CALCUL NUMÉRIQUE ET PHYSIQUE : CE QUE LES PHYSICIENS DEMANDENT AUX MATHÉMATICIENS

Je viens, en tant que physicien, demander l'hospitalité de ce *Bulletin*, car cet article a pour but de souligner certaines discordances de nos enseignements et d'apporter le point de vue d'une partie des utilisateurs des Mathématiques.

Procédés du mathématicien. — Il ne veut connaître que des valeurs exactes. Pour lui $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{1}{\sqrt{3}}$ constituent un résultat entièrement calculé. S'il doit ranger dans un tableau $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{8}{9}$ et $\frac{\sqrt{5}}{3}$ il résoudra successivement un certain nombre d'inégalités au lieu de calculer simplement des valeurs approchées, soit 0,867, 0,715, 0,890, 0,745 (calcul instantané à la règle), ce qui revient à les déduire au dénominateur commun 1 000.

L'opération $\frac{1}{2,7}+\frac{1}{3,1}+\frac{1}{1,82}$ sera faite en recherchant un même dénominateur et non en effectuant les trois divisions. On n'utilisera pas la règle à calcul, car elle n'est pas précise. Le mieux sera d'ailleurs d'utiliser les « nombres » a et b et on conservera pendant quatre pages $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ ou $\sqrt{a^2+b^2}$, même si ces expres-

sions sont connues et égales à 3,21 ou 0,164. Le professeur de physique récoltera d'ailleurs cette semence en voyant ses élèves traîner pendant quatre pages

$$\sqrt{2{,}31^2 + 4{,}23^2}$$

au lieu de 4,82.

Procédés du physicien. — Il a besoin d'un résultat numérique. S'il doit calculer la résistance équivalente par $\frac{1}{R} = \frac{1}{2{,}3} + \frac{1}{3{,}7} + \frac{1}{1{,}76}$ la méthode la plus rapide est de lire les trois inverses à la règle. La résolution par recherche d'un dénominateur commun, ancré dans le cerveau des élèves est plus longue. L'expression

$$I = \frac{V}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}$$

sera calculée par $\operatorname{tg}\varphi = \frac{L\omega}{R}$ et $I = \frac{V}{R}\cos\varphi$ avec l'usage de la table pour passer de $\operatorname{tg}\varphi$ à $\cos\varphi$.

S'il doit porter dans une construction graphique $10.\operatorname{tg} 30° = 10/\sqrt{3}$, il faudra se résigner à écrire $\operatorname{tg} 30° = 0{,}557$, car sur son double décimètre il trouvera 5,77 cm et non $10/\sqrt{3}$.

Exactitude limitée d'un résultat. — Lorsqu'un mathématicien écrit un nombre comme 6,21 ou 2,16, il le considère parfois comme rigoureusement juste et de ce fait $6{,}21/2{,}16 = 2{,}92129$, etc...

Cette conception ne correspond à aucun cas pratique et ne sème que des idées fausses. Qu'un nombre 6,31 exprime une longueur ou un courant, il résulte d'une mesure et sa précision est limitée (la convention générale est que $x = 6{,}31$ signifie $6{,}30 < x < 6{,}32$). La précision du quotient est donc limitée : sans faire de calculs d'incertitudes $6{,}31/2{,}16 = 2{,}92$, et non un chiffre indéfini et impossible à écrire. De même $43{,}2.0{,}0632 = 2{,}73$ et non 2,73024. Le volume d'une sphère de rayon 1,11 cm est 5,16 cm^3 et non un nombre de huit ou dix chiffres.

Cette conception du chiffre juste résulte d'un enseignement se faisant de 6 à 15 ans, sans contre-partie. Le physicien, qui ne commence qu'en Seconde, récolte cette semence solidement germée et il éprouve d'insurmontables difficultés pour faire supprimer les chiffres inutiles après des calculs d'erreurs souvent incompris (qui pourraient d'ailleurs être très allégés s'il ne fallait pas lutter à contre-courant). Il faut parvenir à la 4e ou 5e année de physique pour rencontrer certains élèves qui n'éprouvent plus de difficultés sur ce point, alors que l'affirmation *a priori*, par notre collègue de Mathématiques en Quatrième ou Troisième du fait qu'un résultat ne peut être plus précis que les données nous faciliterait infiniment le travail. Cela montrerait aux élèves qu'il n'y a qu'une science et non deux sciences qui se contredisent.

Ecriture sur une ligne (écriture décimale). — Les fractions utilisées doivent avoir une puissance de 10 comme dénominateur et non comme numérateur. L'écriture 0,5 ou 0,25 est plus logique que 1/2 ou 1/4. L'addition $2/5 + 1/4$ est moins commode que $0{,}40 + 0{,}25$ (voir les classiques additions du Baccalauréat avec des 1/3 et des 1/4).

Il est plus commode pour l'élève (et pour le professeur qui corrige) d'écrire sur une ligne au lieu de deux, surtout à la machine à écrire. Du moment qu'une fonction linéaire s'écrit $ax + b$ et non $1/a.x + b$, il est plus logique d'écrire $0{,}5mv^2$ ou $0{,}5ah$ que $1/2.Mv^2$ ou $S = 1/2.ah$.

J'ai souvent rencontré des élèves qui, pour dériver $\sin\frac{A+D}{2}$ (variable D), tentaient d'utiliser la dérivée de u/v, car ils ne voyaient pas immédiatement que l'expression était de la forme $\sin(ax + b)$. Ces mêmes élèves ne faisaient pas la

faute avec l'écriture $\sin 0{,}5\,(D + A)$ ou $\sin (0{,}5\,D + 0{,}5\,A)$ forme d'ailleurs infiniment plus facile à écrire à la machine. Pourquoi leur fabriquer un dénominateur dans $\sin (ax + b)$?

L'écriture $n = \dfrac{\sin 0{,}5\,(D + A)}{\sin 0{,}5\,A}$ est infiniment moins encombrante au tableau ou sur feuille que l'écriture sur quatre étages $n = \dfrac{\sin \dfrac{D+A}{2}}{\sin \dfrac{A}{2}}$, source d'erreur lorsque l'élève finit par écrire $\dfrac{\sin (D + A)}{2}$ au lieu de $\sin \dfrac{D+A}{2}$. Les habitudes et la répugnance des zéros est telle que l'élève devant calculer $2/7$ préfère diviser 7 par 2 pour aboutir à 1/3.5, au lieu de diviser 2 par 7. soit 0,286 et fabriquer un dénominateur.

Programme. — Il semble souhaitable que ces programmes comportent un peu plus de calcul numérique : savoir diviser par 0,002, passer de 0,004 à 4.10^{-3} ou de $46{,}3.10^{-6}$ à $4{,}63.10^{-5}$, choses que ne font pas, sans multiples erreurs, même chez des élèves de Spéciales.

L'extraction d'une racine carrée ne comporte qu'assez peu d'intérêt : cette extraction se fera à la table de log ou à la règle. Les élèves de philo ? je crois qu'ils continueront à trouver la racine par tâtonnements, car combien savent extraire une racine ?

Enfin, les recherches de P.P.C.M. ou de P.G.C.D. pourraient être un peu abrégées, car ces recherches n'ont de sens que sur les nombres exacts, somme toute assez rares.

Conclusion. — Sans aborder la question des programmes, il semble que les physiciens soient d'accord pour demander aux professeurs de Mathématiques les quelques points suivants qui ne leur feraient perdre que peu de temps :

1° Dire aux élèves que, par exemple, $6{,}31/2{,}16 = 3{,}07$ et non 3,0723, qu'en un mot, la précision d'un résultat est limitée, même dans une multiplication.

2° Ecrire plus souvent 0,5 pour 1/2, 0,2 pour 1/5, 0,25 pour 1/4, et même parfois 0,33 pour 1/3. D'une façon générale, écrire plutôt sur une ligne que sur deux.

3° Si les lignes trigonométriques $1/\sqrt{2}$. $\sqrt{3}/2$ sont inévitables sous cette forme, il serait utile de calculer numériquement une fois la hauteur d'un triangle équilatéral et de dire une fois que $\sqrt{3}/2 = 0{,}866$, valeur que l'on trouve à la table ou à la règle (il est curieux que l'élève débutant à la règle soit incapable d'y reconnaître sin 30° ou tg 30°).

4° Remplacer parfois dans une discussion $\sqrt{3/2}$ ou $\sqrt{5/3}$ par le nombre 0,866 ou 0,745 pour montrer que le nombre décimal existe.

5° Effectuer parfois un calcul numérique. Indiquer que $\dfrac{1}{3{,}71} + \dfrac{1}{5{,}27}$ peut être effectué aussi, s'il s'agit d'un calcul approché en prenant 1 comme commun diviseur... c'est-à-dire en faisant les deux divisions.

6° Montrer une fois aux élèves de Première C.M. ou M.E. qu'un calcul approché peut être fait à la règle à calcul (ce jour-là, le professeur de Mathématiques pourra emprunter celle du physicien). Cette démonstration, non immédiatement rentable, permettra au physicien de n'être plus discuté lorsqu'il conseillera cette méthode de calcul approché.

Custaud (*Bugeaud*, Alger).