UN PROJET DE PROGRAMMES SCIENTIFIQUES

Le projet publié ci-dessous est présenté par le Mouvement National pour le Développement Scientifique. Il concerne uniquement les classes de Seconde et Première classiques et modernes scientifiques et la classe de Mathématiques. Ses auteurs, membres du Comité provisoire du M.N.D.S., sont des professeurs de l'Enseignement Supérieur.

Les membres de l'A.P.M. diront, lors de leur prochaine Assemblée générale, si le Comité de leur Association doit faire sien tout ou partie de ce projet ou, au contraire l'écarter. Sa publication dans le Bulletin *répond donc à un but d'information.*

Classe de Seconde Sciences (5 heures par semaine)

INTRODUCTION.

Notions sur les ensembles : réunion, intersection, appartenance, complémentaire (à l'aide d'exemples concrets). Relations d'équivalence, relations d'ordre.

ALGÈBRE.

1. *Nombres réels.* — Rappel des propriétés des entiers (positifs, nuls et négatifs). Congruences, parité, preuve par 9. Système de numération de base a, et preuve par $a - 1$.

Rappel des propriétés du corps des nombres rationnels.

Extension de ces propriétés (sans démonstration) aux nombres décimaux illimités, le corps des nombres réels (la dénomination « nombres algébriques » doit être abandonnée).

Puissances entières et positives. Rapports et proportions.

Révision du calcul algébrique (égalités et inégalités). Monômes, polynômes, fractions rationnelles. Formule du binôme, pour les petites valeurs de l'exposant (sans théorie) ; construction expérimentale du triangle arithmétique de Pascal.

2. *Fonctions.* — Notion de fonction d'une ou plusieurs variables (exemples numériques, géométriques et physiques). Il est rappelé que les fonctions et équations ne doivent jamais dépendre d'un paramètre.

Fonctions d'une variable et construction des courbes. Fonctions monotones. Fonction affine et fonction linéaire (1) d'une ou plusieurs variables, liaison avec la géométrie. Notion de moyenne. Fonction bilinéaire $z = axy$: toute fonction bilinéaire de deux variables, c'est-à-dire linéaire par rapport à chacune d'elles, quand l'autre est fixée, est proportionnelle à leur produit. Fonction $y = x^2$, $y = x^n$, fonctions polynômes, fonction $y = ax^2 + bx + c$, fonction $y = ax^{-1}$, relations homographiques et involutives.

3. *Equations du premier degré.* — Système d'équations du premier degré, substitution et combinaison. Problèmes du premier degré.

Le cas d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues doit être traité d'une façon générale, et pas seulement avec des exemples numériques.

Les problèmes du premier degré doivent être traités en liaison avec la géométrie ; l'équation d'une droite est $ax + by + c = 0$, droites parallèles (et perpendiculaires), intersection de deux droites.

4. *Equations du deuxième degré.* — Equation du deuxième degré à une inconnue ; existence et calcul des racines ; somme et produit des racines. Signe du trinôme. Application à l'étude graphique des fonctions trinômes du deuxième degré, et au problème du signe des racines.

5. *Notion élémentaire de probabilité.* — Définition, probabilité simple et probabilité composée. Exemples pratiques.

GÉOMÉTRIE PLANE.

1. *Fondements.* — Les axiomes choisis pour fonder la géométrie seront énoncés explicitement ; on ne cherchera pas à réduire au minimum le nombre des axiomes, mais à choisir ceux qui parlent à l'esprit ; le mieux est d'arriver le plus vite possible, par des axiomes surabondants, à démontrer des théorèmes non évidents. Le choix de

(1) Il est rappelé que $y = ax + b$ est une fonction affine, $y = ax$ une fonction linéaire.

ces axiomes est laissé au professeur. Revoir les propriétés essentielles des triangles, des parallélogrammes. Introduire la notion d'ensembles géométriques égaux ou symétriques, de symétries d'un ensemble géométrique.

2. *Structure affine.* — Vecteurs, somme, produit par un scalaire. Théorème de Thalès. Groupe des translations. Groupe des homothéties de centre donné. Barycentre de deux ou trois points affectés de coefficients de signe quelconque, application à la composition d'un système de forces parallèles. Etude élémentaire des ensembles convexes, application à la base de sustentation en physique. Repérage d'un point du plan par deux axes de coordonnées, éléments de géométrie analytique.

3. *Géométrie métrique.* — Ensembles géométriques semblables, cas de similitude des triangles.

Produit scalaire de deux vecteurs. Lignes trigonométriques d'un angle compris entre 0 et π. Usage des tables.

Théorème de Pythagore, et relations métriques dans les triangles rectangles et les triangles quelconques, par le produit scalaire.

Relation $a/\sin A = \ldots = 2R$. Expressions diverses de l'aire du triangle. Valeurs approchées de $\sin x$, $\operatorname{tg} x$, $1 - \cos x$, pour un petit angle exprimé en radians.

4. *Le cercle.* — Rappel des propriétés des cordes, arcs, angles inscrits et angles au centre, tangentes. L'arc capable ne sera étudié que pour des angles non orientés.

Polygones réguliers, cas usuels (le côté et l'apothème du pentagone et de l'octogone régulier convexe ne seront pas calculés). Comparaison des périmètres de deux polygones convexes, dont l'un contient l'autre. Périmètre du cercle (indications sommaires). Longueur d'un arc de cercle. Radian.

Puissance d'un point par rapport à un cercle. Applications à des problèmes de lieux géométriques et de constructions.

Aire du cercle et du secteur circulaire.

5. Division harmonique de points alignés. Faisceaux harmoniques de droites. Segments déterminés sur les côtés d'un triangle par les bissectrices de l'angle opposé. Lieu des points dont le rapport des distances à deux points est donné.

Axe radical de deux cercles, faisceau de cercles (notions élémentaires).

REMARQUE.

Le souci d'exposer un cours bien coordonné et logiquement fondé n'exclut pas, mais au contraire recommande, un constant recours au concret (modèles), soit pour justifier les axiomes, soit pour utiliser les connaissances acquises à la solution de problèmes concrets. Des travaux pratiques de Mathématiques illustreront ces rapports entre le concret et l'abstrait.

Classe de Première Sciences (5 heures par semaine)

ALGÈBRE et ANALYSE.

Progressions arithmétiques et géométriques. Logarithmes (1).

Division des polynômes suivant les puissances décroissantes.

Notion de fonction. Fonction inverse d'une fonction monotone ; exemples.

Dérivée d'une fonction en un point. Interprétation géométrique. Calcul des dérivées de $u + v$, uv, $f[u(x)]$, des polynômes, de $\sin x$, $\cos x$. Fonction dérivée ; relation entre le sens de variation d'une fonction et le signe de la dérivée. Variation d'une fonction ; application aux polynômes de $\sin x$, $\cos x$.

---

(1) Le professeur peut, s'il le désire, introduire le logarithme comme primitive de $\frac{1}{x}$.

Cinématique du mouvement rectiligne : vitesse, accélération ; mouvement uniformément varié.

Primitive d'une fonction. Interprétation géométrique (on admet la notion d'aire) et le fait que si une fonction a une dérivée nulle en tout point, elle est constante. Cas des polynômes. Application au calcul des aires et volumes usuels, troncs de cylindres, de cônes, sphère.

Extension de la notion d'arc et de la notion d'angle. Formule de Chasles. Lignes trigonométriques des angles quelconques.

Fonctions circulaires correspondant à des arcs opposés, supplémentaires ou complémentaires. Equations $\sin x = \sin a$, $\cos x = \cos a$, $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} a$.

Formules d'addition. Expression de $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$ en fonction de $\operatorname{tg} x/2$. Usage des tables de sinus, cosinus, tangentes et de leurs logarithmes.

Problèmes simples conduisant à une équation du premier ou du deuxième degré quand on prend comme inconnue une ligne trigonométrique. Problèmes conduisant à étudier la variation d'un polynôme de ces lignes.

GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE.

1. *Plan et ligne droite.* — Les fondements axiomatiques de la géométrie dans l'espace seront présentés en utilisant des axiomes simples et très forts, éventuellement surabondants. Droites et plans parallèles (le parallélisme de droites est une relation d'équivalence). Droites et plans perpendiculaires. Projection orthogonale. Projection d'un angle droit.

Angle d'une droite et d'un plan. Plus courte distance de deux droites.

2. *Vecteurs.* — Opérations sur les vecteurs. Projection sur une droite ou un plan. Translations et homothéties : $\overrightarrow{OM'} = a\overrightarrow{OM} + \vec{B}$.

Barycentres de p points affectés de coefficients de signe quelconque. Définition et propriétés des ensembles convexes.

3. *Fonctions bilinéaires de deux vecteurs.* — Produit scalaire ; applications.

Orientation du plan et de l'espace. Produit vectoriel. Application à l'électromagnétisme.

4. *Etude élémentaire de transformations.* — Notion de transformation. Transformation inverse ; groupe de transformations.

Translations. Homothéties. Projection orthogonale.

Symétries par rapport à un point, une droite, un point. Produit de deux symétries. Décomposition d'une isométrie en produit de symétries. Groupe des isométries du cube et du tétraèdre régulier. Ensembles semblables dans l'espace.

5. *Cylindres ; cônes.* — Leur invariance pour un groupe de translation ou d'homothéties. Bases. Plan tangent.

6. *Mesure des aires et des volumes.* — Enoncé, sous forme d'axiomes, des propriétés de l'aire pour les polygones plans et du volume pour les réunions de tétraèdres. Additivité ; croissance ; influence d'une isométrie, d'une homothétie. Comparaison des aires et des volumes pour deux figures semblables. Projection orthogonale d'une aire plane.

Approximation de l'aire dans le plan et du volume dans l'espace pour des ensembles plus généraux par construction de figures élémentaires contenues et contenant (on admettra l'existence de l'aire et du volume en question).

La dérivée $\frac{dV}{dz}$ du volume $V(z)$ compris entre le plan de cote z et un plan fixe est égale à l'aire $S(z)$ de la section du corps par le plan de cote z.

Calcul au moyen des primitives des volumes du parallélépipède, des prismes, de la pyramide, du tronc de pyramide à bases parallèles, du cylindre et du cône de bases parallèles. Calcul de l'aire latérale.

7. *Sphère.* — Symétries, plans tangents. Intersection de sphères, droites et plans. Effet d'une similitude. Cône et cylindre circonscrits.

Aire de la zone, aire de la sphère. Volume de la sphère.

8. *Eléments de géométrie cotée.* — Projection et cote d'un point. Rabattement d'un plan vertical sur le plan horizontal. Emploi de projections verticales auxiliaires.

Projection et détermination d'une droite. Angle avec le plan horizontal. Distance de deux points.

Droites concourantes ou parallèles.

Détermination d'un plan ; horizontales et lignes de pente.

Rabattement d'un plan sur le plan horizontal. Angle de deux droites.

NOTA. — On conservera le plus possible le contact avec le concret ; l'utilisation de films (fixes ou mobiles) est à recommander, ainsi que l'usage de modèles simples construits par les élèves (voir documentation existant à ce sujet en France et surtout à l'étranger). De grandes difficultés de compréhension peuvent être levées en quelques instants auprès de certains élèves par un matériel convenable ou plus généralement grâce au recours à une situation concrète.

Classe de Mathématiques Elémentaires (9 heures par semaine)

INSTRUCTIONS GÉNÉRALES.

Les programmes établis sont limitatifs, en particulier en ce qui concerne la géométrie. Ils doivent évidemment être étayés par de nombreux exercices, mais ceux-ci ne doivent pas être intégrés dans le cours, ni alourdir l'effort de mémoire demandé aux élèves.

La géométrie est destinée à intéresser les meilleurs éléments, et à stimuler en eux l'esprit de recherche ; pour les autres, elle doit être une initiation au concret, et s'accompagner, à cet effet, d'exercices appropriés. En aucun cas, elle ne doit constituer un barrage, et on ne doit pas détourner des carrières scientifiques les élèves qui paraissent moins doués d'intuition géométrique. Dans l'enseignement de la géométrie, on ne s'attachera pas tant à telle ou telle propriété particulière, quelle que soit son esthétique, qu'à former le raisonnement de l'élève, et à l'amener à réfléchir sur les règles de la logique, les notions d'égalité et d'équivalence, de condition nécessaire et suffisante, d'inclusion, d'opération, de transformation.

L'algèbre, quoique faisant l'objet de programmes plus restreints, devra être considérée comme une partie très importante des Mathématiques, et comme étant celle qui deviendra primordiale dans la suite des études, car elle renferme les germes de l'algèbre proprement dite, et de l'analyse. Les éléments de géométrie analytique donnés dans les classes terminales devront en particulier faire comprendre à l'élève que la notion de coordonnées a donné naissance à des méthodes générales en géométrie. De façon générale, les matières enseignées devront être « pensées » par le professeur dans la perspective des applications que l'élève aura à aborder dans sa vie d'étudiant ou de technicien.

Enfin, et ceci est extrêmement important, les élèves des sections littéraires A et B ne devront en aucun cas se sentir exclus des carrières scientifiques.

Il serait souhaitable que les programmes d'algèbre des sections littéraires soient aussi proches que possible de ceux que nous préconisons pour les sections scientifiques, de manière, qu'avec des leçons supplémentaires, les élèves littéraires puissent rattraper leurs lacunes et entrer en Mathématiques Elémentaires, ou, en tout cas, en Sciences Expérimentales.

ALGÈBRE ET ARITHMÉTIQUE.

1. *Les ensembles.* — Révision des opérations sur les ensembles. Relations d'équivalence et relations d'ordre. Applications. Analyse logique d'un raisonnement (uni-

quement sur des exemples). Utilisation des symboles $\forall$ (quel que soit) et $\exists$ (il existe). Négation d'une proposition.

2. *Nombres entiers.* — L'ensemble des entiers quelconques. Division entière. Congruences. Plus grand commun diviseur et plus petit commun multiple. Nombres premiers, décomposition d'un nombre en facteurs premiers. Systèmes de numération de base a, divisibilité par $a-1$ et $a+1$. Ces théories ne doivent pas faire l'objet de problèmes trop théoriques. Combinaisons et factorielles, C_n^p , n !

3. *Nombres rationnels.* — Introduite par la mesure des grandeurs, la notion de fraction doit s'en dissocier. On introduit les couples (p, q) de deux nombres entiers, $q \neq 0$, et on établit la relation d'équivalence $(p, q) = (p', q')$ si $pq' = qp'$; un nombre rationnel est une classe d'équivalence (1). Propriétés des nombres rationnels.

4. *Les nombres réels.* — Fractions décimales. Approximation, erreurs. Notion de nombre irrationnel (sans rigueur, comme nombre décimal illimité). Propriétés (admises).

5. *Notions de groupe, anneau, corps.* — Définitions et exemples ; l'anneau des entiers, le corps des nombres rationnels, ou des nombres réels.

6. *Nombres complexes.* — On introduit le nombre $a+ib$ comme un ensemble de deux nombres réels repérant un point du plan. Forme trigonométrique

$$r(\cos u + i \sin u).$$

Addition, multiplication ; le corps des nombres complexes. La multiplication par un nombre complexe présentée comme similitude. Applications trigonométriques : retrouver les formules donnant $\cos(u+v)$ et $\sin(u+v)$. Formules de Moivre. Application à la résolution de l'équation du second degré à coefficients réels. Equation $x^n = 1$.

7. *Progressions arithmétiques et géométriques.*

8. *L'anneau des polynômes.* — Formule du binôme $(a+b)^n$. Division des polynômes suivant les puissances décroissantes. Reste de la division par $x-a$. Identités remarquables. Exercices comportant des indices. Le théorème de d'Alembert et la décomposition d'un polynôme en facteurs seront donnés à titre indicatif et montrés sur des exemples.

TRIGONOMÉTRIE.

Programme inchangé. Toutefois, on abrégera le temps consacré aux résolutions de triangles, pour faire place à des exercices relatifs aux nombres complexes.

Le calcul des médianes, hauteurs, bissectrices, rayons des cercles inscrits ou ex-inscrits à un triangle n'est pas au programme.

MÉCANIQUE.

Dérivée d'une fonction vectorielle d'une variable. Dérivée d'une somme, d'un produit scalaire ou vectoriel. Vecteur vitesse et vecteur accélération par rapport à un repère. Composition des vitesses (avec démonstration par la dérivée des fonctions vectorielles). Mouvements particuliers : mouvement rectiligne uniformément varié, mouvement circulaire, mouvement vibratoire, composantes de la vitesse en coordonnées polaires dans le plan ; mouvement d'un point dans le plan considéré comme composé d'une rotation du rayon vecteur et d'un mouvement du point sur le rayon vecteur. Centre instantané de rotation dans le plan.

---

(1) La notion de grandeur mesurable ne doit faire l'objet d'aucune considération philosophique.

(On ne parlera pas de l'hodographe ; on n'étudiera pas le mouvement :

$$x = a\cos(\omega t + \alpha) + b\cos(\omega t + \beta),$$

qui est un exercice de trigonométrie).

Loi fondamentale de la dynamique $\vec{F} = m\vec{\gamma}$. Etude du mouvement parabolique d'un point pesant dans le vide.

ANALYSE.

1. *Notion de fonction, idée sommaire de la continuité.* — Représentation graphique, utilisation de changements d'axes rectangulaires et de changements d'échelle. Résolution graphique d'un système de deux équations linéaires à deux inconnues, ou d'inéquations.

2. *Dérivée.* — Application à la variation des fonctions

$$y = ax^2 + bx + c,\ x^3 + px + q,\ \frac{ax+b}{cx+d},\ \sin x,\ \cos x,\ \operatorname{tg} x,\ \operatorname{cotg} x.$$

L'étude de la variation du rapport de deux trinômes n'est pas au programme.

Application à la résolution graphique d'équations simples. Dérivée de la fonction inverse d'une fonction monotone.

3. *Coordonnées polaires.* — Construction de courbes simples : $r = a\cos u$, $r = au$, $r = a/\cos u$, $r = a/u$.

Construction de la tangente par application de la cinématique.

4. *Primitives.* — Primitives des fonctions simples. Utilisation pour le calcul des aires et des volumes. Application : aire et volume de la sphère, de la zone sphérique, du segment sphérique.

On admettra toujours les notions d'aire et de volume, l'existence de primitives d'une fonction continue, et le fait qu'une fonction de dérivée nulle est une constante.

Fonction logarithme comme primitive de $1/x$, et fonction exponentielle. Usage des tables de logarithmes et de la règle à calcul.

GÉOMÉTRIE ET GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE.

1. *Les vecteurs.* — Axiomes simples de la géométrie à deux et trois dimensions. Droites et plans, divers modes de définition, parallélisme et orthogonalité. Notion de vecteur. La relation d'équivalence : « deux vecteurs sont équipollents » ; une classe d'équivalence est un vecteur libre. Axiome des espaces vectoriels ; on admettra l'existence de bases et l'invariance du nombre d'éléments de la base ; exemples tirés de l'analyse (espace vectoriel des polynômes de degré $\leqslant m$) ; les vecteurs d'un plan (resp. de l'espace à trois dimensions) forment un espace vectoriel à deux (resp. 3) dimensions. Trièdres de références, coordonnées d'un point et d'un vecteur. Trièdre trirectangle, coordonnées rectangulaires ; expression de la distance de deux points par leurs coordonnées, équation d'un plan, d'une sphère. Equation d'une droite dans le plan et d'un plan dans l'espace ; parallélisme et orthogonalité. Définition des trièdres supplémentaires (l'étude des inégalités entre faces et dièdres d'un trièdre est laissée à l'appréciation du professeur, et ne doit pas être exigée au Baccalauréat).

Produit scalaire. Orientation de l'espace. Produit vectoriel. Expression en coordonnées rectangulaires.

2. *Isométries et similitudes.* — Isométries du plan : translation, rotation, propriétés caractéristiques. Expressions dans un système de coordonnées rectangulaires, et à l'aide des nombres complexes. Notion de groupes de transformations. Homothétie, étude analogue. Groupe des homothéties et translations, par $\overrightarrow{OM'} = a\overrightarrow{OM} + \vec{B}$. Groupe des similitudes planes ; utilisation des nombres complexes.

Diverses sortes de symétrie (plan et espace). Composition de deux symétries par rapport à deux points, deux plans, deux droites situées dans un même plan.

Les isométries dans l'espace. Etude de cas particuliers : translation, rotation, déplacement hélicoïdal.

Homothétie dans l'espace. Ensembles semblables.

3. *Divisions et faisceaux harmoniques. Faisceaux de cercles. Inversion.* — Division harmonique sur une droite, faisceau harmonique de droites dans le plan. Relation homographique et involutive ; points fixes.

Puissance d'un point par rapport à un cercle et à une sphère. Expression analytique : $P(M) = x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d$. Axe radical de deux cercles, plan radical de deux sphères. Faisceau de cercles et de sphères, expression analytique $C + tC' = 0$. Diverses sortes de faisceaux. Les cercles passant par deux points fixes ; arcs capables d'angles orientés de droites (définis à $k\pi$ près). Un cercle d'un faisceau à points limites est le lieu des points dont les distances à ces points sont dans un rapport donné. Cercles et sphères orthogonaux. Faisceaux de cercles orthogonaux.

Polaire d'un point par rapport à un cercle, plan polaire par rapport à une sphère.

Inversion dans le plan (ou dans l'espace). Inverse d'une droite (d'un plan), d'un cercle (d'une sphère). L'inversion conserve les angles, avec changement de signe (étude dans le plan seulement). Etude de la transformation définie dans le plan complexe par $z' = \frac{az + b}{cz + d}$. Dans l'espace : projection stéréographique.

4. *Coniques.* — Définition, à partir des deux foyers, de l'ellipse et de l'hyperbole. Définition commune aux trois coniques par foyer et directive. Equivalence des définitions. Equation d'une conique rapportée à ses axes, équation d'une parabole rapportée à son axe et à sa tangente au sommet.

Intersection avec une droite, traitée analytiquement ; tangente en un point, asymptotes, par l'analytique ; la propriété de la tangente (bissectrice des rayons vecteurs) est une application de la cinématique. L'intersection d'une droite et d'une conique par la règle et le compas n'est pas au programme.

Ellipse considérée comme projection du cercle.

Les sections planes des cônes et cylindres de révolution sont facultatives.

ASTRONOMIE.

Programme inchangé, mais allégé de la partie descriptive, qui pourrait être traitée en Troisième.

Pas de géométrie descriptive, ni de géométrie cotée.