Sur une table, dont les pieds sont vissés au plancher, est fixée une planche à dessin portant une feuille. Au milieu du côté le plus rapproché de la fenêtre a été placée, perpendiculairement à la table, une tige fine de 10 cm. L'ombre de cette tige sur la feuille permet les observations et l'extrémité de cette ombre constitue le repère utile. (Voir dessin n° 2).



Ordre des travaux :

a) Un élève a calculé l'encombrement de l'appareil (longueur de l'ombre à midi le jour du solstice d'hiver) : il s'est avéré que le format d'une planche à dessin convenait.

b) Calcul de l'heure de passage du soleil au méridien local ; des renseignements donnés par la revue de la Société Astronomique de France ont été utilisés. Comme ils se rapportent au méridien de Paris, un calcul correctif est nécessaire. Un tableau donnant l'heure légale du midi vrai local pour chaque jour du mois est affiché près du cadran.

c) Chaque matin les élèves externes mettent leur montre à l'heure (signal de la R.T.F.). Cette opération n'est pas si commode qu'il le semblerait *a priori* et a demandé des conseils préalables. L'un d'eux déclenche un chronomètre du laboratoire à une heure fixée à l'avance (10 heures par exemple).

d) S'il fait soleil (ce qui est rare) les internes et demi-pensionnaires utilisent le chronomètre et le tableau des passages au méridien pour pointer les heures solaires locales (onze heures, midi, une heure...) : un point tracé au crayon se superposant au repère.

De plus la position du repère est marquée à midi légal (qui est une heure, vu que la France utilise l'heure du fuseau horaire + 1 heure et non l'heure du fuseau de Greenwich dont Paris fait partie). L'ensemble de ces points constituera ultérieurement la méridienne locale du temps moyen.

Dans un mois environ, après quelques jours de soleil, le cadran sera gradué et quelques lieux journaliers du repère seront tracés.

e) Ces lieux constituent des arcs d'hyperbole et pour expliquer la forme de ces lieux, qui n'était guère comprise, j'ai fait réaliser *une maquette explicative* qui m'a semblé être une excellente introduction au chapitre futur de géométrie traitant les intersections d'un cône et d'un plan.

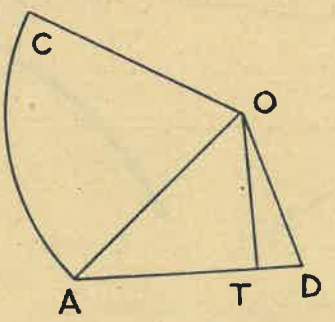
Point de départ : Les élèves comprennent que la surface engendrée chaque jour par un rayon lumineux issu du centre du soleil et rencontrant l'extrémité de la tige du cadran est un cône de révolution axé sur l'axe du monde. La trajectoire journalière du repère sur la feuille est donc l'intersection de ce cône avec le plan horizontal passant par le pied de la tige, courbe dont la forme et la nature demandent à être précisées.

On peut donc construire un tel cône en carton, le placer convenablement par rapport au plan horizontal local et dessiner l'intersection du cône et du plan.

Comme le demi-angle au sommet du cône est variable, il est nécessaire de choisir une date : ce fut celle du solstice d'hiver, date remarquable la plus proche.

Réalisation : a) Placer dans un plan vertical l'axe du monde, une verticale figurant la tige du cadran, et, de part et d'autre de l'axe du monde, deux angles mesurant 66°33'. Dans ce but, une figure en carton a été dessinée et découpée.

TO : tige du cadran solaire (4 cm).
OA : axe du monde.
COD : angle ($2 \times 66°33'$) du cône le jour du solstice d'hiver.
OAT : 50° latitude locale.



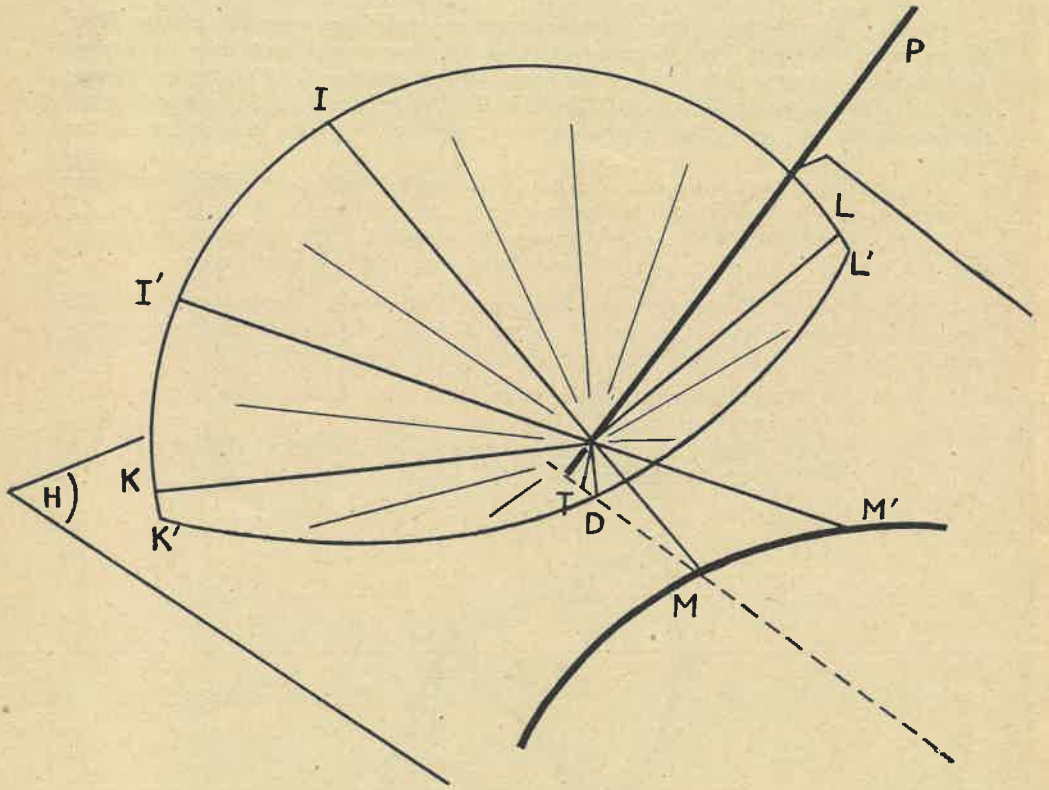
Cette figure est fixée normalement à un plan horizontal (plaque d'Isorel recouverte d'une feuille de papier fort).

b) Construction du cône. Il s'agit de construire un cône connaissant son angle au sommet. Le calcul préalable détermine l'angle au centre de la figure développée, les longueurs d'une génératrice utile et de la circonférence de base.

c) Placer ce cône suivant l'axe POA matérialisé par une aiguille suffisamment longue. Le sommet est en O, deux génératrices s'appuyant sur OC et OD, le plan de base étant normal à OA. Découper au jugé la partie de la surface éliminée par le plan horizontal H, qui viendrait en dessous de celui-ci. Un fil de cuivre construit à l'avance consolide l'arc K'IL'.

d) Tracer sur ce cône les limites de l'horizon de O : droites génératrices horizontales OK et OL.

e) Retrouver la forme de la courbe tracée sur le plan horizontal par le repère. Pour cela, des fils (fils à coudre) tels IO sont collés sur la surface conique. Ils passent tous par O et rencontrent le plan H. A partir de quelques points ainsi fixés sur H et d'autres déterminés par visée, on trace l'arc d'hyperbole d'intersection (Voir figure n° 3).



Intérêt : L'intérêt astronomique est évident.

De plus, comme je l'ai indiqué plus haut, cette réalisation constitue une introduction à l'étude ultérieure de l'intersection cône-plan.

Je n'ai pas insisté sur les propriétés de l'arc d'hyperbole obtenu.

Je me suis borné à le nommer et à mentionner les deux branches.

Travail futur : Réaliser deux maquettes analogues à partir de la même figure initiale (triangle AOT) :

l'une valable le jour de l'équinoxe de printemps ;

l'autre valable le jour du solstice d'été.

Comparer les courbes obtenues.

Enfin, lorsque le cours de géométrie sera terminé, étude complète dans chaque cas du problème :

Intersection d'un cône de révolution d'axe donné OA, de sommet O, d'angle au sommet connu, et d'un plan distant de O de OT = 4 cm et faisant avec l'axe du cône un angle de 50°. Déterminer les caractéristiques de la courbe d'intersection, la construire en vraie grandeur.

Chaque courbe pourra être comparée à celle qui figure sur la maquette.

Conclusions. — Ces travaux, qui pourraient à première vue demander beaucoup de temps, n'ont nécessité que quelques heures de travail dirigé. Les figures de géométrie sont connues, donc leur reproduction est facile et rapide.

La mise en place du cadran a demandé une heure de travail. La confection de la maquette a duré une heure et demie. Un travail de préparation préalable avait été fait à la maison, ou en étude.

Quatre élèves de la classe présenteront le baccalauréat Mathématiques et Technique. Ils n'ont pas de cosmographie à leur programme. Ils suivent néanmoins le cours avec leurs camarades et les ont aidés spontanément dans ces exercices. Leur habileté manuelle s'est manifestée utilement.

Ces méthodes sont possibles dans une classe de faible effectif, tous les élèves sont alors groupés ; il est très difficile de diriger l'attention de trente élèves autour d'une construction que tous doivent voir et comprendre.

Je crois nécessaire de recourir au concret dans de nombreux cas, et surtout en géométrie dans l'espace. Les premiers mois de la classe de Première sont souvent pénibles.

J'espère, dans quelque temps, pouvoir organiser dans l'établissement un club scientifique dont les buts seraient :

a) observations astronomiques (le Collège possède une petite lunette) ;

b) Etude du matériel scientifique (optique, mécanique, électricité, géométrie...). Les élèves de la section technique trouveraient là matière à quelques réalisations ;

c) comptes rendus d'ouvrages scientifiques ;

d) projections de films ;

e) dans la limite des moyens qui pourraient être accordés, quelques excursions.

Dans l'immédiat, j'ai demandé une location de films à la Société Astronomique de France, afin de présenter une séance en février. Séance réalisée le 10 mars 1957 (100 élèves, plus la moitié du corps professoral).

II. — **Classe de Première.**

Les professeurs enseignant en Première se sont aperçus que, si un problème propose cette figure : deux droites quelconques, coupées par des sécantes parallèles à un plan fixe, de nombreux élèves remettent un dessin sur lequel les sécantes sont représentées parallèles entre elles, comme si la projection de la figure de l'espace sur un plan quelconque créait, dans tous les cas, un parallélisme de droites.

Je me suis efforcé de corriger cette erreur de la façon suivante :

Deux tiges Δ et Δ' sont fixées en O et O' sur une planche représentant un plan H. Ce sont des tiges filetées, la solidité du montage est assurée par des petits boulons en O et O', de chaque côté de la planche. Sur ces tiges peuvent glisser des bouchons de caoutchouc, dans lesquels on enfile des aiguilles AA', BB', CC', DD', telles que ces droites soient parallèles au plan H. Il s'agit de montrer que, suivant le plan sur lequel cette figure est projetée orthogonalement, les projections des droites telles que AA' prennent des positions différentes.

I. Construisons un plan V normal au plan H. Traçons la projection de la figure sur ce plan (on peut utiliser une double équerre en forme de trièdre trirectangle) et démontrons que, dans ce cas, les projections des sécantes sont parallèles. Nous obtenons ainsi le cas particulier que trop d'élèves ont tendance à généraliser.

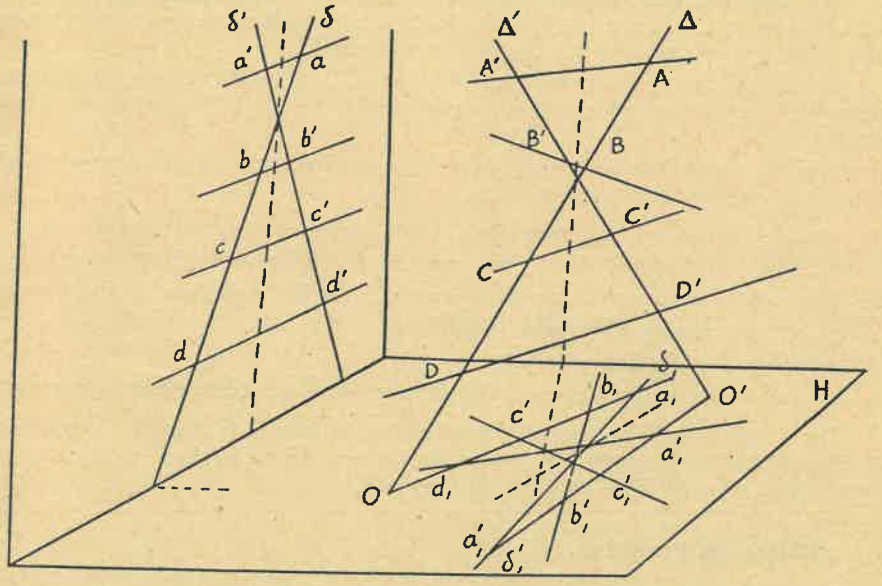
II. Projetons alors la figure sur le plan H : la projection est tout autre, les droites obtenues ne sont, ni parallèles, ni concourantes.

III. On étudie ensuite les figures obtenues sur H et V, les théorèmes relatifs aux projections orthogonales sont ainsi utilisés.

IV. En application, traitons ce problème : Montrer que les milieux des segments AA', BB', CC', DD', sont alignés. Après la démonstration, on représente par un fil tendu la droite obtenue et ses projections sur les plans H et V.

V. Ceci introduit l'étude de l'épure d'une figure que certains verront l'an prochain.

J. DAUBY, *Fourmies (Nord)*.



DÉFINITION DES TRIANGLES SEMBLABLES

Cette question a été soulevée et longuement discutée il y a une vingtaine d'années (peut-être vingt-cinq) dans le *Bulletin* ou dans feu *L'Enseignement scientifique*.

Les tenants de la définition traditionnelle avaient fait remarquer que la similitude des figures est connue des enfants bien avant l'âge des études : « C'est le même en plus petit ». elle leur est plus familière que l'égalité. La définition traditionnelle présente le gros avantage d'englober cette notion intuitive et d'y puiser vie et intérêt.

[Par opposition, la définition proposée par M. EHRHART paraît morte et ratatinée].

D'autres avaient proposé une définition inspirée par l'homothétie, sans prononcer le mot réservé à l'année suivante : « On dit que deux triangles sont semblables quand on peut les placer de façon qu'ils aient un angle commun, les côtés opposés à cet angle étant parallèles. » (BRACHET et DUMARQUÉ).

Cette définition convient très bien. Elle contient l'égalité des triangles et est contenue dans la définition par l'homothétie qui sera donnée l'année suivante.

Les trois cas de similitudes, correspondant aux trois cas d'égalité, sont conservés — ce qui est bon.

N. GOUKOWSKY.

N.D.L.R. — La discussion à laquelle Mlle GOUKOWSKY fait allusion est sans doute celle qui a opposé M. BRUCKER, proviseur honoraire du Lycée Rollin, à

M. CHÉNEVIER, alors professeur de Mathématiques Spéciales au Lycée Saint-Louis. M. BRUCKER était partisan de définir les triangles semblables par la proportionnalité des côtés, tandis que M. CHÉNEVIER préconisait la définition « surabondante ». Tous deux ont défendu leur point de vue dans *L'Enseignement scientifique*, revue malheureusement disparue aujourd'hui.

Citons une partie des arguments de M. CHÉNEVIER, présentés dans le n° 76 (mars 1935) de *L'Enseignement scientifique* :

« Nous coupons un triangle ABC par une parallèle B'C' à BC. Il est naturel d'étudier les triangles ABC et AB'C'. Leurs angles sont égaux chacun à chacun et les côtés opposés aux angles égaux sont proportionnels. On obtient ainsi cinq égalités. Ces deux triangles sont dits semblables. Il s'agit maintenant de les définir. Egalité des angles, dira l'un ; proportionnalité des côtés, dira l'autre. Et voici les géomètres partagés en deux camps : les angulaires et les latéraux. Survient un quidam qui n'est ni l'un ni l'autre. « Parlons d'homothétie, dit ce quidam, et tout s'arrange. » Voire ! Je vais donc dire, comme définition, que deux triangles sont semblables si l'un est égal à un homothétique de l'autre. Mais, alors, il me faudra définir deux triangles homothétiques, et je m'y refuse en Troisième. Je raconte là un roman vécu lors de la rédaction d'un manuel scolaire, rédaction qui pose bien des problèmes qu'on ne soupçonne pas toujours, et dont on donne souvent une solution qui ne satisfait pas pleinement et qui est un compromis. « Le propre de l'homme d'Etat, disait le Cardinal de Richelieu, est de choisir entre divers inconvénients. » C'est quelquefois le propre du professeur. Donc, je choisis : J'appelle triangles semblables deux triangles qui ont leurs angles égaux, chacun à chacun, et dont les côtés homologues sont proportionnels. Puis je pense à l'avenir et j'ajoute timidement : Les deux triangles ABC et AB'C' que j'ai considérés sont placés de la même façon. Je les appelle homothétiques, mais je me garde d'insister et je constate que des triangles égaux au triangle AB'C', homothétique de ABC, sont semblables à ABC. La construction de tels triangles me fournit les cas de similitude, d'où il apparaît que les cinq égalités de la similitude résultent de deux d'entre elles convenablement choisies. Le parallélisme avec l'étude de l'égalité est frappant.

Plus tard, quand mes élèves entendront parler d'homothétie, ils constateront que leurs triangles homothétiques du cours de Troisième étaient placés dans une situation très particulière et ils n'auront aucune difficulté à comprendre le composé, ayant jadis compris le simple.

Je vois à cette considération simultanée des angles et des côtés, un avantage qui disparaîtrait si l'on procédait autrement. Si je donne à un élève de Troisième un triangle obtus-angle et un triangle dont tous les angles sont aigus, cet élève me dira, s'il est mon disciple, que les deux triangles ne sont pas semblables. L'inégalité des angles, visible au premier examen, doit le frapper. S'il est disciple de M. BRUCKER, l'élève interrogé en sera encore à mesurer les côtés quand l'autre aura déjà conclu. Dans ces questions, les angles et les longueurs jouent des rôles également importants. Je crois de bonne pédagogie de ne pas les séparer. »

« Une anomalie » ou « des définitions surabondantes ou non surabondantes? »

J'ai longtemps été choquée par cette anomalie. J'ai toujours utilisé la définition « triangle égal à un triangle homothétique de l'autre » après avoir précisé que nous utiliserions le vocabulaire « triangles homothétiques » pour désigner *rapidement* « deux triangles qui ont deux côtés portés par les mêmes droites et les troisièmes parallèles », en précisant qu'en Seconde nous donnerions à ce terme un sens plus

large. Ce qui m'y a encouragée, lorsque j'hésitais, c'est que CHÉNEVIER, que je regrette beaucoup de ne pas pouvoir mettre entre les mains de mes élèves, le faisait aussi.

Au contraire de M. EHRHART, je trouve indispensable que les élèves puissent caractériser par un mot qu'ils retiennent facilement une situation bien différente, bien plus particulière, que celle des triangles semblables. J'ai remarqué que les élèves formés avec la définition surabondante oublient totalement le théorème d'existence qui a précédé cette définition et qu'ils utilisent — même en Première — le cas de similitude (deux angles égaux) chaque fois qu'ils trouvent dans une figure deux triangles homothétiques par rapport à un sommet commun. Je craindrais qu'il en fût de même avec le plan proposé par M. EHRHART.

Au contraire, si l'on dispose du terme « homothétique », on fait même admettre aux redoublants, en Troisième, que dans cette situation les triangles sont « mieux » que semblables. Enfin, il y a identité avec la définition donnée en Seconde, et ceci me paraît très important, car deux définitions différentes choquent les élèves (je l'ai constaté longtemps en Seconde) et je ne vois vraiment pas que, dans ce cas, il y ait profit à les choquer et qu'il soit facile de justifier à leurs yeux le changement de définition.

Si je continue à rejeter la définition surabondante, c'est à cause des inconvénients que je viens de signaler, et non à cause de sa surabondance qui ne me choque plus du tout.

Car il me semble qu'il y a un autre exemple de définition surabondante dans le cours secondaire de Mathématiques avec la définition de la perpendiculaire à un plan, que je n'ai jamais vue définie comme perpendiculaire à deux droites concourantes d'un plan, mais comme perpendiculaire à toutes les droites du plan (Cf. CHÉNEVIER, MILLET, LEBOSSÉ). Ce qui est bien naturel ! Car en quoi serait-elle remarquable, si elle n'était perpendiculaire qu'à deux droites d'un plan, même concourantes ! Et pourtant, si l'on voulait être fidèle à la définition que l'on impose aux jeunes élèves de Cinquième : « Deux droites sont perpendiculaires si l'*un* des angles qu'elles déterminent est droit », on choisirait la définition non surabondante. Cela me suggère d'essayer l'année prochaine en Cinquième la définition surabondante, qui sera vraiment *adoptée* par les élèves, et je suis certaine qu'on distinguera mieux la nouvelle définition et le nouveau théorème : « Il suffit que l'un des quatre angles déterminés par deux droites soit droit pour que les trois autres le soient », avec le deuxième énoncé : « Pour que deux droites soient perpendiculaires, il suffit que l'un des angles qu'elles déterminent soit droit » — de la définition et du théorème que je donne jusqu'ici. La rigueur n'aura en rien souffert. Et puisque ce langage est destiné à des enfants, pourquoi ne l'adapterions-nous pas à leur vision ?

J'en arrive donc à me demander si les définitions surabondantes sont nécessairement condamnables et, pour reprendre le parallélogramme avec lequel on enregistre tant d'échecs (et il porte sa définition dans son nom !), je me demande si les résultats seraient plus mauvais en adoptant le plan suivant :

1) Etude des quadrilatères dont les côtés sont parallèles deux à deux.

2) Construction et observation d'un modèle : quadrilatère déformable dont les côtés opposés sont égaux. Construction sur le papier.

3) Un exercice de logique : on m'a offert des billes, les unes sont rouges, les autres bleues. Je vais les séparer. Ce faisant, je constate que certaines sont lourdes, d'autres légères. Je veux maintenant les séparer de façon que toutes les billes de la même boîte soient identiques. Combien de boîtes dois-je prévoir ? Caractérisez le contenu de chaque boîte.

Quand la réponse a été trouvée par toutes les élèves, j'ai posé la question : « Quelle particularité devront présenter mes billes pour que trois boîtes et trois seulement soient nécessaires ? » Quelques élèves ont rapidement trouvé et exprimé très

correctement la réponse. Avec un peu plus de temps celles qui avaient besoin de dessiner les boîtes y sont aussi parvenues (classe faible).

Dernière question : « Caractérisez la situation par une phrase, la plus simple possible, pour que deux boîtes seulement soient nécessaires ?

Laissons les billes ; prenons des triangles : il y a ceux qui ont deux côtés égaux (les « rouges ») et ceux dont les côtés sont inégaux (les « bleus ») ; ceux qui ont deux angles égaux (les « lourds ») et ceux dont tous les angles sont inégaux (les « légers »). Combien me faut-il de « boîtes » pour les classer ?

Prenons les quadrilatères convexes. Il y a ceux qui ont deux couples de côtés parallèles et ceux qui n'ont qu'un ou zéro couple de côtés parallèles ; ceux dont les côtés opposés sont égaux et ceux qui n'ont pas deux couples de côtés opposés égaux. Combien me faut-il de « boîtes » pour les classer ?

4) Etude des quadrilatères convexes dont les côtés opposés sont égaux.

5) Conclusion : « Il y a identité entre l'ensemble des quadrilatères, dont les côtés sont parallèles deux à deux, et l'ensemble des quadrilatères *convexes* dont les côtés opposés sont égaux. Nous appellerons ces quadrilatères « parallélogrammes ». Les théorèmes précédents expriment des conditions suffisantes pour qu'un quadrilatère soit un parallélogramme. »

Il me semble qu'ainsi l'effort de mémoire serait déplacé sur l'essentiel, et, du même coup, diminué.

Si tout cela sent le soufre, qu'on me l'explique ! Mais qu'on se rassure pour mes élèves : je n'ai pas franchi le Rubicon ! J'ai fait la leçon qui précède *sauf* le changement de définition, car je ne veux pas qu'elles aient des ennuis en Troisième !

X...

V. DOCUMENTATION

BABEL ET LES MATHÉMATIQUES (Suite)

Dans l'ensemble des textes sur « Babel et les Mathématiques » (Bulletin n° 188), *les lecteurs ont eu l'occasion de connaître les arguments de* M. V. KOURGANOFF, *professeur à la Faculté des Sciences de Lille, en faveur d'un enseignement des langues pour les scientifiques, arguments puisés aux bonnes sources, l'auteur ayant une longue expérience de cet enseignement. Nous remercions vivement* M. KOURGANOFF *de nous autoriser à reproduire le rapport qu'il a présenté sur ce sujet lors du récent colloque du M.N.D.S. et qui a été adopté à l'unanimité. Cette étude, aussi complète (malgré sa brièveté) que précise, appelle une prompte réalisation qui servira la cause du développement scientifique.*

LES BARRIÈRES LINGUISTIQUES ET LA CRÉATION D'INSTITUTS DE LINGUISTIQUES SCIENTIFIQUES

Les « barrières linguistiques », déjà sensibles dans d'autres domaines, affectent tout particulièrement l'accès à la *documentation* scientifique et technique. Une grande partie de cette documentation est en effet publiée aujourd'hui en anglais (la moitié environ), le reste se partageant à peu près, à égalité, entre le français, le russe et l'allemand (1). *Parler* ces langues fondamentales devient aussi de plus en plus nécessaire, en raison de l'extension et de l'intensification de la coopération et de la compétition entre les différents pays.

L'enquête du M.N.D.S., sur les connaissances linguistiques des professeurs, maîtres de conférences, chefs de travaux et assistants des Facultés des Sciences (2), a permis de préciser ce que beaucoup de scientifiques ont pu observer autour d'eux ou savent, par expérience personnelle, à savoir :

1) L'*insuffisance* des connaissances linguistiques. On n'étudie pas un nombre suffisant de langues fondamentales, et l'on ne connaît pas *comme il faudrait* celles que l'on a apprises au Lycée.

2) *L'origine* de cette insuffisance : une « stratégie » défectueuse, pour ne pas dire absurde, de l'enseignement des langues. Programmes et méthodes du Secondaire qui subordonnent l'acquisition des techniques linguistiques à l'initiation aux cultures étrangères. Arrêt de l'étude des langues au moment précis (Mathématiques Elémentaires, Propédeutique) où la spécialisation scientifique rendrait possibles des options linguistiques en vue d'un minimum de connaissances *utilisables*.

La situation peut être illustrée par un exemple typique tiré des conclusions de l'enquête : sur 397 professeurs et maîtres de conférences ayant répondu au questionnaire du M.N.D.S., ceux qui, en même temps, parlent l'anglais et lisent l'allemand, ne représentent que 19 %. Si l'on avait ajouté la condition de « déchiffrer péniblement » les textes russes, le pourcentage s'abaisserait à 5 %. En ce qui concerne l'*efficacité de l'Enseignement Secondaire* dans la formation linguistique des scientifiques, on constate que 52 % et 49 % seulement des 744 scientifiques consultés ont

(1) Ces chiffres varient évidemment suivant le domaine de la science envisagé et ne représentent que des ordres de grandeur.

(2) La proximité du Colloque a provisoirement obligé à renoncer à une consultation plus vaste.

acquis leurs connaissances d'anglais et d'allemand dans le Secondaire. Mais la *qualité* de ces connaissances se répartit comme suit entre « parler », « lire » et « déchiffrer » : *18 %*, 70 % et 12 % pour l'anglais ; 21 %, *39 %* et 40 % pour l'allemand. Ces 18 % et 39 % démontrent l'inadaptation des méthodes actuelles du Secondaire aux besoins des scientifiques.

Serait-il excessif d'exiger et utopique d'espérer que les cadres scientifiques supérieurs sachent parler l'anglais, et lire l'allemand et le russe scientifique (dans leur spécialité) ? Le rapporteur ne le pense pas. Il pense au contraire, après une étude approfondie du problème, qu'un beaucoup plus grand nombre de scientifiques pourrait vaincre les « barrières linguistiques », à condition de confier l'enseignement des langues à des professeurs débarrassés de tout souci littéraire et possédant *une solide culture scientifique*.

Il serait toutefois assez illusoire de vouloir transformer *tous* les scientifiques en polyglottes. En effet :

1) Il existe certainement des personnes peu douées et même « réfractaires » aux langues.

2) La connaissance des langues n'ajoute pas grand'chose, *par elle-même*, à la compétence scientifique. Elle n'est, le plus souvent, qu'un moyen d'accès à la documentation, et ici la connaissance *individuelle* des langues peut être remplacée par un nombre suffisant de bonnes *traductions*.

3) En de nombreuses circonstances le programme « minimum » (pourtant déjà relativement lourd), proposé plus haut, serait de toute manière *insuffisant*, et des connaissances plus vastes ou *plus approfondies* seraient indispensables, ce qui obligerait à recourir à des *interprètes*.

Mais comme il est absolument impossible de traduire correctement des phrases dont on ne comprend pas *le sens scientifique* ou technique nous arrivons à la nécessité de la formation de traducteurs et interprètes *scientifiques*. La formation de tels « linguistes scientifiques » spécialisés et *professionnels*, représente une des tâches les plus urgentes dans l'effort de rénovation que se propose le M.N.D.S.

La caractéristique commune de tous les linguistes scientifiques serait la maîtrise de certaines *techniques linguistiques* (y compris celle du français) jumelée à une certaine *compétence scientifique*. La maîtrise des techniques linguistiques pourrait porter sur une ou plusieurs langues, et la compétence scientifique pourrait s'exercer dans un domaine plus ou moins vaste de la science, et être plus ou moins profonde.

On aurait donc, pour ne citer que quelques exemples, des linguistes-scientifiques au niveau des « aides-techniques » (*secrétaires*), des linguistes-scientifiques capables de *traduire* des traités et des mémoires originaux, des linguistes-scientifiques capables de servir d'*interprètes simultanés* lors des Colloques et Congrès, et des linguistes-scientifiques spécialisés dans l'*enseignement* « *restreint* » des langues au niveau de Mathématiques Elémentaires, de la propédeutique et de la licence : peut-être même des linguistes-scientifiques capables d'aider les jeunes chercheurs à rédiger leurs publications en *un français* compréhensible.

La formation des linguistes scientifiques, tout en répondant à un besoin réel et urgent, permettrait d'offrir des débouchés nouveaux et intéressants à nombre de nos jeunes, *consciencieux et intelligents*, mais dépourvus de ces dons, très particuliers, qu'exigent les Lettres ou la Recherche scientifique. Car, bien entendu, les linguistes scientifiques ne seraient pas obligés de lire du Shakespeare ou du Gœthe dans le texte, ou de déchiffrer les écrits d'Ivan le Terrible en vieux slavon, pas plus qu'on ne leur demanderait d'être capables d'invention scientifique. Cependant, les plus doués pourraient déboucher sur le travail personnel et créateur, ouvrant l'accès à l'Enseignement Supérieur : effectuer des *synthèses* de publications étrangères spécialisées, rédiger des traités, des mises au point et des monographies, dont le besoin se fait sentir de plus en plus impérieusement avec la spécialisation et le cloisonnement croissants de la Science.

La formation des linguistes scientifiques pourrait se faire dans un certain nombre d'*Instituts d'Université* qu'il serait facile de créer immédiatement (sur le modèle de certaines Ecoles Nationales de Chimie, par exemple), ouverts aux titulaires des sections scientifiques de la *première* partie du baccalauréat. L'enseignement scientifique y serait assuré par la fréquentation de la classe de Mathématiques Elémentaires, puis des cours de la Faculté des Sciences (propédeutique, puis licence), avec dispense de problèmes et de certains travaux pratiques. Mais l'enseignement des langues pourrait être confié, provisoirement, pour une large part, aux professeurs de l'*Enseignement Secondaire* et commercial, à qui l'on demanderait de faire porter le principal effort sur la grammaire jumelée avec l'utilisation des textes *scientifiques* ne dépassant pas le niveau de la première partie du baccalauréat. Dans les classes terminales on ferait appel aux professeurs *scientifiques* connaissant certaines langues. Enfin, et surtout, on enverrait nos futurs linguistes scientifiques, acquérir une partie de leur culture scientifique dans les Universités étrangères, pendant un an ou deux.

Il faudrait instituer, à tous les niveaux, des travaux pratiques spéciaux, visant à la fois à accroître la virtuosité linguistique des élèves et à l'approfondissement de la *compréhension* des cours scientifiques. On pourrait confier la direction de ces travaux pratiques alternativement aux professeurs de langues et à des chefs de travaux scientifiques. Des exercices de *dactylographie*, de dépouillement bibliographique, etc... pourraient également être envisagés en première année, dans l'hypothèse que certains élèves n'iraient pas au-delà du stade de secrétaire scientifique.

Les classes terminales de ces Instituts seraient jumelées avec des Centres de Documentation et les travaux des élèves pourraient alimenter une partie de la production de ces Centres.

La formation des linguistes scientifiques *professeurs*, permettrait de remplacer progressivement les professeurs « littéraires » de l'Enseignement Secondaire, par des enseignants plus appropriés, capables de s'appuyer sur des textes d'un niveau scientifique plus élevé. On pourrait alors envisager une réforme plus profonde, qui consisterait à introduire l'enseignement restreint de l'anglais, de l'allemand et du russe « *scientifiques* » au niveau des classes terminales du Lycée, avec la continuation de cet enseignement, de plus en plus spécialisé, jusqu'à la fin de la licence, sous la forme d'*options* donnant des *majorations de points* aux examens scientifiques. et des *majorations de traitement* dans les postes d'aide technique et d'assistant.

Nous ne mentionnerons que pour les rejeter comme entièrement illusoires les suggestions tendant à l'emploi d'une « langue scientifique internationale » (latin, espéranto, anglais, etc...), qui est condamnée, non seulement par le développement mondial du « nationalisme linguistique », mais aussi et surtout par l'accession à la carrière de chercheur de personnes *étroitement spécialisées* incapables d'assimiler une langue autre que leur langue maternelle.

Le rapporteur tient à exprimer sa reconnaissance à la Direction Régionale (Nord) de l'I.N.S.E.E. pour l'assistance technique dans le dépouillement de l'enquête.

V. KOURGANOFF.

TABLEAUX ANNEXES

I. — RÉPARTITION DE LA QUALITÉ DES CONNAISSANCES DE 744 « SCIENTIFIQUES » POUR CHACUNE DES LANGUES CONSIDÉRÉE SÉPARÉMENT

Degré de connaissance	Anglais	Allemand	Russe	Italien	Espagnol	«Autres»
3 Parlent	26 %	17 %	2 %	3 %	4 %	2 %
2 N'arrivent qu'à lire...	59 %	25 %	2 %	20 %	13 %	2 %
1 N'arriv. qu'à déchiffrer	12 %	36 %	6 %	25 %	16 %	3 %
0 Ignorent complètement.	3 %	22 %	91 %	52 %	67 %	93 %

II. — Différences entre professeurs et assistants (Age, voyages, besoins)

Degré de connaissance	Anglais		Allemand		Russe	
	Profs	Assist.	Profs	Assist.	Profs	Assist.
3 Parlent	33 %	11 %	23 %	13 %	1 %	2 %
(2 + 3) Lisent	88 %	80 %	59 %	28 %	3 %	3 %
(1 + 2 + 3) « Connaissent »	95 %	98 %	89 %	73 %	9 %	8 %
Ont été consultés	282	134	282	134	282	134

III. — Connaissance simultanée de l'anglais et de l'allemand (et éventuellement russe)

Anglais	Allemand	Ensemble 744		Profess. 282		Assist. 134		Ensemble (avec russe)	
Parle	Ignore	194	26 %	95	33 %	15	11 %	35	5 %
Parle	Déchiffre	171	23 %	90	32 %	12	9 %	34	5 %
Parle	Lit	105	14 %	62	22 %	5	4 %	31	4 %
Parle	Parle	50	7 %	29	10 %	4	3 %	21	3 %
Lit	Parle	117	16 %	61	22 %	16	10 %	28	4 %
Déchiffre	Parle	121	16 %	62	22 %	18	14 %	28	4 %
Ignore	Parle	124	17 %	64	23 %	18	14 %	29	3 %
Lit	Ignore	633	85 %	250	88 %	108	81 %	63	8 %
Lit	Déchiffre	510	69 %	230	81 %	78	58 %	59	8 %
Lit	Lit	287	39 %	150	55 %	31	23 %	53	7 %
Déchiffre	Lit	306	41 %	161	57 %	36	27 %	54	7 %
Ignore	Lit	314	42 %	166	59 %	37	28 %	55	7 %

IV. — Influence des différentes méthodes d'étude sur la qualité des connaissances

Degré de connaissance	Secondaire			Voyages			Autodidactes			Leçons partic.		
	Angl.	All.	Russ.	Angl.	All.	Russ.	Angl.	All.	Russ.	Angl.	All.	Russ.
3	69	61	2	30	17	6	11	0	1	3	1	0
2	266	113	1	9	7	2	96	25	5	9	7	1
1	42	114	0	2	8	0	34	101	27	3	15	13
Total	377	288	3	41	32	8	141	126	33	15	23	14

	Angl.	All.	Russ.
Divers	79	45	1
	61	38	1
	8	31	4
	148	114	7

RAPPORT GÉNÉRAL DE LA COMMISSION D'ÉTUDE pour le recrutement et la formation des personnels scientifiques de l'enseignement et de la recherche

La Commission d'étude des problèmes relatifs au recrutement et à la formation des personnels scientifiques de l'enseignement et de la recherche a été créée par arrêté du 20 novembre 1957.

Le Ministre de l'Education Nationale a présidé lui-même deux réunions de cette Commission. Le Directeur général de l'Enseignement Supérieur et le Directeur général de l'Enseignement du Second Degré ont présidé alternativement les autres réunions.

La Commission était composée comme suit :

— M. le Directeur général de l'Enseignement Supérieur.
— M. le Directeur général de l'Enseignement du Second Degré.
— M. le Directeur général de l'Enseignement du Premier Degré.
— M. le Directeur général de l'Enseignement technique.
— M. le Directeur du Centre national de la Recherche scientifique.
— M. CAMPAN, Inspecteur général de l'Enseignement du Second Degré.
— M. CHAMPETIER, professeur à la Faculté des Sciences de Paris.
— M. CHÉRADAME, Directeur des études de l'Ecole Polytechnique.
— M. DURRANDE, professeur de Mathématiques Spéciales au Lycée Saint-Louis.
— M. KIRRMANN, Directeur adjoint de l'Ecole Normale Supérieure.
— M. LICHNÉROWICZ, professeur au Collège de France.
— M. Jean-Paul MATHIEU, professeur à la Faculté des Sciences de Paris.
— M. MAXE, Inspecteur général de l'Enseignement Technique.
— M. PAYAN, Inspecteur général de l'Enseignement du Premier Degré.
— M. PÉRÈS, doyen de la Faculté des Sciences de Paris.
— M. L. ROLLAND, Inspecteur général des Services administratifs.
— M. WALUSINSKI, professeur agrégé au Lycée de Saint-Cloud.

Le rapport général, établi par M. ROLLAND, a été discuté et adopté par la Commission le 3 février 1958.

Le présent rapport résume les travaux de la Commission constituée en vue d'étudier les problèmes relatifs au recrutement et à la formation des personnels scientifiques de l'enseignement et de la recherche.

Les mesures préconisées par la Commission concernent exclusivement les disciplines scientifiques et ne sauraient être étendues aux autres disciplines sans une étude approfondie et après de larges consultations.

Certaines de ces mesures pourraient être appliquées dans un bref délai ; d'autres exigent des moyens importants, soit en locaux, soit en personnels, et ne peuvent faire l'objet d'une application immédiate. Il conviendrait de prévoir leur échelonnement sur les années à venir.

Certaines mesures, et la Commission les juge essentielles, devraient avoir pour effet d'attirer davantage d'étudiants vers les disciplines scientifiques et plus particulièrement vers les carrières d'enseignement et de recherche. D'autres, enfin, tenant compte des difficultés actuelles de recrutement et des perspectives immédiates, constituent en quelque sorte une « formule d'administration de la pénurie ».

La Commission tient à rendre hommage à toutes les personnalités qui ont bien voulu lui prêter le concours de leur expérience et qui ont participé à certaines séances de travail de la Commission et des différentes Sous-Commissions, notamment à MM. les Inspecteurs généraux BRUHAT et DONTOT, présidents des jurys d'agrégation de Physique et de Mathématiques.

Elle tient à remercier particulièrement M. le professeur PRENANT, qui a bien voulu se charger des différents rapports intéressant les sciences naturelles.

⁂

La Commission a noté avec satisfaction la tendance qui se manifeste à l'heure actuelle et qui se traduit, notamment, par une augmentation sensible du nombre des étudiants dans les disciplines scientifiques. Elle considère cependant qu'il importe d'attirer davantage encore de jeunes gens vers ces disciplines. Il serait souhaitable qu'un effort fût fait en ce sens dès les premières années de l'Enseignement Secondaire.

La Commission, unanime, demande que, par tous les moyens dont dispose le Ministre, en particulier les bourses, les avantages de carrière, on cherche à distribuer géographiquement et entre les disciplines, d'une manière plus conforme aux besoins du pays, toute la clientèle qui va à l'Enseignement Supérieur.

La Commission a exprimé tout spécialement le vœu que toutes mesures soient prises pour rendre plus attrayantes les carrières de l'enseignement et de la recherche. Elle se félicite, de ce point de vue, de toutes les mesures qui pourront être prises, notamment en ce qui concerne l'accélération des débuts de carrière et la revalorisation des traitements.

La Commission considère que pour inciter davantage d'étudiants à se destiner à l'enseignement public, il convient de définir un ensemble de prestations et de moyens spéciaux qui seraient réservés à ces étudiants. Ceux-ci pourraient être recrutés sur titres ou après concours et seraient considérés comme des fonctionnaires stagiaires. Les années d'études après ce pré-recrutement seraient valables ou validables pour la retraite et pour l'avancement.

La préparation des différents concours de recrutement devrait être « structurée » et pourrait en grande partie être assurée par l'Enseignement Supérieur, avec le concours des Directions intéressées, dans les Instituts de Faculté.

En contre-partie de cet ensemble de garanties et d'avantages immédiats ou valables pour leur carrière future, ces étudiants devraient souscrire *un engagement de servir effectivement pendant cinq ans*, à l'issue de la scolarité au titre de laquelle ils ont obtenu cette aide spéciale de l'Etat, dans les postes auxquels ils auront été affectés par le Ministre de l'Education Nationale *dans l'enseignement public ou au Centre national de la Recherche scientifique*.

La Commission estime qu'il n'est pas possible d'exiger cet engagement des étudiants boursiers.

Le seul fait de se présenter à un concours de recrutement ne doit entraîner en tout cas aucun engagement de la part des candidats. Ceux-ci devront toutefois signer une note dans laquelle leur attention sera attirée sur le fait qu'ils ne pourront bénéficier du titre que confère normalement le concours auquel ils se sont présentés qu'après avoir effectivement pris possession du poste d'enseignement ou de recherche dans lequel ils auront été nommés par le Ministre, et que ce titre leur serait retiré s'ils abandonnaient ce poste sans autorisation du Ministre avant cinq ans de services effectifs.

Les textes réglementaires relatifs à l'organisation des concours et les textes statutaires devront être éventuellement modifiés pour rendre possible l'application des dispositions ci-dessus indiquées. Peut-être conviendrait-il, de ce point de vue, de ne pas publier au *Journal officiel* les listes de candidats proposés pour l'admission définitive aux différents concours, et de ne procéder à la publication des arrêtés de nomination qu'après l'installation effective ou du moins l'acceptation écrite de cette affectation.

Les étudiants qui ont reçu une aide spéciale de l'Etat et qui, à ce titre, ont signé

un engagement de cinq ans, devraient rembourser à l'Etat tout ou partie des prestations perçues, s'ils ne prenaient pas immédiatement un poste après leur succès au concours. Des dérogations à cette obligation devraient pouvoir toutefois être accordées, sur avis favorable du Doyen et du Président de jury, aux candidats reçus qui désireraient préparer un autre concours de recrutement de l'Education Nationale donnant lieu à une aide spéciale pour sa préparation. De telles dérogations pourraient également être accordées à certains candidats qui désireraient poursuivre leurs études.

Les modalités de remboursement devraient être également prévues pour les étudiants qui, ayant bénéficié d'une aide spéciale, ne se présenteraient pas au concours ou subiraient un échec et n'accepteraient pas de servir l'Education Nationale pendant cinq ans. Ces étudiants pourraient aussi bénéficier de remises totales ou partielles, après un examen très bienveillant de leur dossier (voir Annexe I).

⁂

Considérant, toutefois, que les mesures préconisées ci-dessus ne pourront avoir qu'un effet relativement lointain et qu'il est cependant nécessaire de trouver des moyens de donner aux très nombreux enfants qui se pressent dans les établissements d'Enseignement du Second Degré, les maîtres qui leur manquent, la Commission recommande instamment un assouplissement des règles de cumul qui permettrait de demander à certains professeurs admis à la retraite d'assurer, pendant une ou plusieurs années, un service entier ou partiel.

Ce maintien en fonctions ne saurait, bien entendu, être imposé aux intéressés. Il donnerait droit au cumul de la pension de retraite et de la totalité ou d'une partie du traitement.

La Commission souhaite également que des mesures analogues soient prises afin de permettre le recrutement, en qualité de contractuels, de retraités affiliés à des caisses de retraite privées.

Il serait sans doute possible de demander à une partie du personnel en activité un effort accru sous forme d'heures supplémentaires, à la condition que celles-ci restent facultatives et donnent lieu à une rétribution majorée exceptionnellement selon les règles en application dans l'industrie — avec suppression du « plafond ».

La Commission a considéré que l'institution d'emplois à mi-temps, comportant un demi-traitement et permettant d'acquérir des droits à l'avancement et à la retraite, attirerait vers l'enseignement — ou pourrait retenir dans les cadres de celui-ci — un personnel féminin plus nombreux.

Elle a exprimé le vœu que des mesures soient étudiées afin de permettre aux étrangers et à ceux d'entre eux qui ont acquis la nationalité française récemment, de se présenter aux concours de recrutement.

Les étrangers, jusqu'à leur naturalisation, serviraient en qualité de contractuels et les services rendus par eux en cette qualité seraient, après leur naturalisation et leur titularisation dans les cadres, pris en compte pour l'avancement et pour la retraite.

⁂

Pour permettre une meilleure utilisation des professeurs certifiés et agrégés, et compte tenu de l'élévation sensible du niveau de la licence ès sciences au cours de ces trente dernières années et de l'élévation plus récente du niveau des propédeutiques scientifiques, la Commission a étudié un projet en vue du recrutement d'un personnel répondant aux besoins des cours complémentaires et des centres d'apprentissage et

des enseignements du premier cycle des Lycées, Ecoles nationales professionnelles et Collèges.

La Commission propose que le personnel chargé d'assurer ces enseignements soit recruté par concours, soit parmi les étudiants titulaires d'un certificat de propédeutique ou d'une équivalence accordée par les Universités, soit parmi les fonctionnaires ou étudiants choisis selon des critères propres à chacun des ordres d'enseignement intéressés.

Les candidats retenus accompliraient une année de formation scientifique, technologique et pédagogique, la formation scientifique étant organisée en liaison avec les Facultés (voir Annexe II).

Il conviendra d'étudier avec soin les conditions de travail de ces professeurs, notamment en ce qui concerne les maxima de service et les indices, afin d'attirer les candidats valables et de permettre à ceux-ci de continuer leurs études et d'affronter avec de réelles chances de succès les concours qui conduisent aux cadres supérieurs.

Le problème général de la promotion professionnelle des maîtres des différents ordres d'enseignement est ainsi posé. La Commission, de ce point de vue, considère que toute une série de mesures doivent être étudiées afin de faciliter cette promotion.

Il y aurait, d'une part, intérêt à prévoir dans les Facultés, chaque fois qu'il sera possible, des horaires qui permettent la fréquentation des salles de cours et de travaux pratiques par les membres du corps enseignant et, plus généralement, par les travailleurs.

Il conviendrait, d'autre part, que tous les candidats qui ne peuvent suivre la totalité des enseignements, voient leur préparation facilitée par l'organisation d'un enseignement partiel ou total par correspondance, sous la direction de la Faculté.

Il conviendrait de même que les Directions intéressées s'efforcent de rapprocher de la Faculté ceux de leurs maîtres qui désirent poursuivre leurs études et qu'elles leur facilitent celles-ci en aménageant leur emploi du temps et en leur accordant des congés.

Bien entendu, les stages d'information scientifique et technique pour les professeurs en exercice devraient être maintenus et, dans toute la mesure du possible, généralisés, avec une participation très large de l'Enseignement Supérieur.

*
**

La base de recrutement des *professeurs certifiés* demeure la licence, mais, d'une part, la Commission propose des modifications analysées plus loin, d'autre part, elle considère que le concours de recrutement constituant à lui seul une preuve suffisante de la valeur des candidats qui en subissent les épreuves avec succès, une dispense, en vue du C.A.P.E.S. ou du C.A.P.E.T., doit pouvoir être accordée aux jeunes gens qui peuvent justifier qu'ils ont acquis une culture d'un niveau comparable à celui de la licence. Cette dispense pourrait être accordée par le Ministre, après avis d'une assemblée de Faculté et de la Section permanente du Conseil de l'Enseignement Supérieur.

Les professeurs certifiés sont habilités à enseigner dans toutes les classes de l'Enseignement du Second Degré, jusqu'aux classes terminales incluses.

La Commission a exprimé le vœu que tout élève des I.P.E.S. puisse, sur proposition du Doyen de la Faculté des Sciences intéressée, bénéficier d'une année d'études supplémentaire à plein traitement en vue de préparer le diplôme d'études supérieures et acquérir le complément de culture, exigible pour l'agrégation. Dans ce cas, l'étudiant ne serait tenu de se présenter au C.A.P.E.S. qu'à l'issue de la troisième année d'études.

*
**

Considérant le très haut niveau du concours d'*agrégation*, la Commission unanime estime que ce concours doit être considéré comme un concours polyvalent conduisant aussi bien vers les différentes directions d'enseignement que vers le C.N.R.S. Dans les Lycées, les agrégés ne devraient enseigner, en principe, qu'à partir de la classe de Seconde.

Compte tenu de cette « polyvalence » de l'agrégation, toutes mesures devront être prises pour permettre l'intégration dans les cadres des agrégés mis aussitôt après le concours à la disposition des directions autres que la direction de l'Enseignement du Second Degré, notamment les directions du C.N.R.S. et de l'Enseignement Supérieur.

L'Enseignement Secondaire demeurant, malgré cet élargissement du concours, le principal intéressé, la Direction de l'Enseignement du Second Degré doit conserver la charge de l'organisation du concours, mais la Commission est unanime pour recommander l'adoption d'un certain nombre de mesures consacrant la polyvalence de l'agrégation :

— une Commission permanente composée des cinq directeurs devrait être chargée d'étudier les problèmes généraux et la répartition des agrégés, afin de présenter des propositions d'ensemble au Ministre ;

— pour chaque discipline, serait créée, en outre, une Commission consultative permanente qui aurait à donner son avis sur tous les problèmes relatifs à l'agrégation intéressée. Ces Commissions permanentes, qui se réuniraient au moins une fois l'an, à la diligence des Directions de l'Enseignement du Second Degré ou de l'Enseignement technique, pourraient être composées comme suit :

— le Directeur général de l'Enseignement Supérieur et deux représentants permanents ;

— les Directeurs généraux de l'Enseignement du Premier Degré et du C.N.R.S., assistés chacun d'un représentant permanent ;

Pour toutes les agrégations autres que les agrégations techniques :

— le Directeur général de l'Enseignement du Second Degré, assisté de deux représentants permanents ;

— et le Directeur général de l'Enseignement Technique, assisté d'un représentant permanent ;

Pour les agrégations techniques :

— le Directeur général de l'Enseignement Technique, assisté de deux représentants permanents ;

— et le Directeur général de l'Enseignement du Second Degré, assisté d'un représentant permanent.

En ce qui concerne la structure même de chacune des agrégations scientifiques la Commission croit devoir recommander un certain nombre de réformes qui sont analysées en détail dans les notes annexées au présent rapport.

La Commission a, notamment, exprimé le vœu que les trois concours actuels soient maintenus, mais que des options soient prévues dans chacun d'eux, pour répondre, en particulier, aux besoins en professeurs de l'Enseignement Technique. L'agrégation de Mathématiques pourrait ainsi comporter une option « mécanique », l'agrégation de Physique une option « physique » et une option « chimie », l'agrégation de Sciences naturelles une option « sciences de la terre » et une option « sciences biologiques » (voir Annexes III *a*, III *b*, III *c*).

Le concours d'agrégation constituant par lui-même une garantie suffisante, la Commission croit, par ailleurs, pouvoir recommander un assouplissement des conditions imposées aux candidats pour l'admission au concours.

Les candidats devront normalement justifier de la licence ès sciences et du diplôme d'études supérieures qui pourra, pour l'agrégation de Mathématiques, être

remplacé par un certificat d'études supérieures équivalent. Mais la Commission recommandant, comme il est indiqué ci-après, un allégement des programmes de licence, considère que pendant l'année où ils prépareront leur D.E.S., les candidats devront acquérir les compléments de culture scientifique indispensables.

Pourront également se présenter à l'agrégation :

— les candidats pourvus du doctorat du troisième cycle ;

— les candidats qui, après avoir obtenu une dispense de la licence en vue de l'agrégation, obtiendront un D.E.S. ou, en raison de leurs travaux personnels, une dispense du D.E.S. en vue de l'agrégation.

Ces dispenses seraient accordées par décision ministérielle, après avis favorable d'une Faculté et avis de la Section permanente du Conseil de l'Enseignement Supérieur.

*
**

La Commision, considérant que les années d'initiation sont essentielles particulièrement en ce qui concerne les disciplines mathématiques, a entendu un rapport établi par M. le professeur LELONG, sur l'enseignement des Mathématiques dans l'Enseignement du Second Degré.

Elle n'a pas estimé possible de discuter dans le détail ce rapport et a exprimé le vœu que soit constituée une Commission composée de représentants qualifiés des différents ordres d'enseignement, afin de procéder à une étude approfondie de cette question.

Elle a exprimé le souhait que toutes mesures soient prises pour développer chez les élèves le goût des études scientifiques et l'esprit de création et d'invention, et elle se félicite, de ce point de vue, de la décision qui a été prise d'organiser des travaux pratiques pour les Mathématiques.

La Commission a noté que les directeurs des Grandes Ecoles se plaignent des lacunes beaucoup plus fréquentes qu'autrefois de leurs élèves dans les techniques de base des Mathématiques, lacunes qui ont leur origine avant le baccalauréat de Mathématiques Elémentaires. Elle s'est demandé si un nouvel aménagement des horaires, dès la classe de Sixième, ne permettrait pas une très sensible amélioration de la formation scientifique des jeunes enfants. Certains membres de la Commission pensent, en effet, que seul cet aménagement permettrait une acquisition définitive des connaissances, l'emploi du temps actuel restant au-dessous du minimum nécessaire pour que l'enseignement puisse porter tous ses fruits.

La Commission propose également, pour diminuer les aléas de l'examen, que soit introduit au baccalauréat de Mathématiques Elémentaires et au baccalauréat technique un problème de Mathématiques permettant à la fois de vérifier l'acquisition des techniques de calcul sous toutes ses formes, et de juger les qualités d'esprit du candidat.

Il conviendrait aussi de modifier les coefficients dans les baccalauréats littéraires, pour harmoniser les épreuves scientifiques et les épreuves littéraires.

*
**

Sur le problème des classes préparatoires aux Grandes Ecoles et des enseignements propédeutiques, la Commission, après avoir entendu des exposés de MM. CHÉRADAME, DURRANDE et LICHNÉROWICZ, tient à souligner la qualité de l'enseignement donné dans les classes préparatoires aux Grandes Ecoles. Il ne saurait être question, ni de les supprimer, ni de les détacher de la Direction de l'Enseignement du Second Degré, ni de modifier les conditions de nomination statutaires de leurs maîtres, en Commission paritaire et sous le contrôle de l'Inspection générale.

La Commission a pris acte avec satisfaction de la décision prise par la Direction de l'Ecole Polytechnique d'interdire aux 7/2 de se présenter au concours. Elle a enregistré avec la même satisfaction le désir de l'Ecole Polytechnique de relever la proportion des candidats reçus en 3/2. Elle note de nouveau, à ce propos, que c'est le niveau mathématique insuffisant des bacheliers de Mathématiques Elémentaires qui freine cette évolution.

Considérant que tous les élèves des classes préparatoires aux Grandes Ecoles sont, en fait, reçus dans l'un ou l'autre des établissements auxquels préparent ces classes et, qu'en conséquence, la sélection par concours ne garde de valeur qu'en ce qui concerne un petit nombre d'écoles pilotes, la Commission exprime le vœu que soit étudié le groupement d'un certain nombre de concours et la possibilité de procéder dans quelques cas à des concours sur titres tenant compte des résultats obtenus aux concours de recrutement des principales Grandes Ecoles.

Elle souhaite également que les Grandes Ecoles soient instamment invitées à se classer dans l'un des groupes définis par les programmes A, B et C établis par la Commission Châtelet, afin de faciliter la mise en place des enseignements correspondants.

En ce qui concerne les enseignements de propédeutique des Facultés, si leur qualité scientifique est indéniable, leur organisation actuelle ne permet pas le contact nécessaire entre des professeurs trop peu nombreux et les étudiants qui se pressent en foule pour suivre leurs cours. Pour les mêmes raisons, l'enseignement pratique reste insuffisant, malgré le dévouement de tous les maîtres de l'Enseignement Supérieur.

La Commission considère que, dans ces conditions, il importe de mettre en place dans les plus brefs délais un certain nombre de *Collèges scientifiques universitaires*. Ces établissements, tout en assurant normalement les enseignements propédeutiques, pourraient assurer la préparation à certains établissements universitaires (type E.N.S.I.) auxquels incombera la charge de former, dans les années à venir, un grand nombre des ingénieurs et techniciens dont la Nation a un impérieux besoin.

Les Collèges scientifiques universitaires doivent être partie intégrante des Facultés des Sciences dont ils constitueront un Institut.

Ils doivent être situés, soit dans des villes importantes dépourvues de Faculté, soit dans des villes de Faculté dont ils permettront de décongestionner les enseignements. C'est ainsi que la construction dans la banlieue parisienne de plusieurs Collèges scientifiques universitaires paraît constituer la meilleure solution aux problèmes posés par l'afflux des étudiants parisiens.

Le corps enseignant des Collèges doit comporter des résidants et des professeurs assurant la liaison avec la Faculté. La possibilité doit être, par ailleurs, prévue de faire appel à des professeurs de l'Enseignement Secondaire qui exerceraient à plein temps dans les Collèges scientifiques ou partageraient leurs activités entre ceux-ci et les établissements du Second Degré.

La Commission considère comme essentiel que le recrutement des agrégés dans les propédeutiques de l'Enseignement Supérieur ne puisse aboutir à désorganiser les enseignements des classes préparatoires aux Grandes Ecoles. Il convient donc d'assurer par une harmonisation des carrières un équilibre satisfaisant entre ces deux formes d'enseignement propédeutique.

Considérant qu'il y aurait intérêt à prévoir autant que possible des groupes de 40 à 50 étudiants, mais tenant compte des difficultés actuelles de recrutement, la Commission estime que partout où il sera nécessaire de prévoir des locaux pour un plus grand nombre d'élèves, il conviendra de donner aux architectes chargés de construire les amphithéâtres et les laboratoires, la consigne de réserver la possibilité de ramener ultérieurement ces locaux aux dimensions idéales.

Il est indispensable que des laboratoires de recherche soient annexés à ces établissements, mais ces laboratoires ne doivent pas, sauf exception, être trop hautement

spécialisés. Il s'agit essentiellement de mettre à la disposition du personnel les moyens de préparer une thèse.

En ce qui concerne les programmes des enseignements de propédeutique et des classes préparatoires aux Grandes Ecoles, la Commission souhaite que tout soit fait pour en améliorer l'harmonie. Il ne s'agit pas de réaliser une identité qui ne correspondrait pas à la diversité des débouchés, mais de rendre aussi facile que possible le passage de l'un à l'autre de ces enseignements.

Une Commission comportant des représentants de l'Enseignement Supérieur, de l'Enseignement du Second Degré et des Grandes Ecoles, pourrait être utilement créée à cet effet.

La Commission souhaite que l'on étudie la possibilité d'accorder une dispense du certificat de propédeutique, sous le contrôle du Conseil de l'Enseignement Supérieur, aux élèves qui ont fait deux années dans une classe préparatoire aux Grandes Ecoles.

Laissant aux Commissions compétentes le soin de définir les programmes de propédeutique des Facultés, la Commission exprime le vœu que la réforme de ces programmes soit orientée vers une modernisation et un plus grand libéralisme, et permette de recruter les maîtres du niveau A.

Pour répondre, par ailleurs, aux besoins des établissements qui relèvent de la Direction de l'Enseignement du Premier Degré, il conviendrait aussi d'envisager l'organisation d'un examen complémentaire, limité à la matière pour laquelle le certificat de propédeutique ne qualifie pas. Ceci permettrait de passer facilement de la tri- à la quadrivalence.

Enfin la Commission souhaiterait, au même point de vue, qu'une solution soit étudiée afin de permettre à certains étudiants de passer l'examen de propédeutique en deux fois.

*
**

Pour la licence, comme pour la propédeutique, la Commission s'est bornée à définir les principes essentiels d'une réforme et à établir le schéma de licences conduisant normalement aux carrières d'enseignement et répondant aux besoins des Directions intéressées.

La licence ès sciences doit comporter deux années d'enseignement et être conçue de façon telle qu'une proportion notable d'étudiants puisse effectivement obtenir le titre de licencié deux ans après le certificat de propédeutique.

Les programmes et l'organisation des enseignements doivent répondre aux besoins de l'enseignement du second cycle, afin de rendre éventuellement possible la suppression des épreuves théoriques du C.A.P.E.S.

De ce point de vue, c'est aux Directions utilisatrices qu'il appartient de définir les types de licence qui ouvrent l'accès à leurs cadres.

La Commission a défini (voir Annexes IV *a, b, c, d*) un certain nombre de types de licence conduisant normalement aux carrières de l'enseignement, savoir :

— une licence de Mathématiques ;
— une licence de Mathématiques appliquées ;
— une licence de Sciences physiques comportant deux options : chimie, d'une part, et physique, d'autre part ;
— une licence de Sciences naturelles avec une première année comportant trois options.

Elle considère qu'un *programme national* doit être établi pour la partie fondamentale des enseignements de licence, conformément aux indications qui figurent en annexe, mais, en ce qui concerne les sujets d'examen, elle estime qu'il convient de laisser les Facultés libres de leur choix.

Pour les licences de Mathématiques et de Mathématiques appliquées, ainsi que pour les licences de physique et de chimie, l' « unité » étant au plus de huit heures semestrielles de cours et travaux pratiques, et une année d'études comportant quatre unités, l'horaire maximum hebdomadaire serait de seize heures.

Pour les licences de sciences naturelles, il a paru nécessaire de porter ce maximum hebdomadaire à vingt-quatre heures.

Les modifications qui viennent d'être suggérées, en ce qui concerne la licence, rendent nécessaire, en vue de la préparation à l'agrégation, l'acquisition d'un complément de culture. La Commission estime que ce complément, qui pourrait être acquis pendant l'année où l'étudiant prépare son D.E.S., ne doit pas comporter de sanction.

A côté des certificats d'études supérieures classiques qui figurent dans ces licences, doivent subsister des certificats libres dont les programmes et les horaires doivent être harmonisés, mais non unifiés, en tenant compte des normes fixées pour les certificats d'études supérieures classiques. Il conviendra également de définir, pour chaque type de licence libre, le nombre d'unités d'enseignements classiques obligatoires : un C.E.S. classique, au moins, étant exigé.

Certaines licences pourront, bien entendu, comporter des unités d'enseignements délivrés par d'autres Facultés que les Facultés des Sciences.

La Commission considère qu'il faudra revoir, à l'occasion de la réforme de la licence, la liste des certificats existants et tenir compte, pour cette révision, de l'urgence relative des besoins et des disponibilités en hommes, en moyens matériels et en crédits.

Elle a, enfin, exprimé le vœu que toutes mesures soient prises pour faciliter aux élèves des Grandes Ecoles la poursuite d'études supérieures.

⁂

La Commission a été amenée, à la demande de la Sous-Commission chargée d'étudier la licence et l'agrégation de sciences naturelles, à rechercher le moyen de sanctionner les études et les recherches souvent fort longues qui séparent la licence et le doctorat. Elle considère que le *doctorat du troisième cycle* répond précisément au désir exprimé par la Sous-Commission. Il serait seulement souhaitable d'apporter certains aménagements à la structure du troisième cycle et de permettre, notamment, aux étudiants qui le désirent de consacrer une troisième année à la préparation du doctorat qui sanctionne ces études.

Elle considère également qu'*une liste d'aptitude à l'enseignement propédeutique* pourrait être instituée.

⁂

Pour coordonner les enseignements et permettre une meilleure utilisation des hommes et du matériel, la Commission a considéré qu'il était opportun de créer des départements dans les établissements d'enseignement supérieur dont la liste sera fixée après avis des Conseils de Faculté et du Conseil de l'Enseignement Supérieur.

Les chefs de département devront être élus par leurs collègues, pour une durée de deux ans, leur mandat pouvant être reconduit. Ils pourront être assistés d'un suppléant désigné par eux.

Les chefs de département devront pouvoir disposer de crédits à caractère collectif servant notamment à l'organisation et au fonctionnement de services communs (ateliers, bibliothèques, etc...).

Ils auraient la charge de coordonner les enseignements au sein de leur département, mais il paraît impossible de leur confier la coordination des travaux de recherche.

La création des départements rendra nécessaires la révision de la liste des Instituts actuellement existants et la modification de la structure de certains de ceux qui doivent subsister.

La Commission considère que la création des départements rendra plus efficaces les liaisons qui existent en fait entre le C.N.R.S. et l'Enseignement Supérieur, et permettra de mieux utiliser, pour le plus grand profit de la recherche et de l'enseignement, les moyens dont disposent les Facultés.

Elle souhaite, de ce point de vue, que soient définies les modalités d'une participation des chercheurs aux enseignements de leur spécialité, étant entendu que cette participation sera toujours subordonnée à l'agrément de l'intéressé, de son directeur de recherche et du Doyen, et qu'elle sera toujours limitée.

La Commission, enfin, a eu son attention attirée par les représentants de l'Enseignement Technique sur les difficultés rencontrées par celui-ci pour assurer la formation de ceux de ses maîtres qui ont la charge des enseignements spéciaux, notamment pour les disciplines techniques proprement dites (fabrication, construction mécanique, par exemple).

Tandis, en effet, que les professeurs d'enseignements scientifiques peuvent être formés à l'aide des licences et agrégations définies par la Commission, sous réserve de certains aménagements définis en annexe (voir la note jointe au présent rapport), les professeurs des enseignements spéciaux ne trouvent pas actuellement dans les Facultés des Sciences des possibilités suffisantes de formation. Or, il est souhaitable que ces professeurs qui enseignent à divers niveaux puissent accéder aux mêmes titres universitaires que leurs collègues ou disposer de titres équivalents.

La Commission considère donc qu'un élargissement des Facultés des Sciences en vue de la formation de ces professeurs permettrait d'améliorer le système actuel de recrutement et elle exprime le vœu que les structures de la licence et de l'agrégation soient élargies en vue de satisfaire les besoins particuliers à l'Enseignement Technique.

Dans l'attente de cet élargissement, l'Enseignement Technique continuera, avec le concours des Facultés, à assurer la formation et à organiser le recrutement des professeurs dont le niveau correspond respectivement à la licence complétée par le C.A.P.E.S. et à l'agrégation.

ANNEXE I

Aide spéciale en vue de la préparation des concours de recrutement Engagements

La Commission a adopté à l'unanimité les recommandations suivantes :

1° Le seul fait de se présenter à un concours de recrutement ne doit entraîner aucun engagement de la part des candidats.

Ceux-ci devront toutefois signer une note dans laquelle leur attention sera attirée sur le fait qu'ils ne pourront bénéficier du titre que confère normalement le concours auquel ils se sont présentés qu'après avoir effectivement pris possession du poste dans lequel ils auront été nommés par le Ministre, et que ce titre leur serait retiré s'ils abandonnaient ce poste sans autorisation du Ministre avant cinq ans de services effectifs.

Les textes réglementaires relatifs à l'organisation des concours et les textes statutaires devront être éventuellement modifiés pour rendre possible l'application des dispositions ci-dessus indiquées.

Compte tenu du désir exprimé par la Commission de comprendre le C.N.R.S. parmi les établissements dans lesquels les intéressés pourront servir sans perdre le bénéfice de leur titre, il convient de prévoir un texte permettant l'intégration dans

les cadres du personnel enseignant des candidats affectés immédiatement après le concours au C.N.R.S. Les intéressés devraient être placés en position de détachement.

2° L'engagement de servir effectivement pendant cinq ans à l'issue de la scolarité au titre de laquelle ils ont obtenu une aide matérielle de l'Etat, dans les postes auxquels ils seront affectés par le Ministre de l'Education Nationale, dans l'Enseignement public ou au C.N.R.S., doit être exigé de tous les étudiants qui sollicitent de l'Etat une aide spéciale en vue de préparer les concours de recrutement de l'Enseignement public.

Il ne semble pas possible d'exiger cet engagement des étudiants boursiers. Il convient donc de définir ce que pourrait être cette aide spéciale de l'Etat.

Par référence à la situation présente on peut considérer comme recevant une aide de ce type les élèves des E.N.S., des E.N.P. et des I.P.E.S., par exemple. Compte tenu des difficultés actuelles de recrutement, il serait opportun d'étendre le système et de prévoir un ensemble d'avantages qui seraient réservés aux étudiants se destinant à l'Enseignement public et souscrivant l'engagement dont il a été question ci-dessus. Il s'agirait, en l'espèce, d'un pré-recrutement sur titres ou après concours. Les étudiants admis recevraient un pré-salaire calculé par référence à un indice suffisamment élevé. Ils devraient bénéficier d'un ensemble de prestations et de moyens spéciaux. Les années d'études après ce pré-recrutement seraient valables ou validables pour la retraite et l'avancement. Ces étudiants seraient, en quelque sorte, considérés comme des fonctionnaires stagiaires et pourraient bénéficier, notamment, de congés de maladie. En donnant ainsi à ces étudiants un ensemble de garanties et d'avantages immédiats ou valables pour leur carrière future, la Commission pense qu'on pourrait attirer vers les concours de recrutement de l'Enseignement public un plus grand nombre d'étudiants.

3° Ceux de ces étudiants qui ne seraient pas reçus à un concours de recrutement devraient obligatoirement servir pendant cinq ans l'Education Nationale ou rembourser tout ou partie des allocations qu'ils auraient reçues de l'Etat, s'ils n'en sont pas dispensés par décision individuelle.

Les étudiants qui auraient été reçus au concours et qui ne prendraient pas un poste effectivement, seraient également tenus de rembourser à l'Etat tout ou partie des prestations perçues.

4° Des dérogations à l'obligation de prendre un poste immédiatement après le concours pourraient être accordées toutefois :

a) Sur avis favorable du Doyen et du Président du jury aux candidats reçus qui désireraient préparer un autre concours de recrutement de l'Education Nationale donnant lieu à une aide spéciale pour sa préparation.

b) Par décision individuelle du Ministre prise pour une durée d'une année renouvelable, à certains candidats poursuivant leurs études.

ANNEXE II

Recrutement des professeurs du niveau A (1)

I. Les candidats au niveau A des professeurs de sciences sont recrutés par concours :

a) soit parmi les étudiants titulaires d'un certificat de propédeutique ou d'une équivalence accordée par les Universités ;

---

(1) Professeurs des cours complémentaires et centres d'apprentissage et pendant la période de pénurie, professeurs du premier cycle des Lycées, Collèges et E.N.P.

b) soit parmi des fonctionnaires ou étudiants choisis selon des critères propres à chacune des directions intéressées.

II. Les candidats admis au titre de l'article I accomplissent une année de formation scientifique, technologique et pédagogique. Il est souhaitable que la formation scientifique soit organisée en liaison avec les Facultés des Sciences.

III. Le concours de recrutement comportera deux parties :

— une première partie avant l'année de formation instituée à l'article II ;

— une deuxième partie qui sera constituée par des épreuves pratiques à l'issue de cette année de formation.

Pour les candidats recrutés au titre de l'article I, *a*), la première partie du concours ne comportera qu'une épreuve orale consistant en un exposé et une conversation avec le jury.

Les professeurs de sciences du niveau A ainsi défini devront jouir d'une complète égalité de statuts dans les différentes directions.

ANNEXE III *a*

Agrégations de Mathématiques

L'examen comporte des épreuves écrites et des épreuves orales.

1° *Epreuves écrites :*

une composition d'arithmétique, géométrie et géométrie analytique (*a*), durée 6 heures, coeff. 3 ;

une composition d'analyse (*b*), durée 6 heures, coeff. 3 ;

une composition de mécanique générale, durée 6 heures, coeff. 2 ;

une composition de calcul numérique, durée 4 heures, coeff. 1.

Notes : (*a*) Dans le problème de géométrie le choix des méthodes est laissé au candidat.

(*b*) La composition d'analyse porte sur le programme d'analyse mathématique des classes de Spéciales ($A_1 + A_2$), de la propédeutique et de la licence.

2° *Epreuves orales :*

une leçon sur le programme des classes de Mathématiques, de Première, de Seconde et de Sciences expérimentales : coeff. 5 ;

une leçon sur le programme de Spéciales ($A_1 + A_2$) et de propédeutique : coeff. 5.

Après chaque leçon, le jury pourra poser au candidat quelques brèves questions concernant la leçon.

ANNEXE III *b*

Agrégations de Sciences physiques

La Commission propose d'instituer pour le recrutement des professeurs un concours unique à deux options, dit AGREGATION DE SCIENCES PHYSIQUES, le classement étant unique et le nombre de places mises au concours portant sur l'ensemble des deux options, sans distinction.

Les agrégations masculine et féminine demeurent séparées, mais les dispositions qui suivent sont communes aux deux concours, sauf indication contraire.

Le nouveau régime pourrait être appliqué sans attendre la réforme de la licence.

Le concours comporte des épreuves écrites éliminatoires, puis des épreuves orales et pratiques.

1° *Epreuves écrites :*

Deux épreuves communes à tous les candidats, quelle que soit leur option :

1) une composition de physique sur le programme des lycées tel qu'il est défini actuellement, pouvant comporter des applications. Durée 6 heures, coeff. 4 ;

2) une composition de chimie sur le programme des lycées pouvant comporter des applications. Durée 6 heures, coeff. 4.

Une épreuve à option

Pour l'option Physique, une composition de physique comprenant des applications et portant sur le programme général du concours. Coeff. 5.

Pour l'option Chimie, une composition de chimie comprenant des applications et portant sur le programme général du concours. Coeff. 5.

La durée de l'épreuve à option est de 7 heures pour l'agrégation masculine et de 6 heures pour l'agrégation féminine.

Les applications prévues pour l'épreuve de Chimie ne consistent pas nécessairement en problèmes numériques.

2° *Epreuves orales et pratiques :*

La durée des leçons et des épreuves pratiques reste la même qu'actuellement : Deux leçons (une de Physique et une de Chimie) et deux montages (un de Physique et un de Chimie) sont exigés de tous les candidats, le soufflage du verre étant maintenu dans l'épreuve de Chimie.

Pour l'option Physique, la leçon de Physique (coefficient 4) et le montage de Physique (coefficient 3) pourront porter sur les programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles. La leçon de Chimie (coefficient 4) et le montage de Chimie (coefficient 2) porteront nécessairement sur les programmes des classes secondaires proprement dites.

Pour l'option Chimie, la leçon de Chimie (coefficient 4) et le montage de Chimie (coefficient 3) pourront porter sur les programmes des classes préparatoires aux Grandes Ecoles. La leçon de Physique (coefficient 4) et le montage de Physique (coefficient 2) porteront nécessairement sur les programmes des classes secondaires.

ANNEXE III *c*

Agrégations de Sciences naturelles

Structure générale du concours et des épreuves.

Considérant que les Sciences de la Terre d'une part, les Sciences de la Vie de l'autre représentant deux orientations nettement différentes dans l'ensemble des Sciences naturelles, et désirant que soit allégé l'effort demandé aux candidats, la Commission demande à l'unanimité que soient établies *deux options* où l'accent serait mis respectivement sur la *géologie* et sur les *sciences biologiques,* le programme restant cependant, dans les deux cas, l'ensemble des programmes des lycées et de la propédeutique.

L'examen doit comporter, comme à l'heure actuelle :

— des épreuves écrites suivies d'une sous-admissibilité ;
— des épreuves pratiques suivies de l'admissibilité ;
— des épreuves orales.

1° *Epreuves écrites :* trois compositions en partie différentes pour les deux options, savoir :

Option Sciences de la Terre	Option Sciences biologiques
une composition de Géologie,	une composition de Physiologie,
une composition de Botanique,	une composition de Botanique,
une composition de Zoologie.	une composition de Zoologie.

Le choix de l'option sera dicté par la discipline (géologique ou biologique) que le candidat a choisie pour son D.E.S.

Chacune de ces compositions aura une durée de 7 heures et le coefficient 2.

2° *Epreuves pratiques :* sans option, savoir :

une épreuve de Zoologie,
une épreuve de Botanique,
une épreuve de Géologie.

Chacune de ces épreuves aura le coefficient 2.

3° *Epreuves orales :* trois épreuves de nature différente, savoir :

deux leçons d'une durée maximum de 50 minutes chacune (après la leçon, le jury pourra poser au candidat quelques brèves questions concernant la leçon) ;

une épreuve de montage d'expériences et de démonstrations de matériel (épreuve dite A), donnant lieu à questions du jury et discussion.

Pour chacune de ces trois épreuves la durée de préparation sera 4 heures et le coefficient 4.

L'une de ces épreuves, qui pourra être une leçon ou une épreuve A, sera du niveau de l'enseignement propédeutique et prise dans le programme de cet enseignement. Elle sera donnée obligatoirement dans la discipline (géologie, botanique, zoologie ou physiologie) qui correspond au sujet du diplôme d'études supérieures du candidat.

Les deux autres épreuves (soit une leçon et une épreuve A, soit deux leçons) seront prises dans le programme des Lycées et traitées au niveau de ce programme. Elles devront être données dans deux disciplines différentes.

Dans tout ce concerne les épreuves écrites, pratiques et orales, les termes botanique et zoologie doivent être pris en un sens très large, biologique aussi bien que descriptif.

ANNEXE IV *a*

Licences

La Commission s'est bornée à dégager certains principes et à établir les schémas relatifs aux licences conduisant normalement aux carrières d'enseignement. Il appartiendra à la Commission de réforme de la licence ou à des Commissions spécialisées d'élaborer les programmes détaillés.

A côté des certificats d'études supérieures classiques qui figurent dans ces licences, doivent subsister des certificats libres dont les programmes et les horaires doivent être harmonisés, mais non unifiés, en tenant compte des normes fixées pour les certificats d'études supérieures classiques.

La licence ès sciences doit comporter deux années d'enseignement conçu de façon telle qu'une proportion notable d'étudiants puisse effectivement obtenir le titre de licencié deux ans après le certificat de propédeutique.

L'unité étant de huit heures semestrielles de cours et travaux pratiques, une année d'études comporte quatre unités pour les sciences mathématiques, physiques et

chimiques — la licence en comportant huit — ce qui correspond à un maximum de seize heures de cours et de travaux pratiques pour les licences autres que la licence de sciences naturelles. Pour cette dernière, il n'a pas semblé possible de recourir au système des unités et il a paru nécessaire de porter le maximum d'heures hebdomadaires à 24, pour tenir compte notamment de l'intérêt qu'il y aurait à prévoir pour les sciences naturelles des séances de travaux pratiques de quatre heures.

ANNEXE IV *b*

Licences de Mathématiques et de Mathématiques appliquées

Dans le domaine des Sciences mathématiques, deux licences sont prévues. Elles seront décrites sous forme de schémas ; les enseignements hachurés sur ces schémas doivent être définis par des programmes « nationaux » élaborés par des Commissions de spécialistes.

1° *Licence de Mathématiques.*

La discipline fondamentale (c'est-à-dire les Mathématiques) doit faire l'objet d'un enseignement s'étendant sur deux années M_1 et M_2 dans le schéma ci-joint) de façon à permettre aux étudiants d'assimiler plus lentement cette discipline qui demande une réelle maturité. Le programme de l'ensemble ($M_1 + M_2$) doit être d'un niveau inférieur à celui du certificat de calcul différentiel et intégral actuel.

A M_1 s'adjoint en première année un enseignement de physique ($P_i + P_j$) qui sera une fraction de la physique de la licence de physique.

A M_2 s'adjoint en seconde année un enseignement de mécanique générale d'un semestre et un enseignement de même durée à option portant sur toute matière de l'ordre des sciences qui n'est ni biologie, ni chimie, ni géologie. Des options d'astronomie, de calcul des probabilités, de physique théorique pourraient être notamment organisées.

2° *Licence de Mathématiques appliquées.*

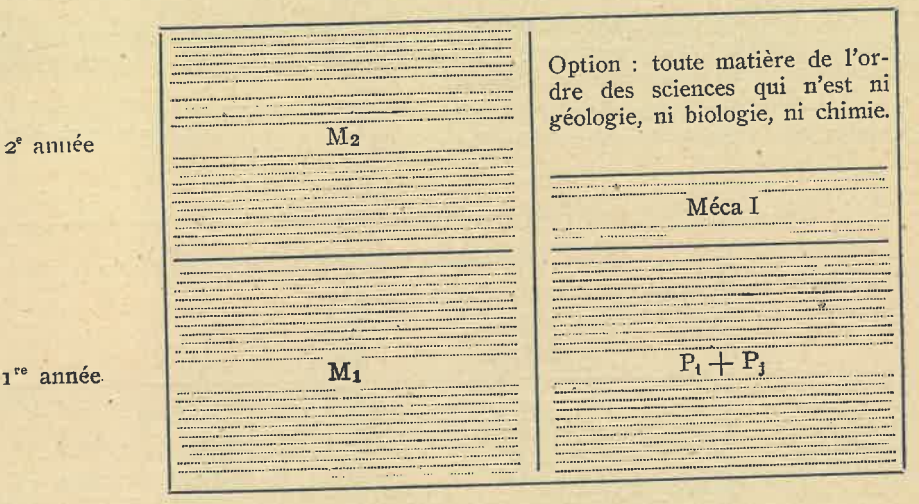
La première année (commune avec la première année de la licence de physique) comporte un enseignement de méthodes mathématiques de la physique (MMPI) et un enseignement de physique ($P_i + P_j$) identique à celui correspondant à la licence de Mathématiques.

La Commission attire l'attention sur la grande importance que prend dans le schéma « Mathématiques appliquées » le certificat MMPI, lequel doit assurer, à partir du seul certificat de Mathématiques générales, une connaissance des Mathématiques suffisamment étendue, mais résolument tournée vers les applications. Il devra nécessairement admettre un certain appel à l'intuition tout en maintenant les démonstrations chaque fois que ce sera possible, de façon à faire comprendre l'esprit des Mathématiques.

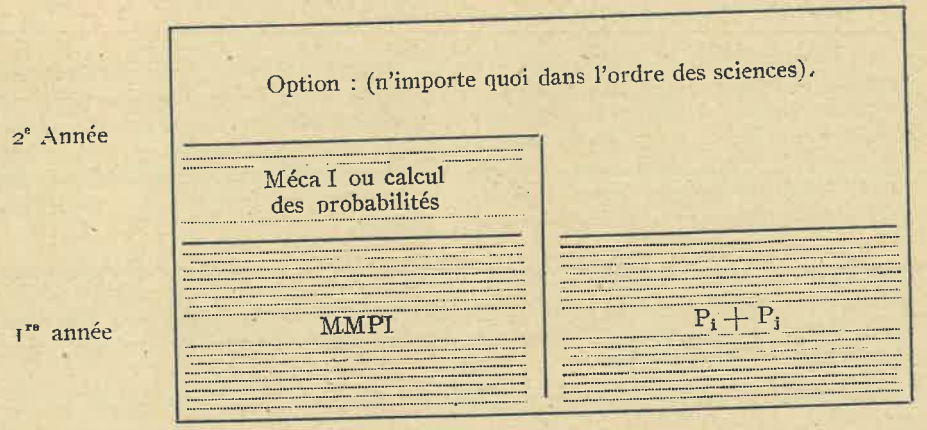
La seconde année comporte un enseignement d'un semestre de mécanique générale (Méca I) ou de calcul des probabilités. Trois enseignements d'un semestre ou un enseignement annuel et un enseignement d'un semestre pourraient être choisis parmi les enseignements de tous les ordres scientifiques (notamment MI, physique théorique, électronique, électrotechnique, mécanique spécialisée, éventuellement biologie).

Afin de permettre un changement d'orientation après un an, une procédure de validation par les Assemblées de Faculté devrait permettre à un étudiant, titulaire de MI + ($P_i + P_j$) de se tourner en seconde année vers la licence de Mathématiques appliquées ou celle de physique.

MATHEMATIQUES



MATHEMATIQUES APPLIQUEES



ANNEXE IV c

Licence de sciences physiques

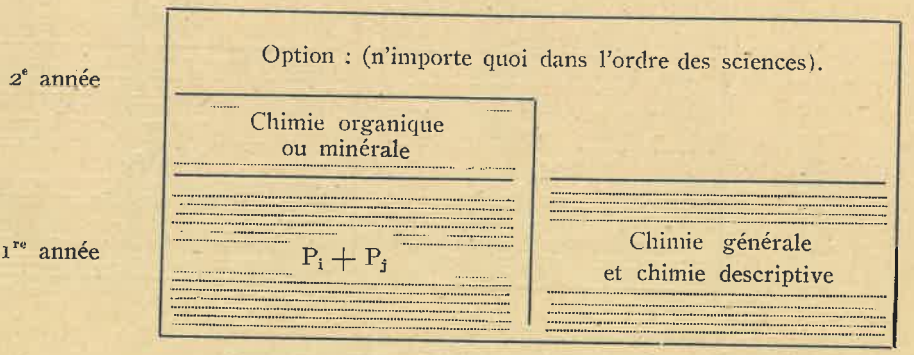
Le développement des connaissances conduit à proposer la création de deux options : physique et chimie. Suivant un principe général, l'étude de la matière principale sera poursuivie durant les deux années d'étude de la licence, précédées d'une année propédeutique (de préférence M.G.P. pour physiciens, M.P.C. pour chimistes).

Les programmes de l'enseignement secondaire ne comprennent de sciences physiques que dans le second cycle, la qualification minimum exigée des professeurs est la licence. Un licencié ayant choisi l'une ou l'autre des deux options doit être capable d'enseigner à ce niveau à la fois la physique et la chimie.

1° *Licence de sciences physiques (option chimie).*

La première année doit donner le minimum de connaissances nécessaires pour pouvoir répondre aux besoins de l'enseignement dans les Lycées, la partie descriptive devant couvrir largement ces besoins.

La deuxième année doit, d'une part, élargir ces connaissances, d'autre part, assurer une véritable formation scientifique.

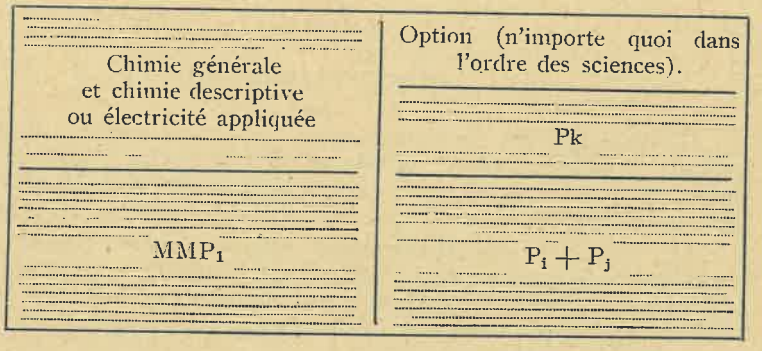


2° *Licence de sciences physiques (option physique).*

L'enseignement de la physique, réparti sur deux années, comporterait quatre unités semestrielles (correspondant en gros à quatre divisions de l'enseignement couramment admises actuellement : électricité, mécanique physique et atomique, optique, thermodynamique). Ne seraient obligatoires que trois sur quatre de ces unités (50 heures de cours magistraux semblent un ordre de grandeur convenable pour une unité). Serait obligatoire un enseignement de Mathématiques destiné aux physiciens, équivalent à deux des unités précédemment définies.

En seconde année, trois unités sur quatre seraient à option. L'Enseignement Secondaire exigerait de ses licenciés l'acquisition de deux unités de chimie (chimie générale + chimie descriptive de l'option chimie de première année). L'Enseignement Technique demanderait l'acquisition de deux unités d'électricité appliquée (électrotechnique + électronique).

Un demi-semestre d'études (soit une unité) demeure à option dans tous les cas.



ANNEXE IV *d*

Licence de sciences naturelles

La Commission propose le maintien d'une licence de sciences naturelles unique, mais celle-ci devrait ouvrir la voie aussi bien vers l'enseignement que vers la recherche et aussi bien vers la recherche en sciences biologiques que vers la recherche en sciences de la terre.

La Commission propose donc une licence comportant en première année un tronc commun et en deuxième année trois options, étant entendu que les licenciés qui suivent ces trois options auront les mêmes droits vis-à-vis de l'Université (accès au professorat de l'Enseignement du Second Degré, concours d'agrégation).

La structure de la licence en certificats d'études supérieures distincts est en principe conservée. Pour cinq d'entre eux, cependant (biologie générale, botanique, géologie, physiologie, zoologie), certaines études de licence peuvent comporter un programme réduit, désigné dans ce qui suit comme biologie générale 1, botanique 1, géologie 1, physiologie 1, zoologie 1. Ce qui reste de programme total, comme complément du programme 1, sera appelé programme 2.

La première année d'études, pour tous les étudiants de sciences naturelles, est consacrée à des enseignements généraux, comprenant les programmes 1 de deux de ces certificats.

Pendant cette première année, l'étudiant qui le désire peut suivre, en outre, l'enseignement correspondant au programme 2 de l'un des deux certificats qu'il a choisis. Il peut ainsi, dès cette première année, acquérir un certificat d'études supérieures. Mais il s'agit là d'une possibilité, et en aucun cas d'une obligation.

Au début de *la deuxième année d'études*, l'étudiant est placé devant des options. Celles-ci le mènent tout d'abord à une orientation préférentielle, soit vers les sciences naturelles générales (option A), soit vers les sciences de la terre (option B), soit vers les sciences biologiques (option C).

Dans l'option A, l'enseignement de la deuxième année comprend les matières de trois programmes 1, à savoir :

a) pour tous : biologie générale 1 ;

b) Géologie 1 ou physiologie 1 ;

c) Botanique 1 ou zoologie 1.

En ce qui concerne les enseignements *b* et *c*, le choix est obligatoirement complémentaire de celui qui a été fait en première année. Le licencié de l'option A doit donc posséder les programmes 1 des cinq matières fondamentales pour l'enseignement des sciences naturelles dans les Lycées.

Dans l'option B, au bout de la deuxième année, l'étudiant doit avoir acquis au moins deux certificats d'études supérieures dans leur programme total, à savoir :

a) Le certificat d'études supérieures de géologie ou celui de géophysique générale :

b) Un autre certificat d'études supérieures, choisi dans la liste des sciences de la terre. Le licencié de l'option B doit donc posséder deux certificats d'études supérieures complets, et les deux programmes 1 étudiés dans la première année.

Dans l'option C, au bout de la deuxième année, l'étudiant doit avoir acquis, dans son programme total, au moins deux certificats d'études supérieures, choisis dans la

liste des sciences biologiques. Le licencié de l'option C doit donc posséder deux certificats d'études supérieures complets, et les deux programmes 1 étudiés dans la première année.

<table>
<tr><th></th><th>OPTION B</th><th>OPTION A
(programmes nationaux)</th><th>OPTION C</th></tr>
<tr><td>2e année
TROIS OPTIONS</td><td>a) Géologie ou géophysique (au choix) ;
b) Un autre C.E.S. d'une liste (deuxième année) des sciences de la terre.</td><td>a) Biologie générale 1 ;
b) Physiologie 1 ou géologie 1 ;
c) Zoologie 1 ou botanique 1.</td><td>Deux certificats d'études supérieures pris dans une liste (deuxième année) des sciences biologiques.</td></tr>
<tr><td>1re année</td><td colspan="2">Tronc commun : géologie 1 ou physiologie 1. / botanique 1 ou zoologie 1.</td><td>Programmes nationaux.</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="3">Facultatif : Complément 2 pour l'un des quatre C.E.S. (botanique, géologie, physiologie ou zoologie).</td></tr>
</table>

DOCUMENTS ET RÉFLEXIONS INTEMPESTIVES SUR LA CRISE DU RECRUTEMENT DES MAITRES

1. Quelques données numériques. — Bien que les informations les plus officielles soient bien souvent contestables, prenons comme données numériques du problème les renseignements suivants fournis par M. le Directeur Général de l'Enseignement du Second Degré au Conseil Supérieur, le 25 mars 1958.

Il y a, en 1958, 65 000 élèves « excédentaires » dans le Second Degré. Il y en aura 60 000 de plus en octobre prochain. Soit 125 000 élèves qui, à supposer qu'on les répartisse en classes de 35 élèves, exigeraient la création de plus de 3 000 classes, la nomination de plus de 3 000 professeurs nouveaux. Il existe 1 700 chaires non pourvues ; 700 le sont par groupement d'heures supplémentaires. Au total 5 400 professeurs ; en y ajoutant ceux qui sont demandés pour la Tunisie, le Maroc et d'autres pays, il faudrait trouver, en octobre, 6 000 à 6 400 professeurs nouveaux. Les C.P.R. en fourniront 1 246 ; il y aura environ 300 agrégés nouveaux pour le Second Degré ; on n'atteindra pas le total de 1 600, soit le quart des besoins.

Dans une situation aussi dramatique, — et qui se présente avec le même caractère dans l'Enseignement du Premier Degré, dans le Technique et dans les Facultés, — il était inévitable que se manifestent des réactions plus ou moins désordonnées.

2. La faute des autres. — La première consiste à attribuer la responsabilité de ces difficultés... aux autres. Des autorités responsables du Second Degré ont déclaré, sinon officiellement, tout au moins publiquement, que c'était la faute de l'Enseignement Supérieur qui ne formait plus assez de licenciés. Ces mêmes autorités n'ont pas signalé que la désaffection des jeunes gens pour les carrières de l'en-

seignement pouvait aussi provenir des médiocres conditions de travail et de rénumération offertes aux jeunes professeurs débutants.

Au sein du Mouvement National pour le Développement Scientifique (M.N.D.S.), dont je ne manquerai pas de souligner par ailleurs les initiatives heureuses, certains professeurs du Supérieur ont développé l'argument qu'on utilisait mal les licenciés et les agrégés. Argument qui aurait plus de poids s'il était appuyé sur une documentation précise, mettant en évidence que des licenciés de Mathématiques, qui désiraient des postes de professeurs, en ont été effectivement privés. A vrai dire, il semble bien que l'argument ait été employé à seule fin d'alimenter une polémique personnelle, ce qui lui enlève, à nos yeux, toute valeur. De plus, le M.N.D.S. a prétendu que l'engagement d'enseigner dans le Second Degré écartait les candidats ; à la réflexion, j'ai compris que cet engagement n'avait que des inconvénients psychologiques et je me suis bien volontiers rangé à la thèse du libéralisme. Je l'adopte encore, ce libéralisme, quand je demande qu'on accorde aux licenciés et aux agrégés la liberté d'enseigner à des niveaux élémentaires s'ils en ont le goût ou s'ils n'ont pas le goût d'enseigner au niveau de la Propédeutique.

Pour en finir avec cette attitude qui consiste à rejeter les torts ou les difficultés sur les autres, rappelons l'attitude de la Commission Billères en faveur du fameux professorat troisième niveau (qui signifie « tout l'effort pour la soi-disant élite » et est donc en pleine contradiction avec l'esprit de la réforme générale). Le Colloque du M.N.D.S. des 19, 20, 21 avril 1958 semblait avoir compris les inconvénients de cette fausse mesure puisque, en commission, le texte suivant avait été adopté :

La Commission s'oppose à la création d'un cadre, dans le Second Degré, de professeurs non licenciés.

A titre exceptionnel, pour tenir compte des besoins considérables dans les dix années à venir, la Commission accepte que l'Enseignement puisse être assuré par des étudiants ayant seulement un certificat de propédeutique sous réserve qu'ils aient la possibilité effective de poursuivre leurs études de licence ;

a) *soit par un service de six heures dans une ville de Faculté ;*

b) *soit par un congé de deux ans, avec traitement, au bout de trois années au plus d'enseignement.*

Mais ce texte a été repoussé en séance plénière et, sur la pression de groupes d'étudiants dont l'inspiration me paraît, je dois l'avouer, incompréhensible : un autre texte a été adopté, si peu clair que, faute de l'avoir sous la main, je me garderai bien d'en résumer l'esprit.

3. Un exemple à ne pas suivre. — Au moins pouvait-on espérer que dans ces conditions les responsables directs de l'Enseignement du Second Degré sauraient trouver les mots qu'il faut et surtout les solutions provisoires indispensables pour parer au plus pressé.

Or, dans *Le Monde* du 29 mars 1958 on a pu lire l'information suivante :

Monsieur Brunold : *Il faudra faire appel aux instituteurs pour l'Enseignement Secondaire*

(De notre correspondant particulier) :

Nantes, mars. — *Présidant à Nantes les manifestations du cent cinquantième anniversaire du Lycée Clemenceau, M.* Brunold, *Directeur Général de l'Enseignement du Second Degré, a évoqué les problèmes qui se posent dans le domaine de l'Enseignement Secondaire.*

Celui des locaux, a-t-il dit, pourra être résolu par des constructions provisoires au besoin. Mais c'est tout particulièrement celui du recrutement qui est préoccupant : pour satisfaire aux besoins, six mille à six mille cinq cents professeurs seront néces-

saires à la prochaine rentrée. Or, les possibilités totales ne dépassent pas seize cents. Dans ces conditions, a-t-il poursuivi, comment sauver l'Enseignement Secondaire qu'il faut maintenir à tout prix ?

Le représentant du Ministre ne voit pour cela qu'une solution : faire appel à des instituteurs. Car « en ce moment et pendant un temps, la quantité doit l'emporter sur la qualité : la qualité, nous la retrouverons ensuite ».

Cette information cumulait les « avantages » suivants : alimenter certaine méfiance des professeurs du Second Degré à l'égard du corps des instituteurs ; en même temps, blesser les instituteurs. Je comprends en tout cas fort bien la réaction de mon Camarade Denis FORESTIER, Secrétaire du Syndicat National des Instituteurs qui adressait, le 2 avril, la lettre suivante à M. BRUNOLD :

Paris, le 2 avril 1958.

Denis FORESTIER, Secrétaire général du Syndicat National des Instituteurs,

à

M. le Directeur Général de l'Enseignement du Deuxième Degré,

MONSIEUR LE DIRECTEUR GÉNÉRAL,

Le journal « Le Monde », en date du 29 mars 1958, relate très brièvement l'exposé que vous avez fait à l'occasion du cent cinquantième anniversaire du Lycée Clemenceau à Nantes.

Pour faire face au manque de maîtres qui caractérisera la rentrée prochaine dans l'Enseignement du Deuxième Degré, vous préconisez de faire appel à des instituteurs. Vous aviez d'ailleurs précisé cette intention à la fin de la dernière réunion du Conseil Supérieur et hors séance.

J'entends bien qu'une telle solution présente des aspects techniques qui doivent être débattus entre Directions intéressées et Conseils compétents. Il eût peut-être mieux valu qu'il en soit ainsi avant que soit lancée la proposition elle-même.

Mais cela n'est point l'objet de ma lettre. Le correspondant du « Monde » vous prête cette phrase à propos de la solution préconisée : « En ce moment et pendant un temps, la quantité doit l'emporter sur la qualité : la qualité, nous la retrouverons ensuite. »

Je ne puis croire que ce soit la relation exacte des propos que vous avez tenus.

Mais il faut convenir que, placés dans le cadre de la très courte note de presse, ils prennent à l'égard du corps des instituteurs tout entier une allure offensante.

Je serais heureux et, disons-le aussi, pleinement rassuré si vous vouliez bien rétablir la réalité.

Mes camarades responsables de nos sections départementales, réunis le 31 mars en Conseil national, ont souligné avec force combien cette appréciation que l'on vous prêtait les avait heurtés.

Si nous n'étions que la quantité, et si par ailleurs les qualités pédagogiques et de conscience professionnelle qui caractérisent le corps des institutrices et instituteurs, si leur sens civique et républicain — ce n'est pas moi qui ai avancé que les instituteurs avaient pour une bonne part fait la grandeur de la III^e^ République — si tout cela n'avait aucun crédit, alors que l'on n'ait pas recours à nous pour faire face aux nécessités qu'impose la situation actuelle de l'enseignement dont vous avez la charge.

Les besoins de l'Enseignement du Premier Degré sont assez grands et impérieux pour requérir tous nos soins. Nous voulons bien coopérer, à notre rang et selon nos moyens, mais aussi dans ce respect qui, nous le pensons, est mérité.

Cette phrase, sans nul doute rapportée hors du contexte où elle se situait, a soulevé d'autant plus d'indignation chez nos camarades que ceux-ci savent que les

projets de décrets sur la fonction de maître de Cours Complémentaires se sont heurtés à l'hostilité de votre Direction. Or, ces textes ont reçu l'approbation du Conseil Supérieur de l'Education Nationale, des crédits pour leur application sont inscrits au budget de 1958. De cet ensemble, à bon droit, nos militants tirent des conclusions qui les portent à des jugements assez sévères.

Ne vous étonnez donc pas, Monsieur le Directeur Général, si, après avoir rappelé à mes camarades que vous ne pouviez mésestimer le corps dont vous étiez vous-même issu, je viens vous demander de nous en donner assurance.

Avec l'assurance de mes sentiments respectueux.

Pour le Bureau National,
Le Secrétaire général du S.N.I.,
Denis FORESTIER.

N'ayant reçu aucune réponse, cette lettre était publiée dans l'*Ecole Libératrice* du 25 avril et c'est pur hasard si, le jour même de la publication, FORESTIER recevait la réponse suivante, datée du 22 avril :

Paris, le 22 avril 1958.

MONSIEUR LE SECRÉTAIRE GÉNÉRAL,

Je pense que je ne rencontrerai pas de difficultés auprès de vous si je vous demande de ne jamais juger mes propos sur un compte rendu de presse.

Si j'ai indiqué, à Nantes et ailleurs, que l'afflux des élèves dans les établissements de l'Enseignement du Second Degré risquait de faire perdre à cet enseignement certaines de ses qualités traditionnelles, qualités qui, d'ailleurs, réapparaîtront plus tard, du fait même de l'élargissement du recrutement ; si j'ai dit, d'autre part, en faisant le bilan des besoins de l'Enseignement du Second Degré et de ceux qui puisent dans son recrutement, que nous ne pourrions pas répondre à toutes ces exigences sans faire appel aux maîtres du Premier Degré, rien n'autorisait les journalistes à lier les questions et à expliquer la baisse probable de la qualité par l'appel aux instituteurs.

J'ai trop d'attaches avec le Corps enseignant primaire — comme vous-même le rappelez — et assez d'expérience des rapports humains, pour ne pas commettre une telle erreur. D'ailleurs, même s'il s'agissait, non pas de maîtres auxquels je suis très attaché, mais seulement d'un corps quelconque de fonctionnaires, je n'ai pas l'habitude de me montrer désagréable avec ceux dont j'ai besoin lorsque je fais appel à eux.

Lorsque j'accorde audience à des représentants de groupements universitaires, il est d'usage que mes déclarations soient publiées, seulement après que le texte m'en a été soumis. On ne peut évidemment pas imposer règle semblable à des journalistes pressés par l'actualité : on ne peut que les laisser responsables des propos prêtés à telle ou telle personnalité.

C'est pourquoi je vous demande de ne jamais juger mes propos que sur des comptes rendus que j'aurais moi-même approuvés.

Veuillez agréer, Monsieur le Secrétaire général, l'expression de mes sentiments les plus dévoués et les meilleurs et très amicaux.

Ch. BRUNOLD.

Au risque de passer pour un mauvais coucheur, je ne considère pas l'incident comme clos. Admettons que les propos reproduits par le journaliste aient été déformés. Il demeure que, dans l'esprit de M. BRUNOLD, il peut être trouvé une solution partielle et provisoire aux difficultés du Second Degré en augmentant les difficultés, en démantelant au besoin l'Enseignement du Premier Degré.

4. Existe-t-il une solution ? — Je ne sais pas si quelqu'un est en mesure de répondre à cette question. Je me contenterai de proposer quelques remarques.

— *Il ne peut y avoir de solution que dans le cadre d'une réforme générale de l'enseignement* : cela suppose un plan coordonné de formation des maîtres pour *tous* les degrés, plan qui doit prévoir la formation scientifique (principalement assurée par les Facultés) et la formation pédagogique (qui doit être l'œuvre de l'enseignement tout entier au sein d'Instituts de Formation et de Recherche Pédagogique).

— *Cette réforme suppose la mise en œuvre de grands moyens*, car l'effort doit être simultané pour tous les niveaux.

— *Il faut sérieusement étudier les moyens de former mieux et plus vite les professeurs* : MIEUX, car il ne s'agit pas d'abaisser la qualification à un moment où les besoins, en particulier dans les disciplines scientifiques, se développent d'une haute qualification, alors qu'il faut adapter cette formation à l'enseignement que le futur professeur aura à donner (il faudra bien que les professeurs des Facultés se fassent à l'idée des licences polyvalentes). — et PLUS VITE, alors que la Commission officielle de la réforme de la licence semble mener ses travaux à une vitesse de recours en Conseil d'Etat.

J'ouvre ici une parenthèse pour saluer l'esprit réaliste et la volonté d'aboutir à une réforme réelle marqué, sur ce point de la réforme de la licence, par le Colloque déjà cité du M.N.D.S. En annexe on lira le rapport qu'il a adopté sur ce sujet.

— Il ne faut pas négliger un effort de propagande en faveur des carrières de l'enseignement, alors que, même certains professeurs du Supérieur, dans leur lutte ouverte contre la Direction du Second Degré prêtent le flanc à cette grave critique, qu'ils peuvent décourager des vocations enseignantes. J'ajouterai que si propagande il doit y avoir, mieux vaudrait ne pas la confier au journaliste nantais qui entendait si mal ce que disait M. BRUNOLD.

On objectera à ces remarques qu'elles ne proposent rien sur le plan pratique pour remédier immédiatement à la crise. Il est vrai que je ne me sens pas le courage de répéter le faisceau de mesures provisoires et toutes très partielles qui peuvent, dans une certaine mesure, masquer la dure réalité : faute d'avoir prévu quels seraient exactement les besoins de l'enseignement en 1958, on ne pourra réaliser en 1958 les réformes qui auraient pourtant été indispensables pour que les jeunes gens de 1970 puissent affronter les problèmes de leur temps.

Cependant, le cycle des catastrophes n'est pas nécessairement éternel ; un vieil ami me persuade qu'au creux de la vague il faut se préparer à bien profiter de l'élan qui va nous emporter.

G. W.

ANNEXE

Voici le texte du rapport sur la licence adopté par le Colloque du M.N.D.S. des 19, 20, 21 avril.

LA LICENCE ES SCIENCES

I. DÉFINITION DE LA LICENCE. — La licence ès sciences d'Etat doit devenir la sanction normale de deux années d'études après un certificat propédeutique. Ces deux années seront consacrées à l'intérieur de chaque grande discipline, aux études scientifiques communes, aux professions variées, auxquelles conduisent les Facultés des Sciences.

De telles études doivent être complétées par des enseignements post-licence propres aux différentes orientations, par exemple :

1° la formation des professeurs certifiés, des Enseignements Secondaire et Technique demandera une année complémentaire d'études théoriques et pédagogiques ;

2° les futurs agrégés de l'Education Nationale devront être titulaires d'un diplôme d'études supérieures comportant la présentation d'un mémoire et l'acquisition d'un certificat approprié. La durée normale de ces études est d'un an ;

3° des études analogues peuvent être conseillées aux futurs chercheurs ;

4° l'accès à la profession d'ingénieurs, à partir de la licence, doit être facilité par des enseignements appropriés.

A côté de la licence d'Etat, peuvent exister des licences d'Université constituées par des groupements plus libres d'enseignement existants.

II. Structure de la licence. — Il existe trois licences d'Etat : la licence en mathématiques, la licence ès sciences physiques (mention physique ou mention chimie), la licence ès sciences naturelles (mention sciences biologiques ou sciences de la terre).

a) *Licence en mathématiques :* La licence en mathématiques comporte deux enseignements annuels de mathématiques de trois heures de cours magistraux par semaine et trois enseignements semestriels à options choisis parmi les suivants : physique (trois options possibles), mécanique (trois options possibles), probabilités, statistique, astronomie ou mathématiques.

b) *Licence en sciences physiques :* 1° Mention physique : elle comprend trois enseignements semestriels de cinquante heures environ, portant sur : électricité ; mécanique physique et optique ; thermodynamique et physique atomique. En outre : un enseignement annuel de mathématiques à l'usage des physiciens (cent heures) et un enseignement annuel de chimie (cent heures). Ce dernier enseignement pourrait être remplacé par un enseignement d'électrotechnique (cent heures).

2° Mention chimie : elle comprend un enseignement de chimie générale ; thermodynamique, atomistique, cynétique (75 heures) ; un enseignement de chimie organique (75 heures) ; un enseignement de chimie minérale (50 heures) ; un enseignement de physique (100 heures) comprenant les bases de la thermodynamique et de la physique atomique, de l'électricité et de l'optique ; enfin un enseignement à option (50 heures) dans lequel pourrait être inclus un enseignement de chimie industrielle.

c) *Licence ès sciences naturelles :* Chaque année dix heures hebdomadaires d'enseignement magistral et seize heures de travaux pratiques et séminaires. Répartition des heures d'enseignement magistral :

1° Mention sciences biologiques :

— 1re année : 4 heures zoologie 1 ; — 3 heures botanique 1 ; — 3 heures une unité de biochimie, microbiologie et physiologie végétale.

— 2e année : 4 heures physiologie 1 ; — 2 heures biologie générale ; — 4 heures option comprenant géologie 1, botanique 2, zoologie 2, physiologie 2 ou d'autres unités de la post-licence ou des autres licences ès sciences.

2° Sciences de la Terre :

— 1re année : 4 heures géologie 1 ; — 3 heures botanique 1 ; — 3 heures chimie minérale et générale.

— 2e année : 4 heures zoologie 1 ; — 4 heures géologie 2 ; — 2 heures au choix minéralogie ou biologie générale.

III. Remarques générales sur l'organisation de l'enseignement. — Il est apparu comme souhaitable :

1° que l'encadrement des étudiants soit renforcé dans une proportion considérable. La création de deux mille postes de chefs de travaux et assistants à la rentrée prochaine permettrait une situation satisfaisante, on obtiendrait ainsi, pour les enseignements principaux, un taux raisonnable d'enseignants par étudiant ;

2° qu'un système d'examens partiels, de préférence semestriels, soit mis au point et que l'usage des notes de scolarité soit généralisé ;

3° qu'une augmentation du nombre des semaines de scolarité puisse avoir lieu grâce à l'aménagement d'examens et à l'augmentation massive du corps enseignant. Trente semaines annuelles d'enseignements magistraux seraient un idéal désirable.

CLUBS SCIENTIFIQUES ET TRAVAUX DE VACANCES

Proposer aux élèves de choisir librement un sujet de travail pour les vacances peut être une occasion de créer, dans un établissement, le mouvement d'intérêt pour les choses de la science qu'un *club scientifique* a justement pour but d'entretenir. Pour aider les professeurs qui désirent agir dans ce sens, l'UNESCO présente une documentation dont j'extrais les passages susceptibles d'intéresser les Collègues :

« 1° *Documentation offerte par l'Unesco :* L'Unesco a constitué une abondante documentation sur les clubs scientifiques qui peut être communiquée aux intéressés sur demande. Un nombre limité d'exemplaires (en anglais et en français) des rapports ci-après sur les clubs scientifiques de différents pays, leur organisation et leurs activités, peuvent être distribués :

— Le mouvement des clubs scientifiques au Danemark (WS/026.79).
— Les clubs scientifiques aux Pays-Bas (WS/026.80).
— Les clubs scientifiques au Canada (WS/026.81).
— Les clubs scientifiques au Royaume-Uni (WS/026.111).

En outre on peut se procurer les listes suivantes :

— Periodicals for Science Teaching and Science Club libraries, February 1956 (WS 026.122).

— Sources of Visual Aids in Science for School and Science Club libraries (April 1956, WS/046-81). »

Envoyer les commandes à : Division de l'Enseignement et de la diffusion de la science, Département des sciences exactes et naturelles, Unesco, 19, avenue Kléber, Paris, 16e.

Dans la même documentation, citons :

— *Manuel de l'Unesco pour l'enseignement des sciences*, édition entièrement révisée des « Suggestions for Science Teachers ». Contient des instructions abondamment illustrées sur la fabrication des modèles et des appareils et sur l'organisation d'expériences par des moyens de fortune, le plus souvent à l'aide d'objets qu'on peut se procurer facilement (222 pages ; anglais, français), 600 F.

G. W.

VI. INFORMATIONS ET BIBLIOGRAPHIE

A BAS L'ÉGALITÉ... (SCIENTIFIQUE)

Devant l'évidence de la pénurie des cadres scientifiques et techniques indispensables au maintien de l'activité du pays (je ne dis pas du *développement*, car avant de développer je crois qu'il faudrait déjà maintenir...), un mouvement se dessine en faveur d'une réforme de notre enseignement scientifique. Bien timidement, il est vrai. La petite amélioration de l'horaire des Mathématiques dans les classes du premier cycle sera-t-elle suivie, en octobre 1958 de l'aménagement que nous demandons en faveur de la classe de Troisième ? Quelles sont les réalisations inscrites au budget en faveur d'une réforme des classes terminales du Second Degré ? Aucune à notre connaissance.

Il suffit même que M. Jean CAPELLE écrive (*Le monde*, 14 mars 1958) une étude sur « Le Baccalauréat et la pénurie des cadres scientifiques » pour s'attirer la réponse suivante due à M. Michel PHILIBERT, professeur de philosophie au Lycée Champollion de Grenoble (*Le Monde*, 9 avril). Favorable au « retour » à une conception du baccalauréat beaucoup mieux centrée sur l'idée d'une culture générale indispensable aux cadres scientifiques et techniques, il demande, non seulement que la première partie du baccalauréat comporte un programme scientifique commun à tous les élèves, mais encore que soient supprimées toutes les options de la seconde partie de cet examen. « *Pourquoi cette acceptation au niveau de la classe dite terminale du postulat justement désavoué des deux races humaines, celle des scientifiques et celle des littéraires ?* »

« *On feint de considérer qu'après la première partie du baccalauréat deux voies distinctes, mais d'égale efficacité, s'offrent à qui veut compléter sa culture générale. Or il est évident que les classes de Mathématiques, quelle que soit la valeur de cette discipline pour la formation de l'esprit, sont des classes de pré-spécialisation ; elles font gagner du temps dans la spécialisation universitaire et dans la course aux places, et des professeurs de Mathématiques avouent, pour le déplorer, qu'on y fait plus de bachotage que de culture.*

« *En face de ces classes, celles de Philosophie soutiennent un combat nécessairement inégal... ; seules, elles conservent l'ambition de former le jugement, de susciter une réflexion, d'ébaucher une synthèse ; seules elles fournissent l'occasion d'un travail « désintéressé », c'est-à-dire non encore spécialisé, non immédiatement et apparemment monnayable en puissance et en places.*

« *A la nécessité d'assurer, jusqu'au premier baccalauréat, une formation scientifique commune qui puisse préparer, pour le pays, les cadres dont il a besoin, et fournir à chacun les moyens de comprendre et d'agir dans notre société, répond donc la nécessité symétrique d'assurer également à tous, aux futurs techniciens ou chercheurs comme aux futurs commerçants ou artistes, une formation réflexive et générale commune : tel doit être l'objet premier de la classe terminale...*

« *Cela ne signifie pas que la classe de Philosophie doive être imposée à tous avec son horaire et son programme actuels. Cela n'interdit pas qu'autour d'une base commune et massive, de philosophie, des options secondaires soient aménagées, une future spécialisation discrètement esquissée, et en science une ration plus solide que l'actuelle, fournie, et son assimilation sanctionnée. Mais cela signifie que l'accent doit être mis jusqu'à la fin des études secondaires sur la formation générale ; que la spécialisation doit être retardée jusqu'après le second baccalauréat, au niveau des études supérieures et professionnelles.* »

L'expression « culture générale indispensable aux cadres scientifiques et techni-

ques » mériterait d'être précisée. Je l'emprunte, pour aller plus vite, au journal cité, tout en étant persuadé que plusieurs contenus très différents peuvent lui être donnés.

Il me paraît plus important d'attirer l'attention des Collègues sur le fait suivant : dès qu'il est question de développer l'enseignement scientifique dans certaines sections, il se trouve aussitôt des « partisans de la culture », — ils se prétendent tels —, pour réclamer le retour à l'*égalité scientifique*. Or, nous savons que celle-ci était réalisée « par le bas » (car il ne pouvait en être autrement). Et qu'elle signifiait effectivement égalité par une culture essentiellement littéraire. Tant pis pour la culture scientifique, tant pis pour le développement des sciences et des techniques dans ce pays de plus en plus mal placé pour jouer son rôle dans le développement général des sciences.

Relisez le texte de notre Collègue PHILIBERT. Il est extrêmement clair : « autour d'une base commune *et massive*, de philosophie, des options secondaires... » Selon cette conception, les élèves étudieraient « massivement » la méthode dans les sciences, et, « secondairement » ces sciences elles-mêmes.

Ne croyez d'ailleurs pas que cette opinion soit exclusivement celle de philosophes qui s'intéressent normalement plus à la connaissance elle-même qu'à l'objet de cette connaissance. Parmi les professeurs de Mathématiques eux-mêmes, n'en existe-t-il pas beaucoup qui attachent plus d'importance à la rigueur des démonstrations qu'à la quantité des connaissances acquises ? Ne vais-je pas m'exposer, par cette remarque, à une réprobation générale, ou presque générale ?

Il est vrai que nous aspirons naturellement à l'éducation de la rigueur. Mais qu'en pensent les élèves ? Combien, parmi eux, tireront un profit réel de nos efforts en ce sens ? Pour ceux qui resteront donc à l'extérieur de cette « philosophie de la connaissance » que notre Collègue voudrait enseigner massivement, n'y a-t-il donc aucune forme de culture possible ? Combien de personnes, totalement ignorantes des principes de la thermodynamique, ont-elles justement profité de leur automobile pour aller visiter quelque monument fameux ; aurait-il fallu leur interdire tout déplacement faute d'une juste réflexion sur le principe de Carnot ?

Tout simplement, je crois qu'il y a place pour des littéraires, des scientifiques, des cultivés de toute espèce dans notre société. Au lieu d'une égalité imposée, au nom d'une conception unique de la culture, il y a place pour une fraternité des hommes appliqués à se comprendre et à comprendre les divers aspects du monde dans un esprit de coopération. Sans atteindre la haute spécialisation du chercheur qui consacrerait sa vie à l'étude d'une classe spéciale d'étoiles B, par exemple, un enseignement des sciences orienté vers leurs applications, formera des hommes aussi cultivés, qu'une étude des sciences orientée vers leurs fondements, ou qu'une étude, même massive, des méthodes scientifiques (en dehors de toute pratique de ces méthodes).

Que les Collègues excusent la platitude de ces remarques en pratiquant le test suivant : quand ils se trouveront dans une assemblée cultivée, demandez si elle comprend un amateur d'électronique ; il est bien rare qu'un bel esprit ne proclame pas qu'on n'y peut rien comprendre. Devinez par contre ce qui vous adviendra quand vous avouerez que vous ne goûtez pas la poésie de Virgile ?

G. W.

L'INSTITUT DE LYON

Le mode de recrutement pose à l'heure actuelle des problèmes graves. Au Colloque de Grenoble, début d'octobre, le Recteur CAPELLE présenta la question du recrutement en ces termes : « Cinq éléments d'appréciation ont été retenus : les notes et places obtenues dans l'année, l'avis des professeurs, celui des censeurs, surveillants ou camarades sur les qualités sociales, les notes à l'écrit du baccalauréat, et enfin l'appréciation d'une Commission. »

En fait, les résultats enregistrés sur le carnet scolaire ont souvent été déterminants. Synthétisés en une seule première note, ils ont dû parfois servir de base aussi pour la deuxième note, quand les demandes pour avis ne sont pas parvenues assez tôt aux professeurs déjà partis en juin pour services d'examens.

Pour la troisième note, la Commission d'appréciation dut chiffrer, globalement aussi, les réponses des chefs d'établissements sur les qualités du candidat. Ils devaient choisir entre F, M, S (faible, moyen, supérieur). Certains chefs d'établissements n'ont rien mis ou ont adopté partout M.

La quatrième note, celle obtenue à l'écrit du baccalauréat (session de juin), recevait des bonifications pour les mentions à la deuxième partie, et, par contre, une pénalisation pour les redoublants, sauf en cas de longue maladie.

La cinquième note sanctionnait les réponses à l'entretien oral du candidat devant la Commission. Les questions posées constituaient une sorte de test sur le caractère et la culture, sur les aspirations profondes et le sens des responsabilités. Par exemple : avez-vous déjà encadré des groupes de jeunes ? Aimez-vous le sport, le cinéma, les arts et la littérature ? Que venez-vous chercher à l'I.N.S.A., une formation, un diplôme ? Parfois le questionnaire s'aventurait sur des sujets brûlants pour démasquer la part passionnelle ou le souci d'objectivité et d'information dans les réponses du candidat : ainsi a pu être évoquée la guerre d'Algérie. Certains commentateurs ont suspecté là un sondage des opinions et options politiques, d'autres ont contesté la valeur du test à cause de son conditionnement psychologique artificiel. Il est évident que sur ce point, les jurys doivent faire preuve de la plus grande prudence et de la plus grande discrétion. Néanmoins, on voit clairement que ce genre d'entretien est une porte ouverte qui permettrait trop facilement des discriminations politiques ou confessionnelles...

En somme, cette méthode de sélection, très intéressante en tant qu'essai pour éviter la formule classique des concours, peut devenir très critiquable dans son application et présente des dangers certains...

Les bourses, dont le taux moyen est de quelque 90 000 F, et le taux maximum de 120 000 F, semblent attribuées suivant des critères qui s'éloignent parfois beaucoup des critères habituels et certaines attributions ont été qualifiées de scandaleuses.

Le volume de travail demandé aux élèves est considérable, et l'heure où ils peuvent se coucher est trop tardive (ou trop matinale si l'on préfère). Enfin, le jeudi après-midi est souvent pris par des compositions ou des colles, et le samedi après-midi n'est libre que théoriquement.

Le statut des professeurs, enfin, est très flou. Certains d'entre eux travaillent à l'I.N.S.A. en y faisant des heures supplémentaires uniquement. Et, de plus, les retards apportés dans le paiement des heures de service n'est pas fait pour arranger les choses.

(D'après le *Journal de l'Union des Grandes Ecoles*, n° 24 d'avril-mai).

UNE ÉPREUVE DE BACCALAURÉAT MATHÉMATIQUES EN SUÈDE

Le sujet, proposé en 1957, consistait en huit exercices dont les énoncés suivent :

1. — Déterminer la constante a pour que la fonction $\frac{x-a}{x^2-ax+1}$ soit maximum pour $x = 0$.

2. — L'égalité $\operatorname{tg} y = \frac{1+cx}{c-x}$, où c est une constante, et où y est supposé com-

pris entre $-\frac{\Pi}{2}$ et $+\frac{\Pi}{2}$, définit une fonction y de x. Démontrer que, quel que soit c, cette fonction a pour dérivé $\frac{1}{1+x^2}$.

3. — Soient A et B deux points d'une parabole symétriques par rapport à l'axe de la parabole, P un 3e point de la parabole. Démontrer que PA et PB coupent l'axe en deux points symétriques par rapport au sommet de la parabole.

4. — Dans un triangle ABC, l'angle B vaut 45°, et la médiane issue de B fait avec le côté opposé un angle de 45°. Déterminer les angles du triangle.

5. — Un parallélépipède rectangle a deux faces opposées carrées, de côté a. Une sphère est circonscrite à l'une de ces faces et tangente à l'autre. Déterminer, en fonction de a, le rayon de cette sphère, pour que la somme des arêtes du parallélépipède soit maximum.

6. — Les courbes $y = \sin x$, $y = \sin(x - v)$, où la constante v n'est pas multiple de 2 Π, déterminent une infinité d'aires fermées égales. Calculer l'une d'elles en fonction de v.

7. — On donne un triangle équilatéral de hauteur 6 cm. Trouver le lieu géométrique d'un point dont la somme des carrés des distances aux côtés du triangle est égale à a cm^2. Discuter suivant les valeurs de a.

8. — Une courbe $y = f(x)$ est tangente en O à Ox. La normale à la courbe en M coupe Oy en N. Démontrer que, lorsque M tend vers O, N tend vers le point d'ordonnée $\frac{1}{f''(0)}$.

GRAND-DUCHÉ DE LUXEMBOURG
Examen de fin d'études secondaires (Juin 1956)

Dans les Lycées classiques de garçons du Grand-Duché, il y a trois examens différents :

I) les sections gréco-latine et latine A composent en algèbre et géométrie (coefficient 2) et en trigonométrie (coefficient 1) ;

II) les élèves de la section latine C (sciences naturelles) ont à faire, en dehors des compositions précédentes, une composition de calcul différentiel et intégral et une composition de géométrie analytique ;

III) ceux de la section latine B (Mathématiques Spéciales) composent :

1) en calcul différentiel et intégral ;
2) en géométrie analytique ;
3) en compléments de géométrie.

Les questions pour cette section sont toutes distinctes de celles des autres sections latines.

I. — Mathématiques générales (durée : 4 heures)

Questions communes aux sections latin-grec, latine A et latine C

Algèbre et géométrie (durée : 2 h 40 m).

1) Trouver les dérivées de :

$y = \frac{x(1+x^2)}{\sqrt{1-x^2}}$ (7 points) $\qquad y = \frac{\operatorname{cotg} x \sin x}{\sqrt{2\cos^2 x - \sin^2 x}}$ (7 points)

2) Intégrer :

$$\int \left(\sqrt[6]{x} - 2\sqrt{x^3}\right)^2 \sqrt[3]{x}\, dx \quad (7 \text{ points}) ; \qquad \int \left(\frac{1}{\cos x} - tg\, x\right)^2 dx \quad (7 \text{ points})$$

3) Etudier les variations de la fonction $y = \dfrac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 1}$ (10 points)

4) Etudier les variations de la surface totale du cône droit circonscrit à une sphère, (8 points)

5) Trouver l'aire comprise entre la courbe $y^2 = 4x$ et la bissectrice du premier quadrant. (8 points)

Trigonométrie (durée : 1 h 20 m).

1) Rendre calculable par logarithmes :

$$\sin 2a + \sin 2b + \sin 2c,$$

sachant que $a + b + c = 90°$. (6 points)

Réduire à sa plus simple expression :

$$1 - \frac{1}{tg\, a} + \frac{2}{tg\, 2a}$$

Trouver, sans tables, la valeur du résultat si $a = 15°$. (12 points)

2) Résoudre l'équation :

$$4 \sin^3 x + \cos x \sin 2x - 6 \sin^2 x \cos x = 0. \quad (18 \text{ points})$$

3) Un avion avance horizontalement dans un même plan vertical avec deux tours distantes l'une de l'autre de 5 km. De l'avion, on voit, à un certain moment, les pieds de ces deux tours sous les angles d'inclinaison de 30°18′ et 41°25′. Quelle est alors la distance de l'avion à la tour la plus proche ? Après combien de temps survolera-t-il cette tour, si la vitesse de l'avion est de 400 km/h ? (18 points)

II. — Compléments de Mathématiques

(Sous-section latine C, durée : 2 heures)

Calcul différentiel et intégral (durée : 1 heure).

1) Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

$$y = \text{Log} \sqrt{\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}} ; \qquad y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} ; \qquad y = \text{Log} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1} - x}$$

2) Intégrer :

$$\int \frac{(2x - 1)\, dx}{(x - 1)(x - 2)} ; \qquad \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \sin x\, dx ; \qquad \int x^2 e^{ax}\, dx \quad (9 \text{ points par question})$$

Géométrie analytique (durée : 1 heure).

1) Trouver les points où la droite $y = 7x$ coupe le cercle :

$$x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0.$$

Etablir les équations des tangentes en ces points. Calculer leur point d'intersection ainsi que l'angle qu'elles forment.

2) On donne l'ellipse : $16\, x^2 + 25\, y^2 = 400$. Trouver l'équation de la tangente au point P $(0, y < 0)$. Trouver ensuite les équations des tangentes à l'ellipse qui sont

parallèles à la droite $3x - 2y - 6 = 0$ et calculer les coordonnées des points d'intersection de ces tangentes avec la précédente.

3) Indiquer le genre de la conique : $3x^2 - 8xy + 4y^2 + 6x - 4y + 1 = 0$. Trouver les équations des asymptotes éventuelles et construire la courbe.

(18 points par question)

III. — Mathématiques spéciales

(Sous-section latine B, durée : 7 heures)

Algèbre, calcul différentiel et intégral (3 heures).

1) Etudier, au point de vue de la convergence, les séries suivantes :

a) $\frac{1}{1,2} + \frac{3}{2,3} + \frac{3^2}{3,4} + \frac{3^3}{4,5} + \ldots$ (4 points)

b) $1 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \ldots$ (4 points)

2) Calculer la dérivée de la fonction :

$$y = \arccos \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$ (5 points)

3) Trouver la limite de $\frac{(x - \sin x)^2}{(1 - \cos x)^3}$ pour $x = 0$. (5 points)

4) Etudier les variations de la fonction :

$$y = \frac{3x^2 - 4}{(x-2)^2 (x+1)}$$

et construire la courbe. (9 points)

5) Une lampe électrique doit être suspendue au-dessus du centre d'une pelouse circulaire de 100 m de diamètre. En supposant que l'intensité de la lumière varie en raison directe du cosinus de l'angle d'incidence et en raison inverse du carré de la distance, on demande à quelle hauteur doit être suspendue la lampe pour que le bord de la pelouse soit éclairé le mieux possible. (9 points)

6) Calculer $\int_1^\infty \frac{dx}{x^3 + x^2}$ (9 points)

7) Trouver le volume du tore engendré par la révolution du cercle

$$x^2 + (y - b)^2 = a^2$$

autour de l'axe des x. On suppose $b > a$ (9 points)

Géométrie analytique (2 heures).

1) Déterminer la nature et construire la conique $\rho = 1 - 2\cos\omega$ trouver l'excentricité et la distance du foyer à la directrice. (9 points)

2) Trouver l'équation du cercle inscrit au triangle formé par l'axe des x et les droites : $y = \frac{3x}{4} + 3$ et $5x + 12y = 100$; construire. (11 points)

3) Calculer la distance du centre de la conique : $x^2 + 4xy + 6x + 8 = 0$ à la tangente au point de la courbe qui a pour abscisse -2. (11 points).

4) Réduire à ses axes, puis construire la courbe :

$$5x^2 + 6xy + 5y^2 - 26x - 22y + 29 = 0.$$ (16 points)

5) Trouver l'équation du diamètre de la parabole $y^2 = 18x$ qui est conjugué aux cordes formant l'angle de 45° avec l'axe des x positifs. Trouver l'équation de la normale menée par le point d'intersection de ce diamètre et de la courbe. (7 points)

Compléments de géométrie (2 heures).

1) Construire un triangle équilatéral ayant ses sommets sur trois circonférences concentriques de rayons a, b, c $(a < b < c)$. (10 points)

2) Démontrer que le produit de deux homothéties est une homothétie, et que les centres d'homothétie sont en ligne droite.

Démontrer que ce produit n'est pas commutatif.

Application : démontrer que le centre de gravité G d'un triangle, son orthocentre H et le centre du cercle circonscrit sont en ligne droite (droite d'Euler) et que l'on a : $\overrightarrow{HG} = 2\,\overrightarrow{GO}$.

3) *a*) Définir le faisceau harmonique.

b) Démontrer que la condition nécessaire et suffisante pour qu'un faisceau soit harmonique est que la parallèle à l'un des rayons soit divisée en deux parties égales par les trois autres rayons.

c) Démontrer que si deux rayons conjugués d'un faisceau harmonique sont perpendiculaires, ils sont les bissectrices des angles formés par les deux autres rayons.

4) Construire un cercle tangent à une droite donnée D_1 et tel que la polaire d'un point donné P par rapport à ce cercle soit une droite donnée D_2. (12 points)

(De *Mathematica et Pædagogia*, 5e année, n° 13).

LES CONNAISSANCES ARITHMÉTIQUES DES ENFANTS DE 11 ANS

L'Institut national d'étude du travail et d'orientation professionnelle a mené une enquête par sondages sur le niveau des connaissances des enfants de onze ans. L'enquête a porté sur 4 860 élèves de 397 écoles primaires réparties dans 84 départements. Nous indiquons ci-dessous quatre questions posées, avec les pourcentages de réponses exactes :

$195 + 205$	84 %
$170 \times 0{,}5$	62 %
25 % de 8 000	30 %
$\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$	17 %

Selon les enquêteurs, un tiers des enfants non candidats à l'entrée en Sixième a un niveau supérieur à celui du candidat moyen, et c'est naturellement dans les milieux ruraux qu'on trouve le plus d'enfants bien doués qui ne bénéficient pas de l'Enseignement du Second Degré.

Topologia combinatoria, par P.-S. ALEKSANDROF, traduction italienne de L. LOMBARDO-RADICE, Editions scientifiques Einaudi, Turin, 1957.

C'est en 1947 que le Professeur P.-S. ALEKSANDROF, de l'Université de Moscou, qui vient d'être invité comme professeur associé par l'Université de Paris, a publié son livre de topologie combinatoire. Pour en indiquer la valeur, il suffit de reprendre quelques-uns des jugements parus dans les revues bibliographiques. « Ce beau livre donne un aperçu extrêmement vivant et profond d'une grande partie de la topologie, spécialement celle qui utilise les méthodes homologiques. » (*Zentralblatt für Mathematik*, vol. 37, p. 97, 1951). « Tous les concepts présentés sont soigneusement définis

et éclairés par de nombreux exemples. Ces exemples, à eux seuls, forment un magnifique arrière-plan pour l'expérience en topologie » (*Mathematical Review*, vol. 10, p. 55, 1949). Malheureusement, toutes ces merveilles étant exprimées en langue russe restaient inaccessibles à un grand nombre d'entre nous. Aussi la traduction italienne qui vient de paraître aux éditions Einaudi à Turin me semble particulièrement bienvenue. Elle permettra de faire connaître le livre aux lecteurs d'expression latine, et en particulier aux lecteurs de langue française. La personnalité du traducteur, le Professeur L. Lombardo-Radice, de l'Université de Palerme, qui vient également d'être invité en France pour y faire des Conférences à Paris et à Besançon, est une garantie de fidélité au texte original. C'est un gros effort qui a été fait par le traducteur et par l'éditeur pour publier ce gros volume de 750 pages dont je dois indiquer l'intérêt particulier qu'il présente pour les professeurs de Mathématiques. On peut dire que ce livre fournit un aliment complet et digeste aux notions topologiques dont un aperçu a été donné ici-même dans le cadre du cycle de Conférences organisées par l'A.P.M. et la Société Mathématique de France. Les deux premières parties du livre constituent une présentation très heureuse des notions générales de topologie, comprenant une démonstration complète du théorème de Jordan sur les courbes simples fermées (chap. II), et une introduction à la théorie de la dimension (chap. VI). Ce n'est pas avant la page 260 que la « machinerie de l'homologie et de la cohomologie est mise en marche ». C'est dire le soin qui est apporté à cette présentation, enrichie d'exemples et de figures appropriées, ainsi que la profondeur des démonstrations et des techniques qui ont pour but de préparer le lecteur aux méthodes combinatoires. La partie III traite des groupes de Betti, dont l'invariance est établie par une méthode nouvelle. La partie IV atteint le point culminant du livre avec les théorèmes de dualité de Poincaré, Alexander et Pontjagin. La partie V est consacrée aux représentations continues des polyèdres et aux théorèmes d'existence des points fixes des représentations. Cette dernière partie, ainsi que l'appendice qui suit sur les groupes abéliens et la géométrie analytique, est à peu près reproduite de la topologie d'Aleksandrov et Hopf. Pourtant ce livre de topologie combinatoire constitue dans l'ensemble un ouvrage nouveau et original ; il n'est pas une édition nouvelle ou remaniée du livre précédent. Bien sûr, il ne prétend pas couvrir tous les sujets, et les groupes d'homotopies sortent de son cadre. Mais, tel quel, il me semble un modèle à donner à tous ceux qui s'intéressent en même temps à la culture mathématique et à l'enseignement.

L. Lesieur.

Des atomes et des hommes, par Louis Leprince-Ringuet, Collection « Les idées et la vie », Fayard, éditeur, Paris, 1958.

Ce livre est un intéressant témoignage de l'attitude d'un savant face aux problèmes qui préoccupent tous les hommes contemporains. Ce grand spécialiste des rayons cosmiques sait nous prouver, par son livre, qu'une haute spécialisation ne signifie pas étroitesse de vue. Bien des pages ont le charme poétique de certains livres qui enchantent toujours les adolescents (est-ce que je fais erreur en pensant au *Grand Meaulnes ?*).

Pour qui n'est pas en contact direct avec la recherche, les deux premières parties sur la découverte et la psychologie nouvelle du chercheur apporteront une information de première main. Avec cette restriction, cependant, qu'il s'agit uniquement de physique nucléaire.

Par contre, j'ai été un peu déçu par les remarques groupées sous le titre « La France peut-elle prendre le virage ? ». Le « Pour ou Contre l'Ecole Polytechnique » conclut au *pour* avec beaucoup d'arguments qui auraient pu justifier le contre. Le problème de la réforme des enseignements propédeutiques est abordé, mais ne semble pas étudié à fond. Je note, en passant, une petite erreur (p. 98) au sujet du bacca-

lauréat scientifique « Mathématiques Elémentaires *ou sciences expérimentales* » (c'est moi qui souligne), alors que la section Mathématiques et Technique est complètement omise. Comme bien souvent la seule formation « secondaire » classique est considérée. Par ailleurs une assez juste critique est faite à son sujet :

« Revenons à l'ingénieur ou au chercheur à formation secondaire classique. ...Au niveau du secondaire un effort doit être fait pour rendre plus vivants les éléments de culture qu'il acquiert. Ne nous hâtons pas de modifier brutalement la partie classique de la culture qui permet de définir un mécanisme de pensée dont la balance est somme toute favorable, mais rendons l'étude des sciences plus attrayante et moins sèche pour le jeune de treize ans. Une Mathématique trop abstraite possède, certes, des atouts pour une formation de l'esprit, mais son aridité lui enlève d'évidentes possibilités d'intérêt ; beaucoup d'enfants se détournent des sciences à cet âge et sont définitivement perdus, alors que, s'intéressant déjà à certaines applications des sciences, ils seraient parfaitement capables, en étant bien orientés, de devenir plus tard les techniciens ou les scientifiques valables dont nous manquons cruellement. A cet égard, la formation de l'esprit à base de latin, si précieuse pour certains, doit néanmoins être considérée comme souvent dépassée ; trop de latin, au travers d'horaires trop chargés, peut apparaître comme un manque à gagner pour quantité de jeunes gens ; le temps consacré à son étude pourrait être mieux utilisé. » (p. 123).

L'auteur établit ensuite la complémentarité du désir de connaissance et d'action, climat normal de la recherche.

Enfin il traite des problèmes de l'homme en face de la science. Pour lui, le scientifique possède un sens profond, affiné, de la liberté. Il y a là, ainsi que sur l'affaire Oppenheimer, de très bonnes pages. J'avoue être beaucoup moins convaincu par celles où l'auteur expose une attitude possible du savant en face de l'Eglise catholique et du Christianisme. Curieux argument : la science ayant des doctrines qui évoluent, comment l'Eglise pourrait-elle les adopter successivement sans se contredire ? Et la science, alors, se contredit-elle quand elle se critique. Il me paraît aussi trop facile de « réduire à certaines efflorescences parasites qui n'appartiennent pas en propre à la doctrine », ce qui est contraire à toute réalité, comme « les bizarres mouvements du Soleil, complaisamment décrits à l'occasion des apparitions de Fatima ». Mais il est évident que l'on touche ici à un domaine où le lecteur, comme l'auteur, n'a plus qu'un seul recours, s'arranger avec soi.

G. W.

VII. LA VIE DE L'ASSOCIATION

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE DU 30 MARS 1958

Etaient présents : 48 membres.

Bureau : MM. Walusinski (*Président*) ; Durrande et Monjallon (*Vice-Présidents*) ; Huisman (*Secrétaire*) ; Mlle Marchand et Itard (*Bulletin*) ; Legrand (*Trésorier*).

Comité : MM. Bay, Mlle Biard, Guitton, Le Ménager, Mlle Vervaecke.

Membres : MM. Barria (*E.N.*, Evreux), Bastien (Sézanne), Berrard (*Poincaré*, Nancy), Boisson (*Claude-Bernard*), Buquet (Saint-Quentin), Cornuéjols (*E.N.P.*, Egletons), Cornu (*C.T.I.*, Strasbourg), Mlle Doussain (*Camille-Sée*), Duval (*Colbert*), Euvrard (Versailles), Favrelle (*Faidherbe*, Lille), Mlle Fournier (Charleville), Gitton (Orléans), Guillotin (*E.N.*, Strasbourg), Hémery (*Lavoisier*), Jacquemier (*E.N.*, Charleville), Klein (*Charlemagne*), Laforêt (*Henri-IV*), Leriche (St-Germain), Leiontet (*I.P.N.*), Loi (Barcelonnette), Lonjaret (Sèvres), Médioni (*J.-B.-Say*), Magnier (*Louis-le-Grand*), Mirgaux (Nancy), Mlle Petiot (Angoulême), Plane (Auxerre), Pochard (Nice), Revuz (*Fac. Sc.*, Poitiers), Rossat-Mignot (*Lavoisier*), Mlle Roulet (*Victor-Hugo*), Schiller (*Buffon*), Thovert (*Ampère*, Lyon), Vany (*Louis-le-Grand*), Villa (Lézignan), Vissio (*Lakanal*).

S'étaient fait représenter ou ont voté par correspondance : 190 membres : MM. Abram (*Arago*), Mlle Aïtoff (*Montgeron*), Alméras (Nîmes), Mlle Arnoux (St-Dié), Mme Aspeele (*C.M.*, Lille), Audirac (*Pasteur*), Mme Augé (Le Mans), Augier (*C.N.R.S.*), Aunis (*St-Louis*), Bafoil (Lisbonne), Bareil (Agen), Mlle Barluet (Limoges), Bastien (*St-Louis*), Mme Baudry (Vincennes), Beamurguia (Saint-Gaudens), Belgodère (*Henri-Poincaré*), Berger (*J.-Decour*), Bernard (Grenoble), Bernard (Aix-en-Provence), Berlatier (Marseille), Beuchey (*E.N.*, Douai), Biguenet (Paris), Bodiou (*Fac. Sc.*, Marseille), Boirfau (*C.M.T.*, Angers), Bone pandi (Nîmes), Bonneau (Angers), Boulan (*C.C.*, Alfortville), Bourgeois (Dieppe), Bournonville (Bar-sur-Aube), Bousso (Sarrebruck), Boutin (*Janson*), Brachet (Inspecteur honoraire), Mlle Bratières (*E.N.*, Rodez), Breuner (Saint-Cloud), Brisset (Angers), Brisset (Beauvais), Bronner (sous les drapeaux), Mlle Canal (Rambouillet), Mlle Cannac (Millau), Canonge (Montpellier), Caudron (C.T.), Chabrier (Nice), Chauvineau (*Henri-IV*), Chazal (*Charlemagne*), Chevallier (*M.-Berthelot*), Chioné (Clermont-Ferrand), Clanet (*E.N.T.*, Toulouse), Claverie (Bordeaux), Mlle Clavier (Sèvres), Collinet (Nantes), Collot (*Poincaré*, Nancy), Combes (*Voltaire*), Coquet (*Faidherbe*, Lille), Commeau (*Kléber*, Strasbourg), Mlle Couty (Limoges), Crestey (*St-Louis*), Crozes (*Henri-IV*), Mlle Curty (Grenoble), Dauby (Fourmies), Mme Dautrevaux (Belfort), Dautrevaux (Belfort), Davancens (*E.N.*, Strasbourg), Delapierre (*E.M.P.*, Les Andelys), Delcros (Mauriac), Mlle Delouche (*C.P.R.*, Paris), Denègre (Le Mans), Depaix (*Poincaré*, Nancy), Deviosse (Lillebonne), Domin (Le Havre), Mme Dulibine (Chaumont), Duvert (*Ampère*, Lyon), Ehrhart (*Kléber*, Strasbourg), Mlle Enjalbert (Toulouse), Excoffier (Aix-les-Bains), Eysseric (Digne), Mlle Favrelle (*E.N.*, Arras), Mlle Fée, (*Balzac*, Paris), Mlle Félix (*La Fontaine*), Flahaut (*C.P.R.*, Lille), Fouché (*Janson*), Fribourg (*Chaptal*), Gairard (*E.N.*, Privas), Gal (Arles), Galiand (*Poincaré*, Nancy), Gallet-Smetana (*St-Louis*), Mlle Gantier (*Balzac*), Gérardin (Saint-Dié), Gilet (*J.-B.-Say*), Girard (*J.-B.-Say*), Godefroy (Le Raincy), Mlle Goube (Angers), Mlle Goukowsky (*Montaigne*), Gourcuff (Douarnenez), Grand (Nîmes), Grenier (*Voltaire*), Mme Gros (St-Cloud), Guérin (Dreux), Mlle Guerrier (Valence), Mlle Gugnon (*Jules-Ferry*), Guillard (*C.T.*,

Mulhouse), Mme GUILLEMOT-TEISSIER (*Fac. Sc.*, Paris), GUILLOT (Rochefort), HACHET (Angers), HÉRAUT (Pamiers), HERMANT (*Chaptal*), HILAIRE (*C.M.*, Avignon), Mme IMBERTY (Besançon), JAGUIN (*Janson*), JAUSSAUD (Nîmes), JEANGIRARD (Orléans), JOLIVEAU (Romorantin), Mme JOUVIN (Rouen), Mme KUNTZMANN (Nancy), LACHAUX (Fontainebleau), Mlle LANDUYT (Lille), Mme LAPORTE (Toulouse), LARCHER (St-Dizier), LAURENT (Arras), Mlle LECOMTE (Angers), LEFEBVRE (*Saint-Louis*), LE FLOCH (Blois), LE MARC (Angers), LENFLÉ (*Voltaire*), Mlle LEROY (Nantes), LEROY (Arcachon), LEVER (Fougères), LIMOUZIN (prof. honoraire), LOGEAY (Le Mans), LOING (*E.N.*, Laval), LOUVET (*Faidherbe*, Lille), Mlle LUCE (*C.C.*, Paris), MALLARD (Tours), MARCHAND (Laval), MARTENOT (*Saint-Louis*), MAS (*Janson*), MENY (*E.O.A.*, Paris), MERLIN (Bordeaux), MERMOZ (Cavaillon), MINOIS (*St-Louis*), Mme MINOIS (*M.-Curie*), Mlle MOCQUERY (Troyes), MOREAU (Orléans), Mlle MOTTE (Toulon), MOUREAUX (Lons-le-Saunier), Mlle MULLER (Aix-les-Bains), NEUMEISTER (*Fustel-de-Coulanges*, Strasbourg), NINET (*Janson*), NORDON (*Buffon*), OLLIVE (*Voltaire*), OSWALD (Bruxelles), PELLETIER (Dijon), PERRICHET (*St-Louis*), PÉTIARD (*E.N.*, Lons-le-Saunier), Mme PETIAU (*Sophie-Germain*), Mlle PFOHL (*Fustel-de-Coulanges*, Strasbourg), Mme POCHARD (Nice), POUX (Saint-Cloud), PRADIER (Issoire), PRÉVOST (*J.-B.-Say*), REGNARD (Carpentras), RENAULD (Rennes), Mlle ROBLIN (*E.-Quinet*), Mlle ROCHE (*M.-Berthelot*), ROSTOLLAND (St-Germain), ROUCHER (Pont-à-Mousson), ROUGIER (*E.N.P.*, Limoges), ROUX (*E.N.*, Nîmes), SAMUEL (*Fac. Sc*, Clermont), Mlle SARDA (Nice), Mlle SCARELLA (*E.N.*, Aix-en-Provence), SCHNEIDER (*C.N.T.M.*, Belfort), SELLIER (Amiens), SIGNORET (Bordeaux), SIMONIN (Toulon), SIROS (*Louis-le-Grand*), Mme SNYDERS (*Faidherbe*, Lille), SORGIUS (*C.T.*, Strasbourg), TAILLIBERT (Orléans), TARPENT (*E.N.*, Alençon), TAILLÉ (La Flèche), TENCÉ (Domfront), THÉOCLISTE (Valence), THOMAS (*Voltaire*), VAILLANT (*C.N.T.*, Sens), Mlle VANACKER (Calais), VAUTARD (Sarrebruck), VIDAL (Revel), Mlle VILLENEUVE (*Montaigne*), VUILLAUME (Saint-Dié), WALKER (Sarreguemines).

La séance est ouverte à 8 h. 45 par M. WALUSINSKI, Président, assisté de MM. DURRANDE et MONJALLON, Vice-Présidents. Le Président présente les excuses de plusieurs membres du Bureau, empêchés : Mlles FÉLIX, MASSON ; MM. BIGUENET, CHAZAL, MOUGENOT, SIROS.

1. Rapport d'activité

M. WALUSINSKI donne quelques compléments au rapport publié dans le *Bulletin* 191. La croissance des effectifs de l'Association est régulière : 2 611 cotisations perçues au moment de l'Assemblée générale. Il est légitime de se fixer l'objectif des 3 000.

La bonne marche de l'Association est le résultat du dévouement de ses membres. Hommage sera rendu, comme il doit l'être, au Trésorier. De même nous devons témoigner notre reconnaissance à M. TOURNADE ; le texte suivant est adopté à l'unanimité :

« *L'Assemblée générale de l'A.P.M., après avoir entendu les précisions données par son Président sur l'administration de l'Association, exprime sa satisfaction de l'aide apportée en ce domaine par l'Institut Pédagogique National, et adresse en particulier ses chaleureux remerciements à* M. TOURNADE *pour le dévouement constant avec lequel il assure les lourdes tâches du secrétariat.* »

M. WALUSINSKI, sans méconnaître la valeur de certaines réalisations, insiste sur l'amélioration qu'il faudrait apporter au travail de l'Association : meilleure division des tâches parmi les membres du Bureau (pour éviter les retards du *Bulletin*, accroître les recettes de publicité), organisation solide des régionales.

Les votes émis par correspondance, reçus et dépouillés avant l'Assemblée géné-

rale, ont donné les résultats suivants (les trois nombres entre parenthèses sont respectivement ceux des voix pour, contre, abstention) :

A (166, 1, 5) ; B_1 (167, 0, 6) ; B_2 (160, 5, 8) ; 1° (147, 2, 24) ; 2° (150, 0, 23) ; 3° (155, 4, 14) ; 4° (162, 6, 5).

A concernait le rapport d'activité ; B_1 le rapport financier ; B_2 les propositions du Trésorier ; 1° vœu sur les régionales ; 2° vœu sur les liaisons internationales ; 3° vœu sur la formation des maîtres ; 4° vœu sur les horaires.

Au bénéfice de ces observations, le rapport d'activité est adopté à l'unanimité des présents.

2. Rapport financier

M. Legrand, commentant le rapport, souligne l'importance des frais postaux : les cotisations en retard grèvent le budget de 19 000 F de frais pour envois complémentaires.

Le Président rappelle que M. Legrand a assumé les tâches de la Trésorerie avec un dévouement constant depuis neuf ans sans interruption. Il propose le vote du rapport financier avec félicitations, ce qui est approuvé à l'unanimité. (*Applaudissements*).

L'Assemblée examine alors la proposition du Trésorier autorisant le futur Comité à élever le taux de la cotisation pour faire face aux dépenses. M. Mirgaux (Nancy) pose la question du remboursement des frais de voyage pour les membres du Comité ne résidant pas à Paris.

L'Assemblée adopte les propositions du Trésorier, à charge pour le Comité de fixer le taux de la cotisation avant la fin de l'année scolaire et de décider le remboursement éventuel des frais de voyage.

M. Walusinski tient d'abord à rectifier une information donnée dans le *Bulletin* 191. Depuis la parution du *Bulletin*, *Le Monde* a publié la « Lettre au public sur le recrutement des professeurs scientifiques » (1).

M. Walusinski signale que, selon des informations orales, la Direction du Second Degré adopterait des mesures provisoires semblables à celles que nous avons proposées, en accord avec nos Collègues naturalistes et physiciens. Il rappelle aussi les déclarations absurdes attribuées par les journaux à M. Brunold, lors d'une cérémonie qui a eu lieu à Nantes. Il conseille d'étudier plutôt le problème au fond, et de s'en tenir aux mesures effectivement adoptées (autorisation du cumul des retraites et des services dans la limite de 150 % du traitement d'activité).

De nombreux Collègues prennent part à la discussion, en particulier MM. Pochard, Bay, Legrand, Magnier, Euvrard, Revuz, Jacquemier. M. Pochard reproche à notre Association de n'opposer que des refus et de ne proposer aucune mesure positive : il propose le vœu suivant, qui est adopté à l'unanimité :

« *L'A.P.M. demande qu'au terme de la durée légale du service militaire, soit 18 mois, les professeurs de sciences soient remis à la disposition de l'Education Nationale, comme cela se pratique déjà pour d'autres corps de métier.* »

M. Pochard propose également que l'A.P.M. recommande d'utiliser les services des maîtres du Premier Degré dans les classes du premier cycle, en Sixième tout au moins. Le Président objecte que la mesure n'est en rien « constructive ». Sans aucun doute, pour le Second Degré, il y aura avantage à bénéficier de l'aide des maîtres expérimentés du Premier Degré, plutôt que d'avoir recours à des contractuels incompétents ; mais comment assurera-t-on l'Enseignement du Premier Degré en le privant de ses maîtres ?

---

(1) Ultérieurement, *Combat* a publié cette lettre à son tour.

La motion présentée par M. POCHARD est la suivante :

« L'A.P.M.E.P. déplore le recrutement des contractuels, condamne l'emploi de licenciés d'autres disciplines pour enseigner les Mathématiques ;

elle dénonce une fois de plus la carence du Ministère de l'Education Nationale et sa totale responsabilité dans la situation actuelle ;

elle ne s'oppose pas, dans les circonstances exceptionnelles actuelles, à ce que les classes de Sixième soient provisoirement confiées pour les Mathématiques à des instituteurs titulaires, chaque fois que des licenciés ne pourront pas en être chargés, afin de dégager les professeurs là où ils sont plus utiles. »

Le vote donne 9 voix pour, 8 contre, et 20 abstentions déclarées. Devant ce résultat, M. POCHARD déclare retirer sa proposition.

M. BAY considère que la pénurie des maîtres est due à la carence de l'Enseignement Supérieur qui, par l'institution de la propédeutique, aurait freiné la formation des licenciés. Il se déclare hostile à la création des Collèges universitaires.

M. MAGNIER pense au contraire que l'Enseignement Supérieur est de qualité, mais que les résultats souffrent des conditions déplorables dans lesquelles il est donné. M. REVUZ affirme qu'il n'y a, chez les professeurs du Supérieur, aucune volonté de barrer la route de la licence, mais au contraire souci de ménager la transition entre les classes du Second Degré et l'enseignement de la licence.

L'Assemblée approuve la motion suivante présentée par M. MAGNIER :

« *L'A.P.M. approuve l'action de son président à la Commission chargée d'étudier les problèmes de recrutement des personnels scientifiques. Elle tient à rappeler que si des mesures provisoires peuvent être nécessaires pour assurer le service, il est indispensable que tout professeur du Second Degré, à quelque niveau qu'il exerce, ait fait quatre années d'études supérieures au moins.* »

M. WALUSINSKI conclut le débat en disant notre espoir d'une prompte réforme de la licence dans le sens indiqué par la Commission ministérielle. Si, de plus, l'A.P.M. poursuit et multiplie ses efforts pour que le rapprochement se fasse des méthodes de l'Enseignement du Second Degré et des programmes du Supérieur, une amélioration du travail des étudiants pourra se réaliser à la longue. Mais aucune solution miraculeuse ne peut masquer la réalité : toute réforme de l'enseignement, de celui des Mathématiques en particulier, sera freinée par la crise du recrutement.

4. Horaires et programmes

Le temps manque pour une discussion approfondie des programmes. L'Assemblée rappelle cependant qu'elle souhaite une harmonisation des programmes entre disciplines et entre divers ordres d'enseignement, déplorant par là-même que certaines réformes en cours semblent faites sans aucun souci de ce genre.

Sur la question des horaires, Mlle VERVAECKE insiste sur l'importance de la répartition des heures (horaire hebdomadaire et calendrier). Compte tenu de ces observations, l'Assemblée adopte le vœu dans la forme où il était présenté (vœu n° 4, *Bulletin* 191, p. 293). L'étape suivante serait l'amélioration des horaires des sections scientifiques du deuxième cycle.

5. Élections au Comité

Le Président donne lecture des résultats des élections, le dépouillement des votes ayant été effectué par MM. DURRANDE, ITARD, LEGRAND et MONJALLON.

Sont élus : M. THOVERT (192 voix) ; M. REVUZ (184) ; Mlle MASSON (173) ; M. FAVRELLE (160) ; M. MAGNIER (159) ; M. KLEIN (156) ; M. NICOLAS (149) ; M. SCHAEFFER (133).

Viennent ensuite : MM. CLUZEL (127) ; DEMENGEL (124) ; Mlle CLAVIER (114) ; Mlle BETCH (106) ; M. DEVIOSSE (23) ; Mme CÉZARD (3), FAIDHERBE (?, 2) ; Mme AUGÉ, MM. RAYNAUD, PINSON, THOREZ, MALLARD, CARPENTIER, MONESTIER, CHOQUET, LICHNEROWICY, NEUMEISTER, EHRHART (chacun une voix).

L'ordre du jour étant épuisé, la séance est levée à 12 h. 15.

Réunion du Comité
27 avril 1958

Présents : Mlles BIARD, FÉLIX, MARCHAND, MASSON, VERVAECKE ; MM. BAY, CLUZEL, DURRANDE, HUISMAN, KLEIN, LE MÉNAGER, MAGNIER, MINOIS, MONJALLON, NICOLAS, REVUZ, SCHAEFFER, SIROS, WALUSINSKI.

Ont envoyé des mandats : MM. CANONGE, CROZES, FAVRELLE, FOUCHÉ, GUILLORÉ, MOUGENOT, THOVERT.

La séance est ouverte à 10 h. 30. M. WALUSINSKI salue les nouveaux membres du Comité et les félicite de leur élection. M. RUFF ayant démissionné, il est remplacé au Comité, conformément aux Statuts, par M. CLUZEL.

1. Election du Bureau. — Il y a 18 présents ayant le droit de vote, et 7 pouvoirs qui sont acceptés. Soit, en tout, 25 votants.

Selon l'usage, l'élection du Président a lieu à bulletins secrets. Les résultats sont les suivants : HUISMAN, 19 voix ; Mlle FÉLIX, 2 voix ; MINOIS, 2 voix ; MAGNIER, 1 voix ; Mlle MASSON, 1 voix.

M. WALUSINSKI déclare HUISMAN élu et lui passe la présidence. HUISMAN remercie le Comité, tout en exprimant la crainte que son choix ne soit pas dénué d'imprudence. Avec l'aide du Bureau et du Comité, le nouveau Président s'efforcera de continuer l'action menée par son prédécesseur, dont les qualités et le dynamisme sont bien connus de tous.

Il est alors procédé à la formation du Bureau, qui est constitué comme suit :

Vice-Présidents : Mlles FÉLIX, MASSON ; MM. CLUZEL, DURRANDE, MONJALLON, NICOLAS, REVUZ.

Secrétaires : Mlle MARCHAND ; MM. CROZES, MOUGENOT, SIROS.

Trésorier : M. LE MÉNAGER ; *Trésorier adjoint :* M. NICOLAS.

Comité de rédaction du « Bulletin » : Mlles FÉLIX, MARCHAND ; MM. ITARD, MAGNIER, SIROS.

2. Cotisation. — La cotisation est portée à 1 000 F à partir d'octobre prochain. Cette décision est prise à l'unanimité, moins une abstention et une opposition. Il faut remarquer d'ailleurs que ce taux de cotisation est celui de maintes associations, notamment de l'Union des Physiciens. Le dépouillement des votes envoyés à l'Assemblée générale par les Collègues empêchés montre que l'augmentation de la cotisation est attendue et acceptée par la majorité des membres de l'Association.

3. Recrutement des maîtres. — M. WALUSINSKI donne des renseignements sur le dernier Colloque M.N.D.S. (voir plus haut, Documentation). A propos de la possibilité envisagée de confier à des étudiants des services partiels d'enseignement, M. REVUZ signale un danger : on peut craindre que n'acceptent un tel service que les étudiants qui, à tort ou à raison, se jugent insuffisants, et n'ont qu'un faible espoir d'obtenir la licence. De toute façon, une telle mesure n'est certainement pas de nature à accroître le nombre des licenciés, accroissement qui est pourtant le but essentiel à atteindre.

Après avoir fixé la prochaine réunion du Bureau au jeudi 22 mai, le Comité lève la séance à 12 heures.

Le bloc-notes de l'A.P.M.

Voici, réunies mais non classées par ordre d'importance, plusieurs questions formulées en tenant compte des avis de certains Collègues. Je crois cependant intéressant de les formuler. Puisse le *Bulletin* recueillir de nombreuses réponses circonstanciées.

1. Quelle unité de mesure faut-il employer pour exprimer la *puissance* d'un point par rapport à un cercle ou par rapport à une sphère ? La même unité pourrait être (ou devrait être) utilisée pour mesurer le *produit scalaire de deux vecteurs.*

2. Sur les équations. — Tout le monde accepte-t-il la manière suivante de présenter le problème et sa réponse :

Problème : Existe-t-il un entier relatif compris entre -2 et $+5$ et qui vérifie l'équation $2x^2 + 5x - 3 = 0$.

Réponse : Il n'existe pas d'entier relatif, compris entre -2 et $+5$, qui vérifie l'équation $2x^2 + 5x - 3 = 0$.

Variante : L'équation $2x^2 + 5x - 3 = 0$ n'a pas de solution dans l'ensemble des entiers relatifs $\{-1 ; 0 ; +1 ; +2 ; +3 ; +4\}$.

Symboliquement, on pourra écrire :

Question : $\exists\, ?\ x \in \mathbf{Z}\ x \in]-2, +5[$ tel que $2x^2 + 5x - 3 = 0$.

Réponse : $\exists$ ($\exists$ barré ou $\exists^{-1}$) $x \in \{-1, \ldots +4\}$ tel que

$$2x^2 + 5x - 3 = 0.$$

Selon les mêmes principes on pourra dire : tout nombre x réel vérifie

$$(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4 ;$$

ou, symboliquement :

$$\forall\, x \in \mathbf{R} \text{ vérifie } (x-2)^2 = x^2 - 4x + 4.$$

Il sera dit : « L'équation $x^2 - 2 = 0$ n'a pas de racine dans l'ensemble des rationnels positifs ; elle en a une dans l'ensemble des réels positifs. » En aucun cas une équation ne serait dite « impossible ».

J'ajoute que l'expérience montre la grande capacité des plus jeunes élèves à *bien* adopter des symboles lorsque ceux-ci sont clairement définis. L'utilisation des symboles $\exists$, A, $\in$, $\Longrightarrow$ et $\Longleftrightarrow$, lorsque le professeur exige le double emploi du symbole et de la langue française, est pédagogiquement féconde.

3. Fonctions et transformations. — L'accord semble réalisé sur l'écriture suivante :

Fonction sinus : $\forall\, x \in [0, 2\pi] \underset{\sin}{\rightsquigarrow} y \in [-1, +1]$

Homothétie de centre O, de rapport k.

$$\forall\, M \in (E) \underset{H(o.x)}{\rightsquigarrow} M' \in (E')$$

$$\overrightarrow{OM} = K.\overrightarrow{OM}$$

4. A propos de la faiblesse des élèves en calcul. — A quel niveau des études faut-il introduire le calcul logarithmique, l'usage de la règle ou du disque à calcul, l'usage des machines à calculer ? L'apprentissage de ces techniques ne peut-il renouveler l'intérêt des élèves pour le calcul numérique ? Ou bien suffit-il de trouver des exercices « mieux » motivés que le suivant : calculer $a = \dfrac{\sqrt[3]{32.75 \times (1{,}07)^2}}{\sqrt[5]{0{,}00729}}$?

Hans WILMOTE.

5. La collègue qui nous a envoyé la note insérée plus haut sous la signature X... (voir « A propos des triangles semblables ») est priée de bien vouloir se faire connaître, afin que nous puissions, dès le prochain numéro, lui restituer son bien.

MAISON D'EDITIONS AD. WESMAEL-CHARLIER, S.A.
NAMUR (Belgique)

Correspondant en France :

Éditions WESMAEL-CHARLIER

Capital : 3.500.000 F — S.A.R.L. — R.C. Seine 57.B.8613

30, rue de Gramont

PARIS 2e

Extrait du

Catalogue général

Collection HERBIET

Leçons de Trigonométrie

118 pages, 74 figures

Trigonométrie Rectiligne

246 pages, 123 figures

Trigonométrie Sphérique

56 pages, 33 figures

Exercices de Trigonométrie

752 pages, 327 figures

CATALOGUE GRATUIT SUR DEMANDE

COURS
de
MATHÉMATIQUES

par Pierre BOUTIN

Ancien élève de l'Ecole Normale Supérieure
Professeur agrégé au Lycée Janson de Sailly

Lycées et collèges :

Classe de sixième, nouveaux programmes	»
Supplément à l'ancienne édition	»
Classe de cinquième	**700 F**
Classe de quatrième	**850 F**
Classe de troisième	**950 F**
Classe de seconde C et Moderne, Géométrie	sous-presse

Prix respectifs des livres de corrigés : **700, 900, 980** et **1 950 F**

Cours complémentaires :

Classe de sixième, nouveaux programmes	
Algèbre, classes de 4e, 3e	**800 F**
Arithmétique, classes de 5e, 4e, 3e	**800 F**
Géométrie, classes de 5e, 4e, 3e	**1 050 F**

Des tables de concordance permettent d'utiliser les livres de corrigés des classes de **5e, 4e et 3e.**

ÉDITIONS DE GIGORD, 15, rue Cassette, PARIS - VIe

GAUTHIER-VILLARS

55, Quai des Gds-Augustins

PARIS VI^e^ — DANton 05-10

COURS DE MÉCANIQUE

pour les

Classes de préparation aux Grandes Ecoles

(nouveau programme)

par

Michel CAZIN

Professeur
à l'Ecole Centrale
des Arts et Manufactures

Mlle N. DEQUOY

Ancienne Elève
de l'Ecole Normale Supérieure
de Jeunes Filles de Sèvres

Conforme au nouveau programme, l'ouvrage a été rédigé par deux auteurs qui connaissent bien les besoins des futurs ingénieurs et les lacunes des élèves lors de l'entrée aux Grandes Ecoles. Clair, précis, sans surcharge inutile, chaque chapitre est complété par une série d'exercices bien choisis qui doit permettre aux élèves de se préparer utilement à leurs concours.

Volume In-8° (16-25) de 200 p. avec 49 figures (1958).
Broché : 1 700 F ; cartonné : 2 000 F.

NOUVEAUTÉS

P. DEDRON
Inspecteur général
de l'Instruction publique

E. ANGLADE
Professeur agrégé
au lycée Lakanal

LA QUESTION DE COURS DE MATHÉMATIQUES AU BACCALAURÉAT

CLASSE DE PREMIERE ..... **290 F**

CLASSE DE MATHEMATIQUES :

Fascicule 1. — **Géométrie, Géométrie descriptive, Cosmographie** .... **450 F**
Fascicule 2. — **Algèbre, Trigonométrie, Mécanique, Arithmétique** ... **450 F**

RAPPEL :

J. DESBATS
Professeur agrégé au lycée Saint-Louis

LE PROBLÈME DE MATHÉMATIQUES AU BACCALAURÉAT

CLASSES DE SECONDE ET DE PREMIERE

550 F

CATALOGUE COMPLET SUR DEMANDE

MAGNARD, 122, Boulevard Saint-Germain, Paris 6e

DELAGRAVE

COURS DE MATHÉMATIQUES
F. BRACHET et J. DUMARQUÉ vol. (14,5 × 20)

ARITHMÉTIQUE ET INITIATION A LA GÉOMÉTRIE, Cl. de 6e
avec supplément ... Br. ... F. Cart. .. F. **Le supplément seul... F.**

Ce supplément complète et regroupe l'ouvrage. Les matières du cours y sont classées selon les neuf paragraphes du nouveau programme

LOG

NOUVELLES TABLES DE LOGARITHMES DÉCIMAUX DES NOMBRES ENTIERS OU FRACTIONNAIRES ET DES RAPPORTS TRIGONOMÉTRIQUES

par

A. CHEVALIER et R. CLUZEL

Un vol. 16 × 25. Br. ..... **640 F** Cart. ..... **790 F**

COURS MARVILLET

P.M. FOURNIER
Agrégé de l'Université
Professeur au Lycée J.B. SAY

et

G. GIRARD
Directeur de Cours Complémentaires



INITIATION AUX MATHÉMATIQUES

Pour les classes de 6e des Lycées, Collèges et C.C.

Cet ouvrage entièrement nouveau contient le développement complet du programme de 1957. Il apporte une solution à la question des **Travaux Pratiques** sans pour autant perdre de vue **la formation de la pensée logique.** Les observations, dessins, travaux manuels, mesures, calculs, questions de réflexion, alternent avec la mise au point immédiate des résultats obtenus, et font sentir à l'élève, peu à peu, la nécessité de la **rigueur** et le besoin de la démonstration. Chaque chapitre comprend : un sommaire, la leçon proprement dite, une récapitulation des notions acquises, des conseils pratiques, des exercices d'application, des calculs numériques et des problèmes.
Les dernières pages de l'ouvrage groupent exercices et problèmes de révision.

S. P.

TRAVAUX PRATIQUES

MATÉRIEL COLLECTIF D'INITIATION AUX MATHÉMATIQUES

Etabli sous la direction des auteurs, il comprendra les éléments nécessaires à l'étude des figures planes et de la sphère, à la mesure et au calcul des aires, à la présentation des solides usuels, à la mesure et au calcul de leur volume.

Pour les professeurs : un auxiliaire précieux dans la conduite de leurs cours.

Pour les élèves : un instrument de travail qui leur fera aimer les mathématiques.

ARMAND COLIN

Les ouvrages de MATHÉMATIQUES les plus répandus

C. LEBOSSÉ et C. HÉMERY
Agrégés de Mathématiques

COURS DE MATHEMATIQUES

NOUVEAUX PROGRAMMES :

ARITHMÉTIQUE ET TRAVAUX PRATIQUES

CLASSE DE SIXIEME

Tout en conservant sa présentation antérieure, l'ouvrage a été profondément remanié dans l'esprit des programmes actuels. Les notions nouvelles ont permis de varier et d'augmenter considérablement le nombre des exercices proposés. Chaque leçon est d'autre part accompagnée d'un choix de travaux pratiques en plus de ceux qui pourront être puisés dans la partie « Dessin géométrique ».

■ **Un volume cartonné (vert)** ..... **460 F**

ARITHMÉTIQUE ET GÉOMÉTRIE

CLASSE DE CINQUIEME

La partie arithmétique suit l'ordre du nouveau programme avec l'étude des nombres entiers, des fractions et l'application à la résolution littérale des problèmes. Des planches de dessin géométrique et des notions d'Astronomie complètent l'ouvrage en vue des séances de travaux pratiques.

■ **Un volume cartonné (vert)** ..... **490 F**

TRAVAUX PRATIQUES D'ARITHMÉTIQUE ET D'ASTRONOMIE

■ **Ce fascicule complémentaire est destiné à la mise à jour du manuel de 6e de la précédente édition (Lycées et Collèges) (gris)** ..... **130 F**

TRAVAUX PRATIQUES D'ARITHMÉTIQUE

■ **Fascicule destiné à la mise à jour du manuel de 6e de la précédente édition pour les Cours complémentaires (rose)** ..... **85 F**

FERNAND NATHAN-ÉDITEUR

LIBRAIRIE ANDRÉ DESVIGNE - 17, r. Mulet, LYON

MATHÉMATIQUES - COLLECTION COMPLÈTE

Classes de PREMIERE :

Lespinard et Pernet. — ALGEBRE, **classe de Première C.M.** ..... Br. : **545 F** - cart. : **655 F**
» — GEOMETRIE, **classe de Première C.M.** ..... Br. : **600 F** - cart. : **730 F**
» — MATHEMATIQUES, **classe de Première A.B.** .. Br. : **585 F** - cart. : **705 F**
» — SOLUTIONS DE PROBLEMES DE MATHEMATIQUES, Bac, 1re partie, séries C. et M. ..... **330 F**

Classes de SECONDE :

Lespinard et Pernet. — ALGEBRE, **classe de Seconde C.M.** ..... Br. : **410 F** - cart. : **560 F**
» — GEOMETRIE, **classe de Seconde C.M.** ..... Br. : **575 F** - cart. : **695 F**
» — MATHEMATIQUES, **classe de Seconde A.B.** Algèbre et Géométrie : 1 volume ..... Br. : **535 F** - cart : **655 F**

COURS COMPLET DU 1er CYCLE

Edition Lycées et Collèges

PROGRAMMES AOUT 1957

Parution juin 1958

Lespinard et Pernet. — **MATHEMATIQUES, TRAVAUX PRATIQUES, NOTIONS D'ASTRONOMIE** *(illustrations en couleurs)* **Classe de SIXIEME**

— **MATHEMATIQUES, NOTIONS D'ASTRONOMIE** *(illustrations en couleurs)* **Classe de CINQUIEME**

Lespinard et Pernet. — MATHEMATIQUES, **classe de Troisième** Br. : **550 F** - cart. : **690 F**
» — MATHEMATIQUES, **classe de Quatrième** Br. : **425 F** - cart. : **530 F**
» — MATHEMATIQUES, **classe de Cinquième** Br. : **335 F** - cart. : **435 F**
» — MATHEMATIQUES, **classe de Sixième** . Br. : **270 F** - cart. : **370 F**

Classe de SCIENCES EXPERIMENTALES :

Lespinard, Pernet et Gauzit. — MATHEMATIQUES (Arithmétique, Algèbre et Trigonométrie, Mécanique et Cosmographie ..... Br. : **830 F** - cart. : **930 F**

Classe de PHILOSOPHIE :

Lespinard, Pernet et Gauzit. — ALGEBRE ET COSMOGRAPHIE ..... Br. : **420 F** - cart. : **550 F**

Classe de MATHEMATIQUES :

Lespinard et Pernet. — GEOMETRIE ..... Br. : **795 F** - cart. : **975 F**
» — GEOMETRIE DESCRIPTIVE. Edit. 1957 refondue Br. : **395 F** - cart. : **540 F**
» — ARITHMETIQUE ..... Br. : **345 F** - cart. : **490 F**
» — MECANIQUE ..... Br. : **250 F** - cart. : **340 F**
Lespinard, Pernet et Gauzit. — COSMOGRAPHIE ..... Br. : **390 F** - cart. : **490 F**
Lespinard et Pernet. — ALGEBRE ..... Br. : **605 F** - cart. : **765 F**
» — TRIGONOMETRIE ..... Br. : **380 F** - cart. : **475 F**
» — SOLUTIONS DE PROBLEMES DE MATHEMATIQUES, Bac. **2e partie, cl. de Mathématiques** ..... **400 F**

Prix taxe locale incluse

Vient de paraître :

EXERCICES D'ANALYSE

★

TOME I

★

par

J. RIVAUD

Agrégé des Sciences mathématiques
Docteur ès-Sciences
Professeur de Mathématiques supérieures
au lycée Janson-de-Sailly

★

Ce volume, à l'usage des élèves des classes préparatoires aux concours d'entrée aux grandes Ecoles et des étudiants des Facultés, est le premier d'une série qui comprendra, outre des exercices d'Analyse (3 tomes), des exercices d'Algèbre (1 tome), de Géométrie (2 tomes) et de Mécanique (1 tome).

★

Volume 16 × 24 cm. de VIII-216 pages ..... **2.200 F**

VUIBERT **63, Bd SAINT-GERMAIN, 63, PARIS V^e^**

LIBRAIRIE CLASSIQUE EUGÈNE BELIN

8, rue Férou - PARIS VI[e]

La classe de mathématiques

par **M. MONGE,** Ancien Elève de l'Ecole Normale Supérieure, Professeur agrégé au Lycée Michelet, et **M. GUINCHAN,** Licencié ès sciences, Professeur de Cours complémentaires

VIENT DE PARAITRE : **Mathématiques**

CLASSE DE SIXIEME

Cartonné **560 F** broché **430 F**

Cet ouvrage, d'une conception entièrement nouvelle, comprend les travaux pratiques prévus par les nouveaux programmes auxquels il est rigoureusement conforme.

En préparation : **MATHEMATIQUES,** classe de 5[e]

★

NOUVEAUTE : **Algèbre et Trigonométrie** par **M. MONGE**

Classe de 1[re] A', C et M ..... Cartonné **1.000 F** broché **850 F**

PRECEDEMMENT PARUS :

Arithmétique, Géométrie, Tracés géométriques.
Classe de 6[e] ..... Cartonné **350 F** broché **240 F**

Arithmétique, Algèbre Géométrie. Classe de 5[e]. Cartonné **455 F** broché **335 F**

Arithmétique, Algèbre, Géométrie. Classe de 4[e].
Enseignement long ..... Cartonné **500 F** broché **370 F**
Enseignement court ..... Cartonné **450 F** broché **335 F**

Arithmétique, Algèbre, Géométrie. Classe de 3[e].
Enseignement long ..... Cartonné **630 F** broché **490 F**
Enseignement court ..... Cartonné **800 F** broché **650 F**

Algèbre. Classe de 2[e] A', C et M, par M. Monge. Cartonné **700 F** broché **560 F**

Géométrie. Classe de 2[e] A', C et M,
par M. Monge ..... Cartonné **850 F** broché **700 F**

Corrigé des Exercices.
Classe de 6[e]. Mathématiques (nouveaux programmes) ..... sous presse
Classe de 6[e]. (programme 1947) ..... **143 F**
Classe de 5[e]. (programme 1947) ..... **200 F**
Classe de 4[e]. Enseignement long ..... **300 F**
Classe de 3[e]. Enseignement long ..... **500 F**
Classe de 3[e]. Enseignement court ..... **600 F**

Cours de mathématiques spéciales

par **G. CASANOVA**

Ancien Elève de l'Ecole Normale Supérieure
Professeur de Mathématiques Spéciales (Centrale) au Lycée Janson-de-Sailly

EN PREPARATION : **III. Géométrie analytique**

PRECEDEMMENT PARUS :

I. - **Nombres. Vecteurs. Algèbre linéaire** ..... **900 F**
II. - **Algèbre et analyse** ..... **2.000 F**

MASSON & Cie, Éditeurs, 120, Bd St-Germain, Paris-6e

COURS DE MATHÉMATIQUES G. CAGNAC ET L. THIBERGE

Inspecteurs généraux de l'Instruction Publique

Classe de Mathématiques

ALGÈBRE
ET TRIGONOMÉTRIE

par

J. COMMEAU

Professeur agrégé au Lycée Kléber, à Strasbourg

Un fort volume (15,5 × 21,5) de 502 pages, avec nombreuses figures, exercices et problèmes ; broché fort ..... **1.970 F**

GÉOMÉTRIE

par

J. COMMEAU

Un fort volume (15,5 × 21,5) de 530 pages, avec nombreuses figures, exercices et problèmes ; broché fort ..... **2.980 F**

ARITHMÉTIQUE

par

Y. CROZES

Professeur agrégé au Lycée Henri-IV

Un fort volume (15,5 × 22,5) de 412 pages, avec figures, exercices et problèmes ; broché fort ..... **2.760 F**

J.-B. BAILLIERE et Fils, Editeurs, 19, rue Hautefeuille, Paris-VI^e

A paraître courant Octobre 1958 :

ÉLÉMENTS
de
MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES

par

Robert DELTHEIL

Recteur honoraire de l'Académie de Toulouse
Professeur à la Faculté des Sciences de Toulouse

Un ouvrage destiné aux Etudiants au certificat M.P.C. conforme au nouveau programme officiel.

Format 18/22, 480 pages environ, nombreuses figures.

Du même auteur :

A l'usage des candidats à la licence ès sciences, mathématiques ou physiques, et des Elèves des Ecoles d'Ingénieurs.

Cours de Mathématiques Générales :

Tome I,	383 pages	**2.500 F**
Tome II,	400 pages	**2.500 F**
Tome III,	263 pages	**2.000 F**

Compléments de Mathématiques Générales :

Tome I,	200 pages	**1.500 F**
Tome II,	240 pages	**1.800 F**
Tome III,	310 pages	**2.000 F**

Problèmes de Mathématiques Générales en 2 tomes, correspondants aux Cours des tomes I et II :

Tome I,	208 pages	**1.800 F**
Tome II,	270 pages	**2.000 F**

Les cours et problèmes de mathématiques sont fournis en spécimens aux professeurs à 50 %.

Printed in France

Le Gérant : G. WALUSINSKI.

Cahors, Imp. A. Coueslant. — 92.659. — Dépôt légal : II-1958

Dernière nouveauté

COURS DE MATHÉMATIQUES

par R. MAILLARD

Inspecteur général de l'instruction publique

Un cours nouveau, conforme aux derniers programmes, et qui se propose de renouveler la matière traditionnellement offerte.

Chaque ouvrage se recommande par des sujets de travaux pratiques, des problèmes intéressant les élèves par l'actualité des sujets, une belle typographie.

Classe de 6e, par R. CAHEN

Professeur au collège Chaptal

CLASSIQUES HACHETTE

ÉDITIONS DIDIER & RICHARD

GRENOBLE (Isère)

COURS DE MATHÉMATIQUES

PAR

ROUX & MIELLOU

Professeurs au Lycée de Grenoble

PROGRAMMES DU 18 AVRIL 1947

TARIF JUIN 1957

	Taxe locale comprise
ARITHMÉTIQUE 6e *(Jusqu'à épuisement)*	**224 F**
ARITHMÉTIQUE 6e — Nouvelle édition mise à jour	**336 »**
Corrigé des exercices de 6e (correspondant à l'ancienne édition)	**305 »**
DESSIN GÉOMÉTRIQUE 6e et 5e	**188 »**
GEOMÉTRIE 5e et 4e	**505 »**
ARITHMÉTIQUE 5e *(jusqu'à épuisement)*	**356 »**
ARITHMÉTIQUE 5e. — Nouvelle édition mise à jour	**458 »**
Corrigé des exercices de 5e (correspondant à l'ancienne édition)	**305 »**
ARITHMÉTIQUE et ALGÈBRE 4e	**336 »**
ARITHMÉTIQUE et ALGÈBRE 3e	**397 »**
GÉOMÉTRIE 3e	**387 »**
GÉOMÉTRIE 5e, 4e, 3e	**895 »**
(pour les Lycées, Collèges et Cours Complémentaires. Fort volume de 420 pages **cartonné).**	
COMPLÉMENTS d'ALGÈBRE et de GÉOMÉTRIE 3e MODERNE COURT.	**102 »**
ALGÈBRE 2e A.B.C.M.	**509 »**
GÉOMÉTRIE 2e A.B.C.M.	**550 »**
ALGÈBRE 1re A.B.	**295 »**
ALGÈBRE et TRIGONOMÉTRIE 1re C.M.	**560 »**
GÉOMÉTRIE 1re A.B.C.M.	**509 »**

POUR LES EXAMENS :

QUESTIONS DE COURS DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAURÉAT, 1re partie, A.B.C.M.	**427 »**
LES MATHÉMATIQUES AU B.E.P.C., 156 PAGES, NOMBREUX CLICHÉS	**417 »**