BULLETIN de l'ASSOCIATION des PROFESSEURS de MATHÉMATIQUES de l'Enseignement Public

SOMMAIRE

I. ETUDES.

J.-P. SERRE : Revêtements. Groupe fondamental 109

II. PAGES A RELIRE.

G. LAME : « Tout à espérer ou tout à craindre » (textes choisis et commentés par J. ITARD) 121

III. ESSAI.

J. FRENKEL et A. FUCHS : Sur la notion de courbe 125

IV. PROBLÈMES PÉDAGOGIQUES.

Babel et les mathématiques 129
J. MARTIN : Les langues vivantes et les sciences 129
M. OTT : Les langues vivantes dans les classes préparatoires aux grandes écoles scientifiques 135
V. KOURGANOFF : Conditions particulières de l'enseignement des langues aux scientifiques 136
J. CHEVALLIER : Sur le contenu de l'enseignement linguistique 140
Y. CROZES : La mathématique considérée comme langue vivante 142
J. C. : La pédagogie des sciences et celle des langues peuvent-elles s'entraider ? 145
Coordination langues vivantes-mathématiques 146
M. E. NABOKOV et V. KOURGANOFF : Les méthodes de l'enseignement de l'astronomie au lycée 148
J. COMMEAU : Introduction à la théorie des nombres complexes 158
Nouveaux problèmes d'aujourd'hui 159
Questionnaire de l'A.P.M. 160

V. DOCUMENTATION ET BIBLIOGRAPHIE.

« Du point à la quatrième dimension », par E. COLERUS (J. WEIL) 161

VI. INFORMATION ET DOCUMENTS OFFICIELS.

P. ROBERT : Rapport sur le Concours Général de Mathématiques 1957 (classe de Mathématiques) 163

VII. LA VIE DE L'ASSOCIATION.

G. W. : Les problèmes numéro un 171
G. W. : La disparition de Maurice Audin 176
Comité du 17 octobre 1957 ; Bureau du 7 novembre, du 27 novembre et du 11 décembre 1957 177
Le bloc-notes de l'A.P.M. 180
ERRATA 181

37e année — N° 188 Publication trimestrielle **Janvier 1958**

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement public
29, rue d'Ulm, Paris (5e)
Paris, Cc. 5.708-21

Les membres de l'Association (cotisation : 800 francs pour l'année scolaire) reçoivent gratuitement le *Bulletin* ainsi que les *Fascicules d'Enoncés.*

Cotisation pour les élèves des E.N.S. et les stagiaires des C.P.R. ..... 400 F
Prix de l'abonnement au *Bulletin* ..... 1 000 F
Prix du numéro ..... 200 F

Présidents d'Honneur
Mlle DIONOT, M. DELCOURT, M. HENNEQUIN

Bureau :

Président : M. WALUSINSKI, 26, parc de la Bérengère, Saint-Cloud (S.-et-O.). VAL. 29-09.

Vice-Présidents :

Mlle MASSON (Enseignement féminin), 12, Boulevard Desgranges, Sceaux (Seine).
M. BIGUENET (Enseignement Technique), 41, rue Madeleine-Michelis, Neuilly-sur-Seine.
M. CHAZAL (Formation des maîtres), 2, rue Thimonnier, Paris, 9e.
M. DURRANDE (Grandes Ecoles), 4 *bis,* rue Henri-Moreau, Asnières.
M. EDDE (Ecoles Normales), 40, avenue du Général-Leclerc, Paris, 14e.
M. MONJALLON, 23, boulevard Saint-Gemain, Paris, 5e.

Secrétaires :

Mlle FÉLIX (Conférences), 2, rue Octave-Feuillet, Paris, 16e.
M. HUISMAN (Administration de l'A.P.M.), 11, rue Jacques-Cœur, Paris, 4e.
M. SIROS (Programmes), 13, avenue Jean-Racine, Sceaux.
M. CROZES (Recherches pédagogiques), 10, rue du Buisson-St-Louis, Paris, 10e.
M. MOUGENOT (Relations avec les régionales), Lycée Poincaré, Nancy.
M. GIRARD (Classes préparatoires), 37, rue Davioud, Paris, 16e.

Trésorier : M. LEGRAND, 3 *bis,* avenue R.-Poincaré, Margny-lès-Compiègne (Oise).

Comité de rédaction du « Bulletin » : Mlle FÉLIX, Mlle MARCHAND ; MM. CHAZAL, ITARD, SIROS. — Secrétariat : HUISMAN et WALUSINSKI.

Comité :

Membres élus

Sortants en 1958 : Mlle AFFRE (*Fénelon*) ; M. BIGUENET (*E.N.P. St-Ouen*) ; M. CHAZAL (*Charlemagne*) ; M. EDDE (*E.N. Auteuil*) ; M. GIRARD (*J.-B. Say*) ; M. LEGRAND (Compiègne) ; M. WALUSINSKI (*St-Cloud*).

Sortants en 1959 : Mlle FÉLIX (*La Fontaine*) ; M. BENOIST (*Diderot*) ; M. BERTRAND (Marseille, *Thiers*) ; M. FOUCHÉ (*Janson-de-Sailly*) ; M. GUITTON (*St-Louis*) ; M. MINOIS (*St-Louis*).

Sortants en 1960 : MM. DURRANDE (*St-Louis*) ; HUISMAN (*Montaigne*) ; MONJALLON (*St-Louis*) ; RUFF (*St-Louis*) ; SIROS (*Louis-le-Grand*) ; GUILLORÉ (*C.C.* Paris).

Sortants en 1961 : M. BAY (*Condorcet*) ; Mlle BIARD (*E.N.S.* Fontenay) ; M. CASSE (Savigny-sur-Orge) ; M. CROZES (*Henri-IV*) ; M. LE MÉNAGER (Angers) ; Mlle MARCHAND (Lycée de Sèvres) ; M. MOUGENOT (*Poincaré,* Nancy) ; Mlle VERVAECKE (*Fénelon,* Lille).

Membres de droit

M. BAY (*Condorcet*) ; M. CANONGE (Montpellier) ; M. GIRAULT (*J.-B.-Say*) ; M. MARVILLET (Strasbourg, *Kléber*) ; Mlle MASSON (*Marie-Curie*) ; Mme NICOUD (Lyon, *Marie-Vidalenc*) ; M. POUX (*Saint-Cloud*) ; Mme SCHUCK (*Victor-Duruy*).

Rapporteurs

Enseignement technique : M. BIGUENET ; *Ecoles Normales :* M. EDDE ; *Premier Cycle :* M. CARALP ; *Seconde et Première :* M. ROSTOLLAND ; *Philosophie, Sciences Expérimentales, Mathématiques :* M. FAVRELLE, Mlle PROTIN (Sciences Expérimentales) ; *Mathématiques Supérieures et Classes préparatoires aux Grandes Ecoles :* M. DURRANDE ; *Définitions de mots et notations mathématiques :* M. BERTRAND ; *Axiomatique et Redécouverte :* M. CROZES ; *Sujets des compositions et épreuves orales aux différents examens et concours :* Brevet et Ecoles Normales : M. EDDE. — Baccalauréat : M. FAVRELLE. — Grandes Ecoles : M. CHAZAL. — *Concours général :* M. MONJALLON ; *Histoire des Mathématiques :* M. ITARD ; *Cinéma d'Enseignement :* M. EUVRARD ; *Matériel d'Enseignement :* M. MONJALLON ; *Enseignement de l'Astronomie :* M. WALUSINSKI.

Correspondants

Aix-Marseille : M. BERTRAND (Marseille, *Thiers*) ; *Besançon :* M. BOUCHAT (Besançon) ; *Dijon :* M. SAUSER ; Lille : M. FAVRELLE (Lille, *Faidherbe*) ; *Lyon :* M. THOVERT (Lyon, *Ampère*) ; *Nancy :* M. MOUGENOT (Nancy, *Henri-Poincaré*) ; *Rennes :* M. RENAULT (Rennes) ; *Strasbourg :* M. EHRHART (Strasbourg. *Kléber*) ; *Tunisie :* M. SAUVAN (Tunis, *Carnot*).

37e Année — N° 188 Janvier 1958

BULLETIN de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

I. ÉTUDES

REVÊTEMENTS - GROUPE FONDAMENTAL *

par M. Jean-Pierre SERRE
Professeur au Collège de France

§ 1. Introduction.

La notion de revêtement est la mise en forme d'une situation que l'on rencontre fréquemment dans des questions géométriques ; nous allons commencer par en donner quelques exemples :

a) Soit Y une hélice tracée sur un cylindre de révolution (cf. fig. 1), et désignons par p l'opération de projection $Y \to X$ de l'hélice Y sur la base X du cylindre. Cette application est *localement* un homéomorphisme : si y est un point de Y, et si $x = p(y)$ est sa projection, p définit une correspondance biunivoque et bicontinue entre un voisinage convenable de y (par exemple un petit arc) et un voisinage convenable de x. Bien entendu, p n'est pas *globalement* un homéomorphisme, puisque des points différents de Y peuvent avoir même image dans X. On dit que Y est un revêtement de X à une infinité de feuillets.

Sous une autre forme, on peut dire que le revêtement précédent est celui de la « mesure des angles » : on fait correspondre à tout élément $\alpha \in \mathbf{R}$ le point $p(\alpha)$ du cercle $\mathbf{S}_1$ défini par l'angle α.

b) Prenons pour Y la sphère $\mathbf{S}_n$ de l'espace $\mathbf{R}^{n+1}$, c'est-à-dire l'ensemble des points $(x_0, ..., x_n)$ tels que $\sum x_i^2 = 1$; l'espace X sera ici l'espace projectif réel de dimension n, soit $\mathbf{P}_n$, et la projection $p : Y \to X$ sera

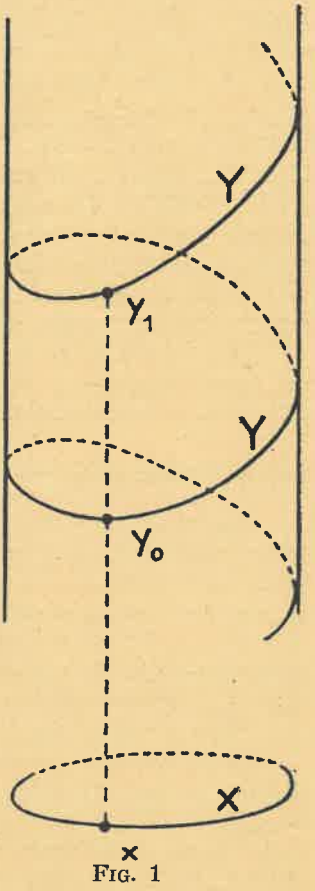


FIG. 1

(*) Conférence prononcée le 23 mai 1957, à l'Institut Henri Poincaré, neuvième conférence du cycle sur la topologie organisé par la Société Mathématique de France, en accord avec l'A.P.M., à l'intention spéciale des professeurs.

celle qui associe à un point $(x_0, ..., x_n) \in \mathbf{S}_n$ le point de $\mathbf{P}_n$ qui a pour coordonnées homogènes $(x_0, ..., x_n)$. Cette projection est une application continue de Y sur X ; tout point de X est image de deux points diamétralement opposés de Y. On a un exemple de revêtement à deux feuillets.

Le fait que $\mathbf{P}_n$ admette $\mathbf{S}_n$ comme revêtement est utilisé pour étudier la géométrie non-euclidienne *elliptique* sur $\mathbf{P}_n$, qui correspond à la géométrie usuelle de $\mathbf{S}_n$ (celle induite par la métrique de $\mathbf{R}^{n+1}$).

c) Prenons $Y = \mathbf{S}_3$, identifiée à l'ensemble des quaternions $a + bi + cj + dk$ de norme 1. La multiplication des quaternions munit $\mathbf{S}_3$ d'une structure de *groupe topologique* (cf. l'exposé de R. GODEMENT) ; c'est d'ailleurs, comme l'a montré E. CARTAN, la seule sphère, avec $\mathbf{S}_1$, qui jouisse de cette propriété.

Nous identifierons un point $M = (x, y, z)$ de l'espace à trois dimensions au quaternion « pur » $xi + yj + zk$. Si $q \in \mathbf{S}_3$, posons $R_q(M) = qMq^{-1}$, le produit étant effectué dans l'algèbre des quaternions ; on vérifie tout de suite que $R_q(M)$ est encore un quaternion pur, donc un point de $\mathbf{R}^3$. De plus, la norme de $R_q(M)$ est égale à celle de M. Ainsi, la transformation linéaire R_q de $\mathbf{R}^3$ dans lui-même conserve les distances ; si l'on note alors $\mathbf{SO}(3)$ le groupe des *rotations* de l'espace à trois dimensions, on voit que $q \to R_q$ est un homomorphisme continu $p : \mathbf{S}_3 \to \mathbf{SO}(3)$. On vérifie sans difficulté que p est un homéomorphisme local, et que toute rotation $R \in \mathbf{SO}(3)$ provient de deux quaternions opposés. On a ici encore un revêtement à deux feuillets, qui permet de ramener l'étude du groupe des rotations à celle, en général plus simple, du groupe $\mathbf{S}_3$.

La comparaison des exemples *b*) et *c*) montre que le groupe $\mathbf{SO}(3)$ est homéomorphe à l'espace projectif $\mathbf{P}_3$, résultat qu'il est facile de retrouver par un raisonnement géométrique direct.

§ 2. **Définition d'un revêtement.**

Soient X et Y deux espaces topologiques, et $p : Y \to X$ une application continue de Y sur X. On dit que Y est un revêtement de X, de projection p, si, pour tout $x \in X$, il existe un ouvert U de X contenant x et jouissant de la propriété suivante :

(R) — *L'image réciproque* $p^{-1}(U)$ *de* U *dans* Y *est réunion d'ouverts disjoints* V_i *tels que, pour tout indice* i, *la projection* $p : V_i \to U$ *soit un homéomorphisme de* V_i *sur* U.

(Voir fig. 2 ci-après).

Cette condition peut s'exprimer plus simplement si l'on définit d'abord ce qu'est un *revêtement trivial* d'un espace X : c'est un produit $X \times E$, où E est un espace *discret*, l'application $p : X \times E \to X$ étant simplement la projection sur le premier facteur. La condition (R) peut alors s'énoncer en disant que $p^{-1}(U)$ est isomorphe à un revêtement trivial de U. En d'autres termes, tout revêtement est *localement isomorphe à un revêtement trivial*. (Noter que, si l'on supprime l'hypothèse que E est discret, on arrive à la notion plus générale d'*espace fibré*).

Il n'est pas difficile de vérifier la condition (R) dans les exemples du § 1. Dans l'exemple *a*), il suffit de prendre pour U n'importe quel arc de cercle contenant le point x donné, et dans l'exemple *b*), l'ensemble des points x' de $\mathbf{P}_n$ non situés sur un hyperplan ne passant pas par x.

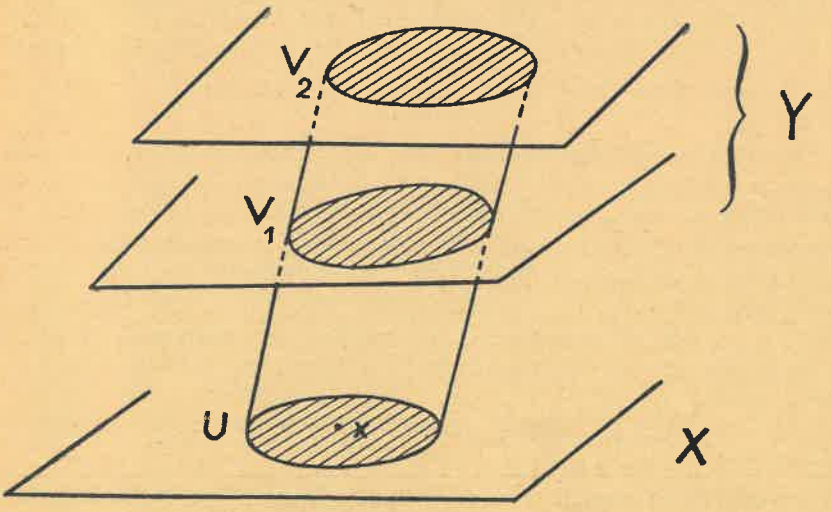


FIG. 2

§ 3. **Chemins tracés sur un revêtement.**

La théorie des revêtements n'est satisfaisante que si l'on fait sur les espaces X et Y des hypothèses de « régularité locale » ; il serait par exemple ridicule de prendre pour X un espace totalement discontinu, comme l'ensemble parfait de Cantor ! Nous n'essaierons pas de dégager les hypothèses minima ; nous supposerons (ce qui est en fait trop restrictif) que X est une *variété topologique*. Cela signifie que X est un espace *séparé* dont tout point possède un voisinage ouvert *homéomorphe à un ouvert de* $\mathbf{R}^n$. Nous supposerons également que X est *connexe* ; dans ce cas l'entier n est constant, c'est la *dimension* de X (cf. l'exposé de H. CARTAN). Vu la condition (R), Y est aussi une variété de dimension n (mais non nécessairement connexe).

Il est intuitivement évident que les espaces X et Y ne sont pas très différents. Localement, ils sont isomorphes (d'où l'intérêt de la notion de revêtement en géométrie différentielle), et ils ne diffèrent donc que par des propriétés globales. On peut essayer de se donner l'un des espaces X et Y et de voir dans quelle mesure l'autre peut être déterminé. En fait, ce n'est qu'en partant de X que l'on trouve un résultat simple, et cela grâce à la considération des *chemins* tracés sur X et sur Y.

Un *chemin* sur un espace topologique X est, par définition, une application continue $f : \mathrm{I} \to \mathrm{X}$, où I désigne le segment $[0, 1]$. Si l'on écrit x_t au lieu de $f(t)$, un chemin est donc une famille x_t de points de X, indexée par un indice t variant entre 0 et 1, et dépendant continûment

de cet indice. Les points x_0 et x_1 sont respectivement appelés l'*origine* et l'*extrémité* du chemin ; un chemin fermé (c'est-à-dire tel que $x_0 = x_1$) est appelé un *lacet* (au point x_0). Puisque X est connexe, il existe toujours un chemin ayant une origine et une extrémité données.

Un chemin y_t sur Y *relève* un chemin x_t sur X si l'on a $p(y_t) = x_t$ pour tout $t \in I$. Un tel chemin existe toujours. De façon plus précise :

Si x_t est un chemin sur X, *et si y_0 est un point de* Y, *se projetant en x_0, il existe un chemin y_t sur* Y *et un seul qui relève x_t et dont l'origine est y_0.*

En effet, supposons d'abord que le revêtement $p : Y \to X$ soit trivial, c'est-à-dire que $Y = X \times E$, avec E discret. Le point y_0 donné s'écrit alors $y_0 = (x_0, z)$, avec $z \in E$, et le chemin y_t cherché est nécessairement $y_t = (x_t, z)$, ce qui démontre notre assertion dans ce cas. Le cas général se ramène au précédent, en remarquant que l'on peut partager l'intervalle $[0, 1]$ en intervalles $[t_i, t_{i+1}]$ tels que x_t, pour $t_i \leqslant t \leqslant t_{i+1}$, soit contenu dans un ouvert U_i jouissant de la propriété (R) du § 2 ; en appliquant alors ce que l'on vient de voir au revêtement trivial $p^{-1}(U_i) \to U_i$, on conclut à l'existence et l'unicité des y_t, $t_i \leqslant t \leqslant t_{i+1}$, et y_{t_i} donné. D'où, de proche en proche, l'existence et l'unicité de y_t pour $0 \leqslant t \leqslant 1$.

On observera que, si x_t est un lacet, le point y_1 extrémité du chemin y_t, se projette en x_0 ; mais on n'a pas en général $y_0 = y_1$, autrement dit *un lacet ne se relève pas nécessairement en un lacet* (voir fig. 3). Dans l'exemple *a*), si l'on prend pour lacet x_t le cercle lui-même (paramétré de façon convenable), le point y_1 sera situé « une spire au-dessus » de y_0. Dans l'exemple *c*), si l'on prend pour x_t la rotation de $2\pi t$ autour de l'axe des *z*, on a $y_t = \cos \pi t + k . \sin \pi t$, d'où $y_0 = 1$ et $y_1 = -1$. On a là une propriété en quelque sorte caractéristique des revêtements ; pour l'exploiter complètement, nous aurons besoin de la notion de *groupe fondamental*, que nous allons maintenant définir.

§ 4. **Chemins homotopes. Groupe fondamental.**

Soit X un espace topologique, et soient f et g deux chemins sur X, ayant même origine a et même extrémité b. On dit que f et g sont *homotopes* s'il existe une famille f_u, $0 \leqslant u \leqslant 1$, de chemins de X, ayant tous a pour origine et b pour extrémité, tels que $f_0 = f$ et $f_1 = g$, et dépendant continûment de u [autrement dit, $f_u(t)$ doit être fonction continue du couple (u, t)]. On voit aisément que c'est là une relation d'équivalence entre chemins d'origine et d'extrémité données ; on la notera $f \sim g$.

Ceci s'applique notamment aux *lacets* en un point x_0 fixé. On a de plus une *loi de composition* entre ces lacets : si f et g sont deux lacets, leur produit $f * g$ sera le lacet obtenu en parcourant d'abord f, puis g. Il faut bien entendu préciser la paramétrisation utilisée. Ce sera la suivante :

$$f * g(t) = \begin{cases} f(2t) & \text{si } 0 \leqslant t \leqslant 1/2, \\ g(2t - 1) & \text{si } 1/2 \leqslant t \leqslant 1. \end{cases}$$

On vérifie facilement que cette loi de composition est *compatible* avec la relation d'équivalence définie par l'homotopie, autrement dit que l'on a :

$$f \sim f' \text{ et } g \sim g' \Rightarrow f * g \sim f' * g'.$$

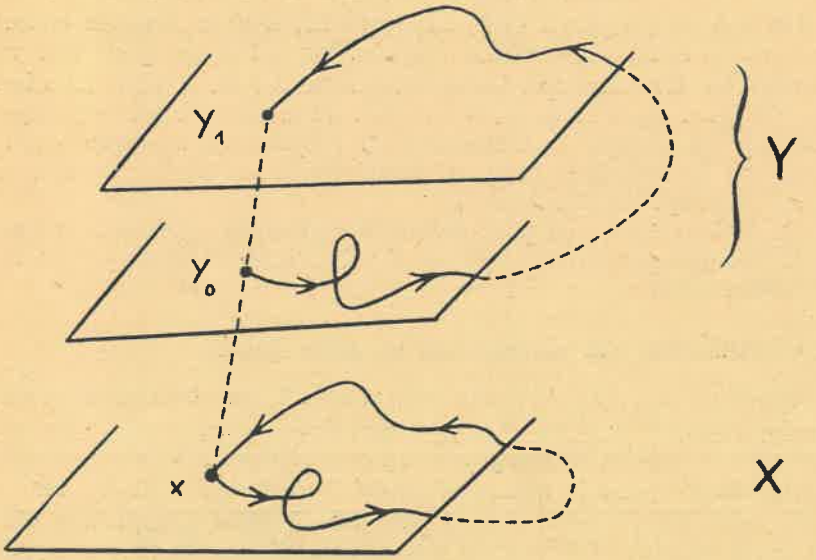


FIG. 3

On peut donc munir l'ensemble $\pi_1(X, x_0)$ des *classes* de lacets en x_0 de la loi de composition déduite de $f * g$ par passage au quotient. On obtient ainsi un *groupe*, car :

i) Il y a un *élément neutre* qui est la classe du lacet constant $e(t) = x_0$ pour tout t.

On doit vérifier que, pour tout lacet f, on a $f \sim f * e$. Pour cela, on définit une famille de lacets g_u, $0 \leqslant u \leqslant 1$, par les formules :

$$g_u(t) = \begin{cases} f\big((1+u)t\big) & \text{si} \quad 0 \leqslant t \leqslant 1/(1+u), \\ x_0 & \text{si} \quad 1/(1+u) \leqslant t \leqslant 1. \end{cases}$$

On a $g_0 = f$ et $g_1 = f * e$, d'où $f \sim f * e$. On vérifie de même que $f * e \sim f$.

ii) Pour tout lacet f, la classe de f admet un *inverse* qui est la classe du lacet f' tel que $f'(t) = f(1-t)$.

On doit vérifier que $f * f' \sim e$. Pour cela, on définit une famille de lacets h_u, $0 \leqslant u \leqslant 1$, par les formules :

$$h_u(t) = \begin{cases} f(2ut) & \text{si} \quad 0 \leqslant t \leqslant 1/2, \\ f(2u(1-t)) & \text{si} \quad 1/2 \leqslant t \leqslant 1. \end{cases}$$

On a $h_0 = e$ et $h_1 = f * f'$, d'où $f * f' \sim e$.

iii) La loi de composition de $\pi_1(X, x_0)$ est *associative*.

On doit vérifier que, si f, g, h sont trois lacets, on a :

$$(f * g) * h \sim f * (g * h).$$

Pour cela, on définit une famille de lacets k_u, $0 \leqslant u \leqslant 1$, par les formules :

$$k_u(t) = \begin{cases} f(4\,t/(1+u)) & \text{si} \quad 0 \leqslant t \leqslant (1+u)/4, \\ g(4\,t-1-u) & \text{si} \quad (1+u)/4 \leqslant t \leqslant (2+u)/4, \\ h(1+4(t-1)/(2-u)) & \text{si} \quad (2+u)/4 \leqslant t \leqslant 1. \end{cases}$$

On a $k_0 = (f * g) * h$ et $k_1 = f * (g * h)$, d'où le résultat cherché.

Lorsque X est connexe par arcs (ce qui est le cas pour une variété connexe), on démontre que les groupes $\pi_1(X, x)$, $x \in X$, sont tous isomorphes. On peut alors écrire $\pi_1(X)$ au lieu de $\pi_1(X, x)$, c'est le *groupe fondamental* (ou *groupe de Poincaré*) de l'espace X. Lorsque $\pi_1(X) = 0$, c'est-à-dire lorsque tout lacet est homotope à un lacet constant, on dit que X est *simplement connexe*.

(A côté de $\pi_1(X)$, on peut définir des groupes $\pi_n(X)$, $n \geqslant 2$, qui sont appelés les *groupes d'homotopie* de X ; ils n'interviennent pas en théorie des revêtements).

§ 5. Classification des revêtements de base donnée.

Revenons à la situation du § 3, et soit Y un revêtement d'une variété topologique X. Nous avons vu que deux chemins x_t et x'_t sur X, ayant mêmes extrémités, ne peuvent pas nécessairement se relever en des chemins de Y ayant la même propriété ; c'est toutefois le cas *si* x_t *et* x'_t *sont homotopes*. C'est à peu près évident lorsque les chemins sont assez voisins, et le cas général se ramène à celui-là par le procédé déjà utilisé au § 3.

Soit alors x_0 un point fixé dans X, et soit $E = p^{-1}(x_0)$ l'ensemble des points $y \in Y$ se projetant en x_0. Si $y \in E$ et si $f(t) = x_t$ est un lacet sur X en x_0, il y a un chemin et un seul sur Y qui a pour origine y et qui relève le chemin f ; son extrémité y_1 ne dépend que de la *classe* α du lacet f, en vertu de ce qui précède. On peut donc la noter $y * \alpha$. On a les identités :

$$\begin{cases} y * e = y, \\ y * (\alpha * \beta) = (y * \alpha) * \beta \quad \text{si} \quad \alpha, \beta \in \pi_1(X). \end{cases}$$

Pour tout $\alpha \in \pi_1(X)$, l'application $y \to y * \alpha$ est une *permutation* de l'ensemble E, et au produit de deux éléments α et β correspond le produit des permutations (dans l'ordre inverse) ; on exprime ceci en disant qu'on a *une représentation de* $\pi_1(X)$ *par des permutations de* E.

Le théorème de classification des revêtements de base X peut alors s'énoncer ainsi :

Toute représentation de $\pi_1(X)$ *par des permutations d'un ensemble* E *correspond à un revêtement* $Y \to X$ *et à un seul* (à un isomorphisme près, bien entendu).

Indiquons seulement le principe de la démonstration : il s'agit en somme de reconstituer Y au moyen de X, de E, et des opérations $y * \alpha$, $y \in E$, $\alpha \in \pi_1(X)$. Soit $z \in Y$; on peut joindre la projection $p(z)$ de z dans X au point x_0 par un chemin f. En relevant ce chemin, on voit que z peut être joint par un chemin à au moins un point $y \in E$. De plus, la connaissance de y et de f déterminent z ; deux couples (y, f) et (u, g)

correspondent au même point z si et seulement si la classe α du lacet $f * g'$ transforme y en u, autrement dit si $u = y * \alpha$ (cf. fig. 4). On peut donc identifier Y à l'ensemble quotient de l'ensemble des couples (y, f) par la relation d'équivalence :

$$(y, f) \sim (u, g) \quad \text{si} \quad u = y * (f * g').$$

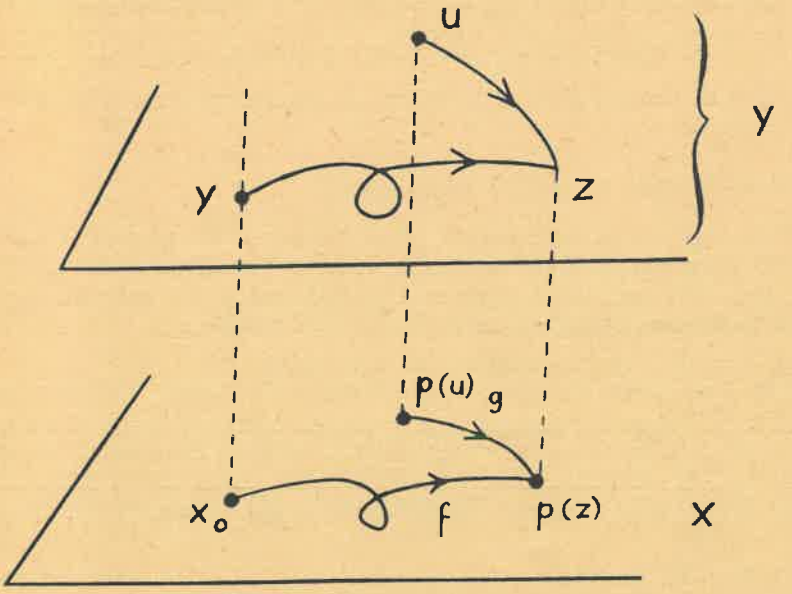


FIG. 4

Il reste à définir la *topologie* de Y uniquement au moyen de X, E, et des opérations $y * \alpha$. Cela ne présente pas de difficulté sérieuse (mais c'est là que des hypothèses de régularité locale sur X sont nécessaires).

Le cas le plus intéressant est celui où Y est *connexe ;* cela revient à dire que deux points de E peuvent être joints par un chemin, ou encore que le *groupe de permutations de* E *défini par* $\pi_1(X)$ *est transitif*. Si y_0 est un point fixé dans E, l'ensemble des $\alpha \in \pi_1(X)$ tels que $y_0 * \alpha = y_0$ est un sous-groupe H de $\pi_1(X)$, et E s'identifie à l'ensemble des classes de $\pi_1(X)$ mod. H. On voit ainsi que *les revêtements connexes de* X *correspondent aux sous-groupes de* $\pi_1(X)$. En particulier, pour que X n'ait pas d'autre revêtement connexe que lui-même (revêtement « à un feuillet »), il faut et il suffit que X soit simplement connexe.

Si l'on prend pour H le sous-groupe de $\pi_1(X)$ réduit à l'élément neutre, on obtient un revêtement $\widetilde{X}$ de X qui est appelé le *revêtement universel* de X. Le terme d' « universel » provient de ce que X est un revêtement de tout revêtement connexe Y de X ; en d'autres termes, la projection $p : \widetilde{X} \to X$ se factorise en : $\widetilde{X} \to Y \to X$.

On voit en particulier que $\widetilde{X}$ est *simplement connexe*, et que c'est le seul revêtement connexe de X jouissant de cette propriété.

Si Y est un revêtement de X, de projection p, on appelle *automorphisme* de Y toute application continue $g : Y \to Y$ telle que $p \circ g = p$; une telle application est nécessairement un homéomorphisme de Y sur lui-même. Dans le cas particulier où $Y = \widetilde{X}$, on montre que *le groupe des automorphismes de* $\widetilde{X}$ *est isomorphe à* $\pi_1(X)$ (l'isomorphisme dépendant du choix d'un point $y_0 \in \widetilde{X}$) ; deux points y_1 et y_2 de $\widetilde{X}$ ont même projection si et seulement si il existe un automorphisme g de $\widetilde{X}$ tel que $g(y_1) = g(y_2)$.

§ 6. Détermination du groupe fondamental.

Nous venons de voir que la connaissance du groupe fondamental $\pi_1(X)$ d'un espace X permet de déterminer tous les revêtements de X. Il est donc intéressant de calculer explicitement $\pi_1(X)$ pour un espace X donné. Indiquons quelques exemples de tels calculs :

1) $X = \mathbf{R}^n$, *espace euclidien de dimension* n.

Soit f un lacet d'origine et d'extrémité le point de coordonnées $(0, ..., 0)$. Si $0 \leqslant u \leqslant 1$, posons $f_u(t) = u.f(t)$; on a $f_1 = f$, alors que le lacet f_0 est le lacet constant. Tout lacet f est donc homotope à 0, ce qui signifie que $\mathbf{R}^n$ *est simplement connexe*, autrement dit $\pi_1(\mathbf{R}^n) = 0$.

Le même raisonnement s'applique plus généralement à tout ouvert *convexe* de $\mathbf{R}^n$.

2) $X = \mathbf{S}_1$, *le cercle.*

Puisque $\pi_1(\mathbf{R}) = 0$, le revêtement $\mathbf{R} \to \mathbf{S}_1$ du § 1, *a*), est le *revêtement universel de* $\mathbf{S}_1$, et son groupe d'automorphismes est donc isomorphe à $\pi_1(\mathbf{S}_1)$. Or, ce groupe est évidemment formé des translations verticales d'amplitude na, où a est la distance de deux spires ; il est donc isomorphe au groupe $\mathbf{Z}$ des entiers, d'où :

$$\pi_1(\mathbf{S}_1) = \mathbf{Z}.$$

3) $X = \mathbf{S}_n$, *sphère de dimension* n *dans* $\mathbf{R}^{n+1}$ (*on suppose* $n \geqslant 2$).

On montre d'abord que tout lacet f sur $\mathbf{S}_n$ peut être déformé en un lacet en forme de « ligne brisée », composé d'arcs de grands cercles mis bout à bout (décomposer l'intervalle $I = [0, 1]$ en intervalles partiels dans lesquels le point $f(t)$ reste à l'intérieur d'un hémisphère fixe, et définir une déformation de cet hémisphère sur un arc de grand cercle). Ceci fait, on choisit un point P non situé sur le nouveau lacet f' (ce ne serait pas nécessairement possible pour f : courbe de Peano !). Le complémentaire de P dans $\mathbf{S}_n$ est homéomorphe à $\mathbf{R}^n$, comme on le voit en effectuant une projection stéréographique ; d'après 1), le lacet f' est donc homotope à 0 dans ce complémentaire, donc *a fortiori* dans $\mathbf{S}_n$, et il en est de même de f. D'où :

$$\pi_1(\mathbf{S}_n) = 0 \text{ pour } n \geqslant 2.$$

4) $X = \mathbf{P}_n$, *espace projectif de dimension* n.

Pour $n = 1$, $\mathbf{P}_1$ est homéomorphe à $\mathbf{S}_1$, donc $\pi_1(\mathbf{P}_1) = \mathbf{Z}$. Supposons donc $n \geqslant 2$. Dans ce cas, le revêtement $\mathbf{S}_n \to \mathbf{P}_n$ du § 1, *b*), est le

revêtement universel de $\mathbf{P}_n$, puisque $\pi_1(\mathbf{S}_n) = 0$; le groupe d'automorphismes de ce revêtement est donc isomorphe à $\pi_1(\mathbf{P}_n)$. Puisque le revêtement a deux feuillets, on en conclut que $\pi_1(\mathbf{P}_n)$ est le groupe à deux éléments. D'où :

$$\pi_1(\mathbf{P}_n) = \mathbf{Z}/2\,\mathbf{Z} \quad \textit{pour} \quad n \geqslant 2.$$

5) $X = \mathbf{T}^2$, *tore à deux dimensions.*

Le tore est homéomorphe au produit $\mathbf{S}_1 \times \mathbf{S}_1$. Comme il est facile d'établir la formule :

$$\pi_1(X \times X') = \pi_1(X) \times \pi_1(X'),$$

on en déduit :

$$\pi_1(\mathbf{T}^2) = \mathbf{Z} \times \mathbf{Z}, \textit{ groupe abélien libre à deux générateurs.}$$

On pourrait aussi raisonner directement en utilisant le fait que le plan $\mathbf{R}^2$ est le revêtement universel de $\mathbf{T}^2$, le groupe des automorphismes étant le groupe des translations $m\vec{\omega} + m'\vec{\omega'}$, où $\vec{\omega}$ et $\vec{\omega'}$ sont des vecteurs indépendants (cf. fonctions elliptiques).

Signalons que l'on peut prendre pour générateurs de $\pi_1(\mathbf{T}^2)$ un cercle méridien et un cercle parallèle.

6) X *est une surface orientable « à deux trous ».*

Dans tous les exemples précédents, on pouvait donner explicitement le revêtement universel $\tilde{X} \to X$, et l'utiliser pour obtenir $\pi_1(X)$. Ici, c'est beaucoup plus difficile (on pourrait toutefois y arriver au moyen de fonctions automorphes), et il faut employer une autre méthode.

On représente la surface X comme un polygone à 8 côtés que l'on identifie suivant le schéma $aba^{-1}b^{-1}cdc^{-1}d^{-1}$ (cf. fig. 5). Chacun de ces côtés représente donc un lacet sur X, dont on désigne la classe par $\alpha, \beta, \alpha^{-1}, \beta^{-1}, \ldots$, etc. Il est évident que le lacet produit $\alpha\beta\alpha^{-1}\beta^{-1}\gamma\delta\gamma^{-1}\delta^{-1}$ est homotope à 0. On démontre alors, par des méthodes de déformation assez semblables à celles utilisées dans 3), que les éléments $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ *engendrent* $\pi_1(X)$, et que toutes les relations qu'ils vérifient sont conséquences de la relation :

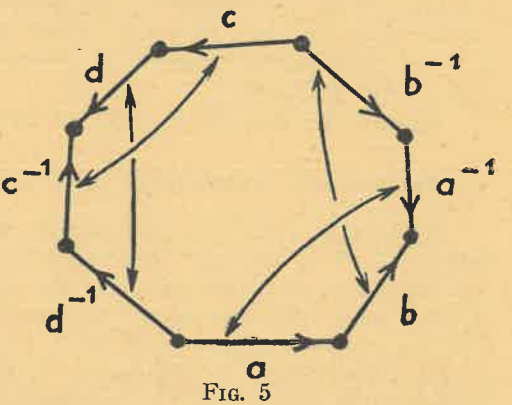


FIG. 5

$$\alpha\beta\alpha^{-1}\beta^{-1}\gamma\delta\gamma^{-1}\delta^{-1} = 1.$$

On peut donc écrire de façon abrégée :

$$\pi_1(X) = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\} / (\alpha\beta\alpha^{-1}\beta^{-1}\gamma\delta\gamma^{-1}\delta^{-1}).$$

On a là un exemple d'espace dont le groupe fondamental *n'est pas abélien.*

§ 7. Application de la notion de simple connexion : le théorème de monodromie.

La notion d'espace simplement connexe intervient en théorie des fonctions de variables complexes de la manière suivante :

Soit X un domaine du plan complexe **C**, soit x_0 un point de X, et soit f_0 une série entière en $(x - x_0)$, convergeant dans un voisinage de x_0 ; si x_t est un chemin sur X, d'origine x_0, on définit la notion de *prolongement analytique* de f le long de x_t ; c'est une opération qui n'est pas toujours possible, en général. Supposons que, pour la série f_0 donnée, le prolongement soit *toujours* possible, et supposons que X soit *simplement connexe*. Il existe alors une fonction holomorphe f sur X qui coïncide avec f_0 dans un voisinage de x_0 : c'est le *théorème de monodromie*. Il revient à dire que le prolongement analytique ne dépend pas du chemin suivi ; or, pour deux chemins voisins, c'est évident, et l'hypothèse de simple connexion permet de passer d'un chemin à un autre par une succession de chemins voisins.

Bien entendu, ce théorème n'est pas spécial aux fonctions d'une variable complexe ; il vaut aussi pour des fonctions de plusieurs variables complexes, des fonctions harmoniques, etc. La seule condition est qu'il y ait *localement* unicité du prolongement.

Le résultat suivant peut être rattaché au principe de monodromie :

Soient G et H deux groupes topologiques connexes, et soit f un « homomorphisme local » de G dans H, c'est-à-dire une application continue d'un voisinage de l'élément neutre de G dans H vérifiant $f(xy) = f(x).f(y)$ si x et y sont assez voisins de l'élément neutre, Alors, *si* G *est simplement connexe,* il existe un homomorphisme global de G dans H qui prolonge f.

Exemples : $G = \mathbf{R}$, $H = \mathbf{S}_1$, et $G = \mathbf{S}_3$, $H = \mathbf{SO}(3)$ (cf. § 1).

§ 8. Applications topologiques de la notion de groupe fondamental.

Le groupe $\pi_1(X)$ est évidemment un *invariant* de l'espace X : deux espaces X et X′ ne peuvent être homéomorphes que si leurs groupes fondamentaux sont isomorphes. On peut se demander si $\pi_1(X)$ est en rapport avec d'autres invariants topologiques de X, et en particulier avec *les groupes d'homologie de* X (voir l'exposé de L. SCHWARTZ). Le groupe d'homologie de dimension 1, $H_1(X)$, est en effet défini par une méthode très voisine de celle qui nous a servi pour $\pi_1(X)$: un lacet n'est pas autre chose qu'un cycle de dimension 1, et un lacet homotope à 0 est un bord. Toutefois, la réciproque n'est pas vraie (*loc. cit.*), et les groupes $\pi_1(X)$ et $H_1(X)$ sont en général distincts ; on a seulement :

Le groupe $H_1(X)$ *est isomorphe au groupe* $\pi_1(X)$ *rendu abélien.*

Il s'ensuit que $\pi_1(X)$ est un invariant *plus précis* que $H_1(X)$. L'exemple suivant est dû à POINCARÉ :

Soit K le groupe des rotations de l'espace $\mathbf{R}^3$ qui conservent un icosaèdre régulier ; on sait que K est isomorphe au groupe alterné de cinq lettres A_5. Dans le revêtement $p : \mathbf{S}_3 \to \mathbf{SO}(3)$ du § 1, *c*), l'image réciproque G de K est un sous-groupe de $\mathbf{S}_3$ ayant 120 éléments ; de

plus, le groupe G, rendu abélien, devient égal à 0. On définit alors $X = S_3/G$ comme le quotient de S_3 par la relation d'équivalence définie par G ; l'espace X est une variété compacte de dimension 3, ayant S_3 pour revêtement universel et G pour groupe fondamental. Il s'ensuit que $H_1(X) = 0$, et X *a même homologie que* S_3, bien que $\pi_1(X) = G$ soit différent de $\pi_1(S_3) = 0$. L'espace X est appelé un *espace de Poincaré.* Signalons à ce propos la *conjecture de Poincaré* (qui n'est toujours pas démontrée) :

Toute variété compacte, connexe, simplement connexe, de dimension 3, est homéomorphe à la sphère S_3.

Comme autre application du groupe fondamental à la topologie, signalons la *théorie des nœuds :*

Un nœud est un sous-espace N de $\mathbf{R}^3$ homéomorphe à un cercle S_1 ; autrement dit, c'est un chemin fermé sans points doubles de $\mathbf{R}^3$. Deux nœuds N et N′ sont *isomorphes* s'il existe un homéomorphisme de $\mathbf{R}^3$ tout entier sur lui-même qui transforme N en N′, et qui conserve l'orientation de $\mathbf{R}^3$. Un nœud isomorphe à un cercle d'un plan est dit *trivial* (il n'est pas réellement « noué »). Comment peut-on montrer qu'un nœud donné, par exemple le « nœud de trèfle » (fig. 6), n'est pas trivial ? On remarque que, si N et N′ sont isomorphes, leurs complémentaires $\mathbf{R}^3 - N$ et $\mathbf{R}^3 - N'$ sont homéomorphes, donc ont même groupe fondamental ; on est ainsi amené à étudier π_1 ($\mathbf{R}^3 - N$), c'est *le groupe du nœud* N ; deux nœuds ayant des groupes non isomorphes ne sont pas isomorphes. On a une méthode permettant de déterminer par générateurs et relations le groupe d'un nœud donné par sa projection ; dans le cas du nœud trivial, S_1, ce groupe est $\mathbf{Z}$; dans le cas du nœud de trèfle, on trouve le groupe engendré par deux générateurs x et y liés par la relation $xyx = yxy$. Comme ce groupe n'est pas abélien (il admet en effet comme quotient le groupe symétrique de trois lettres), il n'est pas isomorphe à $\mathbf{Z}$, et *le nœud de trèfle est bien noué,* comme on pouvait du reste s'y attendre !

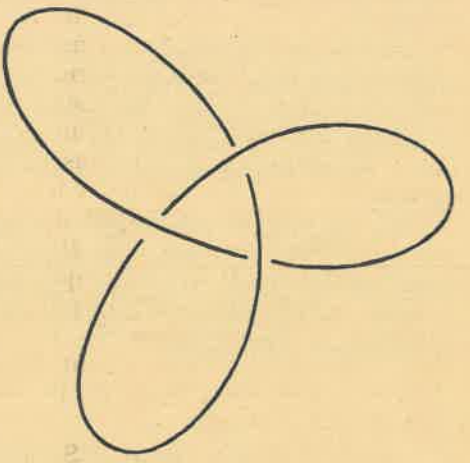


FIG. 6

Notons qu'ici encore les groupes d'homologie n'auraient été d'aucune utilité ; on a en effet $H_1(\mathbf{R}^3 - N) = \mathbf{Z}$ pour tout nœud N.

§ 9. Application aux théorèmes d'existence de fonctions algébriques.

Soit C une courbe algébrique, sans singularités, sur le corps $\mathbf{C}$ des nombres complexes, et soit f une fonction rationnelle sur C. On peut considérer f comme une application continue de C dans la sphère S_2 (identifiée au plan complexe $\mathbf{C}$ auquel on a ajouté un point à l'infini).

Nous écarterons le cas trivial où f est constante ; l'application $f : C \to \mathbf{S}_2$ fait de C un « revêtement ramifié » de $\mathbf{S}_2$; cela signifie que, si on enlève de $\mathbf{S}_2$ les points où l'application f a une différentielle nulle, on obtient un véritable revêtement $Y \to X$. L'espace X est donc égal à $\mathbf{S}_2$ privé de points $P_1, ..., P_r$, et Y est égal à C privé de l'image réciproque des P_i. Ceci étant, le *théorème d'existence de Riemann,* pour les fonctions algébriques d'une variable, s'énonce ainsi :

Tout revêtement connexe, à un nombre fini de feuillets, d'une sphère privée de points $P_1, ..., P_r$, *peut s'obtenir par le procédé ci-dessus, et cela de manière unique.*

(L'unicité est facile ; l'existence fait intervenir des moyens analytiques puissants ; la première démonstration (correcte !) est due à HILBERT).

Le groupe fondamental de $X = \mathbf{S}_2 - \{P_1\} - ... - \{P_r\}$ est le groupe libre (non abélien) à $r - 1$ générateurs ; l'énoncé ci-dessus peut donc se traduire en un théorème d'existence d'une fonction algébrique ayant un certain nombre de « déterminations » s'échangeant suivant $r - 1$ substitutions données. C'est la forme sous laquelle le donnait RIEMANN.

Si, au lieu de partir d'une courbe C, on part d'une surface S, on doit remplacer la droite projective $\mathbf{S}_2$ par le plan projectif complexe $\mathbf{P}_2(\mathbf{C})$, et les points $P_1, ..., P_r$ par des courbes algébriques $D_1, ..., D_r$ de ce plan ; le théorème d'existence (et d'unicité) est encore valable : c'est le *théorème d'Enriques.*

J.-P. S.

Indications bibliographiques

Le meilleur texte de référence est sans doute :

H. SEIFERT und W. THRELFALL. — *Lehrbuch der Topologie,* Teubner, 1934, photocopié par Chelsea en 1947 (voir chap. 7 et 8).

Pour la construction du groupe fondamental, du revêtement universel, et leurs applications aux groupes topologiques, voir aussi :

L. PONTRJAGIN. — *Topological groups,* Princeton, 1946 (chap. 8).

II. PAGES A RELIRE

«TOUT A ESPÉRER OU TOUT A CRAINDRE...»

Quelques extraits des écrits et des cours de Gabriel Lamé (1795-1870)

D'origine fort modeste, LAMÉ, né à Tours le 4 thermidor an III, vint, encore enfant, se fixer à Paris avec sa famille. A 16 ans il abandonne ses études à Louis-le-Grand pour entrer comme petit clerc chez un homme de loi. Mais il suit en cachette de tous, les classes de Mathématiques de son ancien lycée et a une nomination au Concours Général. On lui permet de préparer Polytechnique. Il y entre troisième en 1814. En 1816 l'école est licenciée. Il donne, pour vivre, des leçons de Mathématiques qui aboutissent à un petit chef-d'œuvre : *Examen des différentes méthodes employées pour résoudre les problèmes de Géométrie,* Paris, 1818.

« *Que doit-on le plus admirer, ou du calcul qui commence les travaux avec confiance et finit presque toujours par répondre à la question, ou de la Géométrie qui part sans rien promettre et revient quelquefois offrir, avec la solution du problème, celle de plusieurs autres qu'on ne lui demandait pas et qu'elle a recueillis sur son passage* » (1).

Les élèves licenciés ayant été, au bout d'un an, autorisés à subir leurs examens de sortie, LAMÉ, classé en tête, devient élève-ingénieur des mines. En 1820 il va, avec son ami CLAPEYRON, enseigner à Saint-Pétersbourg. Ils rentrent en France en 1831. LAMÉ est professeur de physique à l'Ecole Polytechnique de 1833 à 1844 où il devient examinateur de sortie. Membre de l'Académie des Sciences depuis 1843, professeur de physique mathématique à la Sorbonne à partir de 1850 après y avoir enseigné pendant deux ans le Calcul des probabilités, il se retire de l'enseignement actif en 1863.

LAMÉ a laissé un nom en Géométrie, en théorie des nombres (grand théorème de Fermat), en Physique mathématique (théorie de la chaleur), en Géométrie analytique (coordonnées curvilignes), en Analyse (fonctions elliptiques), etc...

Nous donnons quelques extraits de divers de ses écrits.

*
**

Lorsqu'un principe général est découvert, les applications de la science en sont les conséquences logiques, et c'est le raisonnement qui doit conduire à de nouveaux progrès. Au lieu de suivre péniblement la route que la science a suivie pour s'élever de découverte en découverte jusqu'au principe qui le résume, il faut s'élancer en sens contraire, descendre du principe aux faits partiels. Leur étude devient plus simple et plus complète : ce qui était obscur lors de la marche ascendante est alors éclairé d'une vive lumière, et les doutes disparaissent par l'infaillibilité du raisonnement (2).

*
**

(1) Cité par CHASLES, *Rapport sur les progrès de la Géométrie,* Paris, 1870, p. 46.

(2) *Esquisse d'un traité de la République,* 1848, cité par J. BERTRAND, « Eloge de G. LAMÉ ».

Soyez bien convaincus que vos travaux tendent infailliblement, comme ont fait les nôtres, vers la découverte du principe universel de la nature physique ; mais, éclairée par cette conviction qui nous manquait, votre marche sera beaucoup plus rapide que la nôtre : vous éviterez facilement les retards, les longueurs, les généralisations incidentes. Et, d'abord, soyez toujours au courant des lois qu'il s'agit d'expliquer, établies par les physiciens, les chimistes, les cristallographes et les géologues ; connaissez aussi les écarts et les anomalies de ces lois, érudition qui souvent nous a manqué. Ensuite, sachez manier tous les instruments des sciences exactes, sans exception et aussi sans exagération. Arrêtez-vous pour chacun d'eux un peu au-delà du point marqué par la dernière application. Recueillez ainsi toutes les méthodes analytiques, géométriques, cinématiques, utilisées par vos prédécesseurs. C'est surtout lors de cet approvisionnement que les retards sont menaçants. Qu'une méthode préférée vous retienne, vous absorbe, vous l'étendez par des généralisations non encore réclamées et vous oubliez le reste. La variété des préférences peut aussi partager votre groupe en plusieurs camps différents, exclusifs, sinon hostiles, et les retards s'accumulent. Enfin qu'arrivera-t-il si chaque camp imagine de désigner les autres géomètres par quelque épithète dépréciante, par exemple si le camp de l'analyse pure appelle rayon de courbure *ceux qui étudient les surfaces ou les courbes, si le camp de la géométrie pure croit amoindrir, annihiler ses adversaires en disant avec dédain : Ce ne sont que des analystes ? Ce qui arrivera, nous allons vous le dire : quelque pionnier vagabond, convaincu que la découverte dont il s'agit, comme toutes les grandes applications connues, ne peut surgir que d'un mélange harmonique de l'analyse et de la géométrie, extraira de vos travaux isolés les choses convenables ; puis, un beau jour, dans le fossé qui sépare les deux camps et à leur barbe, il dénouera le nœud gordien. Que cet adroit conquérant d'une seconde gloire newtonienne soit l'un des vôtres resté prudemment en dehors des fortifications, ou l'un des élèves du nouvel enseignement, ou tout autre, qu'il soit Italien ou Français, Anglais ou Allemand, Polonais ou Russe, cela nous serait parfaitement égal, car la découverte serait faite. Alors la science humaine, possédant le principe de la nature physique, marcherait à grands pas vers celui de l'organisme, et tous les savants seraient bien obligés de se ranger sous la nouvelle bannière* (3).

***

En dépit de tant de liens et malgré toutes les apparences d'une entente parfaite, c'est dans le camp des géomètres praticiens purs que s'est propagée une fausse appréciation de l'utilité des sciences exactes. Erreur, illusion dangereuse ; car si elle parvient à diriger l'enseignement, la décadence est imminente. Les ingénieurs, habitués à de pénibles travaux d'application, voyant clairement les imperfections de la théorie, ne pouvant y remédier à l'aide d'une analyse rigoureuse, ont essayé d'y suppléer par d'autres recherches ; ils ont créé une sorte de physique mathématique factice, s'appuyant sur des formules empiriques, c'est-à-dire déduites de l'expérience, et qui peuvent être employées, sans de graves erreurs, entre certaines limites. — Reconnaissons-le, ce travail préliminaire était utile, indispensable. L'industrie humaine ne peut régler son pas sur la marche mesurée et prudente de la science. Son impatience l'en éloigne ; elle se contente d'à-peu-près... Elle court à de nouvelles conquêtes, sans s'embarrasser de ce qu'elle laisse d'imparfait derrière elle. La véritable science arrivera là, plus tard, pour corriger, consolider, perfectionner. Mais, ne l'oublions pas, il faut que la science suive, et d'assez près pour être entendue, pour avertir quand on fait fausse route. Si vous étouffez sa main, si vous méprisez ses travaux, vous marchez à l'aventure ; vous vous perdrez infailliblement.

---

(3) Cité par J. BERTRAND, « Eloge de G. LAMÉ ».

Souvent, l'homme absorbé par un travail long et fatigant, auquel il a consacré sa vie active ou intellectuelle, finit par mal juger tout ce qui ne rentre pas dans le cercle restreint de ses idées ordinaires ; il est indispensablement conduit à refuser une valeur réelle à tout autre mode d'activité de l'esprit, à mépriser même ceux qui s'en occupent. Ainsi font beaucoup de praticiens : la science empirique qu'ils ont édifiée leur a suffi, a présidé à tous leurs travaux, leur a permis de les exécuter tant bien que mal ; alors, ils ne voient plus qu'elle ; ils la regardent comme la seule utile, comme la seule qui doive être enseignée à leurs successeurs. Ils oublient que s'ils ont pu créer cette science d'attente, c'est parce qu'ils avaient pu prendre leur point de départ sur un terrain solide dans la véritable science. Mais ils la méprisent aujourd'hui, ils la méconnaissent au point de nier les nombreux emprunts qu'ils lui ont faits. Et leur œuvre, encore si imparfaite, ils veulent la livrer à de nouveaux praticiens qu'ils auront formés dans l'ignorance de la vraie théorie ! Mais si cette nouvelle génération d'ingénieurs veut aussi réformer, que sera cette seconde puissance de l'à-peu-près ! ...

Les circonstances ont surtout favorisé la propagation de l'erreur ou de l'illusion que je déplore et dont je crains les résultats ; un excès de la division du travail a trop éloigné les ingénieurs du sujet de leurs premières études, et du commerce des théoriciens...

Placez des ingénieurs dans des circonstances telles, qu'ils doivent s'occuper à la fois de cours de théorie et de cours d'application, ils travailleront pour ne jamais abandonner la rigueur mathématique, et leur concours accélérera les progrès de la véritable science. Isolez-les, au contraire, chargez-les uniquement de cours d'application, ils resteront géomètres praticiens, et, de plus en plus identifiés avec leur science d'attente, ils essayeront de la faire régner seule et sans partage... Résultat déplorable qui conduit à penser qu'au lieu de restreindre, dans les écoles générales, l'enseignement théorique, pour tailler une plus large place aux cours dits pratiques, ce serait précisément le contraire qu'il faudrait faire, c'est-à-dire introduire, dans les écoles d'application, des cours de haute théorie, semer le bon grain à côté de l'ivraie, afin que les élèves ne perdent pas de vue les saines doctrines, que, constamment placés entre la rigueur mathématique et l'empirisme, leur choix ne soit pas douteux, et, qu'une noble passion aidant, ils fassent aussi tous leurs efforts pour hâter l'époque où l'on pourra se passer de l'à-peu-près. Si cette sage mesure avait été prise lors de l'organisation des corps savants, nous compterions aujourd'hui plus d'un Brisson, plus d'un Navier, plus d'un Coriolis, qui auraient cultivé la science, au lieu de la proscrire...

N'est-il pas clair, maintenant, que si l'on veut aider aux progrès de la science, si l'on veut hâter l'œuvre de notre siècle, ce qu'il faudrait faire aujourd'hui, ce serait d'encourager, d'exciter les géomètres théoriciens, d'augmenter leur nombre par tous les moyens possibles, de diriger l'enseignement des sciences exactes, de telle sorte que les élèves connaissent bien tous les instruments de l'analyse, ceux-là même qu'il faut perfectionner pour atteindre le but désiré ? Et l'on voit que cette conclusion toute naturelle est diamétralement opposée à celle de nos réformateurs... (4).

En résumé, si l'on veut absolument modifier l'enseignement des Mathématiques, deux systèmes opposés se présentent pour diriger les réformes. L'un d'eux propose de restreindre de plus en plus les cours de théorie, et de faire prédominer les cours

---

(4) Paul TANNERY, *Œuvres*, t. XVII, ou Histoire Générale de LAVISSE et RAMBAUD, Paris, 1893, t. XI :

« ...Le *plan d'études* du 10 avril 1852... La responsabilité de ces programmes paraît incomber surtout à l'astronome LE VERRIER... Cette influence s'exerça dans le même sens et d'une façon tout aussi fâcheuse pour la réorganisation de l'enseignement de l'Ecole Polytechnique, effectué d'après les votes d'une commission mixte nommée le 6 juillet 1850. »

d'application, les idées de pratique immédiate, en s'étayant sur des lois empiriques. L'autre demande, au contraire, que les cours de théorie soient complétés jusqu'aux dernières découvertes des géomètres, dans le but de restreindre de plus en plus l'espace occupé par l'empirisme dans les cours d'application. Le premier, ne croyant pas aux progrès futurs de la théorie, et satisfait de son état actuel, veut la fixer à tout jamais dans cet état. Le second, considérant que la science s'éteint et se perd quand on l'empêche d'avancer, et croyant fermement à ses progrès, veut les préparer et les exciter. On comprend toute la gravité du choix que l'on va faire. Ou le mouvement scientifique continuera à s'accélérer en France, jusqu'à l'achèvement de l'œuvre que j'ai définie ; ou bien l'honneur d'y mettre la dernière main appartiendra à une autre nation, et probablement à une autre époque. D'un côté la gloire, de l'autre la décadence. Tout à espérer ou tout à craindre (5).

⁂

Les dénominations que j'ai introduites m'ont paru nécessaires, pour signaler des origines, rappeler des propriétés caractéristiques, constater des analogies ou des différences (6). *Il en est dont je me suis d'abord servi, comme résumant les propriétés reconnues par une première étude, et que j'ai dû abandonner ou rejeter, après une étude plus complète qui démontrait leur insuffisance.*

Ces mutations sont inséparables de la méthode d'exposition que j'ai préférée, et qui consiste à suivre, autant que possible, la marche de l'invention, à supposer que l'on cherche et trouve successivement toutes les parties qui doivent compléter la théorie qu'on développe. Si, dans un temps d'arrêt, on résume par certains mots les propriétés déjà rencontrées, ces mots cessent d'être exacts après de nouvelles excursions. C'est ce qui arrive, sur une plus grande échelle, pour toutes les sciences progressives, sans excepter les Mathématiques : les dénominations les plus vraies à une époque, sont gênantes et fausses à une autre ; malheureusement, on ne peut pas toujours s'en débarrasser aussi facilement.

⁂

On reconnaîtra sans doute un jour que les programmes de l'enseignement d'une science principalement destinée aux applications devraient toujours suivre fidèlement les progrès de cette science, se modifier avec elle, adopter dès leur origine, les instruments des nouvelles découvertes, les substituer même aux anciens, dont l'impuissance et la stérilité actuelles sont suffisamment constatées. On sentira que cette mobilité des programmes, sagement réglementée, accélérerait les progrès des sciences appliquées, en formant, par un apprentissage mieux approprié, un plus grand nombre de bons et d'ardents travailleurs. Pour comprendre combien cette vérité si évidente est aujourd'hui méconnue, qu'on lise les programmes officiels de l'enseignement des Mathématiques pures, ils sont tels que les auraient faits LAPLACE *et ses élèves ; on n'y trouve pas trace des découvertes, si importantes pour l'avenir, de* FOURIER, *d'*ABEL, *de* JACOBI, *de* STURM *et d'autres géomètres modernes, dont les efforts incessants ont enfin réussi à faire marcher la science en dehors de la* Mécanique céleste.

Textes choisis et présentés par Jean ITARD.

---

(5) *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 1851.

(6) Préface aux *Leçons sur les Fonctions inverses des transcendantes*, Paris, 1857. Tout ce qui suit est extrait de cet ouvrage.

III. ESSAIS

SUR LA NOTION DE COURBE

I. Définition et calcul de la longueur d'un arc de courbe différentiable

1. Arc simple. — Nous appellerons *arc simple* un arc de courbe (C) continu et sans point double : par définition, il existe trois fonctions $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ définies et continues sur un certain segment $[a, b]$ tel que (C) soit le lieu des points $M(t)$ de coordonnées $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ par rapport à un système d'axes préalablement choisi. Dire que (C) est sans point double, c'est dire, par définition, que si t est différent de t', alors les points $M(t)$ et $M(t')$ sont distincts. (Voir II pour plus de détails).

Etant donnés trois points $M(t)$, $M(t')$, $M(t'')$, on dira que $M(t')$ est *entre* $M(t)$ et $M(t'')$ si t' est entre t et t''. Cette notion — de même que celle d'arc simple — ne dépend du paramétrage qu'en apparence ; étant donnés trois points distincts de (C), il en existe toujours un qui soit entre les deux autres.

On appelle polygone inscrit dans (C) un polygone dont les sommets *successifs* $M_0, M_1, \ldots, M_n$ sont tous des points de (C), M_0 et M_n étant les extrémités de (C) (*i.e.* les points de paramètre a et b), et M_i étant *entre* M_{i-1} et M_{i+1} $(1 \leqslant i \leqslant n-1)$. Un nombre fini de points de (C) définit un polygone inscrit et un seul.

Notons enfin que si (C) est un arc simple, et si l'on se borne à faire varier t sur un segment $[c, d]$ contenu dans $[a, b]$, on obtient un sous-arc de (C), qui est lui-même un arc simple.

2. Définition. — On appelle longueur L(C) de l'arc de courbe simple (C) la borne supérieure des longueurs de tous les polygones inscrits dans (C).

L(C) est donc un nombre positif, éventuellement infini ; si L(C) est fini, on dit que la courbe est *rectifiable*. De même que la notion de polygone inscrit, la longueur d'un arc simple (C) ne dépend du paramétrage qu'en apparence.

Théorème I. — La longueur d'un arc de courbe simple est une fonctionnelle additive.

Cela signifie que si l'on décompose (C) en deux sous-arcs (C') et (C'') en marquant sur (C) un point de division R compris entre les extrémités, alors

$$L(C') + L(C'') = L(C).$$

En effet, comme la réunion d'un polygone inscrit dans (C') et d'un polygone inscrit dans (C'') est un polygone inscrit dans (C) (ayant R comme sommet), on a $L(C') + L(C'') \leqslant L(C)$. L'inégalité en sens contraire provient de ce qu'il y a toujours un polygone inscrit dans (C) et ayant R pour sommet dont la longueur est supérieure à celle d'un polygone inscrit (P) arbitrairement donné : il suffit de considérer *le* polygone inscrit dont les sommets sont ceux de (P), plus R.

Remarque. — En général, une courbe Γ donnée par une représentation paramétrique quelconque continue n'est pas un arc simple (représentations impropres, points doubles). Mais le plus fréquemment, à l'aide d'un nombre fini de points de division, on pourra décomposer Γ en un nombre *fini* d'ensembles dont chacun est un arc simple (C_i) (cf. II). Par définition, la longueur de Γ sera la somme des longueurs des (C_i) : grâce au théorème I, on voit que cette longueur est indépendante du choix de la décomposition. La longueur de ces arcs plus généraux est évidemment encore une fonctionnelle additive.

3. Arcs continûment différentiables. — On appelle ainsi un arc admettant une représentation paramétrique $M(t)$ qui soit une fonction (vectorielle) admettant une dérivée continue. Le théorème que nous avions essentiellement en vue ici est le suivant :

Théorème II. — Tout arc simple, continûment différentiable, est rectifiable ; si $t \to M(t)$ est une représentation paramétrique d'un tel arc (C), sa longueur est donnée par $L(C) = \int_a^b |\overrightarrow{M'(t)}|\, dt,\ a \leqslant t \leqslant b$.

Démonstration. — Quitte à changer les notations, nous pouvons toujours supposer que les paramètres $t_0 = a, \ldots, t_i, \ldots, t_n = b$ correspondant aux sommets d'un polygone inscrit $M_0 \ldots M_n$ sont rangés dans l'ordre croissant (puisque par définition, ils sont rangés, soit dans l'ordre croissant, soit dans l'ordre décroissant). Or, $|\overrightarrow{V}|$ désignant la longueur du vecteur $\overrightarrow{V}$:

$$|\overrightarrow{M_i M_{i+1}}| = \left|\int_{t_i}^{t_{i+1}} \overrightarrow{M'}(t)\, dt\right| \leqslant \int_{t_i}^{t_{i+1}} |\overrightarrow{M'}(t)|\, dt \quad (i = 0, \ldots, n-1).$$

Ajoutons membre à membre ces n inégalités :

(Longueur du polygone inscrit $M_0 \ldots M_n$) $\leqslant \int_a^b |M'(t)|\, dt$, ce qui montre que la borne supérieure L(C) est finie, et inférieure ou égale à l'intégrale du second membre.

La courbe (C), et *a fortiori* tout sous-arc de (C), est donc rectifiable : soit $s(t)$ la longueur du sous-arc d'extrémités $M(a)$ et $M(t)$. Il s'agit de calculer $s(b)$: nous allons le faire en montrant que la fonction $s(t)$ est continûment différentiable sur le segment $[a, b]$, et en calculant sa dérivée.

Supposons d'abord $h > 0$; d'après le théorème I, la longueur de l'arc d'extrémités $M(t)$, $M(t+h)$ est $s(t+h) - s(t)$; compte tenu du fait qu'une corde est un polygone inscrit particulier, et de la majoration que nous venons d'obtenir pour la longueur d'un arc différentiable, on a, puisque h est positif :

$$(1)\qquad \left|\frac{|M(t+h) - M(t)|}{h}\right| \leqslant \frac{s(t+h) - s(t)}{h} \leqslant \frac{1}{h}\int_t^{t+h} |\overrightarrow{M'}(t)|\, dt.$$

Si h était négatif, on aurait les inégalités :

$$\frac{|M(t+h) - M(t)|}{h} \geqslant \frac{s(t) - s(t+h)}{h} \geqslant \frac{1}{h}\int_{t+h}^{t} |\overrightarrow{M'}(t)|\, dt.$$

Par suite (1) est valable quel que soit le signe de h. La fonction (scalaire) $|\overrightarrow{M'}(t)|$ étant continue, elle est la dérivée de sa primitive : on voit ainsi que si $h \to 0$, $\frac{s(t+h) - s(t)}{h}$ tend vers $|\overrightarrow{M'}(t)|$, et le théorème II est entièrement démontré.

Remarque. — Le théorème II s'étend de toute évidence aux arcs continûment différentiables non simples qui sont décomposables en un nombre fini d'arcs simples (cf. Remarque du n° 2) ; il s'étend aussi aux arcs continûment différentiables sauf en un nombre fini de points pourvu que $|\overrightarrow{M'}(t)|$ soit intégrable sur chacun des sous-intervalles (ouverts) de $[a, b]$ qui restent lorsque l'on a supprimé les points où la courbe n'était pas continûment différentiable. Cette remarque suffirait, à notre avis, à justifier l'intérêt de toute théorie de la rectification permettant d'établir le théorème I *avant* l'exposition d'un mode de calcul explicite : il faut tout de même être capable, au bout de la théorie, de retrouver la longueur d'une ligne brisée, qui n'est malheureusement pas une courbe continûment différentiable.

II. La notion de courbe

1) Arc de courbe.

Définition. — Nous appellerons *arc simple continu* (ou plus brièvement *arc de courbe*) un ensemble de points (C) de l'espace tel qu'il existe une application *continue* et *biunivoque* d'un segment de droite I *sur* (C). En d'autres termes, à tout point M de (C) est associé un nombre réel t ($a \leqslant t \leqslant b$) et un seul, tel que la fonction (à valeurs vectorielles) f qui à t fait correspondre ce point M soit continue. On écrira $M = f(t)$: une courbe est donc définie par une représentation paramétrique ; comme celle-ci n'est évidemment pas unique, il faudra distinguer les notions attachées à la représentation paramétrique de celles attachées à la courbe ; on devra toujours dégager le caractère intrinsèque de ces dernières en montrant qu'elles sont indépendantes du choix de la représentation paramétrique. C'est ce qui est omis trop souvent dans les cours.

Nous commencerons par étudier comment on passe d'une représentation paramétrique f d'une courbe (C) à une autre représentation paramétrique g.

Théorème I. — Soient $M = f(t)$ et $M = g(u)$ ($a \leqslant t \leqslant b$, $c \leqslant u \leqslant d$) deux représentations paramétriques d'un même arc simple continu (C). Alors u est une fonction continue et strictement monotone du paramètre t.

En effet, l'équation $f(t) = g(u)$ a une solution et une seule en u, quel que soit t, $a \leqslant t \leqslant b$, puisque g est biunivoque. Elle définit donc une fonction $u = \varphi(t)$; cette fonction est biunivoque comme f. Elle est continue : soit en effet t_n une suite de points tendant vers t_0 ($a \leqslant t_0 \leqslant b$) ; pour tout point d'accumulation w de la suite $u_n = \varphi(t_n)$ on a $c \leqslant w \leqslant d$ et par suite $g(w) = f(t_0)$, d'où $w = \varphi(t_0)$, en vertu de la continuité de f et de g et de la biunivocité de g.

Il ne reste plus qu'à montrer que φ est strictement monotone ; cela va résulter d'un lemme classique, dont malheureusement seule la réciproque est au programme des classes de Spéciales.

Lemme. — Toute fonction h à valeurs réelles, définie, continue et biunivoque sur un segment $[a, b]$, est strictement monotone sur ce segment.

Démontrons ce lemme. Prouvons d'abord l'énoncé suivant : (A). Considérons trois valeurs, x, x', x'', telles que $a \leqslant x' < x < x'' \leqslant b$. Alors, si $h(x') < h(x)$ on a $h(x'') > h(x)$ et si $h(x') > h(x)$ on a $h(x'') < h(x)$.

En effet, puisque $x'' > x$, on ne peut avoir, vu la biunivocité de h, $h(x'') = h(x)$. Si, par exemple, $h(x') < h(x)$ on ne peut avoir non plus $h(x'') < h(x)$ car h prendrait dans chacun des intervalles $]x', x[$ et $]x, x''[$ toute valeur k à la fois supérieure à $h(x')$ et $h(x'')$ et inférieure à $h(x)$.

Montrons alors que si, par exemple, $h(b) > h(a)$, h est strictement croissante sur le segment $[a, b]$: en effet, cette hypothèse et (A) prouvent que les inégalités $a < x < y < b$ entraînent

$$h(a) < h(x) < h(y) < h(b).$$

Le théorème I est entièrement démontré.

2) Arc de courbe orienté.

Il résulte du théorème I que l'ensemble des représentations paramétriques d'un arc de courbe (C) est constitué de deux classes sans élément commun : deux représentations paramétriques sont dans la même classe si l'on passe de l'une à l'autre en effectuant sur le paramètre de la première une transformation continue et biunivoque croissante et dans deux classes différentes si cette transformation est décroissante. Orienter l'arc de courbe, c'est faire choix de l'une des deux classes, en se bornant à considérer les représentations paramétriques appartenant à cette classe.

Définition. — Un arc de courbe orienté est défini par la donnée simultanée d'un arc simple continu et de l'une des deux classes de représentations paramétriques de cet arc simple. Une représentation paramétrique d'un arc de courbe orienté est l'une quelconque des applications de la classe choisie. Une représentation paramétrique $M = f(t)$ $(a \leqslant t \leqslant b)$ d'un arc de courbe simple définit un arc orienté et un seul : on dit que c'est l'arc orienté dans le sens des t croissants.

Etant donné un arc orienté (Γ), la classe de représentations paramétriques non choisie définit ce que l'on appelle l'orientation opposée de (Γ). Si $f : t \to M(t)$ $(a \leqslant t \leqslant b)$ définit un arc de courbe orienté, alors $g : t' \to M\,(b + a - t')$ $(a \leqslant t' \leqslant b)$ définit l'arc de courbe muni de l'orientation opposée. Si $f : t \to M(t)$ $(a \leqslant t \leqslant b)$ définit un arc de courbe orienté, $M(a)$ s'appelle l'origine et $M(b)$ l'extrémité de l'arc orienté. Plus généralement, si $t < \tau$, on dit que $M(t)$ est situé avant $M(\tau)$ sur l'arc orienté : cette relation est une relation d'ordre.

Les notions d'origine, d'extrémité, d'arc orienté, de point situé avant un autre sur un arc orienté, sont intrinsèques : elles ne changent pas si l'on remplace la représentation paramétrique f par une représentation de sa classe : par contre, l'origine et l'extrémité se permutent si l'on remplace l'orientation choisie par l'orientation opposée : si M est situé avant M' sur un arc orienté (Γ), M' est situé avant M sur l'arc ayant l'orientation opposée.

3) Polygone inscrit dans un arc orienté.

On appelle ainsi une ligne brisée $M_0M_1 \ldots M_n$ dont les sommets successifs M_i sont des points de l'arc tels que M_0 soit l'origine de l'arc, M_n l'extrémité et que, quel que soit i, M_i soit situé avant M_{i+1} sur l'arc orienté.

Si $M_0M_1 \ldots M_n$ est un polygone inscrit dans un arc de courbe orienté, le polygone $M_0M_1 \ldots M_n$ est inscrit dans l'arc ayant l'orientation opposée.

4) Notion de courbe.

La notion d'arc de courbe est insuffisante dans la pratique : un cercle, de même que toute courbe fermée ou ayant des points doubles, n'est pas un arc simple continu. On est donc conduit à poser une définition du type suivant :

Définition. — On appelle *courbe orientée* la donnée, dans un ordre déterminé, d'un nombre fini d'arcs de courbe orientés $C_1, \ldots, C_n$ tels que l'extrémité de C_i coïncide avec l'origine de C_{i+1}, $i = 1, \ldots, n-1$.

En changeant les orientations de tous les C_i et en les énumérant dans l'ordre inverse on obtient la courbe orientée dans le sens opposé.

Il est manifeste qu'une courbe orientée est susceptible d'une représentation paramétrique $M = f(t)$ $(a \leqslant t \leqslant b)$, $f(t)$ étant encore une fonction continue mais plus nécessairement biunivoque : il peut arriver que pour $t' \neq t''$ on ait

$$f(t') = f(t'') = M :$$

le point M est alors appelé un point double de la courbe orientée.

Contrairement à celle d'arc simple non orienté, la notion de courbe non orientée ne semble pas intéressante en raison de la présence possible d'une infinité de points doubles.

Une courbe simple orientée sans point double est un arc simple orienté et réciproquement. Une courbe fermée est une courbe telle que l'origine de C_1 coïncide avec l'extrémité de C_n : une courbe fermée simple ou courbe de Jordan est une courbe fermée n'admettant pas d'autre point double que l'origine de C_1.

Pour une courbe fermée on a toujours $n \geqslant 2$, et pour une courbe fermée simple on peut toujours prendre $n = 2$.

J. Frenkel (*Faculté des Sciences de Paris*),
et A. Fuchs (*Faculté des Sciences de Strasbourg*).

IV. PROBLÈMES PÉDAGOGIQUES

BABEL ET LES MATHÉMATIQUES

« *Pas de géométrie sans la parole.* »
Paul VALÉRY (*Eupalinos*).

L'Association des Professeurs de Langues Vivantes (A.P.L.V.) avait mis à l'ordre du jour de ses journées d'études des 30, 31 octobre 1957, le sujet suivant : « Les langues vivantes et les sciences ». Aimablement invités par nos Collègues linguistes à présenter le point de vue des professeurs de Mathématiques, nous avons sollicité des Collègues mathématiciens, sans nous douter que nos demandes de documentation seraient aussi favorablement accueillies.

Comme il arrive souvent, en posant un problème de coordination des enseignements de deux disciplines différentes, on approfondit aussi les idées sur lesquelles se fonde notre propre pédagogie. Ici se retrouve la question du langage et des Mathématiques traitée par M. Laurent SCHWARTZ, *lors de nos journées de Sèvres, juste un an auparavant (Cf.* Bulletin 184, p. 262). *Le fait qu'il s'agisse de langues étrangères change-t-il complètement la position du problème ?*

A côté des contributions de linguistes, MM. MARTIN *et* OTT, *se trouvent ici réunies les remarques variées de professeurs scientifiques.*

Faute de place, nous ne pouvons, pour cette fois, que mentionner les contributions de nos Collègues GENTILHOMME (*qui enseigne à Besançon les Mathématiques au Lycée et le russe à la Faculté des Lettres*), *et* VIVIEN (*qui avant d'enseigner à Nice exerça pendant une dizaine d'années au Lycée français de Londres*). *Citons enfin l'article d'un linguiste anglais,* E.-D. NISBET, *publié dans le premier numéro de la revue* Contact (*publication de la Fédération Internationale des Professeurs de Langues Vivantes*). *Si les textes réunis ci-dessous présentent des répétitions, on voudra bien s'accommoder de cet inconvénient inévitable des recherches collectives largement compensé, à notre sens, par la belle impression de convergence de ces témoignages originaux.*

⁂

Les langues vivantes et les sciences

Nous sommes tous profondément conscients de l'actualité du problème que pose la coopération de deux groupes de disciplines, traditionnellement classés dans deux ressorts très distincts.

Si nous sommes amenés à nous préoccuper maintenant les uns et les autres de cette question — et je n'ignore pas que certains de nos collègues scientifiques l'ont déjà étudiée — ce n'est pas seulement à cause de l'immense essor des sciences et des techniques auquel nous assistons, c'est aussi parce que la puissance relative de notre pays dans le monde a décliné depuis un siècle et que l'utilisation de la langue française y est en régression. C'est un fait qu'il est douloureux, mais nécessaire, de rappeler. Les nations de grand rendement scientifique et technique n'utilisent pas le français, ni une langue mondiale artificielle dans leurs ouvrages et dans leurs revues spécialisées : elles emploient leur idiome national.

Or la tradition de notre enseignement actuel remonte à une époque où l'hégémonie politique et culturelle de la France paraissait bien établie en Europe et où le rayonnement de sa langue pouvait dispenser ses citoyens d'en apprendre une autre. Les diverses réformes qui ont eu lieu depuis lors, ont apporté des modifications

profondes, mais n'ont pas changé l'optique initiale dans laquelle avait été conçu l'enseignement des langues vivantes. Celui-ci fait partie des « lettres », c'est-à-dire des disciplines consacrées à l'étude de l'homme, donc à ce que certains considèrent peut-être comme une sorte de narcissisme, dont je dirai tout à l'heure la nécessité et la grandeur, mais qui ne conduit pas directement à une élucidation, ni à une conquête de la matière.

Aujourd'hui, la connaissance des langues vivantes n'est pas simplement utile pour étudier l'humanité à travers l'espace et le temps, elle est devenue aussi un moyen d'action et un instrument indispensable de l'information scientifique.

Les jeunes générations en ont pleinement conscience. Si nous nous demandons quels sont ceux de nos élèves de Première qui, après le Baccalauréat, continuent à étudier les langues modernes, nous constaterons que, dès maintenant, les scientifiques constituent dans ce groupe une majorité. Et il n'est pas douteux que cette proportion ne fera que croître dans les années à venir. Certes, les langues vivantes sont absentes de la Faculté des Sciences. Mais elles le sont aussi de la Faculté de Droit et de cette Faculté des Sciences humaines que constituent l'Ecole de Médecine et ses annexes. A la Faculté des Lettres elles ne sont enseignées de manière intensive qu'à ceux qui se destinent à les enseigner eux-mêmes. Les grandes Ecoles littéraires qui leur réservent une place, d'importance du reste fort inégale, les Ecoles Normales Supérieures, l'Ecole des Chartes, l'Ecole Nationale d'Administration, l'Ecole des Langues Orientales, sont peu nombreuses et, à l'exception de cette dernière, ne comportent que des effectifs relativement réduits.

Par contre, presque toutes les grandes Ecoles scientifiques et techniques et toutes les Ecoles de Commerce et les classes qui préparent à leurs concours d'admission comportent l'enseignement d'une et parfois de deux langues modernes. Pour mesurer l'éventail des Ecoles scientifiques, il suffit de jeter un coup d'œil sur la longue liste des établissements auxquels prépare la classe de Mathématiques Spéciales. A cela s'ajoutent encore l'Ecole Centrale, la gamme des Ecoles militaires, agronomiques, etc... Dès maintenant, et avant même que l'orientation vers les sciences n'exerce son plein effet, les professeurs de langues vivantes dispensent un enseignement qui se trouve être exploité, sur le plan professionnel, surtout par des scientifiques, des techniciens et des commerçants. Il n'en résulte nullement que la grande masse de nos élèves qui, après le Baccalauréat, ne fait pas des connaissances que nous leur avons inculquées un usage lucratif, mérite moins notre sollicitude. Mais cet état de choses montre clairement que les disciplines scientifiques et linguistiques coopèrent à la formation d'un personnel commun important par ses effectifs comme par son rôle dans la vie de la nation. Il est donc nécessaire qu'elles se mettent d'accord dans toute la mesure du possible sur les fins à poursuivre et sur la ventilation entre elles des moyens disponibles pour y parvenir. Les horaires, les coefficients aux examens et aux concours constituent une partie non négligeable de ces moyens.

***

Voici, d'après une très simple enquête à laquelle je me suis livré auprès de mes élèves de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines, l'usage qu'un ingénieur peut être appelé à faire de ses connaissances de langues vivantes. Suivons-le tout au long de sa carrière :

— Etudiant, élève d'une grande Ecole, il va faire plusieurs stages à l'étranger, dans des pays différents. Chargé de rédiger des travaux personnels de synthèse, il lui est nécessaire de pouvoir consulter et comprendre des études et des revues étrangères spécialisées.

— Quand il a obtenu son diplôme d'ingénieur et qu'il est installé dans ses fonctions, la connaissance des langues vivantes lui est indispensable, d'abord pour se

procurer une information à jour et une documentation suffisamment panoramique, ensuite pour participer efficacement à des conférences, à des rencontres et à des négociations internationales. L'intérêt de celles-ci n'est pas simplement spéculatif ; il est souvent vital pour notre pays, si l'on songe que des coalitions économiques, politiques, militaires, comme l'O.T.A.N., l'Euratom, la C.E.C.A., le Marché commun, divers accords culturels, coordonnent la recherche scientifique, puis la planification, le financement de l'exploitation de certaines réalisations techniques qui sont capitales pour une partie du globe.

— Notre ingénieur connaît encore d'autres devoirs. L'exploitation des brevets français, celle de nos diverses réalisations techniques nationales, exigent qu'il soit en mesure de contribuer à notre expansion commerciale. Il doit être capable de prospecter les marchés au-delà de nos frontières, il doit pouvoir, après avoir collaboré comme expert à diverses négociations, devenir à l'étranger un directeur de travaux. Et, ceux-ci terminés, il aura à mettre sur pied et à contrôler des services d'entretien, de réparations, d'après-vente. Bien plus, il lui incombera de former à nos méthodes des ingénieurs et des techniciens étrangers.

Il est, certes, des hommes de moindre envergure, mais ce qui est vrai de cet ingénieur de premier plan, l'est aussi, dans une partie des étapes que j'ai mentionnées, pour le chercheur, et, dans une autre, pour le simple technicien. On sait que nos usines exportatrices d'automobiles envoient même de simples agents techniques Outre-Atlantique pour assurer, à la demande de leurs clients, des services d'après-vente.

Est-il nécessaire de dire que l'obligation de recourir, au stade de la recherche, à des traductions et, au stade de l'exploitation, à des interprètes, serait, à notre époque où les découvertes et la concurrence commerciales vont vite, non seulement une source de retard, mais la cause d'une paralysie certaine.

Quels sont donc, exprimés en termes pédagogiques, les besoins de l'ingénieur que nous avons pris comme exemple ? Grand voyageur, appelé à avoir affaire à des partenaires de tous les niveaux sociaux, il devra connaître la langue pratique, banale, mais indispensable, de tous les jours, celle des gares, des aérodromes, des paquebots, des taxis, des hôtels, des restaurants, du téléphone, du bureau, du pharmacien, etc... Chargé dans des négociations ou des congrès d'un rôle d'observateur ou de négociateur, il lui faudra avoir l'oreille rompue au parler étranger et suffisamment exercée pour n'être pas surprise par l'accent régional ou le défaut d'élocution de tel ou tel orateur... Enfin, un ingénieur ne passe pas sa vie à creuser des mines ni à édifier des combinats, il lui arrive d'être invité à déjeuner, de devoir satisfaire à certaines obligations sociales. C'est parfois en parlant musique avec un Ministre des Finances et littérature avec un industriel, qu'on établit d'utiles contacts pour l'avenir. Et c'est en marge de leurs techniques que les techniciens aiment à se retrouver pour se sentir un peu des hommes. Notre ingénieur devra donc posséder la langue de la société cultivée et aussi ces quelques connaissances sur la culture et la civilisation du peuple dont il est l'hôte, qui lui éviteront de parler de corde dans la maison d'un pendu, de se tromper de dictateur dans les pays où l'on en change souvent et de prendre le Pirée pour un homme.

On attendra naturellement de lui qu'il sache s'exprimer dans la langue étrangère des notions mathématiques et scientifiques générales. Enfin, il aura dû étudier le langage propre à sa spécialité.

*
**

Dans quelle mesure notre enseignement, à ses divers stades, contribue-t-il à donner à nos élèves, à nos étudiants, les moyens de satisfaire aux besoins dont nous venons de dresser cet état sommaire ?

Deux de mes collègues diront, je crois, tout à l'heure, avec plus de compétence la formation linguistique que nos futurs ingénieurs reçoivent dans les classes préparatoires aux grandes Ecoles, et dans les grandes Ecoles elles-mêmes.

Dans les classes du Second Degré, nos programmes, nos manuels, nos méthodes, prévoient l'acquisition de la langue courante et pratique, ainsi que des connaissances de civilisation et de littérature qui constituent le bagage culturel d'un honnête homme. L'utilisation des assistants étrangers, de disques, de magnétophones, l'organisation, sous diverses formes, de séjours dans les pays dont nos élèves apprennent la langue, permettent un entraînement de l'oreille et de l'expression.

Par contre, il est certain que le vocabulaire scientifique et technique étranger est peu enseigné dans nos Lycées. Dans quelle mesure et sous quelle forme serait-il convenable et souhaitable qu'il le fût ?

On peut parfaitement imaginer une méthode d'apprentissage des langues vivantes rigoureusement limitée aux besoins d'une clientèle scientifique et dépouillée de tout ce qui ne correspondrait pas aux besoins professionnels stricts d'un chercheur, d'un ingénieur ou d'un technicien. Un manuel d'allemand en deux volumes, rédigé selon cette conception, a été publié par le Centre national de la Recherche scientifique. Dès la page 8, l'élève y est invité à faire le thème suivant : « Carbonate de sodium, propriétés chimiques des acétones, la recherche du niobium en présence de tantale, etc... » Par contre, le pronom relatif n'apparaît qu'à la page 78, la place de la négation n'est mentionnée qu'à la page 85. Autrement dit, dans cet ouvrage intéressant et audacieux, dont je ne fais nullement la critique, le vocabulaire spécialisé bénéficie d'une priorité absolue, non seulement sur les mots de la vie quotidienne, mais aussi sur des éléments essentiels de la structure de la langue. C'est à quelques accommodements près, à cette formule sélective et rapide qu'un enseignement des langues vivantes, visant uniquement à la formation spécialisée de spécialistes, doit presque inévitablement aboutir. Je ne pense pas que cette méthode, du moins dans les limites qu'elle se propose, soit plus inefficace qu'une autre. Serait-il souhaitable que nous l'utilisions dans l'Enseignement Secondaire ?

Tout d'abord, il serait absurde d'enseigner dans une langue étrangère l'expression de notions scientifiques que les élèves n'auraient pas encore acquises. Cette seule considération limite en fait au second cycle les classes où l'acquisition d'un vocabulaire scientifique serait logiquement possible. D'autre part, pour des raisons psychologiques et pédagogiques compréhensibles, le nombre de mots enseignés à chaque échelon de la scolarité a été limité. De quelle science allons-nous donc choisir d'enseigner le vocabulaire ? Il est évident que nous devrons nous borner aux termes qui présentent un intérêt commun pour la majorité des futurs spécialistes de tous ordres. Comment en établir la liste ? Seule, une Commission, composée de représentants des diverses disciplines scientifiques et linguistiques pourrait mener à bien ce travail considérable, qui constituerait une base de départ solide pour une initiation progressive.

Enfin, nos classes comptent des enfants qui n'aurant plus tard aucune activité scientifique. Ils seront juristes, administrateurs, hommes d'affaires, commerçants, diplomates, à moins qu'ils n'appartiennent à l'espèce répandue, majoritaire dans la nation, de bacheliers sans spécialisation ultérieure, ou, à un âge plus tendre, des lauréats du B.E.P.C.

Cependant, même si notre clientèle scolaire devait se limiter aux futurs scientifiques, notre enseignement n'en devrait pas moins déborder largement, généreusement, les limites de leur spécialisation en puissance. Certes, il est concevable, mais il n'est pas souhaitable, que l'enseignement des langues vivantes soit réduit un jour au rôle étriqué d'auxiliaire de la formation scientifique. Et cela pour des raisons auxquelles nous sommes tous ici profondément sensibles. Il n'y a pas tellement d'années qu'en Allemagne nous avons connu l'exemple d'un enseignement fondé sur ce que Montaigne aurait appelé « une science sans conscience ». Nous avons tous appris

ce que certains biologistes, par exemple, se sont cru le droit de tenter, au nom des intérêts supérieurs de la connaissance, sur la personne de détenus qui leur étaient livrés. Le matériel humain qui nous est confié, à nous, dans nos classes, ce ne sont pas seulement des ingénieurs, des techniciens, des spécialistes... ce sont des hommes. Ils seront aussi des amis, des fiancés, des parents, ils seront des citoyens, des soldats. Ils seront notre police, nos ministres, ils fixeront l'âge et le montant de nos retraites, mes chers Collègues, et nos droits aux congés de maladie... Laissez-nous leur donner un peu d'humanité, ou plutôt nourrir celle qui est naturellement en eux !

Il n'y a pas que les littéraires qui attachent tant de prix aux qualités simplement humaines. L'an dernier, si j'en crois cette coupure de presse (1), le Directeur général des usines SIMCA déclarait devant une centaine de jeunes étudiants : « La technique évolue si rapidement que ce qui compte chez le technicien, c'est bien plus son aptitude à apprendre du nouveau, son esprit d'analyse, ses facultés de jugement et d'adaptation, sa culture générale, disons-le, que les connaissances acquises à l'école professionnelle. Chez les membres de la maîtrise et des cadres, l'aptitude au commandement, le sens de l'organisation, la faculté d'établir de bonnes relations humaines, sont essentiellement liés à la valeur personnelle et non pas à des connaissances techniques. »

Divers témoignages nous disent que les Américains eux-mêmes, longtemps partisans d'une spécialisation précoce et rigoureuse, en viennent, eux aussi, à constater de plus en plus l'importance de ce facteur difficilement calculable qu'est la valeur humaine.

*
**

Mais, me direz-vous, en quoi l'enseignement des langues vivantes peut-il accroître cette valeur ? D'autres disciplines littéraires ont aussi pour objet l'étude de l'homme. La nôtre a le privilège d'observer celui-ci tel qu'il est aujourd'hui, aux prises avec les problèmes actuels et dans un cadre qui est le seul concevable pour les besoins de l'économie et de la science moderne : celui du monde. Nos grands élèves nous le disent souvent : ils ont chez nous l'impression de respirer une bouffée d'air du large, nous leur ouvrons des fenêtres.

Du reste, dans ce qu'il a de proprement littéraire, notre enseignement cherche essentiellement à cultiver des qualités qui sont indispensables à un esprit scientifique. Pourquoi proposons-nous à nos élèves des textes de grands auteurs, plutôt que des articles de presse ? — Lorsqu'on veut mesurer exactement l'action de la pesanteur, on choisit des balances de précision. Eh bien, il n'y a que les grands écrivains qui pèsent leurs mots au juste poids. Leurs textes sont la matière de notre observation, l'objet de nos analyses ; la propriété des termes, non seulement dans les langues étrangères, mais dans notre propre langue, est notre constant souci, comme il est le vôtre, mes chers Collègues scientifiques. Enfin, nous n'ignorons pas l'épreuve décisive de l'expérimentation : les voyages à l'étranger de nos élèves, leurs correspondances par-delà les frontières, leurs conversations avec nos assistants, sont autant de bancs d'essai où les connaissances que nous leur inculquons sont expérimentées sans ménagement.

Ne croyez pas que je cherche par cette argumentation à nier maintenant la nécessité que j'ai admise tout à l'heure d'introduire dans notre enseignement un vocabulaire scientifique et technique d'intérêt général et convenablement dosé. Celui-ci peut parfaitement s'intégrer dans le cadre d'un enseignement humaniste. Il y a deux stades où le savoir abstrait a un visage humain : à sa naissance, puis quand son effet sur l'homme se manifeste. L'histoire des découvertes, des inventions, des techniques, fait partie de l'étude de la civilisation des peuples étrangers, à laquelle nous consacrons

(1) *Figaro*, 20 novembre 1956.

une partie de nos cours. Et, non seulement, il n'est pas malaisé de montrer les liens profonds qui existent, à chaque époque, entre les grands œuvres littéraires et l'évolution scientifique, mais il serait faux de ne pas le faire. Le romantisme allemand n'est pas concevable sans la naissance de la chimie moderne et la découverte du magnétisme, Nietzsche est incompréhensible sans la théorie de l'évolution des espèces.

Nous pouvons parfaitement, en partant de grands textes, évoquer des épisodes importants de l'histoire des sciences et des techniques et enseigner à cette occasion, dans un cadre qui le fera comprendre, le rudiment d'un vocabulaire spécialisé. Et l'on voit sans peine, d'autre part, quelle place celui-ci viendra inévitablement occuper quand nous décrirons à nos élèves, quand nous leur projetterons sur un écran, le paysage des usines de la Rühr ou les ateliers des industries chimiques de Ludwigshaffen et de Mannheim.

Mais je dois exprimer ici une crainte : tous les efforts que nous faisons, que nous sommes disposés à faire, seront inutiles et notre intention de coopérer plus étroitement avec vous, à la formation de générations de scientifiques, restera une formule purement académique, si nos élèves restent privés du moyen d'entretenir leurs connaissances jusqu'au terme de leurs études secondaires. L'étude d'une langue ne comporte pas seulement une initiation intellectuelle, mais aussi un entraînement physique, comme le violon ou le piano. Chacun sait qu'il suffit à un adulte d'un séjour parfois relativement bref dans un milieu étranger pour désapprendre sa langue maternelle. On peut imaginer avec quelle rapidité un enfant, dans son milieu national, désapprendra une langue étrangère. C'est ce dont nos élèves sont victimes dans les classes terminales des Lycées où les langues vivantes ne disposent que d'un horaire d'une heure 1/2 par semaine. D'autre part, le coefficient qui leur est affecté à la deuxième partie du Baccalauréat détourne tout esprit raisonnable de consacrer le moindre effort à des matières aussi peu rentables.

Le résultat est le suivant : nos futurs ingénieurs, nos chercheurs, nos techniciens, vont perdre par la suite au moins un an à réapprendre ce qu'ils ont oublié. Il en résultera dans l'esprit de certains d'entre eux une confusion et un déséquilibre de notions définitifs. Tout l'enseignement linguistique ultérieur dans les classes préparatoires aux grandes Ecoles et dans ces grandes Ecoles elles-mêmes restera grevé de cette hypothèque, et anémié par cette hémorragie d'un savoir laborieusement acquis.

Trois heures hebdomadaires constituent le minimum indispensable à notre enseignement qui, par nature, comporte des travaux pratiques. Il est à un autre stade extrêmement regrettable et difficilement compréhensible que la préparation à l'Ecole Centrale ait été amputée d'une heure, pour notre discipline, alors que le bien-fondé de nos protestations ayant été reconnu, cette troisième heure ait été rétablie dans les horaires de la préparation à l'Ecole Polytechnique.

Permettez-moi, pour conclure cet exposé, de formuler deux vœux principaux :

— le premier a trait à la création d'une Commission chargée de déterminer le vocabulaire scientifique commun, susceptible d'être enseigné dans les classes de langues vivantes des établissement du Second Degré ;

— le deuxième demande que dans les classes terminales de ces établissements où nos élèves abordent une étude plus approfondie des sciences et où leur esprit s'ouvre aux préoccupations internationales, la première et la deuxième langue vivante bénéficient chacune de trois heures hebdomadaires et de coefficients au Baccalauréat qui correspondent à leur importance réelle dans le monde actuel.

Tels sont les deux vœux que je soumets à votre appréciation.

Jacques MARTIN,
Professeur agrégé d'allemand au Lycée Henri-IV.
Maître de conférences à l'Ecole Nationale Supérieure des Mines.

Les Langues vivantes dans les classes préparatoires aux grandes Écoles Scientifiques

(Analyse de la communication de M. Ott, *professeur d'allemand au Lycée Saint-Louis et à l'Ecole des H.E.C.)*

M. Ott déplore que les Grandes Ecoles scientifiques, qui sont souvent les premières à se plaindre du niveau insuffisant des connaissances en langues des élèves, n'accordent pas elles-mêmes une place suffisante à l'étude des langues vivantes dans leurs horaires et programmes. Doit-on rappeler qu'il n'y a pas de cours de langues vivantes dans les Facultés des Sciences, et que, trop souvent, les cours de langues ne figurent que pour mémoire ou à titre symbolique dans l'emploi du temps des Grandes Ecoles ? M. Ott signale que certaines Grandes Ecoles ont, tout récemment, créé des cours de langues vivantes, car elles en avaient ressenti la nécessité (par exemple, l'Ecole Nationale Supérieure de Chimie de Paris), mais que les horaires affectés aux langues vivantes sont tragiquement insuffisants et incapables de donner des résultats convenables.

Analysant les causes de la faiblesse des élèves, en général dans les classes de préparation aux Grandes Ecoles scientifiques. M. Ott en voit la cause essentielle dans l'insuffisance des horaires de langues vivantes dans les classes de Mathématiques et de Philosophie, et dans la sanction ridicule de l'épreuve de langue à la deuxième partie du Baccalauréat. Les élèves oublient, dans l'année de Mathématiques Elémentaires, ce qu'ils ont appris en langues en Seconde et en Première. Ils arrivent dans les classes préparatoires aux concours avec un bagage de mauvais élève de Troisième, et il faut qu'en deux ans le professeur de langues vivantes les prépare à affronter des épreuves d'un niveau assez élevé, et en tout cas très supérieur à celui du Baccalauréat.

Il existe aussi, chez les élèves, la déplorable habitude de considérer les langues vivantes comme une matière accessoire, qui ne compte pas beaucoup pour le succès au concours. Or, l'expérience montre, au contraire, que, dans certains concours, comme celui de Polytechnique, par exemple, ce sont les bonnes notes de français et de langues qui établissent le classement entre des élèves qui, d'une façon générale, sont d'un niveau sensiblement égal en Mathématiques et en Physique.

Seuls, les élèves qui ont plusieurs années de préparation se rendent compte de ce fait, qui est, d'ordinaire, systématiquement ignoré des « bizuts ». Il en résulte des pertes de temps préjudiciables à l'intérêt bien compris des élèves. M. Ott reconnaît cependant que la majorité des candidats à Polytechnique s'intéresse à l'étude des langues vivantes, qui est, avec l'heure hebdomadaire de français, la seule discipline de « culture générale » qui leur soit enseignée en dehors des études purement scientifiques. C'est pourquoi M. Ott considère que la partie « culturelle » de cet enseignement doit être préservée à tout prix.

M. Ott aborde ensuite une des questions posées : convient-il d'initier les élèves au vocabulaire scientifique et technique dans la langue étrangère ? M. Ott répond résolument non, pour plusieurs raisons :

1) Le langage technique est varié à l'infini et évolue constamment. Nos élèves ne sont pas encore spécialisés : quel langage technique leur enseignerons-nous ?

2) Le langage technique n'intéresse pas les élèves. M. Ott, chargé d'un cours d'allemand à l'Ecole Nationale Supérieure de Chimie, a constaté que les élèves se débrouillaient fort bien dans le vocabulaire technique de la chimie, même avec des connaissances très rudimentaires de langues vivantes. Ce qu'ils désiraient apprendre, ce n'est pas le vocabulaire technique, mais la langue générale. Il est bien certain qu'un élève qui possédera convenablement la langue courante pourra plus tard, avec beaucoup de facilité, aborder le vocabulaire technique particulier dont il aura besoin ;

la réciproque n'est pas vraie : il ne servira à rien d'assimiler plus ou moins un certain nombre de termes techniques et scientifiques, si l'on ne possède pas une bonne connaissance de la langue courante.

3) Naturellement, il vaudra mieux renoncer, dans ces classes, aux textes purement littéraires, et lire avec les élèves de beaux textes contemporains (il n'en manque pas) qui leur feront connaître différents aspects de la vie moderne du peuple étranger, certains aspects de sa « civilisation » entendue au sens le plus large et le plus humain du mot.

C'est là affaire de tact, de mesure. Le professeur expérimenté, et qui connaît les goûts et les besoins des élèves, saura toujours mener son enseignement de façon à le rendre vivant et intéressant. Mais il renoncera systématiquement à enseigner le vocabulaire technique et scientifique : il préférera, à cet enseignement aride et inutile, un enseignement de culture, au sens le plus vivant du mot.

Conditions particulières de l'enseignement des langues aux scientifiques

L'enseignement des langues vivantes en France n'est pas adapté aux réalités du monde scientifique et technique moderne. Le jeune scientifique français, pourtant mieux outillé que ses aînés, ne connaît pas, en général, les trois langues indispensables, et ce qu'il en sait n'est pas convenablement adapté à ses besoins.

On perd trop souvent de vue qu'on ne fait pas le même usage de l'anglais, de l'allemand ou du russe. L'enseignement de ces trois langues fondamentales devra être différent, tant à cause des particularités intrinsèques de chaque langue, qu'à cause des *situations* différentes où l'on doit les employer.

Pour le moment, l'anglais est la plus importante des langues scientifiques (et techniques). Langue des Etats-Unis, du Canada, du Commonwealth, de la Scandinavie... langue réputée à tort ou à raison la plus facile, et parlée, de ce fait, par la majorité des « scientifiques », l'anglais a définitivement évincé le français des Congrès, et possède une « littérature scientifique » qui dépasse par sa richesse celle de toutes les autres langues.

Pour les Français, l'anglais technique est réellement « facile ». Cela provient moins de la simplicité grammaticale de l'anglais, que de la richesse de l'anglais scientifique en termes d'origine française, heureux vestige de l'époque, encore proche, où la science française était la première du Monde. Dans ces conditions, il s'agit, pour l'anglais, avant tout de dépister les « faux amis ». Je ne saurai exprimer assez fortement ma profonde gratitude à mon ancien professeur, M. Blanchet, auteur d'un petit livre intitulé « Les Traquenards de la Version anglaise », qui m'a permis, avec un bagage assez restreint, d'aborder la lecture d'articles scientifiques en anglais, sans ces horribles contresens que font les étudiants non avertis, par exemple, de la véritable signification d'expressions comme « moment » ou « actually ».

On tâchera, également, de ne pas oublier qu'il ne suffit pas de savoir *lire* en anglais, si l'on veut tirer tout le profit de la participation aux Colloques et aux Congrès internationaux, où les communications sont présentées verbalement, tantôt avec l'accent anglais, tantôt, hélas ! avec l'accent américain. Quelle perte culturelle, scientifique et technique pour la France, dont les délégués, en général nombreux, assistent « linguistiquement sourds », aux communications et discussions ! Un scientifique n'aura *jamais* à faire de thèmes et assez rarement des compositions en anglais, mais il doit être parfaitement familiarisé avec l'audition de textes scientifiques ; il ne semble pas que les moyens puissants offerts par la Radio et le Magnétophone, aient été suffisamment mis à profit dans ce but, dans notre enseignement.

Pour l'allemand, au contraire, savoir traduire un texte (avec n'importe quelle

prononciation), est la seule chose qui compte, pour un scientifique. On insistera surtout sur certaines règles de grammaire, permettant de distinguer à coup sûr les singuliers des pluriels, et l'importance d'un vocabulaire précis : ici les « faux amis » des scientifiques, sont certains mots composés, dont la combinaison n'a rien à voir avec les mots composants.

Pour le russe enfin, savoir traduire, suffit également pour le moment ; mais, contrairement à se qui se passe pour l'allemand, il est indispensable de savoir *prononcer* très correctement (sinon parfaitement) les textes que l'on lit. Cela provient de ce que le russe scientifique contient une très forte proportion de termes d'origine française « russisés », — c'est-à-dire transcrits et légèrement modifiés phonétiquement. On ne peut reconnaître ces « vrais amis » qu'en reconstituant *vocalement* le terme en question. Qui devinerait que l'expression ЭНЕРГИЯ se prononce « énerguia » et veut dire évidemment énergie ?

L'enseignement du russe scientifique doit être très différent de l'enseignement traditionnel de cette langue. Les textes « simples » par lesquels on commence généralement (Cf. le recueil des texte de Boyer-Speransky) sont des textes écrits par des auteurs russes à l'intention des enfants russes. Ces textes sont pratiquement dépourvus d'expressions réellement simples, et de mots d'origine française — qui jouent un rôle si important dans les textes scientifiques.

Cette remarque ne s'applique d'ailleurs pas seulement au russe. Il est en effet presque ridicule d'imposer la lecture de Shakespeare, de Gœthe ou de Tolstoï à de futurs scientifiques, qui de toute manière ne sauront jamais assez bien, ni le russe, ni l'allemand, ni l'anglais pour goûter le charme littéraire d'une « lecture dans l'original », et qui, du point de vue de la culture générale, tireraient un bien plus grand profit de la lecture de ces grands auteurs, dans les excellentes traductions qui existent actuellement. Au contraire, quand verrons-nous, enfin, les professeurs de langue assez dévoués et avertis, pour faire lire à leurs élèves en anglais, allemand ou russe l'équivalent des manuels d'algèbre, de géométrie, de physique et de chimie. Il y a dans cette méthode des trésors entièrement ignorés de nos collègues littéraires.

Car il ne s'agit pas seulement d'apprendre aux élèves les principaux termes scientifiques, mais aussi de profiter de ce qu'ils connaissent déjà certains théorèmes, certaines définitions, certaines lois, certains schémas, pour enlever en grande partie le souci du vocabulaire et permettre de porter toute l'attention sur les règles de grammaire. Ceci est particulièrement sensible pour les langues difficiles, c'est-à-dire avant tout le russe, et ensuite pour l'allemand.

Il semble qu'en se limitant aux objectifs définis ci-dessus, et en se débarrassant de différentes manifestations du snobisme intellectuel, on puisse envisager très sérieusement l'enseignement des trois langues dans nos Lycées, au moins à partir d'un certain niveau, et dans les classes orientées vers la formation de futurs techniciens et scientifiques. Si notre sclérose est telle qu'il soit impossible de modifier les programmes en conséquence, il est en tout cas sûrement possible d'organiser, comme nous l'avons fait à Lille, des cours du soir, à l'intention des étudiants de M.P.C. et des élèves des Ecoles d'Ingénieurs, en s'inspirant des principes que nous venons d'indiquer, et de quelques autres idées de portée plus générale que nous exposons ci-après.

Il est temps de comprendre, par exemple, que dans le domaine scientifique au moins, le thème est une opération absolument dépourvue de sens. Les exigences de précision, dans le domaine technique, sont telles qu'une traduction restituant *intégralement* toutes les nuances est indispensable.

Cela n'est possible que si l'on opère en « version », et en comprenant parfaitement *le sens scientifique* de ce que l'on traduit. Il s'agit, en somme, comme pour toute traduction, digne de ce nom, de comprendre parfaitement un texte et d'exprimer ensuite avec le maximum de clarté ce que l'on a compris, dans une autre langue.

La version scientifique est assez distincte de la version littéraire. Dans une ver-

sion littéraire, on peut se permettre certaines libertés avec le texte original, pourvu que le résultat en français soit agréable à lire. Personne n'ira chercher noise à l'excellent traducteur du russe en français, qu'est Mongault, parce qu'il rend par « songe ceux » (« Ames Mortes », vol. II, page 478 de la traduction), un qualificatif de Gogol qui, traduit littéralement, donnerait : « enfumeur du Ciel » (en parlant d'un homme paresseux qui fumait trop). Pour une version scientifique, ce qui compte, au contraire, n'est plus tellement la fluidité du style, que la conservation de toutes les nuances, au prix, éventuellement, de grosses lourdeurs, ainsi que la parfaite *propriété des termes techniques*. C'est cette dernière condition qui rend généralement si ridicules et pratiquement inutilisables les traductions que font les littéraires des textes scientifiques. A la limite, on peut dire, par exemple, que seul un astronome, connaissant par ailleurs parfaitement le russe (au sens où nous avons défini la connaissance nécessaire à un scientifique), pourrait traduire correctement en français un texte astronomique.

Nous en avons fait maintes fois l'expérience, d'une part en essayant de faire participer à notre travail des « Astronomical News Letters » des étudiants non-astronomes, connaissant le russe, et plus directement en constatant les énormes difficultés que nous éprouvions nous-mêmes, dès que notre travail nous conduisait à sortir du domaine de nos compétences, par exemple lorsqu'il s'agissait de traduire des textes pourtant aussi proches de l'astronomie que ceux concernant les rayons cosmiques ou la minéralogie.

Cela montre, en particulier, qu'il serait tout à fait illusoire de vouloir *former* des traducteurs « universels » (même en version seulement), en leur donnant une connaissance approfondie d'une langue vivante donnée. Il est beaucoup plus productif, sur le plan national, de donner une connaissance limitée de plusieurs langues à un grand nombre de futurs scientifiques de spécialités différentes.

Il a été convenu récemment, au sein de l'Union Astronomique Internationale, que les Russes feraient accompagner leurs publications d'un résumé en langue « occidentale » et que les Occidentaux... publieraient des résumés en russe. Je me suis offert à contribuer à cette entreprise de bonne volonté internationale, en traduisant quelques résumés de l'anglais ou du français en russe. J'ai pu ainsi me rendre compte à quel point cet exercice pouvait être pénible et difficile, malgré ma familiarité avec ce que l'on pourrait appeler le « russe ordinaire ». Mais je « pense astronomie » en français, et cela suffit à rendre la recherche des équivalents russes de certaines expressions techniques très laborieuse.

Ces remarques me conduisent à suggérer, qu'il faudrait peut-être renoncer à la traduction en « thème », particulièrement improductive. Je vois fort bien, par exemple, lors d'une conférence internationale, à la place d'*un* traducteur capable de travailler à la fois en thème et en version, *deux* traducteurs travaillant chacun en version seulement : un Russe authentique et un Français authentique, traduisant chacun, à tour de rôle, dans sa langue maternelle. C'est d'ailleurs, je crois, le système adopté par les « interprètes simultanés » de l'O.N.U.

Voici, pour terminer, encore quelques remarques accessoires. Pour un scientifique qui aborde, après quelques études « classiques », la lecture de textes scientifiques, il est très important de ne pas noter les nouveaux mots (qu'il trouve dans le dictionnaire, ou devine par le contexte) dans un « carnet ». Ici, l'emploi d'un « fichier » s'impose absolument. Seul, en effet, un fichier permet de retrouver rapidement un mot « déjà vu » et dont on a oublié le sens. Quand on aura ainsi revu le même mot plusieurs fois au fichier, on finit par le savoir.

Il ne faut pas dédaigner les méthodes « primaires » : dictées, répétitions à haute voix de mots isolés, etc... Une des méthodes « primaires » particulièrement efficace consiste à inscrire sur une série de « petits papiers » (fiches) des mots nouveaux : en français d'un côté, et, par exemple, en russe de l'autre. On brasse le tout (en laissant toujours le russe au recto, puisque l'on travaille en version) et l'on essaye de

se rappeler la traduction cachée au verso. On énonce cette traduction si l'on croit savoir, et l'on contrôle son hypothèse, en retournant la fiche. Si la réponse est juste, on élimine la fiche en question du tas en jeu. Si la réponse est incorrecte, ou si l'on « sèche », on ré-injecte la même fiche dans le tas restant, qui diminuera d'autant plus rapidement que l'élève est plus doué et plus attentif. La puissance et l'attrait de cette méthode sont extraordinaires : l'anéantissement du tas primitif donne à l'élève la mesure de ses progrès.

Il est recommandé, dans l'étude des langues vivantes, de sacrifier les avantages du tableau noir, au profit d'une disposition des élèves en cercle autour du professeur, chaque élève étant pourvu d'un texte polycopié. Les élèves se font face, et entendent mieux la prononciation de leur camarade. Et surtout ils *voient* la proportion des élèves qui savent ou sèchent, et cela leur enlève des « complexes » fâcheux.

On peut se limiter, quand on se borne à la langue vivante « scientifique », à certains « cas » et à certaines « conjugaisons ». C'est ainsi qu'il existe une nette hiérarchie pour les différentes personnes des verbes. Le « il », le « nous », le « ils », le « on », sont indispensables. Le « je » est facultatif (les scientifiques, modestes, disent « nous » quand ils pensent « je »). Le « tu » est absolument inutile, et le « vous » (sauf en anglais) également.

Enfin, pour une traduction écrite la connaissance (par cœur) des principales déclinaisons n'est pas obligatoire. Elle peut être remplacée par des tableaux analytiques, dont « l'entrée » est constituée par les terminaisons caractéristiques classées par ordre alphabétique. Je suppose que les bons professeurs d'allemand pratiquent cette méthode, mais je n'en ai jamais rencontrés dans les manuels classiques. Pour le russe, après quelques jours de recherche, j'ai réussi à mettre au point un tel tableau de « grammaire analytique », pour les déclinaisons et pour les verbes, qui tiennent chacun en une page, et permettent aux élèves de reconnaître immédiatement les « choix » qui s'offrent à eux, pour chaque terminaison rencontrée.

Pour une connaissance plus poussée de la langue (au niveau de la licence par exemple), un exercice particulièrement profitable, et qui devrait selon nous se substituer de plus en plus au thème, est le suivant :

Le professeur part d'un texte, plus ou moins difficile, et traduit (en version) en mauvais français, c'est-à-dire en conservant dans la mesure du possible la syntaxe originelle, et demande aux élèves, chacun à tour de rôle, de « reconstituer » le texte étranger. Le professeur a la réponse sous les yeux, et les élèves doivent retrouver exactement le texte initial. Cet exercice très supérieur au thème, permet, sans aucun artifice, de retrouver une phrase absolument correcte dans une langue qu'il s'agit d'apprendre. Il est évident qu'il est plus facile de « retraduire » en russe du Tolstoï, que de « traduire » du Flaubert avec ses gallicismes.

Toutes ces idées ont été mises en œuvre, dans les travaux pour les « Astronomical News Letters » (traduction en français des résumés d'articles astronomiques publiés par la revue bibliographique soviétique « Journal Référatif-Astronomie ») ; dans les Thèmes, pour les résumés en russe parus dans les « Annales d'Astrophysique » et le « Bulletin of the Astronomical Institutes of Netherlands » ; dans le cours du soir de russe scientifique à Lille (100 auditeurs, partagés en quatre groupes, dont aucun n'avait étudié le russe auparavant), et dans diverses autres circonstances, en particulier à l'occasion de Congrès scientifiques (travaux d'interprète simultané), ou à l'occasion de la traduction du Traité d'Astronomie du Professeur Unsöld d'allemand en français. Il s'agit par conséquent, non de vues théoriques, mais du fruit d'une longue expérience, dont j'ai simplement voulu faire bénéficier mes collègues « littéraires », peut-être insuffisamment informés des conditions particulières de l'enseignement des langues vivantes aux scientifiques.

V. Kourganoff, *Professeur à la Faculté des Sciences de Lille.*

(*Menton, le 6 septembre 1957*).

Sur le contenu de l'enseignement linguistique

Avons-nous, nous professeurs de sciences, des revendications *particulières* à présenter à nos collègues linguistes touchant le contenu et le résultat de leur enseignement ? Personnellement, je réponds : rien de *spécifique* avant la première partie du Baccalauréat, et fort peu après. Ce qui explique la modestie apparente de cette demande, c'est qu'elle s'accompagne d'une exigence d'ordre général beaucoup plus ambitieuse : un « équipement linguistique » qui, au même titre que l'équipement scientifique, fasse partie intégrante de l'armature intellectuelle du pays.

A. — Formation linguistique générale

Plaçons-nous d'abord au niveau de la première partie du bachot : l'épreuve de langues (anciennes ou modernes, d'ailleurs) y démontre, par sa nature même, combien la majorité des candidats sont impuissants à maîtriser un mode d'expression étranger. Peiner trois heures sur quinze lignes, c'est avouer qu'on ne sait pas la langue ; en trois heures, si on la savait, c'est quinze pages qu'on lirait et résumerait correctement (et alors à ce rythme-là, qui est le rythme normal, la question du « mot difficile », poétique ou technique, ne se poserait même plus, non plus que celle du dictionnaire : nous pouvons tous avoir une défaillance de mémoire ou une ignorance, que le dictionnaire est précisément fait pour pallier ; mais si c'est la langue qu'on sait mal, on ne débroussaillera pas quinze pages à coups de lexique).

Naturellement, d'autres exigences peuvent être légitimement formulées : par exemple qu'on impose la traduction d'un court paragraphe pour contrôler les qualités de précision et de clarté, qu'on s'assure, suivant les sections ou options, que le candidat possède une connaissance suffisante de la littérature, de la civilisation étrangères, etc... Mais sans la condition formulée plus haut, et une condition de même ordre à l'oral, *qui représentent un minimum exigible pour tous,* il est vain d'espérer que nos élèves lisent jamais quoi que ce soit avec goût, donc avec profit : Thomas Mann, une revue économique ou scientifique, ou le Manchester Guardian.

Ayant déjà donné à mes opinions sur ce sujet une publicité suffisante (certains diront excessive), je n'y reviendrai pas. Je ne renonce certes à aucune des vues que j'ai défendues et que défendent à présent le « Monde Bilingue » et la « British Bilingual Association », touchant l'initiation précoce aux langues. Mais le choix des moyens reste affaire de libre discussion entre les intéressés, c'est-à-dire les linguistes ; seul m'intéresse ici le résultat. Et il m'intéresse, je le répète, bien plus à titre d'homme du XX^{e} siècle qu'à titre de mathématicien.

Toutefois, je voudrais signaler une vertu toute particulière des mathématiques à l'égard de l'activité linguistique de base : c'est qu'elles manient des objets simples, peu assujettis aux nuances, et supportés par des symboles idéographiques absolument indépendants de l'idiome employé. J'ai pu prendre conscience de ces avantages en deux occasions, l'une imposée par les événements, l'autre sciemment provoquée à titre de contre-épreuve. Il ne s'agit certes pas de réalisations, pas même d'expériences, disons plus modestement des observations.

Observation I. — Deux jeunes Américains entrent en Sixième en cours d'année, sans savoir un mot de français. Rien n'est changé dans la classe, mais, à intervalles plus ou moins longs, disons de cinq en cinq minutes, je résume brièvement en anglais ce que je viens d'expliquer ou de dicter. J'ai pu leur faire suivre la classe à peu près normalement, à condition d'accepter leurs devoirs en anglais, naturellement. Au bout de quelques semaines, et bien que leur français fût resté très sommaire, ils commençaient à pouvoir presque se passer du commentaire anglais.

Observation II. — Dans une Cinquième moderne, assez active mais n'ayant subi aucun entraînement spécial, j'adopte, dès la rentrée, la méthode suivante. Je donne tout mon enseignement et les explications en français, me bornant à indiquer de loin en loin la tra-

duction anglaise de quelques mots techniques ; puis, à la séance qui suit, j'interroge en anglais pour la leçon et les exercices oraux, avec réponses anglaises naturellement. Il y a parfois des lenteurs ou des pannes sèches, j'entends quelques fautes de langue ou de phonétique que j'essaie de maintenir dans les limites raisonnables, mais dans l'ensemble le résultat m'a plutôt agréablement surpris, surtout en arithmétique-algèbre.

Je me garde de tirer des conclusions de faits isolés, qui ne sont certes pas immédiatement généralisables, mais qui mériteraient d'être étudiés systématiquement. Je remarque seulement ceci :

1° Aucune discipline autre que les Mathématiques n'aurait, à mon avis, permis d'intégrer les deux jeunes Américains aussi aisément.

2° La tentative faite en Cinquième l'a été dans les conditions les plus normales de l'enseignement, ne lésant, ni le programme, ni la primauté de la langue maternelle.

3° Si, contrairement à mon attente, j'ai pu poursuivre cette tentative pendant l'année presque entière sans lassitude de la part des élèves, le fait que la langue, cessant d'être sa propre fin, apparaissait comme un instrument utile, a sans doute joué un rôle important.

B. — Formation linguistique spécialisée

Autant une spécialisation prématurée de l'enseignement (linguistique ou autre) paraît peu souhaitable, autant, à mon sens, il serait bon d'accentuer le caractère « propédeutique » de nos classes terminales. La première mesure à prendre, c'est que les langues — anciennes ou modernes — cessent d'y faire figure de parentes pauvres, cela au moment même où elles vont commencer à servir à quelque chose.

A cette condition pourra être alors envisagé l'apprentissage d'une langue plus spécialisée, à caractère littéraire, historique, économique, philosophique, scientifique, technique..., à doser suivant les sections. Pour des élèves recevant la formation correspondante, et toujours sous réserve qu'ils aient une bonne connaissance de la langue courante, la difficulté n'est certes pas immense.

En ce qui concerne plus précisément les sciences, le vocabulaire y est déjà très largement international, les mots inconnus s'y devinent bien souvent d'après le contexte, et dans toute la section physico-mathématique l'écriture idéographique d'expression ou de propositions entières allège singulièrement les besoins. Certes toute langue est soumise à l'usage, et la langue technique n'échappe pas à la règle. L'ignorance de cet usage peut conduire à des contresens graves, et le piège est d'autant plus redoutable lorsqu'il s'agit de mots de la langue courante qui acquièrent un sens détourné. Traduire l'allemand GLIED par « membre » dans un texte d'algèbre peut rendre ce texte incompréhensible. Mais de tels obstacles ne sont pas insurmontables lorsqu'on est averti de leur existence.

Sans aborder des textes d'une technicité trop ardue, nous pourrions, dans nos classes terminales introduire des articles de bonnes revues, ou même des pages d'auteurs scientifiques qui n'ont pas craint de se vulgariser eux-mêmes (exemple : Einstein). Certaines « explications » de textes fondamentaux pouvaient être passionnantes. A une condition toutefois : que le « linguiste » dispose d'une bonne information scientifique, ou bien que le « scientifique » lise et parle sans trop d'effort la langue étrangère, ou enfin qu'une collaboration puisse s'établir entre eux sans être freinée par les inévitables obstacles d'ordre budgétaire. En dehors de cette triple hypothèse, il est à craindre que nos élèves ne se lassent rapidement d'un effort auquel ils sont peu préparés, avouons-le, puisque nous-mêmes ne le sommes guère.

*
**

C'est sur ce dernier point que je voudrais attirer l'attention pour conclure. Gardons-nous de penser que les programmes et examens actuels, non plus que les concours de recrutement des maîtres ont une forme et un contenu définitifs. Nous avons été formés en vue d'une tâche bien définie, nous avons conscience de remplir cette tâche, dans des conditions difficiles, sans démériter. Nous avons un souci de maintenir et de

transmettre, qui n'est pas du conservatisme, mais qui s'oppose aux chambardements. Pourtant, nous sentons sourdre des besoins nouveaux à un rythme accéléré et, même sans être très âgés, nous percevons le décalage entre ce qu'on nous a remis et ce que les jeunes nous demandent. Il se peut que le professeur de demain ne soit pas exactement celui que nous sommes. Mais, même s'il n'est plus temps pour nous d'être cet homme-là, il est sûrement temps de songer à lui comme à notre héritier et de lui aplanir le chemin.

J. CHEVALLIER (*Marcelin-Berthelot*).

La Mathématique considérée comme Langue Vivante

On peut présenter la Mathématique de la façon suivante : « Une *langue vivante* chargée d'exprimer les *faits scientifiques*. » Il s'agit d'une simple présentation et non d'une définition, car il y a bien d'autres façons de présenter la Mathématique.

Nous disposons de trois modes d'expression :

1° *Notre langue maternelle ;* une étude soignée de celle-ci conditionne toutes les acquisitions ultérieures ; on ne peut espérer devenir « bon en Mathématique » si l'on n'est au préalable « bon en français ».

2° *Le langage technique ;* la découverte et l'invention d'objets nouveaux nécessite l'emploi de mots nouveaux. Le créateur emprunte souvent son vocabulaire technique à une langue étrangère, mais il le soumet ensuite aux lois grammaticales de sa propre langue : il en résulte que le langage technique, s'il donne une belle impression de vitalité, se révèle malheureusement souvent confus et peu harmonieux.

3° *La langue mathématique.* C'est une véritable langue vivante, et il faut l'apprendre comme telle. Elle emprunte son vocabulaire aux langues anciennes et modernes ainsi qu'au langage technique, mais elle opère sélectivement, ne retenant qu'un nombre raisonnable de termes. D'autre part, elle a sa grammaire propre, chaque terme de la langue étant ainsi doté d'un « *usage codifié* ». On obtient ainsi, au prix d'une étude minutieuse, une harmonie raisonnable entre les mots et leur grammaire.

Le point de vue pédagogique. — Il convient donc d'apprendre aux élèves une langue. A cet effet, il faut les doter d'un vocabulaire, complété par un ensemble de symboles graphiques, puis leur apprendre les règles fixant le maniement des mots et des symboles.

L'acquisition du vocabulaire peut se faire à partir d'expériences concrètes réalisées par les élèves (dessin graphique, travail du bois ou du fer, exercices de laboratoire en physique ou en sciences naturelles) ou évoquées par le professeur (aviation, voyages géographiques, astronomie stellaire, sciences humaines ou économiques). A l'occasion de ces expériences on présente un certain nombre de termes mathématiques en les munissant immédiatement de leur mode d'emploi dûment codifié. En voici un exemple :

Présentation des mots « point » et « vecteur »

Théâtre I : Un enfant, un boulier.

Scène 1 : L'enfant contemple le boulier.
Scène 2 : L'enfant bouleverse le boulier.
Scène 3 : L'enfant contemple le boulier.

Théâtre II : Un poste de repérage, une météorite.

Scène 1 : Repérage de la situation de la météorite.
Scène 2 : La météorite effectue un certain trajet.
Scène 3 : Repérage de la situation de la météorite.

Théâtre III : Une entreprise industrielle.

Scène 1 : Inventaire.
Scène 2 : Evolution de l'entreprise.
Scène 3 : Inventaire.

Traduction en langue mathématique

{L'enfant contemple le boulier / Repérage de situation / Inventaire.} ——•——→ un *point.*

{L'enfant bouleverse le boulier / La météorite effectue un trajet / Evolution de l'entreprise} ——•——→ un *vecteur.*

Le concept mathématique apparaît alors comme le *compte rendu lapidaire d'une collection d'expériences.* Cependant les expériences envisagées ne sont pas indépendantes, c'est ainsi que dans chacun des exemples précédents la connaissance des scènes 1 et 3 assure la connaissance de la scène 2. On dit que ces trois exemples ont *une structure commune* et l'on traduit celle-ci en langue mathématique par le verbe « déterminer ». D'où la rédaction en langue mathématique : *Deux points* DÉTERMINENT *un vecteur.*

Cette proposition, entièrement construite avec des mots de la langue mathématique, résume en une demi-ligne tout ce qu'il y a de commun aux ensembles expérimentaux précédents. Une telle proposition suggérée par l'expérience ou posée *a priori* est appelée *axiome.* Les objets mathématiques se présentent sous forme d'*ensembles* dont ils sont les *éléments,* ces ensembles sont régis par des *lois,* les différents articles de ces lois étant justement les axiomes. Une *théorie mathématique* est l'étude d'un ou plusieurs ensembles appelés *référentiels* de la théorie. De la connaissance des axiomes on déduit celle de nouvelles propriétés appelées *théorèmes.* L'ensemble des axiomes et des théorèmes que l'on peut en déduire constitue un *système hypothético-déductif.* (L'Arithmétique et les diverses Géométries, affine, euclidienne, projective, sont des exemples de tels systèmes).

Propositions simples ou relations binaires. — On forme une telle relation en joignant par un *verbe* (ou une expression verbale) un *sujet* et une *image* (le mot image remplace le mot complément qui a un autre sens en Mathématique),

$$a \quad \mathcal{R} \quad b$$
sujet verbe image

la lettre R étant remplacée par le symbole spécial de la relation étudiée.

Exemples :

- *Egalité* $a = b$

l'élément *a est égal à* l'élément *b* (les symboles *a* et *b* désignent le même élément).

- *Appartenance* $a \in A$

l'élément *a appartient à* l'ensemble A (*a* est l'un des éléments de A).

- *Implication* $\mathcal{A} \Longrightarrow \mathcal{B}$

l'hypothèse $\mathcal{A}$ *implique* la conséquence $\mathcal{B}$ ($\mathcal{A}$ est vraie, donc $\mathcal{B}$ est vraie).

- *Implication réciproque* $\mathcal{A} \Longleftrightarrow \mathcal{B}$

$\mathcal{A}$ *implique* $\mathcal{B}$ et réciproquement $\mathcal{B}$ *implique* $\mathcal{A}$

LOI DE COMPOSITION (ou opération).

Une *loi de composition* (ou *opération*) est une prescription permettant de déduire de deux éléments *a* et *b* (*termes ou facteurs*) un nouvel élément *r* (*résultat*). Lorsque *a, b, r,* appartiennent à un même ensemble E, la loi de composition est dite *interne* dans l'ensemble E. Si *r* existe, quel que soit le choix des éléments *a* et *b* dans E, on

dit que l'opération est *partout définie* dans E. D'une façon générale, une opération se note :

$$a * b = r.$$

Le symbole * pouvant être remplacé par le signe spécial de chaque opération étudiée (+, —, ×, :, ∩, ∪ ∧,...).

ALGÈBRE.

Lorsqu'un ensemble E est muni d'une ou plusieurs lois de compositions, on dit que celles-ci confèrent à E une *structure algébrique*. D'une façon générale, on appelle *algèbre* la science des lois de composition.

*
**

Les diverses sciences étant en rapide évolution, la langue mathématique doit elle-même se modifier très vite ; mieux, quand un physicien (ou un astronome, ou un économiste) fait une nouvelle découverte, il aime trouver dans le matériel mathématique une théorie toute prête capable de l'exprimer ; c'est ainsi que, lorsque les astrophysiciens ont découvert l'expansion de l'Univers, ils ont pu bénéficier immédiatement d'un chapitre de la théorie de la Relativité, où tous les calculs concernant leur recherche étaient faits à l'avance. La Mathématique doit donc, non seulement s'adapter à une expérience sans cesse renouvelée, mais aussi être en avance sur l'expérience elle-même, d'où la nécessité de créer des *structures libérales* chargées d'exprimer les expériences futures.

La Mathématique apparaît bien comme une langue « *vivante* » dans toute l'acception du terme. De nombreuses associations étudient cette langue, soit pour l'enseigner, soit pour la créer. Des publications très fréquentes en donnent des instantanés :

— Recherches du groupe d'études de Sèvres : coordination français-mathématiques, soit par l'étude du vocabulaire, soit par l'étude des formes de raisonnements.

— Rapport annuel sur les *définitions et notations*, « *axiomatique et redécouverte* » (passage des définitions savantes aux modèles pour enfants) au sein de l'A.P.M.

— Fichier de la Société Mathématique de France.

— L'Association Française de Normalisation (A.F.N.O.R.), grande régulatrice du langage technique. Bien des termes du langage technique étant appelés à devenir des mots de la langue mathématique, les sociétés de mathématiciens ont intérêt à suivre de près les travaux de l'A.F.N.O.R. Les définitions et notations normalisées sont, en principe, utilisées dans toutes les classes.

— *Le séminaire Bourbaki* définit la Mathématique comme la Science Générale des Structures, il publie collectivement chez Hermann (6, rue de la Sorbonne), sous le titre : « Eléments de Mathématique » une œuvre considérable qui ne compte pas moins de 22 gros volumes (actuellement parus). L'apport de ces ouvrages à la construction de la Langue Mathématique est extrêmement fécond, bien que l'étude en soit parfois difficile, même pour des mathématiciens exercés. Je cite la préface :

« La terminologie suivie dans ce traité a fait l'objet d'une attention particulière. Chaque fascicule sera pourvu d'un index. Chaque livre sera suivi d'un dictionnaire où seront employés et discutés, en plus des termes employés dans ce traité, les termes correspondants employés dans les langues principales. Ce dictionnaire permettra au lecteur d'aborder l'étude de mémoires originaux dans ces diverses langues, et aussi au mathématicien accoutumé à une autre terminologie de se familiariser avec celle du traité. »

Y. CROZES (*Henri-IV*).

La pédagogie des sciences et celle des langues peuvent-elles s'entr'aider ?

La coordination est à l'ordre du jour, non sans raison d'ailleurs, car la compartimentation a joué, et joue malheureusement encore, un rôle néfaste dans l'Enseignement Secondaire, surtout élémentaire (plus on monte et plus la spécialisation se justifie et même s'impose).

Aussi est-il naturel que, toutes les fois que nous tombons sur un « centre d'intérêt » commun, nous cherchions à collaborer. Quelques exemples viennent à l'esprit ; nombres complexes et mesures anglaises, problèmes de change, et, si l'on veut, comparaison des échelles centigrade et Fahrenheit, en liaison avec la fonction linéaire. Je ne doute pas qu'on puisse en imaginer d'autres ; mais, dès qu'on dépense trop d'ingéniosité à dénicher des « centres d'intérêt », le procédé devient aussi artificiel que n'importe quel procédé appliqué systématiquement. Dans l'espèce, je crains que ces analogies n'aillent pas très loin.

Nous pouvons aussi profiter de connaissances déjà acquises ailleurs par nos élèves pour éclairer des points un peu arides de notre enseignement. La lecture intelligente d'un texte respecte la ponctuation ; la lecture d'une égalité ou d'une équation aussi, car il y a une véritable ponctuation implicite ou explicite, fondée sur une hiérarchie des signes opératoires qu'il faut connaître. Ou bien, au contraire, ce sont des connaissances dévaluées par l'usage machinal de la langue maternelle auxquelles l'étymologie latine ou la traduction étrangère viennent donner une résonance nouvelle : pour 9 élèves sur 10, « numérateur » est interprété sommairement par « en haut », et « dénominateur » par « en bas » ; traduisez-les en « NENNER » et « ZAEHLER » (si vos élèves savent un peu d'allemand...), et ils retrouveront leur sens précis. Mais n'allez pas jusqu'à « SENKRECHT » dont personne (et surtout pas les Allemands) ne peut dire s'il signifie « vertical » ou « perpendiculaire », si vous ne voulez encourager une confusion trop spontanément répandue. On voit les limites du jeu.

Allons un pas plus loin : la langue étrangère peut révéler une structure logique masquée par le français. Nous employons indifféremment « par » après les verbes « multiplier » ou « diviser » ; à très juste titre l'allemand distingue entre « MULPLIZIEREN MIT » et « DIVIDIEREN (ou TEILEN) DURCH », impliquant par là que, si les facteurs d'un produit jouent des rôles interchangeables, le cas des termes d'un quotient est tout autre. Dans le même ordre d'idées, « TEILERFREMD » est une expression autrement heureuse que « premiers entre eux ». Peu nombreux sont de tels exemples, à ma connaissance, et moins nombreux encore les élèves qui en profitent vraiment.

Il faut avouer que le domaine commun à nos deux pédagogies est extrêmement restreint, et qu'il est préférable de montrer en quoi elles s'opposent ou mieux se complètent, plutôt que de s'ingénier à découvrir des affinités à toute force.

Pour des raisons de clarté et de simplicité les Mathématiques ne considèrent qu'un nombre limité de variables — au niveau élémentaire, s'entend, — et n'introduisent entre elles que des correspondances qui ne s'élèvent guère au-dessus des types (1,1) ou (1,2) ; et l'on sait avec quelle déplorable facilité nos élèves, dans le second cas, oublient le double signe ou l'indication de la valeur absolue !

Or ce type de correspondance est précisément le cauchemar des linguistes : à l'intérieur d'une même langue, la synonymie est toujours approximative, la relation entre l'orthographe et la phonétique souvent complexe ; dans le passage d'une langue à l'autre, le mot-à-mot est générateur de catastrophes et il est remarquable que les mots qui marquent les rapports logiques à l'état pur (conjonctions, prépositions) sont précisément ceux dont il est à peu près impossible de dresser un tableau d'équivalence, sinon très grossier.

En d'autres termes, l'interprétation de la phrase la plus normale constitue un problème qui comporte un nombre si élevé de paramètres que nous n'oserions jamais le proposer à nos élèves. D'ailleurs, ce que le professeur de langues attend des siens,

ce n'est pas qu'ils résolvent le problème à notre façon — c'est-à-dire en faisant le décompte des paramètres et de leurs relations, comme le ferait un cybernéticien construisant une très bonne traductrice — mais bien d'une façon « naturelle » par une aperception d'ensemble qui fait appel à ce qu'il reste commode d'appeler l'esprit de finesse (même si *subconsciemment* cet esprit de finesse consiste en un triage analogue à celui des circuits électroniques).

Pourtant, objectera-t-on, l'*analyse*, phénomène conscient, se retrouve bien de part et d'autre, et rapproche les deux disciplines. Il est exact qu'à un niveau très élémentaire, la fonction logique et la forme, sont liées par des liens à peu près constants, qui s'apparentent à ceux de l'algèbre. Que les langues soient d'un formalisme assez strict, comme le latin ou l'allemand, et le parallélisme peut être poussé assez loin. Ce sont ces « langues »-là, qu'au prix d'acquisitions initiales un peu arides, mais solides, on peut manier, sinon avec élégance, du moins avec une relative sécurité. Rien ne nous empêche de profiter des habitudes d'esprit ainsi créées de part et d'autre.

Seulement, presque dès les rudiments, s'il s'agit de langues moins strictes, ou bien un peu plus tard dans les langues du type précédent, de toute façon on parvient à un niveau linguistique où ce que l'analyse met surtout en lumière, ce sont les *variations* dans la traduction d'un même rapport logique, autrement dit, l'absence d'une relation biunivoque entre la pensée abstraite et son expression. Qu'on songe, par exemple, au problème de la *détermination :* absence de déterminatif, emploi d'articles définis ou indéfinis, emploi différencié d'adjectifs comme QUIDAM et ALIQUIS en latin, ou SOME et ANY en anglais, de relatifs comme THAT et WHICH dans cette langue ! Les pièges de cette sorte, tendus par les langues réputées faciles, sont incontestablement très éducatifs pour révéler à l'élève que les manières de s'exprimer de sa langue maternelle sont de pures habitudes, dénuées de tout caractère nécessaire ou absolu. La tâche du professeur de langues est de créer de nouvelles habitudes, au fond ni plus ni moins rationnelles que les premières, et dont certaines, lorsqu'on arrive à l'idiotisme pur, sont totalement inanalysables. Cette tâche-là n'est sûrement pas celle du mathématicien.

C'est bien pourquoi l'aide que nous pouvons nous apporter consiste en retouches légères plutôt qu'en une assimilation sommaire ; elle doit toujours rester prudente. Pourrai-je à ce propos formuler une bien modeste revendication ? Je souhaite que les linguistes renoncent à l'emploi du signe $\neq$ pour signifier « contraire de ». Nous employons le même signe avec la valeur « différent de », ce qui est tout autre chose. Et je ne saurais trouver meilleur exemple des confusions que l'on risque lorsque nos deux domaines empiètent l'un sur l'autre.

Coordination Langues vivantes -- Mathématiques

(Extrait de notes communiquées par nos Collègues à l'occasion de la séance du 30 octobre 1957, des Journées d'études des professeurs de langues vivantes)

I. Vie courante et travaux pratiques.

La coordination entre les langues vivantes et les Mathématiques a toujours été réalisée, à des degrés divers, au moins dans les classes de Sixième et de Cinquième.

Il y a une trentaine d'années, des élèves de Sixième, à Sèvres, ayant imaginé d'écrire l'histoire d'une famille (1), sous la direction de leur professeur de français, Mlle Guénot, eurent l'idée de faire faire un voyage en Angleterre par le père, qui fut chargé de rapporter pour sa famille, un poids donné de laine et une longueur donnée de tissu : unités anglaises de poids et de longueur, changements d'unités,

(1) Notons, en passant, les nombreux sujets de « travaux pratiques » liés à ce travail : plan, construction, aménagement de la maison, dépenses de la famille, voyage, etc...

calcul des prix en monnaie anglaise, problèmes de change, etc..., donnèrent lieu à de nombreux « travaux pratiques » en anglais.

Les professeurs de langues vivantes acceptent volontiers le concours de leur collègue de Mathématiques, qui est trop heureux de cette occasion de motiver de nombreux exercices de calcul et, lorsqu'il s'agit de mesures anglaises, des opérations sur les nombres complexes.

Mme JAEGER (Mathématiques, Sèvres) donne un exemple, réalisé en Cinquième de coordination avec : français, latin, allemand, anglais, sur le sujet : habillage d'une petite fille.

Etude de vocabulaires étrangers sur le costume, d'une part, et, d'autre part, en Mathématiques, mesures prises avec l'unité anglaise (construite à cette occasion) et calcul du prix de l'habillement.

Les correspondances interscolaires, les séjours à l'étranger, l'existence sur certains outils ou machines de gaduations en mesures anglaises sont autant d'occasions à utiliser.

II. COORDINATION GRAMMATICALE.

Mme JAEGER (Sèvres) signale une étude, faite en Quatrième, des articles définis et indéfinis : des phrases courtes, où ne manquaient que les articles, étaient proposées aux élèves, qui devaient les compléter.

Un travail analogue, en Troisième, sur les mots de coordination dont on donnait une liste limitative : or, donc, puisque, pour que, parce que, en français, latin, allemand.

Mlle CLAVIER (Sèvres) fait étudier les articles : le, un, les, des, et les conjonctions et prépositions, en partant de phrases mathématiques écrites en français, qu'on traduit dans les diverses langues connues des élèves.

Parmi les nombreux exemples donnés (2), citons les suivants :

a) *Les divers sens de la conjonction : comme.* Traduire en anglais, allemand, espagnol :

1. Ces angles sont égaux *comme* angles alternes, internes...
2. *Comme* ce triangle est isocèle, sa hauteur AH est aussi médiane.
3. Je considère $a^2 + 2ab$ *comme* le commencement d'un carré.
4. Le nombre 13 est premier *comme* le nombre 7.

b) *La distinction entre les relations de cause et de conséquence :*

1. *Cause :* puisque, comme, étant donné que, parce que, quand, car...

Etudier et traduire :

Puisque $AB = AC$ $\quad \widehat{B} = \widehat{C}$,

$\widehat{B} = \widehat{C}$, parce que $AB = AC$.

2. *Conséquence,* donc, par conséquent, de sorte que... $AB = AC$, donc $\widehat{B} = \widehat{C}$.

c) *Souligner la proposition subordonnée* dans une phrase simple, dire si elle exprime une cause ou une conséquence, et traduire la phrase :

Exemple (1) : J'ai manqué le train, car ma montre retardait.

III. COMPARAISON ENTRE LES DEUX ENSEIGNEMENTS.

Les Mathématiques et l'enseignement des langues me paraissent présenter en commun une idée maîtresse, celle de correspondance : correspondance d'ensembles, correspondance de structures.

Avec, cependant, une grosse différence : c'est que le mathématicien donne sa préférence à l'isomorphisme (ou à l'homomorphisme) ? Alors que l'étude d'une lan-

(2) Les autres exemples sont à la disposition des lecteurs qui désireraient les connaître.

gue est d'autant plus fructueuse qu'elle est plus éloignée de la langue maternelle dans son vocabulaire et dans sa structure. Si la langue étudiée était parfaitement isomorphe à la langue maternelle, l'intérêt de son étude serait sans doute nul (au point de vue culturel).

Une correspondance importante au point de vue pédagogique est celle que l'on établit entre le domaine des nombres et celui des formes géométriques. Elle se rencontre le plus souvent dans l'étude des fonctions et de leurs représentations graphiques. Il y a un langage qui exprime les propriétés des fonctions et un autre qui exprime celle de leurs représentations graphiques. Il est d'observation courante que les professeurs de Mathématiques obtiennent difficilemement de leurs élèves qu'ils évitent l'emploi des termes de l'un pour formuler des idées qui devraient l'être par l'autre : courbe croissante au lieu de courbe ascendante, maximum d'une courbe au lieu de sommet, coefficient angulaire d'une fonction $ax + b$ et non d'une droite, dérivée d'une courbe et non d'une fonction...

On pourrait établir un lexique indiquant la correspondance entre les deux langages.

Je crois que les professeurs de langues ne rencontrent pas les mêmes impropriétés et qu'il ne viendra jamais à l'idée d'un élève de conserver dans un thème le mot français du texte initial.

Pourquoi la cloison est-elle si parfaitement étanche dans le domaine des langues ? Peut-être parce qu'il y a dissymétrie évidente entre l'aisance permise par la langue maternelle et les difficultés présentées par la langue étrangère. Alors qu'en Mathématiques les deux langues sont souvent étrangères l'une et l'autre.

DUVAL (*Lycée de Sèvres*).

EN GUISE DE CONCLUSION (provisoire mais pratique).

Amené à présenter aux Collègues linguistes certaines des idées présentées dans les rapports précédents, puis à répondre aux vœux par lesquels M. MARTIN achevait son exposé, j'ai proposé à nos Collègues la création d'une Commission permanente de coordination et de liaison entre nos associations. Le principe en a été adopté.

Le premier problème que cette Commission envisagera est celui de l'horaire des langues dans les classes terminales. Sera-t-il résoluble séparément ou seulement en fonction d'une étude plus complète des classes terminales (étude que souhaitent nos Collègues philosophes) ? Ce qui est le plus facile, en cette matière, c'est d'énumérer les diverses difficultés qui peuvent se présenter.

Raison de plus pour nous réjouir que, grâce à des contacts personnels très cordiaux, se crée un climat de compréhension mutuelle qui est la première condition d'un travail fructueux.

G. W.

LES MÉTHODES DE L'ENSEIGNEMENT DE L'ASTRONOMIE AU LYCÉE *

II. — LES OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES SCOLAIRES

« On ne doit pas commencer l'étude par une discussion verbale au sujet des choses, mais par l'observation des objets. »

A. KOMENSKY (« La Grande Pédagogie »).

Les observations introductives.

Les observations astronomiques scolaires ont pour but de faire connaître aux élèves, de manière directe, les phénomènes célestes dont la connaissance est indispensable *avant* tout exposé d'astronomie. De telles observations (« d'orientation ») sont importantes, il est absolument impossible de « parler astronomie » aux élèves

(*) Voir la première partie de cette étude dans le *Bulletin* 187, p. 43.

qui n'en ont pas fait : on risque qu'ils comprennent tout de travers. Sans de telles observations l'enseignement devient purement formel, sans contact avec le réel, il se réduit à un pur enseignement « de tableau noir ». En outre, les observations astronomiques sont indispensables pour donner aux élèves une pratique élémentaire de l'application de connaissances acquises.

Les observations astronomiques scolaires doivent donner aux élèves le savoir et l'habitude de l'orientation au moyen des astres, et de mesures astronomiques approchées. Ainsi ils comprendront mieux les parties de l'enseignement qui concernent les applications de l'astronomie à l'économie nationale, à la navigation maritime et aérienne. De plus, les observations astronomiques scolaires développent chez les élèves le don de l'observation, une qualité très précieuse pour leur culture générale. Dans ce qui suit, nous appellerons « Travaux pratiques » les observations de cette sorte. Les travaux pratiques sont, en outre, indispensables pour la vérification et la rectification des connaissances des élèves.

On peut subdiviser les observations « introductives », de première sorte, en deux groupes :

1° *introductives*, à proprement parler, c'est-à-dire celles qui donnent aux élèves la connaissance du « phénomène », connaissance qui sera généralisée et dont on tirera des conséquences au cours ;

2° *illustratives*, c'est-à-dire celles qui ont pour but de *compléter* un exposé, concernant un objet donné, par une étude plus approfondie.

Les observations « introductives à proprement parler » doivent évidemment précéder les parties correspondantes du cours. Les observations « illustratives » suivront les parties correspondantes du cours.

Il est absolument évident que les observations des deux sortes, peuvent, et même parfois doivent, correspondre à la même partie du programme. Toutes les parties du programme exigent des observations introductives, mais leur nécessité est particulièrement impérieuse pour l'astronomie sphérique et pour les éléments de la mécanique céleste (« astronomie théorique »). Pour l'astronomie physique la nécessité d'observations introductives est moins importante : ici, au contraire, ce sont les observations illustratives qui devront prédominer.

Il faut remarquer que la subdivision des observations suivant les différentes parties du programme est impossible et même nuisible. Etant donné que certains phénomènes ne pourront s'observer qu'à une certaine époque de l'année (tant pour des raisons astronomiques que météorologiques), il faudra s'efforcer de tirer de chaque séance le maximum d'information compatible avec sa date et avec les conditions météorologiques. Bien entendu, il faudra donner la même importance aux observations relatives à l'astronomie physique qu'à celles relatives à l'astronomie de position.

Voici le programme propre des observations introductives :

1° Aperçu général, première connaissance du Ciel étoilé : constellations ; mouvement diurne.
2° Mouvement apparent du Soleil.
3° Mouvement apparent des planètes.
4° Mouvement apparent de la Lune et variation des phases de la Lune.
5° Les satellites de Jupiter et leurs mouvements.
6° Rotation solaire et changement d'aspect des taches.
7° Couleurs des étoiles et spectres stellaires.
8° Etoiles doubles.
9° Variation d'éclat d'une étoile variable.
10° Amas stellaires et nébuleuses diffuses.
11° La Voie Lactée.

Toutes ces observations ne sauraient être effectuées en une seule séance, et toutes n'exigent pas la présence directe du maître. La plupart de ces observations doivent être effectuées par des élèves indépendamment, suivant les indications du professeur.

Toutefois, le « démarrage » exige, soit la présence du professeur, soit des instructions détaillées sur « la manière de s'y prendre ».

D'autre part, certaines conclusions ne pourront être tirées de certaines observations qu'après une *série* d'observations, chacune de courte durée. Tel est le cas de la rotation solaire : il faut trois à quatre jours pour la constater (projection de l'image solaire sur un écran). Dans ce qui suit, les « problèmes d'observation » sont numérotés (numéros entre crochets).

Premier contact avec le Ciel stellaire [1].

Cette séance est particulièrement importante : elle donne les matériaux fondamentaux sur l'ensemble du cours. Elle doit être reprise quatre fois, de telle manière que les élèves puissent faire connaissance avec les constellations typiques pour chacune des quatre saisons, et avec les « objets » astronomiques qui ne sont visibles qu'à certaines époques de l'année.

Chacune des quatre séances doit avoir un « programme » qui correspond à la saison. Cependant, toutes les quatre auront en commun l'étude des constellations. La première des quatre séances est particulièrement importante, elle devra avoir lieu obligatoirement avant le début du « cours » d'astronomie.

Voici comment on pourra organiser la première séance. Le maître commence par familiariser les élèves avec quelques constellations dans la partie du Ciel proche du méridien Sud, puis près de la Polaire. Parmi ces constellations doivent obligatoirement figurer la Grande et la Petite Ourse. On apprend aux élèves la méthode de localisation des constellations par le tracé de « lignes imaginaires » et la détermination des quatre points cardinaux.

Si l'on dispose d'un parapluie percé de trous qui représentent les étoiles les plus brillantes (« parapluie astronomique », cf. 35° ci-dessous) le travail sera grandement facilité. Un tel parapluie remplace la Carte du Ciel (1). Il est particulièrement avantageux de placer le « parapluie astronomique » sur un support orientable, de manière à ce que la disposition des constellations sur le parapluie et dans le Ciel se correspondent. On pourra marquer les noms des constellations à la craie, sur le fond noir interne du parapluie. C'est un moyen très pratique de faire connaître aux élèves les constellations circumpolaires. Ensuite pourra commencer l'entraînement à la recherche des constellations d'après une carte stellaire.

On peut, à défaut du parapluie, utiliser une carte du Ciel (en projection stéréographique), collée sur un carton, fixée à l'extrémité d'une tige, placée obliquement (dans la direction de l'axe du monde).

Dès le début des observations, il faut que les étudiants repèrent la position de trois astres par rapport à l'horizon : un à l'Ouest, un à l'Est, et un autre dans la direction Sud. Ce dernier pourra être repéré par alignement avec quelque objet visible à l'horizon, d'une extrémité d'un bâton, portant un trou à son extrémité supérieure, ou simplement échancré en V, à son extrémité supérieure. Si l'observation s'effectue sur une « plate-forme astronomique » spécialement aménagée, toutes les opérations se trouvent grandement facilitées.

Après avoir fait remarquer, au bout de quelque temps, la variation des positions des étoiles proches de l'horizon, le maître aura une excellente entrée en matière pour s'attaquer au mouvement diurne en général. Pour cela, il utilisera une lunette ou même une jumelle, fixée à un support immobile. Si l'on dispose d'une chambre photographique, on dirigera celle-ci vers la Polaire, ce qui (après une pose de quelques heures) donnera une série d'arcs représentant le mouvement des étoiles circumpolaires.

C'est en automne, évidemment, qu'aura lieu la première séance, dès la rentrée, quand il ne fait pas encore trop froid, bien qu'en France (contrairement à ce qui se

---

(1) Le « parapluie astronomique » a été inventé simultanément et indépendamment par M.-E. Nabokov et Camille Flammarion (N.d.T.).

passe en U.R.S.S.), les conditions météorologiques soient généralement assez défavorables en octobre.

Les constellations qu'il faudra faire connaître aux élèves dès cette séance sont : la Grande Ourse, la Petite Ourse, Cassiopée, Céphée, Dragon (la Tête seulement), et, dans la mesure du possible : Cygne, Lyre, Aigle, Pégase, Andromède, Cocher (Auriga) et Bouvier (Bootis).

Pour la recherche de ces constellations on mènera des « lignes imaginaires » à partir des constellations circumpolaires (Grande Ourse, Cassiopée, Petite Ourse, Céphée). Une telle méthode de recherche est importante pour que les élèves, qui n'ont pas de peine à se rappeler la position des constellations par rapport à l'horizon, au moment de l'observation, puissent également les retrouver, plus tard, à tout moment, en n'importe quel lieu.

Remarque. — *Une fois terminée la prise de contact avec les constellations, le maître pourra « animer » le spectacle du Ciel, en montrant les objets les plus intéressants du Ciel, ou, du moins en parlant des « objets » les plus importants. Ces commentaires et ces démonstrations doivent comprendre les problèmes suivants : différences d'éclat et de couleur des étoiles, avec indication (évidemment très brève) de la signification de ces caractères pour l'état physique des étoiles.*

Le ciel d'automne donne de grandes possibilités à ce point de vue. Le maître proposera aux élèves d'apprécier la couleur d'Arcturus, Capella, Véga, Deneb. En général, les élèves donnent des appréciations assez exactes des couleurs. Ayant précisé ou corrigé ces appréciations, le maître attire l'attention sur le fait que les couleurs permettent d'apprécier les températures stellaires. Cela conduit les élèves de la géométrie du ciel à sa physique. Ensuite, selon les instruments dont il dispose, le maître montre aux élèves, la Nébuleuse d'Andromède, les Amas dans Persée, l'Amas d'Hercule, avec un bref commentaire. Il montrera éventuellement la Lune ou une planète visible le soir de l'observation.

De telles démonstrations, le soir de la première séance, sont très utiles. Ne montrer que des constellations peut être considéré comme une erreur pédagogique, spécifique de l'ancienne réduction de l'astronomie à l'astronomie de position. Il faut que, dès le premier contact avec le Ciel, les élèves sachent ne pas se borner à la disposition des étoiles, mais soient intéressés à une connaissance plus physique des objets dont il sera question dans le cours.

Il faudra consolider (et contrôler) la connaissance des constellations circumpolaires. Voici un moyen de contrôle commode : transporter les élèves en un autre lieu, éventuellement proche du premier, mais avec une « ligne d'horizon » différente. Ce changement de repères terrestres oblige les élèves à se servir des « lignes imaginaires » uniquement. Ainsi, le maître peut détecter les élèves qui ont mal assimilé l'essentiel, et les aider à consolider leur savoir. Si le maître dispose d'un « parapluie astronomique », en plaçant celui-ci dans des positions différentes, il pourra s'en servir pour des exercices analogues à ceux que permettent en géographie des « Cartes muettes ».

Comme devoir à la maison, après cette première séance de « travaux pratiques », on pourra proposer aux élèves de décrire la séance (Qu'avez-vous vu ? — Réponse avec dessins et explications à l'appui). Le maître « corrigera » ce devoir, notera les erreurs, les omissions, il discutera en classe les erreurs les plus communes, et expliquera à chaque élève les imperfections de son travail. Cette manière de procéder montrera aux élèves qu'en sciences l'exposé écrit d'un travail joue un rôle important. Quant au maître, il saura ainsi quels ont été les défauts de son propre travail, et il fera mieux l'année suivante.

Evidemment, toutes ces observations ne sont pas obligatoires : le maître choisira dans le programme que nous venons de tracer, et ajoutera ce qui lui paraîtra utile. Mais il ne perdra jamais de vue, que les belles soirées sont rares, aussi bien en

France qu'en U.R.S.S., et qu'il faut « voir » le plus de choses possible, quand le ciel est clair.

Les trois autres séances de cette même série n'auront pas tout à fait le même caractère, car les élèves, à mesure que le cours progressera, feront preuve de plus en plus d'initiative, dans la recherche des constellations nouvelles, et dans la conduite des travaux pratiques. La seconde séance, outre la reconnaissance des constellations d'après la Carte, pourra être combinée avec les travaux pratiques d'astronomie de position (en rapport avec ce qui a été vu au cours) ; comme la première, elle pourra se terminer par des questions d'ordre astrophysique.

Dans la troisième et la quatrième séance d'observation du Ciel, on pourra introduire, non seulement des travaux pratiques, mais aussi des observations personnelles, d'astrophysique, effectuées par des élèves. Evidemment, à chaque séance les directives et les explications du maître sont indispensables, d'autant plus que la recherche de certains objets ne pourra être effectuée que par lui-même.

Observations données « en devoir ».

[2] *Les observations du mouvement apparent du Soleil* ont pour but d'abord le tracé des hauteurs du Soleil, à midi, sur un graphique en fonction de la date, puis, compte tenu de la latitude du lieu supposée connue, tracé de l'écliptique. Les observations sont effectuées au voisinage du midi vrai, au moyen d'un instrument permettant la mesure des angles. Dans le cas le plus simple, au lieu d'un tel instrument, on pourra utiliser la longueur de l'ombre d'un gnomon.

[3] *Les observations du mouvement apparent des planètes* et de la Lune, ont pour but l'obtention de données concrètes sur le déplacement de ces astres par rapport aux étoiles ; de telles données sont indispensables pour la suite du cours.

Le mouvement apparent de la planète est marqué sur une copie de la Carte du Ciel, en notant, en même temps, l'instant de l'observation. De toutes les planètes visibles à un instant donné, il faut choisir, pour de telles observations, deux planètes avec le mouvement apparent le plus notable, et il est bon d'y inclure, si possible Vénus. De leur côté, Mars et Jupiter sont des objets qui se prêtent bien à des observations de ce type.

[4] *Les observations du mouvement apparent de la Lune.* Pour l'observation du déplacement de la Lune parmi les étoiles et l'observation de ses phases, une carte de la partie équatoriale du Ciel, entre les déclinaisons $+ 30°$ et $- 30°$, avec les étoiles les plus brillantes et les constellations zodiacales, est indispensable. Pendant un mois les élèves marqueront sur une telle carte les positions de la Lune, et ses phases, en précisant les dates des observations.

[5] *Les observations des satellites de Jupiter* ont pour but de montrer aux élèves un modèle de système planétaire. Ici l'essentiel est le mouvement des satellites. Par conséquent, il est insuffisant de convaincre les élèves de l'existence des satellites : il faut organiser les observations de telle manière qu'on puisse observer les déplacements, et, si possible (si les instruments le permettent), les éclipses des satellites. Une jumelle suffit pour ce genre d'observation, si le grossissement est égal ou supérieur à six, et si le support est suffisamment stable. Une petite lunette est largement suffisante.

[6] *Les observations solaires.* Les observations télescopiques du Soleil ont pour but de mettre en évidence sa rotation et la modification de l'aspect des taches. En projetant l'image du Soleil sur un écran, on peut observer des taches, même avec un petit instrument. Il suffit d'effectuer des observations plusieurs jours de suite pour mettre en évidence, d'une part, la variation d'aspect et le déplacement des taches dus à la rotation du Soleil, et, d'autre part, l'apparition de nouvelles taches, ou la disparition des taches anciennes, ou leur division en taches partielles. On doit conduire ces observations en dessinant sur l'écran la disposition des taches et en marquant la direction de l'axe de rotation du Soleil.

Lorsque l'instrument est fixe, l'image du Soleil se déplace sur l'écran. Si nous marquons sur l'écran deux positions successives d'une seule et même tache, nous aurons la position du « parallèle diurne » du Soleil, c'est-à-dire la direction « Est-Ouest » (pour le disque du Soleil).

Pour un tel travail, une jumelle à prisme suffit : on peut fixer cette jumelle sur une planche avec un écran de contreplaqué préparé d'avance : sur l'écran on fixe une feuille de papier à l'aide de quelques punaises. Il faut déterminer la dimension de l'image du Soleil, par des essais, et préparer d'avance, ensuite, des cercles de rayon correspondant. Quand les élèves, soit grâce aux observations, soit grâce au cours du professeur, sauront que le Soleil possède un mouvement de rotation propre, il faudra, en utilisant les données d'un annuaire astronomique, marquer sur le dessin la direction de l'axe de rotation propre du Soleil, et la position de l'équateur solaire, et c'est à cela que sert le repérage du « mouvement diurne » du Soleil sur l'écran.

[7] *Observations de la couleur des étoiles.* Ces observations ont pour but d'approfondir la notion que les élèves possèdent des étoiles en tant que corps physiques (et non simples points lumineux). Il est très souhaitable de jumeler ces observations avec l'examen des spectres stellaires. Ce dernier peut être effectué en plaçant devant l'objectif de l'instrument optique, qui sert aux observations, un prisme de petit angle.

Au lieu du prisme on peut aussi utiliser un réseau de diffraction, d'un faible nombre de traits au millimètre. Il faut choisir le prisme ou le réseau de telle manière que les spectres soient assez brillants et restent, en même temps, dans le champ de l'instrument. Il faut donc que le grossissement soit faible, et le champ aussi grand que possible. L'expérience d'utilisation du réseau montre que pour de telles observations une jumelle suffit amplement.

Il faut choisir des étoiles plus brillantes que la magnitude 2,5 (en utilisant le « Manuel de l'astronome amateur » russe ou « L'annuaire Flammarion »).

[9] *Observation d'étoiles variables.* Ces observations sont importantes, d'abord parce qu'elles illustrent la partie du cours relative à la nature des étoiles. Mais, surtout, elles permettent à l'élève de constater par lui-même que le Ciel stellaire n'est pas un modèle de constance, puisqu'il existe des étoiles dont l'éclat varie. Il est parfaitement inutile d'enseigner aux élèves la méthode d'estimation visuelle des éclats (méthode des « degrés » d'Argelander), il suffit seulement d'indiquer des étoiles de comparaison telles que la perception de la différence entre l'éclat de l'étoile étudiée et l'étoile de comparaison soit facile. Il faut choisir des variables telles que la variation soit continue et avec une période ne dépassant pas dix jours.

Les étoiles les plus commodes dans ce but sont : β Lyrae et δ Céphée ; cette dernière convient tout particulièrement du fait qu'elle est toujours visible, aux latitudes moyennes (et en particulier en France). Les observations de l'ensemble des élèves, accompagnées d'indications horaires, doivent être converties en un graphique. Ce dernier travail pourra être confié aux élèves particulièrement actifs et doués.

[11] *Observations de la Voie Lactée.* Un travail utile consiste dans l'exécution d'un dessin de la Voie Lactée, avec, si possible, estimation de la brillance des différentes parties. Ce travail amène à une meilleure compréhension des questions relatives à la structure de la Galaxie.

Ce travail peut être exécuté sans aucun instrument ; une carte générale du Ciel stellaire (ne portant pas la Voie Lactée) suffit. Les élèves portent leurs observations sur cette carte.

Les observations illustratives.

Ces observations sont au fond analogues aux observations introductives. Dans certains cas, on est conduit à remplacer les observations introductives par des observations illustratives et vice-versa. Nous compterons parmi les observations illustratives aussi celles qui se rapportent à des phénomènes rares : éclipses solaires ou

lunaires, comètes, essaims météoriques. Les principaux objets des observations illustratives sont les corps de notre système solaire : le Soleil, la Lune, les planètes ; puis les objets stellaires : nébuleuses, amas, Voie Lactée, étoiles doubles et étoiles variables.

Ici il faut mettre le professeur en garde contre la recherche de trop forts grossissements. Les conditions atmosphériques défavorables et le manque d'habileté des débutants, dans le travail d'observation, risquent de décevoir les débutants si l'on emploie des grossissements trop forts, car l'image ne sera pas assez belle.

Il faut surtout saisir toutes les occasions qui permettent de faire observer des modifications dans l'objet examiné. Une modification observée par l'élève lui-même l'impressionne toujours tout particulièrement. C'est ainsi, par exemple, que lors des observations du Soleil sur un écran, il faudra faire examiner par les élèves la structure d'une grosse tache irrégulière quelconque, car dans de telles taches, la modification des détails se produit assez rapidement, en une heure ou en moins d'une heure.

En examinant Jupiter dans une bonne lunette, on peut de même observer la rotation de la planète lors de deux observations séparées par un intervalle de une à deux heures.

Il est particulièrement facile de suivre la variation de l'éclairement de la surface de la Lune par le Soleil. A tout moment, au bord de l'ombre (terminateur), avant la pleine Lune, on peut trouver un sommet quelconque, qui, au début de l'observation, apparaît comme une petite tache lumineuse sur fond sombre, mais qui, au bout d'une demi-heure ou d'une heure, devient nettement visible. D'une manière générale, l'étude détaillée des particularités de la surface lunaire est une des observations illustratives particulièrement commodes et utiles, d'autant plus que de telles observations n'exigent pas d'instruments très puissants.

En ce qui concerne les planètes, une des plus commodes, est évidemment Jupiter, dont le grand diamètre apparent permet d'utiliser des instruments peu puissants. La rotation de Jupiter peut s'observer pendant la durée d'une séance.

L'étude de Vénus a pour but de montrer aux élèves ses phases. En raison de la grande brillance de la planète, il vaut mieux, quand on l'observe au moyen d'un réfracteur, effectuer l'observation au début de la soirée, avant la nuit complète. En effet, lorsque l'objectif du réfracteur n'est pas parfaitement achromatique, les bordures colorées deviennent trop visibles lorsque la nuit est complète. La position la plus avantageuse pour l'observation de Vénus, avec un petit instrument, s'effectue entre la conjonction inférieure et la plus grande élongation. Le diamètre apparent est alors suffisant et la phase est en forme de croissant, ce qui est plus frappant qu'un cercle incomplet. Si, au moment de l'observation de Vénus on peut observer la Lune, on ne manquera pas de faire comparer les phases des deux astres.

On ne manquera pas, non plus, de montrer aux élèves Saturne et ses anneaux, et si l'instrument le permet, on fera observer l'ombre de la planète sur son anneau.

La démonstration des étoiles doubles commencera avantageusement par Mizar et Alcor, après quoi on passera à des couples plus serrés (le choix ici dépend de l'instrument : il est prudent d'essayer plusieurs couples d'après des annuaires, avant la séance avec les élèves). Il est particulièrement utile de montrer des étoiles multiples (par exemple θ Orion).

L'observation des éclipses du Soleil et de la Lune doit être prévue au cours de l'année, et proposée en devoir.

L'observation des comètes brillantes et surtout des novae peut être prévue d'après les annuaires, mais si de tels phénomènes sont annoncés par les journaux, il faudra organiser leur observation.

Quelle tâche proposera-t-on aux élèves à l'occasion d'une éclipse de Lune ? On cherchera à familiariser les élèves avec la marche du phénomène, avec la forme de l'ombre de la Terre (argument convaincant en faveur de l'affirmation que la Terre est sphérique) et avec les particularités de la coloration de la Lune. Il suffit de

choisir de faibles grossissements (pour que tout le disque soit dans le champ). Les étudiants doivent préparer d'avance des cercles représentant le disque tel qu'il se présentera au cours des observations avec l'instrument donné. Les élèves dessineront la Lune, à intervalles réguliers, de préférence avec des crayons de couleur, et ils marqueront sur chaque dessin, l'heure de l'observation. Une telle succession de dessins donne une excellente représentation de la marche du phénomène, et peut être ensuite utilisée comme illustration lors du cours. Après l'exécution du travail on peut montrer aux élèves les dessins les plus réussis de leurs camarades en insistant sur leurs qualités, tout en indiquant les défauts des dessins particulièrement mauvais.

Lors de l'observation d'une éclipse de Soleil, on procédera de manière analogue, mais en projetant l'image du Soleil sur un écran. Si l'éclipse est totale, il ne faut pas manquer de faire dessiner la couronne solaire, de préférence au crayon de couleur ou à la peinture. De telles observations peuvent même avoir un certain intérêt scientifique. Avant l'éclipse, il faut déterminer d'après les annuaires son heure exacte pour le lieu de l'observation et faire vérifier par les élèves que la prévision était exacte (ce qui suppose que les montres ont été bien mises à l'heure), pour les différentes phases du phénomène.

Les observations facultatives des essaims météoriques ont pour but de donner aux étudiants l'idée que ce phénomène obéit à une loi, tant en ce qui concerne l'accroissement du nombre de météores, à mesure que l'on s'approche du maximum de densité de l'essaim, qu'en ce qui concerne la fixité du « radiant ». Pour de telles observations chaque élève sera muni d'une carte de la région correspondante du Ciel, avec laquelle il tâchera de se familiariser d'avance, afin de pouvoir porter sur la carte, le météore qu'il aura observé. Il faut partager les élèves en petits groupes, chaque groupe se voyant confier la surveillance d'une région déterminée du Ciel, dans la partie où doit s'observer le phénomène. De telles observations peuvent être collectives ou individuelles, mais il est indispensable, dans les deux cas, de reporter ensuite l'ensemble des observations sur une seule carte.

Le maître préviendra les élèves, s'il apprend qu'une comète est visible à l'œil nu ou à la lunette. Il leur communiquera l'heure la plus favorable, la position dans le Ciel, et les prévisions en ce qui concerne son mouvement parmi les étoiles. La carte de la région du ciel où se trouvera la comète sera affichée en classe. On proposera aux élèves de noter le mouvement de la comète par rapport aux étoiles (comme pour une planète), ainsi que les modifications de l'aspect de la comète.

De telles observations peuvent être effectuées collectivement, avec la participation directe du maître, ou bien, comme devoir effectué individuellement. Le mieux est de commencer par une observation collective suivie d'observations individuelles proposées en devoir.

Lors de l'apparition d'une nova, on procédera comme pour une comète. Mais ici on se proposera d'estimer l'éclat de la nova, en utilisant les habitudes acquises lors de l'observation des étoiles variables.

Les travaux pratiques d'observation.

Comme on l'a dit plus haut, ces travaux ont pour but de donner aux élèves l'occasion d'appliquer leurs connaissances à divers problèmes pratiques. On leur apprendra comment l'astronomie permet de s'orienter, et on leur fera remarquer que cela leur sera utile plus tard pour la navigation aérienne et maritime, ou s'ils font de l'exploration géographique. On insistera sur l'importance de telles connaissances pour la défense nationale.

Evidemment l'orientation au moyen de la Polaire est classique. Ce n'est pas une raison pour la négliger. Bien au contraire, on s'assurera que tous les élèves connaissent et savent appliquer cette méthode. Mais on apprendra aux élèves à s'orienter également au moyen de la Lune. des Constellations équatoriales et du Soleil.

L'orientation au moyen de la Lune peut être effectuée de manière approchée, si les étudiants se rappellent de quel angle la Lune est séparée du Soleil pour les

différentes phases, sur la sphère céleste, et dans quelle partie de la voûte céleste elle doit apparaître. Inversement, si les points cardinaux ont déjà été repérés, la Lune peut servir, en absence d'une montre pour une détermination approchée de l'heure.

. Les constellations équatoriales (en particulier zodiacales), peuvent servir, lorsque la partie Nord du ciel est cachée par les nuages, à la détermination de la direction Sud (si l'on a l'heure) et à la détermination de l'heure (si l'on connaît la direction Sud). Quels que soient les thèmes de la séance des travaux pratiques, il faudra toujours consacrer un certain temps à la familiarisation des élèves avec les constellations de la zone équatoriale.

L'étude des constellations équatoriales, visibles au voisinage de minuit est désirable parce que, en été, les soirées sont claires, et les constellations ne deviennent nettement visibles qu'assez tard. Si, au contraire, on ne se rappelle que des constellations visibles dès la tombée de la nuit, on ne verra aucune différence entre l'automne et l'hiver, car entre l'équinoxe d'automne et le solstice d'hiver, le Soleil se couche de plus en plus tôt. A cette occasion, le maître pourra apprendre aux élèves comment une carte, munie d'indication des ascensions droites, permet de prévoir qu'elles seront les constellations visibles en culmination supérieure, 1, 2, 3 heures avant minuit, ou plus tard.

En ce qui concerne l'orientation de jour, d'après le Soleil, on peut la faire d'une manière plus précise qu'on ne le fait en général, si l'on construit un cadran solaire horizontal, en carton (avec un index oblique qui se plie afin de permettre de garder le cadran dans sa poche ou dans un carnet). Un tel cadran (quand on a aussi une montre-bracelet ordinaire) permet, à n'importe quel moment de la journée, de « trouver le Sud ». Il suffit pour cela, tenant le cadran portatif horizontalement, de placer celui-ci de manière à ce qu'il montre l'heure locale, que l'on calcule au moyen de la montre ordinaire. Evidemment, le cadran doit être construit pour la latitude moyenne (à 2°-3° près) de la région où l'on pourra avoir besoin de s'orienter.

Les travaux pratiques et les observations correspondantes sont possibles et nécessaires principalement pour la première partie du cours, relative à l'astronomie sphérique. On pourra aussi inclure dans ces travaux pratiques la détermination du méridien d'après la Polaire (approximativement), la détermination de la direction Nord-Sud au moyen du Soleil, la détermination de la latitude au moyen de la Polaire ou des étoiles lors de leur passage au méridien (variante : détermination de la déclinaison d'une étoile, quand la latitude du lieu est connue).

Les travaux pratiques d'orientation doivent être jumelés avec des excursions. Il faut préparer le travail avec le chef de l'excursion, qui pourra « corser le jeu » à l'aide de détails utiles et amusants.

On remarquera que la liste ci-dessus représente plutôt un maximum. Le maître tiendra compte du matériel d'enseignement disponible, de la région, de la saison, de l'ensemble du programme auquel sont soumis les élèves. C'est ainsi, par exemple, que dans une région maritime, il insistera tout particulièrement sur les travaux permettant de faire un point approché en mer.

En astrophysique on peut indiquer aussi divers travaux pratiques proches, par leur programme des observations introductives ou illustratives. Observation des taches solaires, des étoiles variables, photographie du Ciel avec un appareil photographique ordinaire. En utilisant une installation très primitive, les élèves, en se relayant, pourront obtenir un cliché d'une durée de pose d'une demi-heure à une heure, et ayant développé le cliché se convaincre de la puissance de cette méthode d'observation.

Le travail de l'étude du Soleil est particulièrement intéressant, en tant qu'introduction des élèves au problème de l'utilisation de l'énergie solaire (en cours de gros progrès en France). On pourra, par exemple, utiliser une vieille boîte de conserves, à fond noirci au noir de fumée, et constater son très rapide échauffement, avec un collecteur de lumière même très primitif.

Visites d'Observatoires astronomiques.

Le cours comprendra obligatoirement un certain nombre de visites à l'observatoire le plus proche. Le but de la visite : montrer l'aspect des astres dans un instrument puissant, visite éventuelle du Planétarium, contact avec l'observatoire, contact avec les installations connexes.

Certes, certaines écoles sont défavorisées par leur éloignement de tout observatoire astronomique, mais lors d'une excursion au voisinage d'un observatoire on ne manquera pas de le visiter.

Lors de la visite, le maître n'oubliera pas qu'il ne saurait, faute de temps, tout faire voir, et il n'oubliera pas aussi qu'il lui appartient d'assurer la discipline, protégeant à la fois les instruments et les élèves contre tout accident. C'est pourquoi, pendant que les élèves ne sont pas occupés directement à observer, il leur assignera une tâche quelconque, par exemple, il leur fera faire des dessins à l'œil nu, de la région du ciel qu'ils observeront à travers l'instrument. Occupés de cette manière, les élèves ne dérangeront pas leurs camarades, qui, pendant ce temps, à tour de rôle, observeront à la lunette.

Avant la visite, il est indispensable d'exposer brièvement aux élèves ce qu'ils vont observer, sur quoi il leur faudra spécialement porter l'attention, lors de l'examen de différents « objets » astronomiques, et discuter avec eux de la manière dont ils s'y prendront pour faire les dessins. Pour éviter les trop habituelles déceptions, lors des observations avec les gros instruments, le maître expliquera ce qu'est le grossissement, comment le champ se retrécit en fonction du grossissement, comment varie la brillance des objets en fonction du grossissement, et enfin, dans quelle mesure la qualité des images est détériorée par l'agitation atmosphérique et par l'impureté de l'atmosphère.

Il est aussi indispensable que le maître s'entende parfaitement avec la personne qui fera visiter l'observatoire (généralement un membre de son personnel). Le maître indiquera le degré de préparation des élèves, indiquera d'avance ce qu'il faudra leur montrer et de quelles explications il faudra l'accompagner. Il est bon de demander à la personne de l'observatoire, de montrer d'abord la lunette et son installation, indiquer comment on regarde dans un oculaire, et expliquer quel est le grossissement et le champ qu'on se propose d'utiliser, et tout cela avant d'éteindre la lumière.

Après la visite, il faudra examiner les dessins et les notes des élèves, leur expliquer ce qu'ils ont perçu incorrectement, ensuite faire une discussion générale, et charger les élèves les plus actifs et les plus intéressés par l'astronomie, de faire une synthèse de toutes les observations sous la forme de plusieurs dessins généraux.

Lors de la visite de l'observatoire lui-même, il ne faudra montrer aux élèves que l'essentiel. Il ne faut pas se laisser entraîner à s'attarder aux petits détails des instruments astronomiques. On montrera évidemment un instrument de mesure angulaire, une lunette méridienne, un réfracteur à monture équatoriale, une chambre photographique, un chronomètre et une horloge astronomique. On montrera aussi, sans entrer dans les détails, un instrument servant à mesurer les clichés photographiques, sans oublier d'insister sur leur destination. Si l'observatoire possède un service de l'heure, il faudra montrer le schéma général de ce service aux élèves-visiteurs.

Enfin, il faudra montrer aux élèves un quelconque des atlas détaillés, et un catalogue stellaire. A la fin de la visite, il n'est pas mauvais de montrer aux élèves quelques clichés (négatifs et positifs) du Soleil, de la Lune, d'un champ stellaire, d'un spectre ou des meilleurs dessins obtenus à l'observatoire visité.

Il faudra veiller à ne pas redire ce qui a été déjà dit au cours, mais à approfondir les connaissances déjà acquises, et insister sur la haute précision des observations astronomiques, faites « pour de bon » à l'observatoire visité.

Avant la visite, le maître, après avoir consulté les astronomes professionnels, devra être en mesure de raconter aux élèves quels sont les problèmes que se propose de résoudre l'observatoire visité (et les observatoires en général).

A la fin de la visite, il ne faut pas retenir trop longtemps les élèves par des explications. Donner aux élèves un devoir ayant pour sujet la description de ce qu'ils ont vu à l'observatoire (organisation de l'observatoire).

M. E. Nabokov. Traduction : V. Kourganoff.

INTRODUCTION A LA THÉORIE DES NOMBRES COMPLEXES

Définition. — Un nombre complexe est un couple rangé de deux nombres réels a et b qui sont ses *composantes ;* il est noté (a, b). L'égalité, confondue avec l'identité, est réflexive, réciproque et transitive.

On va définir, sur les nombres complexes, des opérations destinées à conférer à leur ensemble C une structure de corps commutatif.

Addition. — L'addition de deux nombres complexes est une opération interne définie par l'égalité :

$$(a, b) + (a', b') = (a + a', b + b').$$

Elle est commutative, associative, et possède un élément neutre (0, 0) ; tout nombre complexe (a, b) a un opposé et un seul $(-a, -b)$.

Multiplication par un nombre réel. — Le produit du nombre complexe (a, b) par le nombre réel k est le nombre complexe (ka, kb) ; on le note $k(a, b)$ ou $(a, b)\,k$. On vérifie que $\lambda[\mu(a, b)] = \mu[\lambda(a, b)] = \lambda\mu(a, b)$, que $1(a, b) = (a, b)$; de plus, cette opération est distributive par rapport à l'addition des nombres réels ou complexes.

Nouvelle notation pour un nombre complexe. — D'après ce qui précède, le nombre complexe (a, b) peut s'écrire $(a, b) = a(1, 0) + b(0, 1)$, ou, en posant :

$$(1, 0) = e, (0, 1) = i \qquad (a, b) = ae + bi.$$

[On peut noter — mais c'est inutile pour la suite — que les deux opérations qui viennent d'être définies confèrent à ensemble C une structure d'espace vectoriel de dimension 2 dont une base est (e, i)].

Multiplication. — La multiplication doit être une opération interne commutative. Elle doit posséder un élément neutre dont on prévoit qu'il sera e (qu'on sera amené à assimiler au nombre réel 1). La table de multiplication des éléments de base e et i est donc nécessairement la suivante :

T

	e	i
e	e	i
i	i	ω

$\omega = \alpha e + \beta i$ est un élément de l'ensemble C, choisi une fois pour toutes, et, pour le moment, arbitraire.

La multiplication doit être associative et distributive par rapport à l'addition. Le produit $(ae + bi) \times (a'e + b'i)$ s'effectuera donc comme un produit de polynômes en e et i, qu'on mettra sous la forme $Ae + Bi$ en tenant compte de la table T, soit : $(ae + bi)(a'e + b'i) = (aa' + bb'\alpha)e + (ab' + ba' + bb'\beta)i$.

Enfin, tout élément non nul $ae + bi$ $(a^2 + b^2 \neq 0)$ doit admettre un inverse $a'e + b'i$ tel que :

$$(ae + bi)(a'e + b'i) = e ;$$

autrement dit, le système linéaire en a' et b',

(S) $aa' + b\alpha b' = 1$; $ba' + (a + b\beta)b' = 0$ doit admettre une et une seule solution quels que soient a et b non simultanément nuls. Or, le déterminant de (S) :

$$\delta = a^2 + \beta ab - \alpha b^2,$$

est une forme quadratique en a et b. Cette forme doit être définie positive, ce qui exige :

(1) $$\beta^2 + 4\alpha < 0 \text{ et, en particulier, } \alpha < 0.$$

Dans le but de simplifier au maximum les règles opératoires, nous prendrons $\beta = 0$, $\alpha = -1$.

Il reste à vérifier maintenant que la multiplication possède bien toutes les propriétés requises par la structure de corps commutatif. C'est très facile. En particulier, on verra que le système (S) admet effectivement une solution et une seule, qui est $\frac{ae - bi}{a^2 + b^2}$ pour $a^2 + b^2 \neq 0$.

On constate qu'il y a isomorphisme entre le corps des réels et l'ensemble C_0 des nombres complexes à seconde composante nulle, ce qui nous amène à poser $ae = a$.

Observons enfin, que tous les corps obtenus en donnant à α et β toutes les valeurs réelles satisfaisant à (1) sont isomorphes. Parmi eux, nous avons choisi celui qui conduit au maximum de simplicité dans les calculs.

La théorie précédente a été exposée cette année, avec succès, dans ma classe de Mathématiques Supérieures. Elle a l'avantage d'être à peu près dénuée de dogmatisme, de donner très rapidement la notation définitive (à la lettre e près), ainsi que les règles opératoires essentielles.

J. Commeau (*Lycée Kléber, Strasbourg*).

NOUVEAUX PROBLÈMES D'AUJOURD'HUI

Sur la suggestion d'un Collègue, que nous remercions vivement de sa bonne idée, nous adressons la lettre suivante à un certain nombre de personnalités scientifiques. Mais il est évident que l'appel s'adresse également à tout professeur, en quelque classe qu'il enseigne. Merci d'avance à tous ceux qui voudront bien alimenter cette utile rubrique. — *La Rédaction.*

Monsieur,

Un professeur qui enseigne dans une classe de Mathématiques d'un grand Lycée du Midi de la France nous écrit :

« Comme l'immense majorité d'entre nous, je ne manque pas de bonne volonté lorsqu'il s'agit d'adapter notre enseignement aux exigences de la science actuelle, mais c'est dans l'exécution que mon embarras commence, notamment lorsqu'il s'agit de choisir des problèmes à faire traiter par mes élèves.

Je lis avec intérêt les critiques que l'on fait à notre enseignement actuel des Mathématiques et les vœux concernant ce qu'il conviendrait de faire, mais cela ne m'éclaire pas suffisamment lorsqu'il s'agit de choisir des énoncés. Je crains toujours deux écueils : ou retomber dans de vieilles ornières, ou inventer des questions artificielles, pires peut-être que les vieilleries classiques.

Ne pourrait-on demander à chacun de ceux qui veulent voir notre enseignement changer un ou deux exemples de problèmes que nos élèves devraient, selon eux, être capables de résoudre. Et comme le Baccalauréat fait (hélas !) jurisprudence en France, quel serait à leurs yeux un bon problème de Baccalauréat ?

Nous ne pourrions exiger des problèmes pédagogiquement bien dosés de la part d'auteurs qui n'enseignent pas dans nos classes et nous pourrions, sous ce rapport, promettre notre indulgence (ce serait bien notre tour). Mais beaucoup d'entre nous trouveraient de profitables indications dans ces énoncés. »

***

Retenant la suggestion de notre Collègue, nous nous permettons de solliciter votre collaboration à la rubrique « Nouveaux problèmes d'aujourd'hui » *que nous ouvrons dans notre* Bulletin. *Vous avez toute liberté dans la formulation de vos suggestions. Il n'est même pas indispensable de préciser le niveau supposé des utilisateurs, puisqu'il s'agit essentiellement de suggérer aux professeurs, ou bien une orientation nouvelle de l'enseignement des Mathématiques, ou bien une formulation différente des questions classiques, ou bien encore une motivation raisonnable des problèmes à proposer aux élèves pour les mieux préparer aux études scientifiques modernes.*

Veuillez nous excuser du dérangement que vous donnera notre demande. Si vous pouvez y répondre, soyez assuré que nous vous serons très reconnaissant de l'aide que vous nous apporterez. Croyez, Monsieur, à nos sentiments dévoués.

Le Bureau de l'A.P.M.E.P.

N.-B. — Adressez vos envois à l'adresse suivante :
Gilbert WALUSINSKI, 26, Parc de la Bérengère, St-Cloud (S.-et-O.), tél. VAL. 29-09.

Le questionnaire de l'A.P.M.

Réponse à 185-2. — Sur quelle logique faut-il édifier notre pédagogie ?

Lors de son interrogation, en première partie du Baccalauréat, un candidat, ayant besoin du cosinus de 60°, se tourna vers le tableau et disposa, en petit, des nombres qui m'intriguèrent. Je lui en demandai l'explication. Il m'indiqua ce qui suit :

On écrit les « angles classiques »	0°	30°	45°	60°	90°
On les numérote	0	1	2	3	4
On extrait la racine de ces numéros	0	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	2
On divise par 2	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

Je découvris ainsi les sinus des angles envisagés ; je n'avais jamais rencontré ce machinisme pour les piéger.

La question 185-2 de l'A.P.M. parle d'un abîme entre la logique de l'enfant et la nôtre. Devrons-nous parler d'abîmes entre les logiques de professeurs de Mathématiques ?

Si la pédagogie s'essaie à devenir une science, il faut d'abord savoir avec quelle logique on l'édifie. Je pose alors la question suivante quant au procédé ci-dessus : Est-ce la logique de ceux qui rejettent rigoureusement son emploi, ou la logique de ceux qui l'acceptent — même « plus ou moins » ? En d'autres termes, existe-t-il, au sein de l'A.P.M., des défenseurs de son emploi ?

N.-B. — J'ai mis une sale note à mon candidat, non à cause du tableau ci-dessus, mais, entre autres raisons, parce qu'il pensait que la dernière ligne de celui-ci donnait les cosinus.

JACQUEMIER, *Charleville* (E.N.).

188-1. — Le libellé actuel des programmes de Seconde, tout aussi bien d'ailleurs que celui du projet publié dans le *Bulletin* 180, indique « Etude de la fonction linéaire ; représentation graphique ; pente d'une droite ».

Ne serait-il pas plus légitime, et en même temps plus intéressant, de distinguer :

1° La fonction *linéaire* $y = ax$; représentation graphique ; groupe des homothéties de centre O.

2° la fonction affine $y = ax + b$; représentation graphique ; groupe des affinités d'axe Ox et de direction Oy.

3° Les formes $ax + by + c$ dans un plan orthonormé ; les problèmes élémentaires de la géométrie analytique métrique.

Hans WILMOTE.

V. DOCUMENTATION ET BIBLIOGRAPHIE

Du point à la quatrième dimension, par Egmont COLERUS (Flammarion, 4e trimestre 1957).

C'est un fait incontestable, heureusement ignoré du public, que tout professeur de Mathématiques français, certifié ou agrégé, doit acquérir les connaissances indispensables à son métier (et je ne parle pas de la pédagogie) après avoir passé les concours et non avant. Le voilà donc livré à son initiative et au hasard des publications, malheureusement rares en langue française, sur les sujets qui doivent l'intéresser. La traduction, chez Flammarion, d'un ouvrage d'Egmont COLERUS, paru en 1935, intitulé : *Du point à la quatrième dimension,* est un heureux événement.

L'auteur définit ainsi sa manière : « Notre propos est plutôt de parler librement de chaque chose en son lieu, au prix même d'un certain sacrifice de l'ordre synthétique et scientifique. Nous nous considérons comme faisant une promenade en commun... » (p. 80). Le style n'est donc pas celui d'un ouvrage, comme par exemple *Les géométries,* de L. GODEAUX (A. Colin), d'ailleurs excellent. Mais il ne tombe pas dans l'à-peu-près, ni dans la fantaisie. Son objet est d'initier le lecteur aux géométries non-euclidiennes au terme d'une promenade à travers la géométrie projective et la géométrie euclidienne (métrique). L'auteur estime en effet à juste titre que les études élémentaires classiques ne préparent pas du tout le lecteur à une saine compréhension des géométries non-euclidiennes.

La première partie de l'ouvrage est consacrée à des éléments de géométrie projective, c'est-à-dire, bien entendu, au principe de dualité et aux théorèmes de Pascal et Brianchon. Dans une deuxième partie, dont la transition avec la précédente laisse un peu à désirer, l'auteur revient au système d'axiomes de Hilbert pour la géométrie euclidienne, qu'il énonce au complet. Il utilise alors un cas particulier du théorème de Pascal pour démontrer la structure de corps commutatif de la droite euclidienne, c'est-à-dire, en définitive, le théorème de Thalès. La situation de la géométrie projective n'apparaît plus clairement : fille des axiomes de Hilbert, elles les précède dans l'ouvrage de COLERUS ; ce n'est qu'une remarque incidente (p. 105) qui nous informe que « nous la [la géométrie projective] considérons comme édifiée dans l'espace euclidien ». Le lecteur surpris, qui en est resté aux « démonstrations » élémentaires du théorème de Thalès, se reportera avec fruit à des exposés plus serrés [cf. l'exposé de G. CHOQUET dans *L'Enseignement des Mathématiques* (Delachaux et Niestlé), page 121 en particulier].

Après quelques détours à travers la division du cercle, la trigonométrie plane, la mesure des volumes (à propos de laquelle l'auteur utilise un théorème peu connu dans l'Enseignement Secondaire : le « principe » de Cavalieri), M. COLERUS aborde la géométrie et la trigonométrie sphérique. C'est l'occasion pour lui de démontrer le théorème de Girard sur l'aire d'un triangle sphérique, dont H. LEBESGUE constate, dans *La mesure des grandeurs* (Gauthier-Villars), « qu'il est indispensable pour bien comprendre le postulatum d'Euclide », après avoir affirmé qu'il « est un peu triste de constater que des jeunes gens ayant terminé le cycle des études leur conférant les grades nécessaires pour enseigner dans les classes secondaires puissent ne jamais avoir entendu parler du magnifique théorème d'Albert Girard ». Utilisant alors les notions de courbure et de géodésique l'auteur est en mesure de montrer sur trois exemples fondamentaux qu'il y a « autant de géométries différentes que de surfaces courbes ». Une brève initiation aux espaces courbes à plus de deux dimensions termine l'ouvrage.

Alerte, tenant constamment en éveil l'attention du lecteur, ne tombant jamais dans la froideur dogmatique, cet ouvrage me paraît excellent pour sensibiliser son public à de nombreuses questions de géométrie et il offre au passage des informations

qui ne traînent pas dans les ouvrages classiques. On n'y cherchera, ni la rigueur des démonstrations, ni le raccourci logique ; la « démonstration » de la page 91 sur l'infinité de points d'une droite est incorrecte, pour ne citer que cet exemple. La traduction est bonne à part quelques expressions impropres comme « développées » pour « développables » (p. 325). Il y a très peu de fautes typographiques : droits pour droites (p. 131).

J. Weil.

A travers les revues

REVUE D'HISTOIRE DES SCIENCES, tome X, n° 1 (janvier-mars 1957) : Marie Lacoarret, *Les traductions françaises des œuvres d'Euclide* (présentation des œuvres et tableau des différentes traductions françaises). — J. Itard, *Les lois de la réfraction de la lumière chez Képler*, où l'on retrouve le sujet d'une conférence faite par notre Collègue à la Société Astronomique de France, et, de plus, toutes les précisions d'un texte écrit sur l'œuvre de Képler-précurseur. — B. Rochot, *Gassendi et les Mathématiques*.

Tome X, n° 2, avril-juin 1957 : V. Zoubov, *Les « indivisibles » et le continu dans l'ancienne littérature russe*. — P. Costabel, *La septième règle du choc élastique de Christian Huygens*. — A. Birembault, *L'Académie Royale des Sciences en 1780, vue par l'astronome suédois Lexell, 1740-1784* (selon cet auteur au style vigoureux, il y aurait eu une époque où des jalousies divisaient le corps des savants français). — R. Tresse, *Chaptal et l'enseignement technique de 1800 à 1819*.

L'ASTRONOMIE, juin 1957 : P. Baize, Ce que l'Astronomie doit à l'observation des étoiles doubles. — J. Lequeux, Les méthodes d'études en radioastronomie.

Juillet 1957 : J. Dufay, Applications de la photographie infrarouge à l'étude de la Voie Lactée. — Bouigue, Réflexions sur l'étude des étoiles rouges.

LA NATURE, septembre 1957 : Lequeux, La chambre photographique de Schmidt.

MATHEMATICA ET PAEDAGOGIA, n° 11 : G. Hirsch. Quelques réflexions sur la nature des Mathématiques. — Evrard, Lenger et Van der Avrost, A propos de géométrie, une investigation pédagogique. — A. Cosyns, Sur un essai d'arithmétique-algèbre. — L. Jeronnez, Les Mathématiques et l'Enseignement Secondaire. — G. Choquet, Ebauche moderne d'un programme de Mathématiques.

VI. INFORMATIONS ET DOCUMENTS OFFICIELS

Rapport sur la composition de Mathématiques (classe de Mathématiques) au Concours général des Lycées, Collèges et Écoles normales en 1957 (1)

Les données sont deux *gerbes* de trois droites (Σ) et (Σ') « *supplémentaires* » de même sommet S [les *rayons* SA', SB', SC' sont respectivement perpendiculaires aux plans (SB, SC), (SC, SA), (SA, SB)]. Les précisions de l'énoncé nous apprennent que les rayons SA, SB, SC de (Σ) sont des droites distinctes ; qu'il en est de même pour les rayons SA', SB', SC' de (Σ'), et que dans (Σ) un seul couple de deux rayons *au plus* est formé de droites rectangulaires. La réciprocité des gerbes (Σ) et (Σ') est classique et elles jouent des rôles en tout analogues, ce qui sera constamment à retenir.

Le début de la partie I, pour guider les concurrents et assurer une vision de cette figure de l'espace, fait réaliser une figure plane a, b, c, a', b', c' formée dans un plan quelconque (Λ) [ne passant pas par S] par les traces respectives des rayons SA, SB, SC, SA', SB', SC'. Cette considération exclut le cas où (Λ) serait parallèle à un rayon de (Σ) ou (Σ').

Cette vision de la figure est constructive, en imaginant le triangle *abc* comme donné dans (Λ) et S comme défini par sa projection H sur (Λ) et sa cote égale à HS. Soient p, q, r les projections de H sur les droites respectives *bc, ca, ab* ; la perpendiculaire SA' au plan BSC est distincte de SH [sinon (Λ) serait parallèle à SB' et SC'] ; le plan de SA' et de SH est perpendiculaire à la droite *bc* en p, donc a' est situé sur la droite Hp. De plus, Sa' et Sp sont deux côtés d'un triangle pSa' rectangle en S, dont SH est la hauteur : la relation nécessaire $\overline{Hp}.\overline{Ha'} = -HS^2$ suffit à fixer la position de a' sur la droite Hp ; Ha' doit être non nul. Ainsi H *n'est pas situé sur un côté du triangle abc et les sommets a', b', c' du triangle a'b'c' sont respectivement les inverses des points p, q, r dans l'inversion de pôle* H *et de puissance* $-HS^2$.

Ici les propriétés de l'inversion corroborent les résultats évidents d'après la dualité classique des trièdres (plus exactement des gerbes) « *supplémentaires* » (Σ) et (Σ') : car, par exemple, la droite *bc* est l'inverse du cercle Hqr et a est diamétralement opposé à H sur ce cercle. Il s'ensuit que l'inverse de a est le pied p' de la perpendiculaire Hp' menée de H sur $b'c'$, etc... ; les sommets a, b, c du triangle *abc* sont les inverses des projections respectives p', q', r' de H sur les côtés $b'c', c'a', a'b'$ du triangle $a'b'c'$. La figure plane, étudiée dans (Λ), comme il était prévu, est bien *dualistique*.

L'énoncé du problème dénomme plans *équitransverses* (P) par rapport à (Σ) et (Σ') ceux qui, passant par S, ont les propriétés suivantes : Sα, Sβ, Sγ, Sα', Sβ', Sγ' désignant les droites indéfinies d'intersection d'un tel plan P avec les plans respectifs BSC, CSA, ASB, B'SC', C'SA', A'SB', les couples de droites (Sα, Sα'), (Sβ, Sβ'), (Sγ, Sγ') ont tous *trois* les mêmes bissectrices.

---

(1) Le Jury était composé de MM. ROBERT, inspecteur général, *président* ; CHATEAU, professeur (Centrale) au Lycée Charlemagne ; EUVRARD, professeur (Spéciales) au Lycée Hoche ; GUAYDIER, professeur (Centrale) à l'annexe Stanislas du Lycée Saint-Louis ; MARTIN, professeur (Mathématiques Supérieures) au Lycée Janson-de-Sailly ; Mme OKAL, professeur (N.S.E.) au Lycée Fénelon.

Voir l'énoncé du problème, *Bulletin* 186, page 462.

On constate l'existence de tels plans, à vrai dire très particuliers :

Considérons, par exemple, B'SC' : pour ce plan Sβ' et Sγ' ne sont autres que SC' et SB' ; Sβ et Sγ sont les perpendiculaires menées par S à SB' et SC' respectivement. Une bissectrice SX (ou SY) du couple (Sβ, Sβ') est axe de symétrie pour le couple des perpendiculaires à Sβ et Sβ' dans ce plan, qui sont SB' et Sγ, et forment le couple (Sγ', Sγ). SX et SY sont *les bissectrices des bissectrices* de S B' et SC'.

Sα', intersection de B'SC' avec lui-même, est indéterminée ; précisons sa position par la convention qu'elle soit symétrique de Sα (intersection de SBC et SB'C') par rapport à SX, ou ce qui revient au même, à SY. Cette convention permet de regarder le plan B'SC', ou, en généralisant, *tout plan de face d'un des trièdres* SABC *ou* SA'B'C', *comme équitransverse par rapport à* (Σ) *et* (Σ').

Cherchons encore un plan équitransverse passant par une droite de (Σ) ou (Σ'), pour fixer les idées, par SA, et supposons-le autre que BSA et CSA : Sγ et Sβ sont nécessairement confondues avec SA, l'angle (Sγ, Sβ) = o (mod. π). Il est nécessaire que (Sγ', Sβ') = o (mod. π), soit que Sγ' et Sβ' soient confondues ; les plans B'SA' et C'SA' n'ont en commun que SA' ; Sγ' et Sβ' doivent coïncider avec SA' et le plan cherché ne peut être que le plan (bien déterminé) ASA'.

On vérifie que ASA' est bien équitransverse, en remarquant que, pour ce plan, Sα et Sα' sont respectivement perpendiculaires à Sγ' et Sγ, qui sont les mêmes droites que Sβ et Sβ'. *Les plans* ASA', BSB', CSB' *sont donc des plans équitransverses,* ce qui porte à *neuf* les plans (P) connus *a priori.*

Comme ce sont les seuls pouvant contenir une droite de (Σ) ou de (Σ'), on pourra ultérieurement ne rechercher que des plans (P) ne contenant aucune de ces six droites. On remarque que par toute droite de (Σ) ou (Σ') passent *trois* plans équitransverses et *trois* seulement.

La partie 3° de I suppose l'existence d'un plan (P) tel que les couples de droites (Sα, Sα') et (Sβ, Sβ') aient les mêmes bissectrices. Cette hypothèse équivaut à l'égalité angulaire.

$$(S\alpha, S\beta) = -(S\alpha', S\beta') \text{ (mod. } \pi) \text{ dans le plan (P) orienté.}$$

Soit (Π) un plan parallèle à (P), au sens strict ; on peut le considérer comme le plan (Λ) du début de 1°, et il est visible que *bc, ca, b'c', c'a'* sont respectivement parallèles à Sα, Sβ, Sα', Sβ'. L'hypothèse équivaut ainsi à

$$(bc, ca) = -(b'c', c'a') \text{ (mod. } \pi) \text{ dans le plan (Π) orienté.}$$

Or, *b'c'* et *c'a'* sont respectivement perpendiculaires à H*a* et H*b* ; l'hypothèse devient (*bc, ca*) = (H*b*, H*a*) (mod. π). Ainsi, H est sur le cercle *abc* et le plan (Π) *est un plan* (Λ) *tel que le point* H *soit sur le cercle circonscrit au triangle abc.*

Cet énoncé n'était pas dans le texte, car on désirait le faire découvrir : cette disposition du problème est à l'origine de son insuccès très général. Cela souligne la *timidité de nos élèves de la classe de Mathématiques à interpréter et à qualifier les résultats auxquels ils sont conduits lorsqu'on ne les délivre pas systématiquement d'un tel effort.*

Ajoutons que le signe — de l'égalité d'angles de droites

$$(bc, ca) = -(Ha, Hb) \text{ (mod. } \pi)$$

a été négligé ou interprété à tort dans un très grand nombre de copies où on a cru reconnaître en H l'orthocentre du triangle *abc,* parce que souvent il est désigné par cette lettre dans les problèmes, sans nul doute. Là, comme ailleurs, il est fâcheux de croire que « l'habit fait le moine ».

Réciproquement, si H est sur le cercle *abc,* les couples (Sα, Sα') et (Sβ, Sβ') sont isogonaux ; mais comme les trois côtés du triangle *abc* jouent mêmes rôles, il en est de même pour le couple (Sγ, Sγ'), et il *suffit* donc, pour qu'un plan passant par S soit équitransverse, que deux des trois couples (Sα, Sα'), (Sβ, Sβ'), (Sγ, Sγ') aient mêmes bissectrices. Cet énoncé était indiqué par le texte.

La figure constituée par H, *a, b, c, a', b', c'* dans le plan (Π) est intéressante et

devait être réalisée. A signaler que H est distinct de a, b, c, d'après les restrictions opérées [si H était en a, le plan (Π) serait perpendiculaire à Sa et (P) ne serait autre que $b'Sc'$, ce qui est exclu dorénavant].

Les points p, q, r sont en ligne droite (droite de Simson de H par rapport au triangle abc) ; d'ailleurs la dualité entre (Σ) et (Σ') entraîne l'équivalence

H sur cercle $abc \rightleftarrows$ plan P équitransverse $\rightleftarrows$ H sur cercle $a'b'c'$.

Le fait que H est sur le cercle $a'b'c'$, en opérant l'inversion qui échange a' et p, b' et q, c' et r apprend que p, q, r sont alignés.

Les points p', q', r' sont aussi alignés et la droite de Simson de H, par rapport au triangle $a'b'c'$, est l'inverse du cercle abc dans l'inversion considérée.

L'égalité $(bc, ca) = -(Ha, Hb)$ (mod. π) a sa correspondante

$(b'c', c'a') = -(Ha', Hb')$ (mod. π), ce qui s'inventorie comme suit :

$(bc, ca) = -(b'c', c'a')$ (mod. π)		$(Ha, Hb) = -(Ha', Hb')$ (mod. π)	
$(ca, ab) = -(c'a', a'b')$	»	$(Hb, Hc) = -(Hb', Hc')$	»
$(ab. bc) = -(a'b', b'c')$	»	$(Hc\ Ha) = -(Hc', Ha')$	»

On pressent ainsi que la figure formée par les droites bc, ca, ab, Ha, Hb, Hc est est *semblable* (*indirectement*) à la figure formée par les *droites* correspondantes respectives $b'c'$, $c'a'$, $a'b'$, Ha', Hb', Hc'. L'énoncé guidait à cet endroit les élèves pour qu'ils ne se bornent pas à leur intuition et précisent une opération ponctuelle (Ω) transformant la première figure en la seconde.

On peut considérer, avec l'énoncé, l'homothétie positive de centre H et de rapport $\frac{Ha'}{Ha}$, et la symétrie [dans le plan (Π)] par rapport à la bissectrice intérieure de l'angle $\widehat{aHa'}$. Soit (Ω) le produit de ces opérations, d'ailleurs permutables ; (Ω) transforme dans (Π) toute droite en une droite et, à cause de la symétrie, (Ω) change le sens, sinon la grandeur, des angles de droites.

(Ω) transforme l'angle (Ha, Hb) en un angle de mesure opposée (mod. π) et comme Ha est transformé en Ha', Hb est transformé en Hb'. De même (Ω) transforme la droite Hc en la droite Hc'.

Puisque (Ω) change le *point* a en le point a', la droite ab orthogonale à Hc est changée en la droite $a'b'$ orthogonale à Hc' ; comme le point b est l'intersection des droites ab et Hb, son transformé par (Ω) est le point b' d'intersection des droites $a'b'$ et Hb'. En résumé (Ω) transforme a en a', b en b', c en c' et a H comme point double : c'est une *similitude indirecte* du plan (Π).

Insistons sur le fait que ces raisonnements ne mettent en jeu que les relations signalées plus haut, et *valables à π près*, d'angles de droites. Il n'eût pas été aussi simple de vouloir considérer d'emblée des angles d'axes, car une congruence exacte (mod. π) ne l'est pas forcément (mod. 2π). C'est finalement l'existence de l'opération (Ω) de similitude indirecte qui assure à 2π près les égalités indiquées plus haut et que nous ne récrirons pas.

Des faits de ce genre se rencontrent souvent, aussi bien d'ailleurs pour des similitudes directes. Nous estimons que l'importance des angles de droites dans ces matières a été reconnue en premier lieu par Mlle Félix, dans un article excellent de l'*Enseignement Scientifique*, tome I, page 184.

Droites équinormales. — On appelle ainsi les perpendiculaires issues de S aux plans équitransverses [sous-entendu : pour (Σ) et (Σ')].

Il semble que les concurrents aient vu sans peine les cas particuliers de ces droites qui résultent eux-mêmes des cas particuliers de plans équitransverses : ce sont les droites Sa, Sb, Sc, Sa', Sb', Sc' et aussi les droites perpendiculaires aux plans, tels que aSa' ; mais on peut observer à ce sujet que la droite perpendiculaire à aSa' est l'intersection des plans de face bSc, $b'Sc'$.

Mais il n'a guère été compris que les propriétés des équinormales n'exigeaient guère de recherche nouvelle et se lisaient, si l'on voulait, sur la figure d'étude de la

configuration (H, *a*, *b*, *c*, *a'*, *b'*, *c'*). La droite SH est une droite équinormale et inversement toute droite S*n* équinormale peut être identifiée avec une SH, les systèmes (Σ) et (Σ') étant coupés par un plan (Π) perpendiculaire à S*n*.

Les trois couples de plans (A'SH, ASH), (B'SH, BSH), (C'SH, CSH) apparaissent comme ayant leurs plans bissecteurs communs. Les tracés de ces plans sur (Π) sont les bissectrices intérieures ou extérieures des angles $\widehat{a'Ha}$, $\widehat{b'Hb}$, $\widehat{c'Hc}$, dont on a vu que les bissectrices intérieures sont confondues.

Mais ceux qui pouvaient se libérer des figures et réaliser qu'à toute propriété d'un système de plans et de droites passant par S correspond, *mutatis mutandis*, une propriété d'un système correspondant de droites et de plans *perpendiculaires* devaient prévoir la propriété précédente :

En effet, dans cette *corrélation par éléments perpendiculaires*, au plan (P) passant par S correspond sa normale S*n* en S ; aux intersections Sα, Sα' de (P) avec les plans BSC, B'SC' correspondent, en tant que plans normaux, les plans S*n*A', S*n*A ; et si les symétries par rapport à SX ou SY (bissectrices de Sα, Sα') font se correspondre Sβ, Sβ', Sγ, Sγ' les symétries par rapport aux plans S*n*Y, S*n*X font se correspondre les plans S*n*B', S*n*B et S*n*C', S*n*C, de même que S*n*A', S*n*A.

Il y a même équivalence entre la propriété des droites (Sα, Sα') (Sβ, Sβ') (Sγ, Sγ') et la propriété des plans (S*n*A', S*n*A), (S*n*B', S*n*B), (S*n*C', S*n*C).

Il faut avouer que cette méthode de transformation des propriétés de figures n'est pas encore familière aux élèves de la classe de Mathématiques et que le passage de la « Géométrie figurative » à la Géométrie *non figurative* pose un problème pédagogique délicat.

Examinons donc, de préférence, la configuration SH*abca'b'c'* : le cercle ABC passe par H, appelons G le point diamétralement opposé à H sur ce cercle. La droite G*a* est orthogonale à H*a*, et aussi à SH, donc au plan SH*a* ou SHA. Si l'on fait tourner d'un dièdre droit autour de SA le plan ASH, on obtient donc le plan SG*a*, qui est aussi le plan SGA. De ceci résulte la propriété nécessaire de toute droite équinormale S*n* : si l'on fait tourner d'un dièdre droit chacun des trois plans AS*n*, BS*n*, CS*n* autour des droites *respectives* SA, SB, SC, on obtient trois nouveaux plans ayant en commun une même droite Sn_1 [si la droite SH est baptisée S*n*, la droite Sn_1 désigne la droite SG].

Réciproquement, si une droite S*n* possède la propriété énoncée, en coupant (Σ) et (Σ') par un plan (Π) ne passant pas par S et perpendiculaire à S*n*, on reconnaît aisément par interprétation de l'hypothèse que les traces sur (Π) des droites SA, SB, SC, SA', SB', SC', S*n* et Sn_1 sont des points *a*, *b*, *c*, *a'*, *b'*, *c'*, H et G situés sur le cercle de diamètre HG. La propriété signalée est donc *caractéristique* des droites équinormales.

Sn_1 est donc, dès lors, aussi une équinormale, puisque S*n* et Sn_1 jouent des rôles symétriques dans la propriété.

On avait espéré que la fin de la partie I aurait été aperçue avec facilité par les concurrents et que le travail formel de démonstration de certaines réciproques aurait pu contribuer à les départager. Tout cela n'était qu'illusion, hélas ! Glissons donc sur les propriétés qui n'ont été aperçues par presque personne :

Les *équinormales*, telles que SH, ont la propriété d'avoir *leurs projections orthogonales* sur les plans des faces de (Σ) [ou aussi bien de (Σ')] *coplanaires* : en effet les droites S*p*, S*q*, S*r* sont les projections de SH sur les plans respectifs SBC, SCA, SAB, et elles sont dans le plan (U) défini par S et la droite de Simson *pqr* du point H par rapport au triangle ABC.

La réciproque de cette propriété est vraie et s'établit en invoquant le théorème classique de Simson ; pour que les projections d'un point sur les côtés d'un triangle soient alignées, il est nécessaire que le point soit sur le cercle circonscrit au triangle.

A toute équinormale S*n* correspondent deux plans (U) et (U') contenant respectivement ses projections sur les plans des faces de (Σ) et de (Σ').

La perpendiculaire en S au plan (U), d'après des considérations utilisées au début de (I) coupe le plan (II) en un certain point, lequel est inverse dans l'inversion de pôle H et de puissance $-SH^2$, du pied J de la perpendiculaire menée de S (ou de H) sur *pqr*.

Or cette inversion transforme la droite *pqr* en le cercle H*a'b'c'* et transforme J dans le point G' diamétralement opposé à H sur ce cercle. On voit que le *plan* (U) *est perpendiculaire à* SG' ; et de même le plan (U') est perpendiculaire à SG.

Comme on a vu plus haut que SG et SG' sont des équinormales particulières, alors appelées Sn_1 et Sn'_1, les *plans* (U) *et* (U') *sont eux-mêmes des plans équitransverses.*

Ajoutons que, en dehors d'un cas particulier, qui se rattache à la fin du problème, les points n_1 et n'_1 sont distincts et les cercles H*abc*, H*a'b'c'*, distincts, se coupent en H et un autre point L : on voit aisément que (L*a*, L*a'*) ou (L*b*, L*b'*), ou (L*c*, L*c'*) ont les mêmes bissectrices qui sont LH et la droite $n_1n'_1$, laquelle passe par L et est orthogonale à LH. Il s'ensuit que le plan SHL est bissecteur pour les couples de plans (SLA, SLA'), (SLB, SLB'), (SLC, SLC'). *Ceci prouve que la droite* SL *est une équinormale.*

Ainsi, sur le cône de sommet S ayant pour base le cercle de diamètre HG, nous inventorions *six droites* qui sont des équinormales, savoir S*a*, S*b*, S*c*, SH, SG et SL ; une remarque analogue s'applique au cône ayant pour base le cercle de diamètre HG'.

On pressent déjà que si ces deux cônes se confondaient, SL serait une génératrice *indéterminée* d'un tel cône et que par suite le lieu des droites équinormales contiendrait ce cône, c'est-à-dire le résultat remarquable qui fera l'objet de la partie III.

Partie II. — Les résultats intéressants qui précèdent ne sont toutefois établis que *sous réserve de l'existence* d'un plan P équitransverse (et non exceptionnel). Dans cette nouvelle partie du problème, on recherche méthodiquement de tels plans et on établira cette existence.

La seule figure à faire concerne la section de (Σ) et (Σ') par un nouveau plan (R), ne passant pas par S et perpendiculaire à une des six droites SA, SB, SC, SA', SB', SC', *pour fixer les idées, à* SA. On emploie les mêmes notations que pour (II), puisque (R) peut être regardé comme une position *limite* de (II) : *a* est le pied de SA sur (R), *a'* trace de SA', est à distance finie (puisque SA et SA' ne sont pas supposées orthogonales). Mais *b'* et *c'* sont rejetés à l'infini.

bc, trace du plan SBC sur (R) est perpendiculaire à *aa'* [qui est projection orthogonale de SA sur (R)]. En général, *b* et *c* sont à distance finie. On pouvait prendre le plan (R) comme plan horizontal de projection et le plan de SA et SA' qui lui est perpendiculaire comme plan frontal de projection. Le plan SBC est alors de bout, *bc* est une droite de bout ; désignons par ω son intersection avec *aa'*, ω est à distance finie, et comme SB et SC ont des directions distinctes, un seul des points *b* ou *c* au plus peut être à l'infini. Pour fixer les idées on suppose *c* à distance finie.

Imaginons un plan (P) passant par S, coupant la droite *ac* en β et la droite *a'c'* en β', les droites Sβ et Sβ' sont les intersections avec (P) des plans SAC et SA'C'. L'intersection Sα de (P) avec BSC a pour trace sur (R) un point, que nous appelons de même α et qui est commun à *bc* et à la trace ββ' de (P) sur (R) : toutefois α pourra être rejeté à l'infini sur *bc*. Le point α', trace sur (R), de la droite Sα'' d'intersection de (P) avec B'SC' est forcément à l'infini sur ββ'.

Pour que (P) soit équitransverse, d'après (I, 3°), il est nécessaire et suffisant que les droites (Sα, Sα') et (Sβ, Sβ') aient les mêmes bissectrices, ou soient *isogonales*. Dans le plan (P), ceci équivaut à dire que Sα et ββ' soient isogonales par rapport à Sβ et Sβ', c'est-à-dire que Sα soit la tangente en S au cercle circonscrit au triangle Sββ'. Cette condition équivaut, sous forme métrique, à la relation

$$\alpha S^2 = \overline{\alpha\beta}.\overline{\alpha\beta'}$$

quand, bien entendu, α est à distance finie.

En d'autres termes, les points β et β′ doivent être *inverses* par rapport à la sphère de centre α et de rayon αS.

Cette sphère coupe le plan S*aa′* (plan frontal de projection) suivant un cercle d'axe *bc*, de centre ω, et qui passe par S. Appelons (Γ) ce cercle fixe, et *f*, *f′* les points où il coupe le plan R : ces points sont sur la droite ω*aa′*.

Si β et β′ sont inverses par rapport à la sphère précédente, elle est le lieu des points dont le rapport des distances aux deux points β et β′ a une certaine valeur ; comme *f* et *f′* sont sur la sphère, il est nécessaire que

$$\frac{f\beta}{f\beta'} = \frac{f'\beta}{f'\beta'}$$

Inversement, si cette relation a lieu et que ββ′ coupe *bc* à distance finie (en α) on s'assure aisément qu'elle entraîne

$$\alpha S^2 = \overline{\alpha\beta}.\overline{\alpha\beta'}.$$

La condition nécessaire et suffisante visée prend une nouvelle forme par interversion des moyens et extrêmes de la proportion, soit

$$\frac{\beta f}{\beta f'} = \frac{\beta' f}{\beta' f'}$$

Considérons le lieu des points *m* du plan (R) tels que $\frac{mf}{mf'} = C^{te}$; un tel lieu est un *cercle du faisceau* (Φ) *de points limites f, f′*. [Ce cercle forme avec (Γ) un anneau orthogonal]. Pour que (P) soit équitransverse, on trouve qu'il faut prendre β et β′ sur les droites fixes respectives *ac* et *a′c′*, de manière que ces points appartiennent à un même cercle du faisceau (Φ).

On a laissé de côté le cas où ββ′ est parallèle à *bc* (α à l'infini). Pour ce cas Sα et Sα′ sont confondues suivant une parallèle à ω*c*, la condition d'isogonalité avec Sβ et Sβ′ exige visiblement que β et β′ soient symétriques par rapport au plan SAA′. Ce cas peut se présenter et β se détermine par l'intersection de *ac* avec la symétrique de *a′c′* par rapport à *aa′* ; on voit, ce qui nous importe surtout, qu'il passe bien par β et β′ un cercle du faisceau (Φ).

Il devient clair qu'on sait construire maintenant des droites ββ′ répondant à la condition trouvée et par suite des plans (P) équitransverses. *Ces droites ββ′ sont des sécantes communes aux cercles du faisceau* (Φ) *et à l'ensemble des droites fixes ac, a′c′.*

Si l'on choisit β, il lui correspond deux points β′ à condition que β soit convenablement pris sur *ac*. Sans entrer dans une discussion algébrique précise qui n'était pas demandée, il est certain que les cercles du faisceau (Φ) qui sont de rayon suffisamment grand coupent réellement les deux droites fixes *ac, a′c′*, simultanément.

Par β peuvent passer zéro ou deux droites ββ′ ; en d'autres termes, par une droite Sβ prise dans le plan ASC [ou plus généralement par une droite donnée située dans un plan de faces de (Σ) ou (Σ′)], passent *un* ou *trois* plans (P) équitransverses ; car il ne faut pas oublier que ce plan de face est lui-même équitransverse.

Remarque. — La courbe enveloppe de ββ′ dans le plan (R) est la cayleyenne du réseau ponctuel de coniques contenant le faisceau de cercles (Φ) et la conique dégénérée, système de droites (*ac*, *a′c′*). Cette enveloppe est de classe trois.

Le lecteur nous excusera sans doute de laisser de côté l'analyse de la partie III du problème, bien que ses préliminaires, plutôt faciles, aient été abordés dans certaines copies. Ils visaient à établir l'existence d'un cas particulier de gerbes (Σ) et (Σ′) symétriques l'une de l'autre par rapport à un axe et aussi par rapport à un plan. Mais personne n'a montré que dans ce cas particulier, où il y a décomposition de la famille des plans (P) en deux sous-familles, ces sous-familles avaient en commun deux plans jouant un rôle particulier. Cet insuccès partiel provient du manque de temps et de la longueur du problème ; il était prévu.

Par contre, si nous le réduisons aux parties I et II, comme il a fallu s'y résoudre pour l'appréciation chiffrée des copies, nous estimions que ce problème ne présentait pas, avec l'aide donnée par le texte, plus de difficultés que ceux qui sont donnés, les autres années, à ce Concours Général.

L'examen des copies, qui n'ont pas été d'ailleurs plus nombreuses qu'à l'ordinaire, n'a pas confirmé ces vues optimistes. Donc, insuccès général du problème, et surprise complète du Jury.

Après coup, ce phénomène semble provenir du caractère amalgamé du sujet, dont la partie I nous était connue depuis de longues années, contemporaines de la naissance des concurrents de 1957. De ce fait, elle n'a pas eu à subir ces tâtonnements d'adaptation de textes qui accompagnent à l'ordinaire l'élaboration d'un sujet nouveau : on avait peut-être oublié des *difficultés de prise de contact avec le problème*.

En les voyant revivre dans les efforts des élèves, il nous a semblé qu'elles sont plus encore psychologiques que techniques : on ne se passionne guère pour les trièdres, ces locataires vagabonds des programmes (n'était-il pas question, au début d'octobre 1956, de les exclure de la classe de Mathématiques) ?

Au fond, les difficultés de la théorie des trièdres ne se retrouvaient pas au même degré dans le problème où il n'était question que de *droites indéfinies* partout, mais l'impression première défavorable était difficile à dissiper.

Le soir même de l'épreuve, nous avons questionné, sur cette impression, un des candidats qui répondit : Oh ! c'était très difficile, j'ai perdu un temps fou à faire la figure et à dessiner, pour me les représenter, un système de dix-neuf droites émanant du point S : SA, SB, SC, SA', SB', SC', $S\alpha$, $S\alpha'$, $S\beta$, $S\beta'$, $S\gamma$, $S\gamma'$, Sp, Sq, Sr, Sp', Sq', Sr', SH !

Le Jury n'avait pas pensé un seul instant à cette difficulté, *imputable à la tournure d'esprit des élèves :* il suffisait de figurer les seules traces de ces droites sur le plan (II), et les traces de $S\alpha$, $S\alpha'$, $S\beta$, $S\beta'$, $S\gamma$, $S\gamma'$ étant alors à l'infini, le décompte, de 19, tombe à 13.

Mais l'habitude de ce que M. Hadamard, dans ses profondes *Leçons de Géométrie,* nomme les figures *réduites,* n'est pas encore très vulgarisée dans nos classes. Dans presque toutes les copies (il est d'honorables exceptions) on s'est livré, ne serait-ce que par acquit de conscience, à la représentation *en perspective* du système de droites, avec les plans (P) et (II) figurés par des parallélogrammes ; une sorte de gâteau d'anniversaire à dix-neuf bougies, qui n'ont rien éclairé, au contraire, car elles se cachaient mutuellement plus ou moins. Pourquoi s'infliger un tel pensum (que le regard du correcteur devait fuir et non examiner) et comment peut-on raisonner sur de pareilles figures !

De plus, dans beaucoup de copies, la disposition topologique des points a, b, c, a', b', c', H [dans un plan (II)] s'est avérée défectueuse : ne va-t-on pas jusqu'à affirmer que les trièdres (S, a, b, c), (Sa', b', c') sont supplémentaires, en substituant aux grandes lettres A, B, C, A', B', C' les petites lettres correspondantes ; les précautions oratoires du texte n'ont pas prévenu cette erreur. Le point H est souvent représenté intérieur aux triangles abc, $a'b'c'$; fâcheusement, il n'en est jamais ainsi dans un véritable plan (II). On a dû être très défrisé du fait que les triangles abc, $a'b'c'$ semblables soient de sens contraires, alors que les cours apprennent que deux trièdres orientés supplémentaires SABC, SA'B'C' sont de même sens !

Nous avons déjà relevé plus haut qu'une erreur dans l'interprétation du signe moins dans une égalité d'angles de droites a faussé la qualification correcte de H dans la majorité des copies.

Cette expérience est d'un vif intérêt pour le professeur de Mathématiques : faut-il cultiver un certain dédain des représentations spatiales ? Pour de très bons élèves maniant *sans faute* le raisonnement rigoureux arithmétisé de la Classe de Mathématiques, c'est admissible. Mais pour les autres ? Faut-il continuer à affirmer qu'il y a un don de « vision dans l'espace » ? C'est incompatible alors avec le désir

actuel de rendre les Mathématiques faciles à tous. Personnellement, nous avons les plus grandes appréhensions sur l'efficacité d'un enseignement *abstrait* de la géométrie où l'étude de l'espace précéderait celle du plan, bien qu'au point de vue usuel de la technique concrète cette réforme peut sembler s'imposer dans les petites classes.

Revenons à nos concurrents : il faut déplorer maintes erreurs : « On peut considérer une symétrie par rapport à une droite du plan (II) comme une rotation de deux droits », moyennant quoi, il n'est dans (II) que des similitudes directes, celles étudiées au programme ! La forme est très déficiente, l'orthographe aussi (les arrêtes du trièdre, l'hortocentre) ; les abréviations abondent, notamment pour symboliser l'antiparallélisme (signe de parallélisme barré).

Il y a eu cependant une très bonne composition ayant compris la partie (I), mais qui n'a pas été plus loin, celle du candidat qui a obtenu le dernier accessit.

Les copies retenues pour une seconde lecture abordaient, sauf cette exception, la partie II ou les préliminaires de III, avec plus de succès que pour I.

Aussi le Jury n'a pas estimé possible de décerner le premier prix. Il n'était que juste, en contre-partie, de récompenser de courageux efforts par un second et deux troisièmes prix.

Les notes, sur 20, ont été 13,5 et 12,5 pour les prix, 11,5, 11, 10,5 et 9,5 pour les quatre accessits.

Le second prix, major de l'épreuve, avait obtenu un des premiers prix *ex-æquo* en Première au Concours Général de 1956 ; un des deux troisièmes prix également. Le quatrième accessit de 1957 s'était classé, au Concours de Première, quatrième accessit également.

Nous voulons espérer que ce problème pourra intéresser quelque peu les candidats de l'avenir. Nous remercions le Jury de son concours dévoué à corriger judicieusement les compositions, pénibles à lire, dans un délai qui s'est touvé, cette année, particulièrement restreint. Meilleure chance à tous l'an prochain !

Le Président du Jury : P. ROBERT.

DATES DES EXAMENS ET CONCOURS EN 1958

Baccalauréat : 1re session : première partie, 18-19 juin. Seconde partie, 20-21 juin. 2e session : 17-18 septembre.

B.E.P.C. : 1re session : 26-27 juin. 2e session : 22-23 septembre.

Concours d'entrée dans les Ecoles Normales :

Entrée en 1re année : 23-24 juin (s'il y a lieu : 25-26 septembre).
Entrée en 3e année : 29-30 septembre.

Concours d'entrée dans les Ecoles Nationales Professionnelles :

En Quatrième : 2 juillet ; en Seconde : 8 juillet.

Brevet d'enseignement commercial : 1re session : 23, 24, 25 juin.
2e session, 1er degré : 16, 17, 18 septembre ; — 2e degré : 16-17 septembre.

Brevet d'enseignement industriel (garçons) : 1re session : 1, 2, 3 juillet ; — 2e session : 16 septembre.

Brevet supérieur d'études commerciales : 1re session : 1, 2, 3 juillet ; — 2e session : 16, 17, 18 septembre.

Examen d'entrée en Sixième : 1re session : 12 juin ; — 2e session : 22 septembre.

Examens de passage dans les établissements du 1er, du 2e degrés et de l'Enseignement technique : 23-27 septembre.

Concours général : Classe de Mathématiques : 6 mai. Classe de Première : 7 mai.

VII. LA VIE DE L'ASSOCIATION

LES PROBLÈMES NUMÉRO UN

Depuis le 20 novembre, notre activité a été en grande partie accaparée par les réunions d'une « Commission d'étude des problèmes relatifs au recrutement et à la formation des personnels scientifiques de l'enseignement et de la recherche » et par les conversations que nous devions avoir, entre membres du Bureau de l'A.P.M., au sujet des travaux de cette Commission.

Bien que notre Ministre ait prétendu m'y avoir nommé, pour le seul plaisir de m'y rencontrer (on sait vivre !), je m'y suis toujours considéré comme le représentant de notre Association. Et cela explique que, contrairement au vœu ministériel de « black-out » sur les travaux de cet organisme, je m'applique à en donner ici, pour l'ensemble des Collègues, un aperçu aussi suggestif que possible. Sans nier qu'il m'est impossible d'être complet (faute de temps) et même d'être impartial (faute de ne pas être sur SIRIUS). Mais je ne peux me borner à constater et raconter, et j'entends bien dire quelles perspectives s'offrent à notre action.

*
**

Pour la clarté de l'exposé, il me paraît utile de préciser les circonstances qui ont amené le Ministre à nommer cette Commission extraordinaire.

La création du M.N.D.S. (1), à la fin de l'année scolaire 57, avait révélé ou exprimé une certaine volonté revendicatrice des professeurs de l'Enseignement Supérieur. Le M.N.D.S. entreprit une campagne dont les trois thèmes prédominants étaient les suivants : critique des programmes actuels de Mathématiques dans l'Enseignement « Secondaire », critique du régime et du rendement des classes préparatoires aux Grandes Ecoles et critique des Grandes Ecoles elles-mêmes, enfin critique particulière de l'agrégation de Mathématiques et des divers modes de recrutement des professeurs du Second Degré (les agrégés ne devant plus en principe être affectés aux classes du premier cycle, mais pouvant être affectés, aussi bien aux classes du Second Degré qu'aux futurs Collèges universitaires, grâce auxquels les propédeutiques des Facultés trouveraient une meilleure organisation. D'autre part, le système de l'engagement à servir dans l'Enseignement du Second Degré, malgré les dérogations, est considéré par le M.N.D.S. comme l'une des principales causes de la désertion des candidats devant la fonction enseignante).

Dès le printemps 57, j'eus des contacts personnels avec certains responsables mathématiciens du M.N.D.S. Je leur avais exprimé mon accord personnel sur certaines de leurs propositions (en particulier la réforme des programmes de Mathématiques des l'Enseignement du Second Degré et le renforcement de notre enseignement par amélioration de son horaire. Cependant, j'avais fait les plus grandes réserves sur la méthode employée pour présenter l'ensemble des « revendications » du Mouvement : emploi d'expressions telles que « exigences immédiates » et surtout proposition de réforme de tel enseignement hors de tout avis du personnel assurant cet enseignement, méthode pour le moins peu démocratique. Je précisais d'ailleurs que je n'avais pas le pouvoir d'engager l'A.P.M. dans son ensemble.

---

(1) M.N.D.S. = MOUVEMENT NATIONAL POUR LE DÉVELOPPEMENT SCIENTIFIQUE. Comité provisoire : Président : J. LERAY (professeur au Collège de France) ; membres : MM. L. GLANGEAUD, A. LICHNÉROWICZ, A. MARÉCHAL, M. PRENANT, L. SCHWARTZ, J. WYART, M. ZAMANSKY. Siège provisoire : Faculté des Sciences, Paris, 1, rue Victor-Cousin, Paris, 5e.

Sans qu'il y ait, tout au moins officiellement, de liaison avec le M.N.D.S., les professeurs de Mathématiques de la Faculté des Sciences de Paris décidèrent, en novembre, de suspendre les cours de préparation à l'agrégation tant que la réforme de celle-ci ne serait pas entreprise. Quelques jours après le début de ce mouvement (et son extension à six Universités de province), les cours reprirent sur promesse du Ministre de réunir promptement une Commission « ad hoc ».

Le 20 novembre, je reçus communication de ma nomination dans la Commission dont le titre exact a été rappelé plus haut et dont les travaux devaient être inaugurés par le Ministre lui-même le 21 novembre (2).

L'ordre du jour prévu était le suivant :

1° Les agrégations scientifiques : *a*) Extension du recrutement et amélioration de la préparation ; — *b*) Esprit et programme des concours, composition des jurys ; — *c*) Coordination des Ecoles Normales Supérieures ; — *d*) Affectation des agrégés aux divers secteurs de l'Education Nationale.

2° Les propédeutiques scientifiques : *a*) Propédeutiques scientifiques et Collèges universitaires ; — *b*) Coordination des enseignements propédeutiques et de la préparation aux Grandes Ecoles.

3° Organisation de groupements de discipline dans les Facultés des Sciences.

4° Collaboration des chercheurs du C.N.R.S. à la formation des personnels scientifiques.

5° Stages d'information scientifique et technique pour les professeurs en exercice.

Le Ministre précisa que les membres de la Commission étaient libres de modifier à volonté cet ordre du jour, mais qu'il leur demandait de faire vite. Cette recommandation mise à part, des généralités présentées par M. Billères, une seule, je crois, mérite d'être rappelée et sans doute même imprimée : la véritable solution du problème de recrutement des maîtres suppose, à n'en pas douter, que la revalorisation de leur fonction aura été réalisée ; cela devra se faire en 1958 (3).

Avant que le Ministre ne nous quitte pour vaquer à des occupations plus importantes, je lui présentai les observations suivantes sur l'existence, la composition et le fonctionnement de la Commission.

1° Le Comité Technique Paritaire et le Conseil Supérieur existent. Pourquoi vouloir passer par-dessus leurs têtes ?

2° Alors que l'ordre du jour porte sur des questions d'intérêt corporatif évident, pourquoi la Commission ne comprend-elle aucun représentant des organisations

---

(2) L'arrêté créant cette Commission a paru au *B.O.* du 28 novembre, p. 3461. L'article premier rappelle le titre, et l'article 2 indique la composition :

MM. le Directeur général de l'Enseignement Supérieur ; le Directeur général de l'Enseignement du Second Degré ; le Directeur général de l'Enseignement du Premier Degré ; le Directeur général de l'Enseignement Technique ; le Directeur du Centre National de la Recherche Scientifique ; Campan, inspecteur général de l'Enseignement du Second Degré ; Champetier, professeur à la Faculté des Sciences de Paris ; Chéradame, directeur des études de l'Ecole Polytechnique ; Durrande, professeur de Mathématiques Spéciales au Lycée Saint-Louis ; Kirrmann, directeur adjoint de l'Ecole Normale Supérieure ; Lichnérowicz, professeur au Collège de France ; Jean-Paul Mathieu, professeur à la Faculté des Sciences de Paris ; Maxe, inspecteur général de l'Enseignement Technique ; Payan, inspecteur général de l'Enseignement du Premier Degré ; Pérès, doyen de la Faculté des Sciences de Paris ; L. Rolland, inspecteur général des services administratifs ; Walusinski, professeur agrégé au Lycée de Saint-Cloud.

M. Rolland sera chargé du secrétariat de la Commission.

(3) J'écris cela parce que j'ai entendu le Ministre le dire. Si la réalité devait être différente, je demande à ne pas être considéré comme responsable.

syndicales, ni des Physiciens, ni des Naturalistes, ni des Inspecteurs généraux, responsables directs actuels des agrégations scientifiques précisément en cause ?

3° Peut-on traiter d'un problème de recrutement indépendamment de tous les autres ? Les professeurs de Mathématiques ont eu l'expérience de la Commission CHÂTELET, qui devait s'occuper des programmes des classes préparatoires *et* des propédeutiques des Facultés ; or elle n'a jamais traité que le premier sujet. Il ne faut pas qu'en cette Commission il en soit de même. L'agrégation de Mathématiques ne doit pas être considérée indépendamment de l'ensemble du problème de la formation des maîtres, réforme de la licence comprise.

La réponse du Ministre fut ce que j'attendais : les membres de la Commission n'avaient été nommés qu'à titre personnel (le fait d'y avoir nommé un professeur de Mathématiques, et que ce soit précisément le Président actuel de l'A.P.M., est une coïncidence purement fortuite...) ; on avait tort de suspecter cette Commission et de prétendre qu'elle pouvait, en quoi que ce soit, être la conséquence directe de la grève des professeurs de Faculté (4). En tout cas, le Ministre affirma que les propositions de la Commission seraient traduites dans des textes qui seraient nécessairement soumis aux instances statutaires.

***

Ayant ainsi situé sommairement le genèse de cette affaire, je ferai grâce à nos Collègues d'un récit détaillé des séances (à raison de deux par semaine, le lundi de 17 h à 20 h 30 et le jeudi de 15 h à 19 h). Trois problèmes ont dominé les travaux : la réforme de l'agrégation de Mathématiques, l'articulation des classes préparatoires aux Grandes Ecoles avec les propédeutiques des Facultés ou des Collèges universitaires, enfin la création d'un professorat du premier cycle (baptisé troisième mode de recrutement des maîtres). Accessoirement, malgré la très remarquable discrétion des représentants de l'Enseignement technique, une tendance à l'uniformisation des modes de recrutement a été généralement préconisée.

Il m'est apparu que chacun de ces problèmes était le problème numéro un pour l'un ou pour l'autre des membres de la Commission. Ce qui signifie aussi que tel problème, numéroté un par l'un, était numéroté 3 par l'autre. La clarté des débats n'y a pas toujours gagné.

De nombreuses séances furent occupées aux fins d'information sur les agrégations scientifiques (audition des Présidents du jury), sur les classes préparatoires et les propédeutiques, sur les projets actuels de réforme de la licence et même sur les projets du M.N.D.S. sur les programmes de Mathématiques pour le Second Degré.

La Sous-Commission qui a traité de l'agrégation de Mathématiques (et qui comprenait trois inspecteurs généraux et quatre professeurs de l'Enseignement Supérieur) s'est accordée sur une modification des épreuves. A l'écrit trois épreuves de 6 heures et une de 4 heures : 1° géométrie et géométrie analytique, coefficient 3 (le choix des méthodes est libre pour le candidat) ; 2° analyse, coefficient 3, portant sur les programmes de Taupe, de propédeutique et de licence ; 3° mécanique géné-

---

(4) Affirmation à rapprocher de l'information suivante parue dans l'*Education Nationale* du même jour :

« Les professeurs de Mathématiques préparant à l'agrégation dans sept Facultés (Paris, Strasbourg, Lille, Besançon, Poitiers, Montpellier, Rennes) ont cessé leurs cours pendant une semaine afin d'obtenir une réforme du concours d'agrégation. Ils estiment que l'obligation pour les candidats à l'agrégation de signer l'engagement d'enseigner dix ans dans les Lycées prive l'Enseignement Supérieur d'assistants, de chefs de travaux pratiques et de professeurs de propédeutique qui soient agrégés. Une Commission chargée de la réforme du concours d'agrégation, doit se réunir prochainement sur l'instigation du Ministre. »

rale, coefficient 2 ; 4° calcul numérique, coefficient 1. A l'oral, deux leçons, coefficient 5 chacune. Le principe des options pour l'Enseignement Technique avait été suggéré ; il n'a pas été retenu. Mais, de même que les vœux relatifs à la licence font place à une licence de Mathématiques appliquées, la Direction de l'Enseignement Technique étudie, en accord avec M. PÉRÈS, la création d'une agrégation de Mathématiques appliquées.

La question de la présidence et de la composition du jury n'a pas été résolue ; c'est un des problèmes épineux que la Commission doit aborder pour sa rentrée ; épineux, car l'un des principaux objectifs de l'Enseignement Supérieur paraît être de bouter l'organisation du concours hors de la Direction de l'Enseignement du Second Degré.

En fait l'accord est déjà acquis sur l'essentiel : l'agrégation ouvrirait les portes du Second Degré, du Technique et des Ecoles Normales, aussi bien que des chaires de propédeutique des Collèges universitaires et des postes du C.N.R.S. Quant à l'engagement, il ne serait plus demandé qu'aux candidats ayant bénéficié d'un traitement pendant les périodes de préparation et il ne serait pas limité à tel ordre d'enseignement, mais serait valable pour l'ensemble de l'Education Nationale et le C.N.R.S. Cette formule semble d'ailleurs devoir être retenue pour tous les concours de recrutement. Quant au titre lui-même, il ne devrait être conféré qu'après entrée en fonction.

***

Sur la question des propédeutiques, l'accord semble plus facile. La création des Collèges universitaires est d'ailleurs déjà décidée par le Ministre. Les vœux de la Commission iront sans doute en faveur d'une harmonisation des méthodes et des programmes dans les Collèges universitaires et les classes préparatoires des Lycées. L'abaissement des limites d'âge des concours des Grandes Ecoles est souhaité (il peut largement dépendre d'une amélioration substantielle de l'horaire de Mathématiques dans les sections scientifiques du Second Degré). L'harmonisation des statuts des agrégés enseignant ici ou là est évidemment nécessaire.

Après avoir traité des propédeutiques, il était inévitable que l'on parlât des licences. Les principes retenus sont les suivants : licences d'enseignement en deux ans (non compris la propédeutique), la discipline principale étant étudiée avec continuité pendant les deux ans (cela signifie que le calcul différentiel actuel est divisé en Mathématiques 1 et Mathématiques 2, dont la réunion est strictement contenue dans C.D.L. actuel). Durant la deuxième année, assez large choix d'options par unités qui correspondent à trois heures d'enseignement semestriel (au sens universitaire de semestre). Comme déjà cité plus haut, une licence de Mathématiques appliquées doit permettre la complète assimilation de la formation des professeurs de l'Enseignement Technique à celle des professeurs des autres ordres d'enseignement.

L'année de C.P.R. reste prévue au terme des deux années de licence, pour les candidats au C.A.P.E.S. Les candidats à l'agrégation de Mathématiques passent un certificat d'analyse générale équivalent au diplôme.

Les lignes générales de la réforme de la licence peuvent répondre à certains de nos vœux : accroissement sensible du nombre des licenciés, unification nationale des programmes. Je suggère pourtant d'attendre avant d'émettre un jugement définitif. Nous savons que l'Enseignement Supérieur est jaloux de son indépendance (quand on est indépendant et que les autres ne le sont pas, il est peut-être inévitable qu'on soit jaloux...). Que sera cette réforme dans la réalité. Sans doute dépendra-t-elle de la volonté des professeurs de Faculté de la réaliser ou de faire semblant.

Il est souhaitable que tous ceux qui enseignent aient bénéficié de la formation que l'Enseignement Supérieur est seul à pouvoir donner. Il me paraît légitime que cet enseignement ait la plus grande liberté d'action pour adapter ses méthodes et ses

programmes aux conditions perpétuellement nouvelles de la science qui se fait. Qu'arrivera-t-il, cependant, si les professeurs de Faculté ne se penchent pas souvent sur les problèmes des autres ordres d'enseignement ? Négligeraient-ils cette étude attentive des besoins qu'ils doivent satisfaire, leur efficacité et peut-être même l'autorité morale que nous leur reconnaissons bien volontiers en pâtirait.

*
**

J'ai gardé pour la fin de cet article un sujet particulièrement délicat : le professorat dit du premier cycle, auquel les candidats accéderaient après une année de propédeutique complétée par une année de centre de formation pédagogique. D'autre part ce projet devrait unifier, autant que cela est possible, les modes de recrutement de ces professeurs et de ceux des Cours Complémentaires (le cas des professeurs de centres d'apprentissage est pratiquement réglé).

Pour nous, il est difficile de voir dans cette innovation autre chose que la création d'une catégorie de professeurs « au rabais ». Toute réserve faite sur son efficacité pour remédier à la disette actuelle de professeurs qualifiés, on peut se demander si l'abaissement des exigences de formation des maîtres peut entraîner autre chose qu'une diminution globale de la valeur de l'enseignement donné.

S'agit-il d'un expédient provisoire pour remédier à la crise de recrutement ? En ce cas, son efficacité est illusoire : on n'attirera pas de candidats vers un métier difficile (cette première initiation scientifique) en les payant encore moins que les professeurs licenciés ; si on espère attirer ainsi des professeurs des cours complémentaires, où trouvera-t-on leurs remplaçants ? Craignons aussi que le provisoire ne soit... éternel.

Mais s'il ne s'agit pas d'un expédient provisoire, s'il s'agit d'une mesure à caractère définitif, il nous faudra rappeler que, selon nous, tout Enseignement du Second Degré (long ou court) doit être donné par des maîtres possédant au moins la licence. Si l'enseignement du premier cycle ou du Second Degré court requiert une plus grande polyvalence, il doit être possible d'aménager les options de la deuxième année de licence pour satisfaire cette exigence.

De toute façon, il faut que l'on cesse de prétendre résoudre un problème en prenant des fantômes de solutions. La petite guerre des Directions d'enseignement entre elles (chacun cherche à voler du personnel aux autres) est l'image dérisoire de certaines incapacités à affronter les problèmes réels. La création d'une direction de la formation des maîtres, dont dépendraient directements des Instituts de Formation Pédagogique placés dans chaque Académie, sous l'autorité conjointe du Recteur et d'un Conseil pédagogique formé de représentants élus de toutes les catégories de professeurs, création aussi justifiée que celle de la direction des constructions scolaires, affirmerait en clair que le problème numéro un est bien unique comme ce numérotage l'exige : c'est celui de la formation des maîtres de tous les ordres d'enseignement.

*
**

Les Collègues voudront bien excuser la rédaction hâtive de cet aperçu sur des travaux qui n'ont pas toujours brillé par la limpidité de leur déroulement. Désirant associer les responsables des Associations de spécialistes, j'ai convoqué à des réunions communes les Bureaux des Physiciens, des Naturalistes et des Mathématiciens. D'autres réunions semblables auront lieu et je n'émettrai aucun vote dans la Commission sans avoir pris tous les conseils désirables. Il est d'ailleurs probable que ces votes n'auront qu'une valeur négative, sans portée pratique.

Au moins aurons-nous ainsi observé des règles simples auxquelles nous avons le droit de tenir : n'ayant pas de responsabilités dans l'administration, ni par conséquent dans les difficultés actuelles, nous ne pouvons appuyer, ne serait-ce que de notre accord tacite, une mesure quelle qu'elle soit, qui tendrait à compromettre ou diminuer la valeur et l'efficacité de notre enseignement.

D'autre part, en associant les responsables de nos organisations et l'ensemble de nos collègues par cet article aux travaux de la Commission, je crois être également fidèle à l'un des principes de la démocratie : liberté des citoyens à disposer d'eux-mêmes.

Je tempérerai d'ailleurs la gravité apparente de ces formules en faisant remarquer que les décisions les plus officielles, fussent-elles signées de main de Ministre, restent des textes et seulement des textes. La vraie réforme de l'enseignement scientifique est l'œuvre commune des maîtres et des élèves qui la vivent. Si bien qu'à mes yeux l'essentiel reste l'œuvre modeste, mais profonde de notre petite communauté de pédagogues. Je ne veux évidemment pas dire qu'il faut négliger l'importance des infrastructures... ou leur poids. Mais il dépend de la volonté de chacun de nous qu'elles restent... ce qu'elles doivent être.

G. W.

La Disparition de Maurice Audin

Dans sa réunion du 17 octobre, le Comité de l'A.P.M. a voté un texte qui a été aussitôt porté à la connaissance de M. le Ministre de l'Education Nationale. Cette lettre n'a jamais eu de réponse.

Le Conseil de la Faculté des Sciences de Paris, réuni le 24 octobre, a voté une résolution ci-jointe, destinée à être portée au Ministre de l'Education Nationale par une délégation présidée par le Doyen. Cette résolution a été également remise par le Doyen au Recteur de l'Université de Paris, avec une lettre personnelle des mathématiciens parisiens.

Il décide d'autre part que la thèse de doctorat de Maurice Audin serait soutenue « in absentia », comme ce fut le cas pour des prisonniers pendant la guerre. La soutenance eut lieu le lundi 2 décembre 1957 à 10 heures. Le jury était composé de MM. Favard, Président, Schwartz et Dixmier. M. de Possel, qui avait dirigé les travaux de Audin, présentait la thèse.

Au terme de la séance, qui s'était déroulée devant un amphithéâtre archi-comble, M. Favard fit la déclaration suivante :

« *L'exposé qu'a fait* M. de Possel, *montre l'importance du travail présenté ; il témoigne d'une grande maîtrise de moyens et d'un talent d'autant plus précieux qu'il est plus rare. Les résultats de cette thèse pourront connaître dès demain de nombreuses applications. La Faculté veut apporter ici son témoignage à* Mme Audin *et à ses parents. A l'unanimité, le jury a décidé que le doctorat ès-sciences Mathématiques est accordé à* M. Audin *avec mention très honorable.*

« *Je vous demande de ne pas applaudir, mais seulement d'observer une minute de silence. Merci.* »

En assistant personnellement à cette soutenance, j'entendais associer l'ensemble de notre Association à cette manifestation. Ayant classe toute la matinée du lundi, j'ai alors adressé à notre Ministre la lettre suivante :

Saint-Cloud, 2 décembre.

MONSIEUR LE MINISTRE,

J'ai l'honneur de vous informer que ce lundi 2 décembre 1957, je quitte mon service de 10 h à 12 h pour assister à la soutenance de thèse « in absentia » de M. Maurice AUDIN, *à la Sorbonne, sous la présidence de* M. FAVARD.

En agissant ainsi, j'ai conscience de commettre un acte d'indiscipline, car je n'ai pas sollicité d'autorisation d'absence. En voici la raison : à la date du 20 octobre 1957, j'ai eu l'honneur de vous adresser une lettre au nom du Comité de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public, pour vous demander d'intervenir afin que soit exactement connu le sort de notre Collègue disparu. Aucune réponse n'a été donnée à notre requête.

En quittant ma classe pour assister à la soutenance de la thèse de M. Maurice AUDIN, *je désire vous adresser un suprême appel : J'ai l'honneur de vous demander d'intervenir auprès de Monsieur le Président du Conseil afin que soient prises toutes mesures susceptibles de faire toute la lumière sur la disparition de notre Collègue.*

Veuillez agréer, Monsieur le Ministre, l'expression de mon respectueux dévouement.

Par l'annonce de cette absence irrégulière, j'espérais obtenir d'une façon ou d'une autre une réponse du Ministre. C'était naïf. Il y a seulement eu un coup de téléphone des services du Rectorat à l'administration de mon Lycée pour dire à celle-ci que mon absence devait être considérée comme régulière.

La preuve paraît malheureusement faite que les protestations les plus justifiées ne peuvent rien et que le Ministre de l'Education Nationale peut donc être considéré comme se désintéressant du sort de son personnel. Je regrette d'avoir à faire cette constatation, mais je crois devoir la faire.

G. W.

Comité, le 17 octobre 1957

Présents : BAY, EDDE, FOUCHÉ, HUISMAN, Mlle MASSON, LE MÉNAGER, MONJALLON, MINOIS, SIROS, Mlle VERVAECKE, WALUSINSKI.

Excusés : MOUGENOT, occupé par la régionale de Nancy, Mlle FÉLIX, CHAZAL, DURRANDE, BIGUENET.

1° L'un des donateurs du prix de 500.000 francs, pour un traité de Mathématiques remplissant certaines conditions, se propose de remettre la somme au trésorier de l'A.P.M. qui, d'accord avec le Comité, prendra un livret de caisse d'épargne.

2° M. THÉRON, nommé inspecteur général, quitte le Comité de l'Association ; selon les votes de la dernière Assemblée générale, le Président a fait appel à Mlle GOUKOWSKI ; celle-ci, à cause de son état de santé, ne peut accepter ; on demandera au suivant : GUILLORÉ.

3° **Horaires et programmes.** — L'arrêté du 12 août a prélevé l'augmentation des horaires de Mathématiques sur ceux du latin. Le Comité, à la quasi-unanimité, proteste : l'A.P.M. n'a jamais demandé une diminution des horaires des autres disciplines. Selon FOUCHÉ — et nous sommes tous d'accord — il sera bien précisé que notre augmentation n'a pas pour but d'augmenter la somme de travail de l'élève, mais de pouvoir faire acquérir à ce dernier une véritable culture mathématique, ou, plus généralement, scientifique.

4° Une réunion est prévue au Musée pédagogique (le 7 novembre) pour discuter des questions relatives aux nouveaux programmes déjà parus, aux travaux pratiques et aux nouveaux programmes complets qui paraîtront dans le courant de l'année.

5° Le Comité manifeste beaucoup d'inquiétude au sujet du recrutement des professeurs contractuels : on en connaît actuellement une centaine en France (Mathématiques et Physique) ; leur enseignement sera-t-il de bonne qualité ? (Il avait été dit qu'ils seraient, au début, suivis par un conseiller pédagogique) ; le traitement qui leur est donné est trop élevé par rapport à celui des professeurs (d'où certaines anomalies assez piquantes).

Le Comité rappelle que cette crise de recrutement comporte des solutions, au moins partielles, n'entraînant pas de sabotage :

a) que les retraités rappelés ne soient pas assujettis à la loi du cumul ;

b) que les jeunes professeurs soient dispensés du service militaire (solution préconisée par notre Ministre lui-même) et affectés pendant ce temps à l'enseignement ;

c) que les professeurs aient enfin un traitement décent.

Cette question du recrutement sera étudiée avec l'Union des Professeurs de Spéciales et par la Commission de formation des maîtres, qui fera un projet détaillé. Il faudra en outre obtenir que les jeunes capétiens et agrégés ne se voient pas contraints d'aller exercer en Algérie.

6° **Baccalauréat.** — Le Bureau est mandaté pour la révision des coefficients attribués aux épreuves, et aussi pour étudier une réforme destinée à éviter que de très bons élèves soient refusés : obtenir que tous les livrets scolaires soient vus avec soin lors des délibérations. Il est souhaitable aussi que la réunion d'entente ait une plus grande efficacité : la lecture préalable d'un assez grand nombre de copies permettrait d'établir un barème soigné, uniforme, bien adapté.

7° **Le cas de Maurice Audin.** — Après délibération, le Comité décide d'envoyer une lettre au Ministre pour lui demander confirmation ou infirmation de la disparition de Maurice Audin, professeur de Mathématiques, assistant à la Faculté des sciences d'Alger. Cette lettre sera rédigée de manière à montrer que l'A.P.M. se place à un point de vue humain, d'une part, professionnel d'autre part, et est totalement éloignée de toute idée politique.

8° **Mouvement national pour le développement scientifique.** — De nombreux points du « Bulletin d'informations », n° 1, et de l' « Exposé général », soulèvent des protestations quelquefois ironiques, à juste titre ! Il semble cependant qu'une entrevue avec M. Lichnerowicz — qu'on pourrait inviter à une réunion du Bureau — serait intéressante.

La réunion se termine à 17 h. 30. Siros.

Bureau du 7 novembre 1957

Présents : Biguenet, Mlle Masson, Chazal, Monjallon, Mlle Félix, Huisman, Siros, Girard.

Excusés : Durrande, Legrand, Mougenot.

La séance est ouverte à 15 heures.

Walusinski donne des précisions sur les suites des votes du dernier Comité. Aucune réponse aux protestations envoyées à la Direction Générale du Second Degré.

Les Commissions de formation des maîtres et celle des programmes devront sans doute se réunir pour traiter des problèmes d'actualité (voir les comptes rendus des réunions ultérieures ; les circonstances ont empêché ces réalisations).

Walusinski signale que, lors d'une réunion des linguistes à Sèvres, il a proposé à nos Collègues de l'A.P.L.V. des réunions communes pour discuter de la coordination des enseignements et des horaires de langues vivantes dans les classes terminales (les linguistes réclament une augmentation de l'horaire de langues en Mathématiques).

Walusinski est mandaté pour voter au nom de l'A.P.M. au vote pour le Comité « Education » de l'Unesco.

La séance est levée à 16 heures.

Bureau du 27 novembre 1957

Présents : Biguenet, Chazal, Mlle Dulleux, Durrande, Eurin, Girard, Guinier, Marck, Mlle Masson, Oria, Privault, Siros, Walusinski.

Excusés : Edde, Mlle Félix, Mougenot, Legrand.

La réunion est ouverte à 20 h. 30. Walusinski explique que l'ordre du jour est l'information des Collègues sur la Commission ministérielle chargée d'étudier les problèmes relatifs au recrutement et à la formation des personnels scientifiques de l'enseignement et de la recherche. Il a été désigné par le Ministre pour faire partie de cette Commission ; mais les problèmes à étudier intéressant les physiciens et les naturalistes, autant que les mathématiciens, il a pris l'initiative d'inviter à cette réunion les responsables de l'Union des Physiciens et de l'Union des Naturalistes. Le principe de ces réunions communes d'information et de discussion est adopté à l'unanimité des présents.

Walusinski et Durrande, membres de la dite Commission, font un compte rendu détaillé des deux premières réunions de la Commission. Puis une discussion générale a porté sur le principe de la participation de nos Collègues à ces travaux. Les avantages et inconvénients de cette participation ont été présentés tour à tour. Lors de la deuxième réunion de la Commission, celle-ci avait hâtivement décidé qu'aucun procès-verbal de ses travaux ne serait établi. Walusinski est mandaté pour demander le rétablissement de ces procès-verbaux qui feront utilement le point de ce que la Commisssion pourra décider. Enfin, il est entendu que si nos Collègues poursuivent leur participation aux travaux de la Commission, ils prendront avis des Associations dont ils sont responsables avant d'émettre les votes définitifs.

La séance est levée à 22 heures. Il a été entendu que Walusinski convoquerait les réunions suivantes selon les exigences du calendrier de travail de la Commission.

Bureau du 11 décembre 1957

Présents : Balland (Sc. nat.), Biguenet, Bozzoue (Sc. nat.), Chazal, Dulleux (Sc. nat.), Durrande, Eurin (Phys.), Mlle Félix, Girard, Guibenski (Sc. nat.), Guinier (Phys.), Huisman, Marck (Phys.), Mlle Masson, Oria (Sc. nat.), Privault (Sc. nat.), Siros, Walusinski.

Séance ouverte à 20 h. 30.

Informations sur les travaux de la Commission ministérielle (*suite*). — Sans entrer dans le détail, résumons quelques points importants.

En Sous-Commission : projet d'organisation du « Professorat du premier cycle ». On y parle, entre autres, des cours complémentaires et des centres d'apprentissage. Seront seuls à subir un engagement les étudiants pourvus d'une bourse ou d'un traitement, et encore cet engagement sera pour l'Education Nationale ou le C.N.R.S.

Les professeurs deviendraient bivalents dans le Second Degré, trivalents dans le Premier, multivalents (à préciser) dans le Technique.

Propédeutique et préparation aux Grandes Ecoles. — On s'occupera de l'évolution des programmes ; le nécessaire sera fait pour résorber définitivement les 7/2 ; on ne pourra plus se présenter que deux fois à l'X. Les diverses propédeutiques, Facultés et Lycées, seront rapprochées, aussi bien en ce qui concerne les programmes que les méthodes.

La licence sera rendue accessible en deux ans ; la licence d'enseignement comportera une discipline principale, et, selon le choix du candidat, un extrait de physique générale ou un extrait de calcul différentiel et intégral.

Sciences naturelles. — En raison de l'étendue nécessaire des connaissances (la Vie... la Terre...) : difficulté sérieuse pour obtenir une licence qui soit utile simultanément pour la recherche, l'enseignement et l'industrie ; par exemple, « la Terre » est peu utile au Lycée, très utile à l'industrie.

Exposé fait par Durrande à la Commission. — Sur les classes de préparation. — Mises au point précises et soignées sur le recrutement des élèves, les pourcentages des reçus (pas tellement de gaspillage : 90 % entrent « quelque part »). — Les effectifs des taupes sont en augmentation. — Note sur le recrutement par titres dans les Ecoles (souvent mauvais). — Relations élèves-professeurs : excellentes, d'une familiarité de bon aloi et efficace.

Les programmes ont été mis à jour et harmonisés.

Il apparaît que les classes de préparation, les taupes en particulier, ne sont pas si mauvaises qu'on l'a dit quelquefois.

En ce qui concerne le personnel, il sera essentiel de reconnaître aux maîtres des propédeutiques et aux maîtres des classes de préparation, une égale compétence, et de les traiter de la même façon.

Le Bureau émet quelques réflexions sur les inconvénients d'un « cadre du premier cycle » ; elles ont déjà été signalées ; instituera-t-il un enseignement au rabais, ou, au contraire, puisque le problème du recrutement ne se traite en fait, et trop souvent, que par des solutions boiteuses et des expédients, sa création sera-t-elle vue comme une solution régulière à peu près acceptable ?

Dernières notes. — Sur l'affectation des jeunes comme « recrues-professeurs » dans les écoles militaires : difficile ; possible par entente entre l'administration militaire et l'Education Nationale.

— B.E.P.C. non obligatoire à la sortie de la classe de Troisième.

— 1 911 cotisations reçues ce jour à l'A.P.M.

Le bloc-notes de l'A.P.M.

*** CANDIDATURES POUR LE RENOUVELLEMENT DU COMITE : Les Collègues désirant poser leur candidature au Comité de l'A.P.M. pour le renouvellement partiel 1958 (huit sièges à pourvoir) sont priés de se faire connaître en écrivant à G. WALUSINSKI, dès la réception de ce Bulletin et avant le 1er mars, dernier délai, de telle façon que leur candidature puisse être portée à la connaissance de tous dans le prochain Bulletin.**

*** Les retards du « Bulletin ».** — Ils sont si importants que nous préférons dater celui-ci de janvier (alors qu'il aurait dû paraître en décembre). Que les Collègues nous excusent, mais le temps nous a par trop manqué pour les besognes matérielles les plus diverses. Nous espérons pouvoir néanmoins assurer la publication du nombre prévu de *Bulletins* en les distribuant en janvier, février, mars et juin (ou janvier, mars, mai et juin). Les *Annales du Baccalauréat et du B.E.P.C.* doivent parvenir aux Collègues durant le mois de janvier (nos 189 et 190).

*** L'Enseignement mathématique.** — La note publiée dans le *Bulletin* 187 doit être rectifiée de la façon suivante : Les Collègues, membres de l'A.P.M., bénéficient d'une réduction de 25 % sur les publications de l'*Enseignement mathématique* (la revue et les monographies). Pour bénéficier de cette réduction, il leur suffit de passer les commandes à G. WALUSINSKI, 26, Parc de la Bérengère, St-Cloud, et de faire les virements au C.C.P. à son nom et de numéro, Paris 14 584-50.

★ **Les conférences A.P.M.** — Là aussi, ce début d'année fort occupé pour tout le monde a empêché que reprenne, dès le premier trimestre, le cycle des conférences organisé en commun avec la Société Mathématique de France. Mais nous nous rattraperons durant les mois à venir. Trois séries de conférences sont prévues dont le déroulement sera fonction des possibilités des conférenciers qui ont si obligeamment accepté de travailler pour nous : l'une portera sur la théorie de la mesure et ouvrira l'année avec une conférence de M. Henri CARTAN, le 23 janvier, « sur la mesure des polyèdres ». D'autres exposés porteront sur la mesure des angles et sur l'intégration (par MM. DIXMIER et REVUZ). Une autre série de conférences portera sur la Relativité : le 30 janvier, M. LICHNÉROWICZ traitera d'algèbre tensorielle et de Relativité restreinte ; le 6 février de Relativité généralisée ; deux autres exposés seront faits ultérieurement par Mme TONNELAT. Enfin, deux conférences permettront à M. DUBREIL d'exposer l'évolution des idées en algèbre moderne, depuis les dernières cent années.

ERRATA.

Un Collègue qui lit attentivement le *Bulletin* a suggéré d'y ouvrir une rubrique nouvelle : une sorte de « musée des erreurs » qui inviterait chacun de nous à la modestie.

A la réflexion, il est apparu qu'une condition devait être remplie pour que cette rubrique puisse s'ouvrir : que les pages de notre *Bulletin* soient exemptes de toute faute. Or, justement, malgré des efforts certains pour chasser les incorrections, voici tout un chapelet d'errata. Je l'avouerai tout net : pour ouvrir la rubrique nouvelle, j'ai mauvaise conscience.

Bulletin 185, dans l'article de M. KOURGANOFF, porter les corrections suivantes :

	au lieu de	*lire*
— p. 351 : 2 lignes avant la formule (10)	Y_+	Y_{n+2}
— p. 352 : formule (13)	$e^{k\Delta X}$	$e^{-k\Delta X}$
— p. 352 : formule (15)	$Y(X) - Y(X_0)$	$Y(X)$
— p. 352 : formule (16)	$\frac{dY}{dX} - Y(X)$	$\frac{dY}{dX} + Y(X)$

Bulletin 187 :

● Une faute d'impression s'étant glissée dans l'article *Géométrie sur le cercle* (*Bulletin* n° 187), nous établissons ci-dessous l'écriture correcte de l'axiome II-6 (p. 22) :

$$[(a, b) \frown (a', b')] \text{ et } [(b, c) \frown (b', c')] \rightarrow (a, c) \frown (a', c').$$

● Dans l'article de M. DUVERT, « A propos des radicaux », le tableau figurant au milieu de la page doit être corrigé : la case *n impair et a négatif* doit contenir

$$-\sqrt[n]{-a}$$

Je prie les auteurs et les lecteurs de m'excuser pour ces nombreuses fautes.

G. W.

Le Gérant : G. WALUSINSKI.

Cahors, Imp. A. Coueslant. — 91 939. — Dépôt légal : I-1958

DELAGRAVE

COURS DE MATHEMATIQUES
H. SCHAEFFER-J. LEBAILE

Ce cours était déjà celui des Professeurs acquis aux nouvelles tendances de l'enseignement des mathématiques. Il est maintenant, en outre, parfaitement conforme à l'esprit des nouveaux programmes (arrêté du 12-8-57).

Nouvelle édition : **ARITHMETIQUE, cl. de 6e**

comportant un SUPPLÉMENT (notions d'astronomie, sphère, etc.).

un vol. (15,5 × 22) Br. ... » Cart. ... »

Le supplément seul ..... »

MATHEMATIQUES, cl. de 5e

un vol. (14,5 × 21) Br. **390** » Cart. **480** »

en préparation : **SUPPLÉMENT.**

MATHEMATIQUES, cl. de 4e

un vol. (14,5 × 21) Br. **520** » Cart. **620** »

Nouveauté : **MATHEMATIQUES, cl. de 3e**

un vol. (15,5 × 22) Br. ... » Cart. ... »

COLLECTION BREARD

La classe de sixième étant considérée comme une classe de mise au point et d'initiation, le manuel correspondant a mis l'accent sur **le développement du calcul mental, l'apprentissage de la géométrie** (utilisation de la règle, du rapporteur) et la révision systématique des notions déjà acquises.

En 5e, 4e, 3e, l'auteur, par un **exposé original** de l'Arithmétique et de l'Algèbre, **basé sur les notions de segments et de vecteurs,** initie l'élève au mécanisme de l'Algèbre.

En géométrie, une place importante est laissée à **la réalisation des figures.** Le cours se caractérise par une **utilisation systématique des symétries,** des bandes, des notions vectorielles, comme le stipulent les programmes de 4e et de 3e.

Chaque ouvrage comprend de **nombreux exercices** gradués et progressifs (environ 2.000 dans chaque manuel).

Mathématiques, classe de sixième ..... **430 F**

Arithmétique-Algèbre, classes de 5e, 4e, 3e ..... **620 F**

Géométrie, classes de 5e, 4e, 3e ..... **690 F**

Les corrigés, hors commerce, de ces trois volumes, sont exclusivement réservés à MM. les professeurs de Mathématiques.

ÉDITIONS DE L'ÉCOLE

LIBRAIRIE CLASSIQUE EUGÈNE BELIN

8, rue Férou - PARIS VI[e]

NOUVEAUTÉS:

Collection « La classe de Mathématiques »

ALGÈBRE et TRIGONOMÉTRIE

cl. de Première A', C et M

par

M. MONGE

Ancien Elève de l'Ecole Normale Supérieure
Professeur agrégé au Lycée Michelet

Cartonné : 1.000 F Broché : 850 F

Cours de Mathématiques Spéciales

par

G. CASANOVA

Ancien Elève de l'Ecole Normale Supérieure
Professeur de Mathématiques Spéciales (Centrale)
au Lycée Janson-de-Sailly

ALGÈBRE et ANALYSES

1 vol. broché ..... 2.000 F

Précédemment paru : Nombres - Vecteurs - Algèbre linéaire

1 vol. broché ..... 900 F

RÉIMPRESSION

Éléments d'ALGÈBRE MODERNE

Groupes

★

Anneaux

★

Corps

★

Espaces vectoriels

★

Matrices

par

A. LENTIN

AGREGE DES SCIENCES MATHEMATIQUES, PROFESSEUR DE MATHEMATIQUES SUPERIEURES AU LYCEE JACQUES-DECOUR

et

J. RIVAUD

AGREGE DES SCIENCES MATHEMATIQUES, PROFESSEUR DE MATHEMATIQUES SUPERIEURES AU LYCEE JANSON-DE-SAILLY

La deuxième édition a été sérieusement augmentée par un développement du chapitre consacré au calcul matriciel.

Volume de 334 pages, 16 × 25 ..... **2 000 F**

VUIBERT, 63, Bd SAINT-GERMAIN, 63, PARIS V^e^

MAISON D'EDITIONS AD. WESMAEL-CHARLIER, S.A.
NAMUR (Belgique)

Correspondant en France :

Éditions WESMAEL-CHARLIER

Capital : 3.500.000 F S.A.R.L. R.C. Seine 57.B.8613

PARIS

Extrait du
Catalogue général

Collection HERBIET

Traité d'Algèbre Élémentaire

564 + XVI pp., 165 figures

Compléments d'Algèbre

165 fig., 384 pp.

CATALOGUE GRATUIT SUR DEMANDE

Les ouvrages de MATHÉMATIQUES les plus répandus

C. LEBOSSÉ et C. HÉMERY
Agrégés de Mathématiques

COURS DE MATHÉMATIQUES

Lycées et Collèges :

CLASSE DE SIXIEME : Arithmétique et travaux pratiques (nouveaux programmes)	»
CLASSE DE CINQUIEME : Arithmétique, Algèbre, Géométrie	360
CLASSE DE QUATRIEME : Arithmétique, Algèbre, Géométrie	400
CLASSE DE TROISIEME : Arithmétique, Algèbre, Géométrie	435
CLASSE DE SECONDE : Algèbre	445
CLASSE DE SECONDE : Géométrie plane	465
CLASSE DE SECONDE (A et B) : Algèbre et Géométrie	590
CLASSE DE PREMIERE : Algèbre et Trigonométrie	495
CLASSE DE PREMIERE : Géométrie dans l'espace	465
CLASSE DE PREMIERE (A et B) : Algèbre et Géométrie	550
CLASSE DE MATHEMATHIQUES : Géométrie	1.200

Cours Complémentaires :

CLASSE DE SIXIEME : Arithmétique et travaux pratiques (nouveaux programmes)	»
CORRIGÉ des exercices (classe de sixième)	235
CLASSE DE CINQUIEME : Arithmétique, Algèbre, Géométrie	410
CORRIGÉ des exercices (classe de cinquième)	235
CLASSE DE QUATRIEME : Algèbre, Arithmétique, Géométrie	445
CORRIGÉ des exercices (classe de quatrième)	330
CLASSE DE TROISIEME : Algèbre et Géométrie	465
CORRIGÉ des exercices (classe de troisième)	330

FERNAND NATHAN-ÉDITEUR

GAUTHIER-VILLARS

55, Quai des Gds-Augustins

PARIS VI^e^ — DANton 05-10

A. EINSTEIN

L'Ether et la Théorie de la Relativité
La Géométrie et l'expérience

Traduction française par **Maurice SOLOVINE**

3° édition revue. In-8° carré (14-22,5) de 40 pages ; 1953 ..... 300 F

Quatre conférences sur la Théorie de la Relativité

faites à l'Université de Princeton

Traduction française par **Maurice SOLOVINE**

In-8° (16-25) de 96 pages. Nouveau tirage ; 1955 ..... 600 F

Sur l'Electrodynamique des corps en mouvement

(Collection des Maîtres de la Pensée scientifique)

Traduction de **Maurice SOLOVINE**

In-16, de II-56 pages, avec un portrait de l'auteur. Nouveau tirage ; 1955 300 F

Sur le Problème cosmologique
Théorie de la gravitation généralisée

Traduit de l'anglais par **Maurice SOLOVINE**

In-8° (16-25), de 50 pages ; 1951 ..... 480 F

La Théorie de la Relativité restreinte et générale
Exposé élémentaire
suivi d'une étude originale intitulée :

La Relativité et le problème de l'espace

Traduit de l'allemand par **Maurice SOLOVINE**

In-8° (13-19), de 180 pages. Nouveau tirage ; 1956 ..... 1.300 F

LEBESGUE (Henri)

Sur la Mesure des Grandeurs

In-8° (16-25) de 188 pages ; 1956 ..... 1.600 F

TRESSE (A.)

Théorie Elémentaire des Géométries non Euclidiennes

(Tome I). In-8° (16-25), 150 pages ; 1957 ..... Broché 3.000 F
Cartonné 3.300 F

Prospectus détaillés envoyés sur demande ainsi que nos catalogues et notre Bulletin « L'Activité Scientifique et Technique en France »

MASSON & Cie, Éditeurs, 120, Bd St-Germain, Paris-6e

COURS DE MATHÉMATIQUES G. CAGNAC ET L. THIBERGE

Classe de Mathématiques

NOUVEAUTÉ :

GÉOMÉTRIE

par

J. COMMEAU

Professeur agrégé au Lycée Kléber, à Strasbourg

Un fort volume (15,5 × 21,5) de 530 pages, avec nombreuses figures, exercices et problèmes, broché fort ..... **2.980 F**

RAPPEL :

Algèbre et Trigonométrie, par J. COMMEAU. Un volume br. ..... **1.970 F**

Arithmétique, par Y. CROZES. Un volume br. ..... **2.400 F**

MANUEL DE CALCUL PRATIQUE NUMERIQUE et GRAPHIQUE

par

A. DESFRETIÈRE

Ancien élève de l'École Normale Supérieure de Saint-Cloud
Professeur honoraire de l'enseignement technique

1. Calcul numérique - Avec figures, exercices et tables numériques, broché : **620 F**

2. Calcul à la règle et par le graphique - Avec figures et exercices, broché : **480 F**

ÉDITIONS DIDIER & RICHARD

GRENOBLE (Isère)

COURS DE MATHÉMATIQUES

PAR

ROUX & MIELLOU

Professeurs au Lycée de Grenoble

PROGRAMMES DU 18 AVRIL 1947

TARIF JUIN 1957

	Taxe locale comprise
ARITHMÉTIQUE 6e *(Jusqu'à épuisement)*	**224 F**
ARITHMÉTIQUE 6e — Nouvelle édition mise à jour	**336 »**
Corrigé des exercices de 6e (correspondant à l'ancienne édition)	**305 »**
DESSIN GÉOMÉTRIQUE 6e et 5e	**188 »**
GEOMÉTRIE 5e et 4e	**505 »**
ARITHMÉTIQUE 5e *(jusqu'à épuisement)*	**356 »**
ARITHMÉTIQUE 5e. — Nouvelle édition mise à jour	**458 »**
Corrigé des exercices de 5e (correspondant à l'ancienne édition)	**305 »**
ARITHMÉTIQUE et ALGÈBRE 4e	**336 »**
ARITHMÉTIQUE et ALGÈBRE 3e	**397 »**
GÉOMÉTRIE 3e	**387 »**
GÉOMÉTRIE 5e, 4e, 3e	**895 »**
(pour les Lycées, Collèges et Cours Complémentaires. Fort volume de 420 pages **cartonné**).	
COMPLÉMENTS d'ALGÈBRE et de GÉOMÉTRIE 3e MODERNE COURT.	**102 »**
ALGÈBRE 2e A.B.C.M.	**509 »**
GÉOMÉTRIE 2e A.B.C.M.	**550 »**
ALGÈBRE 1re A.B.	**295 »**
ALGÈBRE et TRIGONOMÉTRIE 1re C.M.	**560 »**
GÉOMÉTRIE 1re A.B.C.M.	**509 »**

POUR LES EXAMENS :

QUESTIONS DE COURS DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAURÉAT, 1re partie, A.B.C.M.	**427 »**
LES MATHÉMATIQUES AU B.E.P.C., 156 PAGES, NOMBREUX CLICHÉS	**417 »**

L'Instituteur parle :

« *Si vous considérez la Mathématique comme une pratique, vous avez cent fois raison. On peut compter sans penser et manier l'algèbre sans penser. Autant que je veux mettre ces enfants en état de gagner leur vie, je les dresse comme on dresse des singes. Mais je réserve des heures aussi pour la pensée. Et, puisque le temps est court, je n'attends pas d'arriver à la physique, où les idées sont difficiles à saisir ; au reste, si l'on commence à penser sur la chaleur ou seulement sur les pressions sans y être préparé par la considération des rapports plus simples, on risque de former des singes pensants ; et l'on n'en voit que trop. C'est la géométrie qui sauve l'algèbre. Mais Euclide est trop lourd pour mes citoyens. Du moins, par mes cubes de bois, je les arrête un long moment à considérer les correspondances les plus simples entre les nombres et les figures. Telles sont mes leçons de choses. J'ai toujours pensé que la Mathématique ainsi prise est la meilleure école de l'observation : je ne suis pas loin de penser maintenant que c'est la seule.* »

ALAIN (*Propos sur l'Education*, LXIII).

ACTION MATHÉMATIQUE

une nouvelle collection
à paraître prochainement

CLASSIQUES HACHETTE