LA RÉALISATION DES FILMS DE MATHÉMATIQUES

Nous sommes heureux de publier ici, pour la première fois en français, un article de M. T. J. FLETCHER, *paru dans* The University Film Journal (n° 5, *été 1954*) *et nous remercions l'auteur de nous y avoir autorisé. Les Collègues qui ont participé aux journées de Sèvres (novembre 1956) ont vu les films de* M. FLETCHER *sur la* Droite de Simson *et la* Cardioïde : *ils ont apprécié les hautes qualités mathématiques et techniques de ces réalisations. Les Collègues qui ont participé à la rencontre de Madrid (Pâques 1957) ont eu la bonne fortune de faire personnellement connaissance de l'auteur ; ils peuvent dire avec quelle gentillesse et quel dévouement* M. FLETCHER *a mis sa compétence de spécialiste à la disposition des apprentis bien maladroits et bien ignorants que nous étions (c'était tout au moins mon cas). On retrouve, dans l'article que nous publions, ce désir d'aider les professeurs de bonne volonté et cette modestie souriante que permettent la maîtrise du sujet et la passion des choses de l'enseignement.*

Je remercie mon Collègue LABAT, *professeur agrégé d'anglais au Lycée de Saint-Cloud, d'avoir bien voulu revoir ma traduction et corriger mes fautes. Sa double compétence d'angliciste et de spécialiste des techniques audio-visuelles, le désignait pour ce travail ; qu'il ait tout de suite accepté de le faire avec le sourire prouve que la coopération des linguistes et des scientifiques est en marche.*

G. W.

⁂

Les problèmes que doit affronter l'auteur d'un film de Mathématiques sont inhabituels à bien des égards. Jusqu'ici, bien peu de sujets ont été exploités par le cinéma, et il y a si peu de réalisations antérieures que ce domaine reste pratiquement inexploré De nos jours, il n'y a peut-être pas d'autre type de film dans lequel un individu puisse atteindre une réussite qui n'a même pas été recherchée par les grandes compagnies commerciales et il est tout à fait certain qu'il n'y a pas d'autre type de film dans lequel un homme seul ait un contrôle aussi complet sur la réalisation entière. Le sujet d'un film de Mathématiques est tiré de la plus exacte des sciences, mais il doit être mis en forme d'une manière comparable à celle qu'exige la composition musicale. Le moyen d'expression utilisé est de ceux où l'art et la science se rejoignent et à tous les problèmes qu'ils présentent tous deux dans le domaine des idées, s'ajoutent les problèmes pratiques du dessin et de la technique cinématographique.

Avant la guerre, quelque six films seulement constitués uniquement de schémas animés mathématiques avaient été réalisés en Angleterre. quelques autres ont été réalisés depuis sur le continent, principalement pour un public scolaire et, récemment, le Collège Sir John Cass a commencé à produire une série de films se rapportant à certains chapitres des programmes universitaires. Dans le présent article, nous décrivons la méthode que nous avons été amenés à adopter pour faire des films de cette espèce : une méthode fondée sur un travail d'amateur pour le scénario et le dessin avec l'aide de professionnels pour la photographie et le travail technique ultérieur.

Il est assez facile de penser à des sujets possibles pour les films de Mathématiques, puisque toutes les fois que dans un système un paramètre peut être rendu variable, nous avons quelque chose à montrer en schéma animé. Toutefois, beaucoup d'idées doivent être rejetées lors d'un examen plus attentif ; le travail de réalisation d'un film est très important et il ne vaut pas la peine d'être entrepris si les idées peuvent être exprimées efficacement par d'autres moyens. Les tout premiers films de

Mathématiques n'utilisaient pas la liberté de mouvement offerte par le cinéma et les propriétés qu'ils illustraient auraient tout aussi bien pu être montrées, et à moindres frais, par un film fixe. Si, dans un film, on doit seulement avoir affaire à des mouvements de corps solides, une maquette mobile (ou modèle) éclairera souvent les idées plus commodément. Le coût mis à part, un modèle présente l'avantage qu'il peut être animé à n'importe quelle vitesse et que l'élève peut le faire fonctionner lui-même. Par contre, le film permet aux éléments géométriques du schéma d'être vus sans qu'aucun détail de construction ne vienne distraire l'esprit et il est possible de faire disparaître ou apparaître des parties de la figure en « fondu » à la volonté du dessinateur. Quand cela peut être fait, l'attrait artistique en est augmenté, ce n'est pas douteux, mais pour démontrer d'une manière concluante la valeur mathématique réelle du film, il faudra l'utiliser pour dépeindre des mouvements qui ne peuvent pas être produits mécaniquement, comme, par exemple, le mouvement d'un système de coniques passant par quatre points lorsque le paramètre *e* varie. Jusqu'ici, il y a eu très peu de travaux de cette espèce et c'est le grand problème qui se pose maintenant aux réalisateurs.

Avant de commencer le scénario détaillé d'un film de Mathématiques, il est donc nécessaire de réserver un temps à la maturation des premières idées et à la recherche des moyens qui rendraient inutile tout traitement cinématographique. Quand il a été reconnu qu'un film était réellement nécessaire, on passe à l'élaboration du scénario, à la division de l'action en scènes et à la séparation de celles-ci jusqu'à ce que chaque mouvement distinct ait été prévu. L'auteur devra prendre l'habitude de « penser » son scénario en fonction des nécessités de la technique d'animation à employer car, ce faisant, non seulement il évitera de faire appel à un trop grand nombre de dessins, mais il s'apercevra aussi que des propriétés mathématiques nouvelles sont suggérées par les procédés de l'animation eux-mêmes et par la manière dont ils sont utilisés.

Il y a deux méthodes fondamentales pour animer un schéma dans un film : « peg animation » (1) et l'utilisation d'une maquette. La méthode consiste à faire un grand nombre de dessins, chacun étant décalé par rapport à son voisin et à les photographier l'un après l'autre. Tout le monde a entendu parler de cette méthode et la plupart des gens s'imaginent que c'est la seule qu'on utilise, alors que les professionnels de l'animation l'évitent chaque fois que cela est possible, parce que d'autres méthodes entraînent souvent moins de travail. La plupart de ces autres méthodes viennent sous la rubrique : utilisation d'une maquette. Par maquette, le technicien du dessin animé entend tout système en bois ou en carton qui peut être rendu mobile sous la caméra entre les vues successives du film. Il est généralement utile que ces maquettes soient aussi plates que possible, car elles peuvent ainsi se placer aisément sous la caméra ; leur construction requiert un talent spécial et de l'ingéniosité. Une autre méthode, qui est riche de possibilités pour les films de Mathématiques, mais qui paraît avoir été peu utilisée par l'industrie, est d'utiliser une abaque : chaque partie du dessin qui doit effectuer un mouvement sans se déformer, peut être tracée sur une feuille séparée en matière transparente, puis déplacée sur les échelles d'une abaque en dehors du champ de la caméra. Cette technique a été utilisée dans les dernières séquences de « *La Droite de Simson* ». Sans aucun doute, elle rend les choses plus faciles pour le dessinateur, mais elle impose une responsabilité supplémentaire à l'opérateur, alors qu'on ne peut attendre de sa part une connaissance avancée des Mathématiques s'ajoutant à son habileté professionnelle comme photographe. La tâche de l'opérateur

---

(1) « Peg animation » est expliqué plus loin dans le texte ; l'anglais « peg » pourrait se traduire par cheville. Sur une planche un décor est fixé par deux chevilles ; des feuilles transparentes amovibles, cellulos sur lesquels sont dessinées les phases successives de la séquence animée, se trouvent exactement placées sur le décor fixe grâce à deux trous ménagés dans la feuille de cellulo pour les chevilles. (*N. du T.*).

est, dans tous les cas, des plus compliquées, et il doit être attentif à beaucoup de facteurs pendant le tournage. Par conséquent, il peut être sage pour un mathématicien qui va faire un film, de prendre la peine d'utiliser la « peg animation » plutôt que le système des abaques, car le repérage est alors assuré dans l'atelier de dessin et l'on soulage l'opérateur d'une responsabilité supplémentaire.

Nous considérons maintenant la « peg animation » d'une manière plus détaillée. Le film muet passe à la vitesse de 16 images par seconde, ce qui signifie qu'une minute d'action exige près d'un millier de photographies. Quand cette méthode d'animation est employée, le travail de dessin est réduit à des proportions raisonnables en filmant un phénomène périodique et en dessinant sur des feuilles transparentes de cellophane (appelées « cellulos ») qui sont percées de trous de telle sorte qu'elles peuvent être « enfilées » avec précision sur les chevilles, d'abord sur la planche à dessin, puis sous la caméra. Puisque les feuilles sont transparentes, il suffit de faire un nouveau dessin chaque fois qu'il y a une partie mobile dans le schéma ; le fond fixe peut être laissé sur les chevilles aussi longtemps qu'il est utile. Il est possible de dessiner sur les cellulos avec de l'encre ordinaire et d'utiliser les instruments de dessin habituels. Les cellulos ont sur le papier le grand avantage que les lignes peuvent être grattées sans laisser aucune trace. De nouvelles possibilités se font jour en superposant un certain nombre de cellulos. De cette façon, deux scènes peuvent être montrées, d'abord séparément, puis simultanément, et ce procédé peut être étendu encore plus loin. Nous sommes en train de produire un film intitulé « *La Cardioïde* », qui est basé sur quatre décors fixes et six séquences animées. Le décor fixe comprend comme matériaux, la cardioïde elle-même, sa développée, son cercle des rebroussements et son cercle orthoptique. Les séquences particulières d'animation ne furent choisies qu'après mûre réflexion et consistent en les deux cercles-roulettes qui engendrent la courbe comme lieu, les deux cercles-roulettes dont les diamètres engendrent la courbe comme enveloppe, les normales et la corde focale. Toutes les séquences d'animation ont été dessinées avec précision, à raison de 180 dessins pour chacune, de telle façon qu'en principe plusieurs d'entre elles puissent être utilisées ensemble dans une combinaison quelconque. Cela signifie que des six séries de dessins, 63 schémas animés différents peuvent être construits. En pratique, il ne faut pas superposer plus de cinq cellulos, y compris le fond fixe, mais à titre d'expérience technique, dans la scène finale du film, nous avons superposé toutes les six séquences animées sur un décor fixe en utilisant une surimpression.

La superposition des différentes séquences a un charme particulier parce que la situation est suffisamment complexe pour que des propriétés puissent apparaître sans que l'animateur lui-même les ait prévues. La situation est la même que celle qui se présente avec un calculateur électronique. La machine seule se comporte d'une manière strictement déterminée à l'avance ; néanmoins, elle fait des choses trop compliquées pour que le « programmeur » les prévoie complètement. Dans le film en question, il est assez facile de se représenter le mouvement des six séquences animées séparément, mais il faudrait qu'un homme soit bien téméraire pour déclarer qu'il peut se représenter les 57 autres combinaisons et énumérer leurs propriétés géométriques. Il est évidemment hors de question d'essayer de montrer toutes ces combinaisons et beaucoup d'entre elles ne seraient pas très instructives, mais il appartient au technicien du dessin animé de choisir celles qui seront les plus révélatrices et les plus frappantes. Il travaille un peu comme un organiste jouant des registres de ses orgues.

Quand on fait un film de cette façon, il est souhaitable que le technicien du dessin animé joue un grand rôle dans la construction réelle du scénario et ne suive pas seulement de façon servile les instructions que quelqu'un d'autre lui donnerait. Si, comme dans les films que nous avons entrepris, c'est le même homme qui est le scénariste et le dessinateur, il devra consacrer des semaines à un travail ingrat et monotone, mais les dessins obtenus ainsi « rendent » plus qu'il ne feraient autrement. En

effet, alors que je réalisais un film antérieur, *La Droite de Simson,* ce sont presque les dessins qui prirent la situation en main et décidèrent du cours que l'action du film pourrait prendre, car les idées des scènes finales apparurent seulement au cours du travail sur les premiers dessins ; ces idées auraient pu ne pas apparaître du tout si un dessinateur professionnel avait simplement produit des dessins en série suivant des prescriptions données. Exactement comme un compositeur gagne une connaissance profonde de la composition à la dure école de l'orchestre, l'auteur d'un film peut apprendre les subtilités pratiques de son art à la grande planche du dessinateur.

Quand le technicien du schéma animé a terminé les dessins, il lui faut les numéroter systématiquement et établir à l'intention de l'opérateur des instructions détaillées pour la prise de vues. Ceci est compliqué du fait qu'il est souvent meilleur de prendre les vues d'un film de Mathématiques à l'envers, de la fin au début, parce que les lieux qui sont vus se dessinant eux-mêmes dans le film sont plus aisément filmés en allant à l'envers et en effaçant progressivement le trait. Un film peut contenir trois ou quatre séquences de cette sorte, et il est beaucoup plus facile de prendre toutes les vues dans le même sens. Les instructions destinées à l'opérateur doivent donc être établies avec grand soin, en inversant jusqu'aux moindres détails, chaque « ouverture en fondu » devenant une « fermeture en fondu » et ainsi de suite. Les instructions pour un film de douze minutes couvrent environ sept pages et sont écrites suivant un code que seuls l'opérateur et le technicien du schéma animé comprennent. Quand elles ont été établies, le dessinateur n'a plus rien à faire, en principe, jusqu'à ce qu'il voie le film, mais en réalité quelques erreurs sont presque inévitables dans un millier de dessins ou plus et il faut les corriger. Des dessins peuvent aussi se détériorer, avoir besoin de retouches et le dessinateur aura de la chance s'il n'est pas rappelé durant les quelques semaines du tournage pour réparer un ou deux accrocs de ce genre.

Le montage final de ces films présente très peu de difficultés ; si les effets ont été convenablement calculés, le film apparaîtra exactement comme l'auteur le souhaitait au départ. Dans certains cas, si un passage ne donne pas satisfaction, la seule chose à faire d'ordinaire, est de refaire cette partie en la reprenant depuis le début.

D'aucuns se sont demandés si des auteurs pouvaient faire eux-mêmes les photographies. Cela n'est pas impossible, mais si l'on vise à l'efficacité maximum, il est nécessaire d'avoir une réalisation photographique de haute tenue ; autrement, les spectateurs sont distraits par des aspects techniques mineurs et ne peuvent se concentrer pleinement sur les Mathématiques. Quelques-uns de nos premiers ouvrages ont été faits sur films de 16 mm., mais nous avons eu tôt fait d'abandonner cette solution et nous travaillons maintenant exclusivement sur film de 35 mm., car de cette façon une qualité bien meilleure peut être obtenue. Les « Polytechnic Films » ont déployé un zèle fanatique en essayant de produire des ouvrages qui ne peuvent être pris en défaut dans le moindre détail et il est douteux qu'aucune installation d'amateur puisse rivaliser avec la qualité qui peut être obtenue sur un banc d'animation professionnelle, avec le contrôle très précis de l'éclairage, du temps de pose et de toutes les phases suivantes que la somme énorme des capitaux d'équipement d'un studio professionnel peut assurer.

Par contre, il est douteux que quelqu'un possédant la connaissance approfondie de ce qu'il faut faire soit trouvé dans l'industrie pour concevoir les films et produire les dessins à un prix qui soit tant soit peu abordable, et cette partie du travail est probablement mieux faite par les mathématiciens eux-mêmes. Cette heureuse combinaison de l'amateur et du professionnel a très bien fonctionné dans nos récentes productions et nous espérons que cela continuera. Car chaque film heureusement mené à son terme ne donne à ses producteurs qu'une courte période de satisfaction et il commence, sitôt après, à poser de nouveaux problèmes.

T. J. Fletcher.