DÉFINITIONS ET NOTATIONS

(*enquête permanente*)

Une anomalie

Si un élève de Quatrième définit le triangle isocèle ou le parallèlogramme comme triangle qui a deux côtés *et* deux angles égaux ou comme quadrilatère dont les côtés opposés sont deux à deux parallèles *et* égaux, il se fait sévèrement reprendre ; peut-être même ironisera-t-on « ...*et* dont les diagonales se coupent en leur milieu ». Mais dans tous les manuels de Troisième que j'ai entre les mains, sauf un, deux triangles sont *par définition* semblables s'ils ont leurs angles respectivement égaux *et* leurs côtés proportionnels. J'ai beau chercher, je ne trouve — heureusement — dans le cours secondaire complet de Mathématiques aucune autre définition surabondante.

Je propose, pour la première leçon sur les triangles semblables, le plan suivant :

1) *Motion expérimentale de similitude.* — Si je double l'échelle de la carte de France, sa forme ne change pas. Le triangle Paris-Strasbourg-Marseille conserve ses angles et double ses côtés.

2) *Une parallèle à un côté d'un triangle.* — Elle découpe un triangle ressemblant. Théorème : Les deux triangles ont les angles égaux et les côtés proportionnels.

3) *Définition. — Deux triangles sont semblables s'ils ont deux angles respectivement égaux.* Théorème : Ils ont leurs angles égaux et leurs côtés proportionnels. Car par transport on retrouve la figure précédente.

Faire remarquer que l'égalité de leurs angles ne suffirait pas pour la ressemblance de deux polygones quelconques, en dessinant un carré et un rectangle allongé.

4) *Les deux cas de similitude.* — Deux côtés proportionnels et l'angle compris égal. Trois côtés proportionnels.

Faire remarquer qu'il sera plus facile de démontrer une similitude de triangles qu'une égalité (deux égalités au lieu de trois), car cette dernière exige la même grandeur en plus de la même forme.

La seule définition non surabondante que j'ai trouvée dans un livre de Troisième est : « On dit que deux triangles sont semblables, si l'un d'eux est égal à un triangle homothétique de l'autre par rapport à un sommet », précédée d'une définition de cette homothétie particulière de triangles.

Elle présente l'avantage sérieux de pouvoir être appliquée plus tard au polygone, et celui — purement formel — de ne parler ni d'angles, ni de côtés et de maintenir un certain parallélisme entre les cas d'égalité et les cas de similitude. Mais cette longue définition en deux parties alourdit la mémoire de l'élève de Troisième d'un terme savant qui ne figure pas à son programme et dont il ne se servira jamais pendant l'année (1). Quant au fait qu'avec ma proposition il n'y aurait plus que deux cas de similitude au lieu de trois, il me semble plutôt une simplification. Ma définition parle d'angles et non de côtés ? Toute définition est un choix, puisque toute propriété caractéristique pourrait la remplacer. Si, pour définir le triangle isocèle, on parle de côtés et non d'angles, cela est (l'étymologie mise à part), ni plus ni moins arbitraire.

E. EHRHART, *professeur au Lycée Kléber, Strasbourg.*

Centre et diamètres d'un faisceau harmonique.

Etant donné un faisceau harmonique S.ABCD, le point S est ordinairement appelé le sommet du faisceau, les droites SA et SB par exemple des rayons conjugués.

La première définition présente un inconvénient dès la classe de Seconde. On a beau définir un faisceau harmonique comme un ensemble de quatre droites, découpant sur toute sécante une division harmonique, il existe toujours des élèves qui ne sont pas convaincus de la validité de cette propriété, lorsque la sécante coupe « le prolongement » de l'un ou plusieurs des « rayons ».

Pourquoi ne pas appeler S le centre du faisceau, puisque c'en est le centre de symétrie. Les droites SA, SB, SC et SD s'appelleraient alors des diamètres, SA et SB des diamètres conjugués.

Cette désignation est d'autant plus valable que chacune des droites SA et SB est le lieu des milieux des « cordes » (du couple SC. SD) parallèles à l'autre, tout comme dans une conique à centre dont un couple de droites constitue une dégénérescence ponctuelle (dégénérescence apparaissant en Mathématiques lorsqu'on cherche le lieu des points dont le rapport des distances à un point fixe F et à une droite fixe D est égal à une constante *e* supérieure à 1, F étant sur D).

L'unicité du couple de diamètres conjugués perpendiculaires, constituant deux axes de symétrie du couple de droites, pourrait ainsi être rapprochée de la propriété correspondante des coniques à centre.

---

(1) Une grande difficulté pour le jeune débutant en Mathématiques, nous disait M. FRÉCHET, est l'emploi de mots nouveaux, techniques ; il ne faut en introduire que si cela est strictement indispensable et répéter au début souvent leur définition quand on les emploie.

Il n'y aurait d'ailleurs que des avantages à appeler, dans le même ordre d'idées, centre d'une surface conique de révolution le point ordinairement appelé sommet, même s'il est assez rare qu'on soit conduit en Mathématiques à souligner que le lieu des centres des sections de la surface par les plans ayant une direction donnée est le diamètre conjugué de cette direction : au moins réaliserait-on une plus grande cohérence entre les vocabulaires de Mathématiques et de Spéciales.

Albert BENHAIM (*Lycée de Bar-le-Duc*).

Linéaire ou affine ?

En classe de Troisième, nous distinguons entre quantités proportionnelles et quantités à différences proportionnelles. Dans le mouvement uniforme, $x + vt + a$, l'abscisse x n'est pas proportionnelle au temps ; elle l'est au contraire si la formule est $x = vt$. A ces deux fonctions bien différentes, nous appliquions le même adjectif : fonctions linéaires. Le terme vient de l'ancien temps où une *ligne*, c'était une *ligne droite*, et linéaire signifiait « dont le graphique est une droite ».

Mais lorsqu'on parle de combinaison linéaire, par exemple, pour l'élimination d'une inconnue, puis, plus tard, de transformations linéaires, le mot « homogène » est sous-entendu.

Une terminologie différente est maintenant fixée et il faut bien que l'Enseignement Secondaire l'accepte pour le bien des élèves : le mot *linéaire* est réservé à l'acception : du premier degré et homogène, de sorte que, dans la correspondance, on ait :

$$\left.\begin{array}{c} x \rightsquigarrow y \\ \lambda x \rightsquigarrow \lambda y \\ x_1 + x_2 \rightsquigarrow y_1 + y_2. \end{array}\right| \quad \text{type } y = ax$$

Une correspondance est dite *affine* si elle est du premier degré non homogène : alors

$$\left.\begin{array}{c} x \rightsquigarrow y \\ \lambda (x_1 - x_2) \rightsquigarrow \lambda (y_1 - y_2). \end{array}\right| \quad \text{type } y = ax + b$$

La transformation ponctuelle fondamentale de la géométrie affine est l'affinité (qu'au temps lointain où j'étais élève de Mathématiques Elémentaires mon professeur appelait « multiplication des ordonnées »). Dans l'espace vectoriel, on étudie les transformations linéaires qui font passer d'une base à une autre.

Il semble que la tendance est d'utiliser l'adjectif sous la forme invariable. M. LICHNÉROWICZ dit « un tenseur affine ». Un très ancien problème d'Agrégation ou de Concours général (il y a une vingtaine d'années, si j'ai bonne mémoire) employait le masculin « affin ». Qu'en pensent les membres de l'A.P.M. ?

Rappelons qu'on appelle *forme linéaire*, par exemple à trois variables, une expression du type $ax + by + cz$, et forme bilinéaire une expression comme

$$ax_1x_2 + by_1y_2 + cz_1z_2.$$

L. FÉLIX (*La Fontaine*, Paris).

Une correspondance est dite *affine* si elle est du premier degré non homogène : alors

$$\begin{matrix} x \rightarrow y \\ \lambda(x_1 - x_2) \rightarrow \lambda(y_1 - y_2). \end{matrix} \quad \Big| \quad \text{type } y = ax + b$$

La transformation ponctuelle fondamentale de la géométrie affine est l'affinité (qu'au temps lointain où j'étais élève de Mathématiques Elémentaires mon professeur appelait « multiplication des ordonnées »). Dans l'espace vectoriel, on étudie les transformations linéaires qui font passer d'une base à une autre.

Il semble que la tendance est d'utiliser l'adjectif sous la forme invariable. M. LICHNÉROWICZ dit « un tenseur affine ». Un très ancien problème d'Agrégation ou de Concours général (il y a une vingtaine d'années, si j'ai bonne mémoire) employait le masculin « affin ». Qu'en pensent les membres de l'A.P.M. ?

Rappelons qu'on appelle *forme linéaire*, par exemple à trois variables, une expression du type $ax + by + cz$, et forme bilinéaire une expression comme

$$ax_1x_2 + by_1y_2 + cz_1z_2.$$

L. FÉLIX (*La Fontaine*, Paris).

UN PROJET DE PROGRAMMES SCIENTIFIQUES

Le projet publié ci-dessous est présenté par le Mouvement National pour le Développement Scientifique. Il concerne uniquement les classes de Seconde et Première classiques et modernes scientifiques et la classe de Mathématiques. Ses auteurs, membres du Comité provisoire du M.N.D.S., sont des professeurs de l'Enseignement Supérieur.