III. PROBLÈMES PÉDAGOGIQUES

LES MATHÉMATIQUES ET LE CONCRET *

Me sera-t-il possible de m'expliquer si j'avoue ne pas savoir avec précision ce qu'est le concret, et encore moins ce que sont les Mathématiques ? En tout cas je voudrais préciser que je parlerai plutôt de l'activité mathématique elle-même que des Mathématiques comme ensemble de connaissances obtenues au moyen de cette activité, et que je refuse d'opposer le concret et l'abstrait comme deux catégories tranchées, en me rapportant simplement à la disjonction ou à la simple comparaison qui les relativise.

Malgré cette simplification de termes, de sérieux points d'interrogation se présentent : Qu'est-ce que nous devons entendre par activité mathématique ? En quoi consiste la distinction qui permet de situer le concret d'un côté et l'abstrait de l'autre dans chaque cas ?

Comme enseignant, je considère insuffisant de limiter l'activité mathématique à la dynamique opératoire entre concepts purs élaborés, de la réduire au fait de cultiver ses facultés logiques, comme on disait classiquement, en interprétant comme un simple mécanisme déductif le rôle de la logique. Ce point de vue trop exclusif, que chaque génération de professeurs de Mathématiques hérite de la précédente, crée une tendance à l'abstraction prématurée, à la négligence et à l'oubli (mépris implicite) du monde réel. L'enseignement qui en résulte devient en quelque sorte stérile, se développant dans une atmosphère d'autant plus pure qu'elle est plus raréfiée.

Le mécanisme logique n'est qu'une phase intermédiaire dans la résolution des problèmes quantitatifs de la philosophie naturelle, certainement essentielle, mais elle doit être précédée d'une phase de schématisation ou d'abstraction et suivie d'une autre phase de concrétion ou de projection à nouveau sur le plan réel.

On a négligé dans l'enseignement traditionnel des Mathématiques l'exercice simultané de ces deux phases antérieure et postérieure signalées :

Il me semble que cet oubli est une des causes les plus sensibles de l'échec de cet enseignement. Nous oublions trop souvent que les notions et les opérations mathématiques ont eu leur origine dans des processus d'abstraction et de schématisation du monde physique, et que la logique n'a pu mouvoir les pièces de ces schémas qu'une fois les abstractions faites, sans pourtant qu'elle nous apprenne à les faire. Abstraire du monde physique le substratum mathématique des phénomènes n'est pas une question à résoudre en jouant aux syllogismes, mais plutôt en maîtrisant l'intuition de l'essentiel. L'outil logique vient après, ce qui ne diminue pas son importance.

De même, c'est en projetant de nouveau au champ physique d'origine les résultats de cette élaboration abstraite qu'on a pu juger, non seulement la vraisemblance des intuitions hypothétiques, mais aussi la validité des théories qu'on a édifiées sur ses bases. Il est donc également important d'éduquer l'élève, dès le premier instant, à pratiquer aussi cette opération que nous avons appelée concrétion, si nous voulons éveiller ses facultés de contrôle et éviter l'insensibilité (malheureusement si fréquente) aux résultats physiquement absurdes.

Pour la plupart de nos élèves, les Mathématiques ne constituent pas un but en soi-même, mais plutôt un instrument, un moyen d'envisager leurs problèmes vivants futurs. Leur éducation mathématique complète ne consistera donc pas à leur montrer

---

(*) Résumé de la conférence donnée par M. PUIG-ADAM à la séance d'ouverture de la XI[e] Rencontre de la C.I.E.A.E.M. (Madrid, 21 avril 1957).

le mécanisme de cet instrument dans le vide, mais à cultiver parallèlement le sens d'application sous les deux activités d'abstraction et de concrétion qui précèdent et qui suivent ce mécanisme et qui lui fournissent le matériel élaboré et l'interprètent. L'absence de ce souci donne une activité mathématique restreinte dont les dégâts ne peuvent avoir remède *a posteriori* par l'addition des exercices dits d'application. C'est dès l'origine même de l'enseignement qu'il faut prévenir le mal en attaquant le problème génétique de la formation des abstractions et le problème de l'adaptation ultérieure de celles-ci à d'autres champs de réalité.

La perception et l'action semblent constituer le binôme de l'apprentissage. Avec son double jeu, l'enfant, et aussi l'adulte (enfant en somme pendant qu'il apprend), élabore les concepts et les relations qui deviennent valides pour des classes de plus en plus générales. Et si, à l'origine, le concret est le monde perceptible sur lequel on agit pour obtenir les idéalisations premières, c'est sur ces idéalisations que l'on édifie les généralisations ou abstractions suivantes, qui sont à leur tour, la base concrète pour de nouvelles constructions abstraites.

Le concret et l'abstrait ne sont donc pas des termes absolus, mais plutôt relatifs en fonction du saut de chaque stade au suivant. On ne peut donc parler en tout cas que de hiérarchies d'abstraction croissante et de concrétion décroissante.

Dans ces processus d'abstraction mathématique la symbolisation a joué un rôle décisif. C'est la condensation symbolique et la formalisation du raisonnement mathématique qui ont rendu possible la formidable progression d'abstractions et de généralisations qui constituent les Mathématiques depuis Viète jusqu'à nos jours. La forme est devenue à la fin dominante sur le concept. La science mathématique qui commença en dépouillant le monde physique de ses attributs sensoriels pour en édifier les premiers contenus, a fini en se dépouillant elle-même, et se trouve réduite aux squelettes structurels pragmatiques qui les relationnent. Nous ignorons l'origine et la fin de tout ce processus d'abstractions croissantes. Nous savons quand même que le monde physique et social qui évolue parallèlement, stimule de temps en temps ce processus en suggérant des notions abstraites nouvelles, notions que le mathématicien élabore en concepts et combine en en créant de nouveaux ; nous savons aussi que ce même monde physique bénéficie *a posteriori* des créations abstraites en leur trouvant de nouvelles adaptations insoupçonnées. Aucun professeur de Mathématiques ne doit oublier cette monumentale symbiose entre les Mathématiques et la philosophie naturelle.

*
**

Nous commençons aujourd'hui les tâches de notre onzième rencontre dont le thème est l'étude du matériel moderne de l'enseignement des Mathématiques. Ce matériel, vu par le mathématicien situé du côté le plus abstrait de la chaîne, ne sera considéré que comme un ensemble de simples illustrations concrètes, comme des vêtements convenables pour faciliter momentanément une compréhension malaisée. mais pour l'éducateur qui n'oublie pas la perspective des processus initiaux d'abstraction, ce matériel est beaucoup plus, il représente quelque chose de substantiel dans sa fonction éducative. Ce matériel structuré sous forme de modèles a, non seulement l'objet de traduire occasionnellement des idées mathématiques, mais aussi de les suggérer, et d'être à leur origine. Il faudra étudier les modèles les plus convenables à cet objet et aussi les matériaux les plus ductiles pour sa réalisation. Mais puisque la perception et l'action sont fondamentales dans toute éducation mathématique, il faudra faire en sorte que les modèles soient capables de provoquer l'une et l'autre, de façon à traduire ou à suggérer en créant des situations actives d'apprentissage. L'ancien modèle de vitrine, passivement contemplé par les élèves, devra faire place à du matériel multivalent de conception nouvelle, matériel qui puisse être manipulé par les élèves en déterminant une activité créatrice de la connaissance qu'ils doivent

acquérir. Dans la vie même, dans les jouets, on peut trouver souvent des modèles mathématiques d'une efficacité insoupçonnée. Et tant mieux si cette activité se manifeste par la création de nouveaux modèles imaginés par l'élève lui-même, car il exercera ainsi, non seulement la concrétion de l'idée mathématique qu'il veut illustrer, mais aussi, en présentant son modèle à ses compagnons d'étude, il devra penser à ce qu'il soit capable de suggérer chez eux l'abstraction dont il est parti. Voici comment la confection de modèles peut être le véhicule naturel et efficient pour la pratique heureuse des deux activités d'abstraction et de concrétion que nous venons de signaler comme parties intégrantes d'une activité mathématique éducative complète.

Et, maintenant, à notre tâche avec foi ! Pensons au bonheur possible qu'elle peut apporter à des milliers d'enfants qui souffrent encore en étudiant les Mathématiques. L'espoir de leur libération encouragera notre effort.

Pedro PUIG-ADAM,
(Membre de l'Académie des Sciences d'Espagne).