A PROPOS DU LYCÉE FERMAT

Par Arrêté en date du 15 janvier 1957, le Ministre d'Etat chargé de l'Education Nationale, a décidé que le Lycée de Toulouse porterait désormais le nom de « Lycée Pierre-de-Fermat » avec particule et tirets.

L'illustre mathématicien fut baptisé à Beaumont-de-Lomagne, le 20 août 1601, comme « Pierre, fils de Dominique Fermat, bourgoys et segont consul de la ville de Beaumont ». Le parrain était « Pierre Fermat, marchant et frère dudit Dominique », la marraine Jeanne Cazenuve.

Dans la publication des bans de son mariage avec Louise de Long, en avril 1631, il est encore appelé « Pierre Fermat, advocat ». Mais dans l'acte de mariage, du 1er juin, il est devenu « Monsieur Me Pierre de Fermat, conseiller en la Cour ».

Descartes dira de lui : « Monsieur Fermat est Gascon, moy non ». Tout ceci pour nous étonner de la particule alourdie de tirets, lorsque personne ne parle de Blaise de Pascal, dont la noblesse (petite) est pourtant authentique.

Mais qu'importe ! L'usage prévaudra certainement bientôt d'appeler le Lycée de Toulouse, très simplement, Lycée Fermat.

La bibliothèque municipale de Toulouse, avec la collaboration des Archives départementales de la Haute-Garonne et le concours de la Bibliothèque Nationale, a organisé, à l'occasion de cette nouvelle dénomination, une belle exposition inaugurée le 22 juin.

Un riche catalogue a été édité, contenant un avant-propos du Proviseur du Lycée, Guy LAMÉNARDIE, agrégé de Mathématiques, et d'un Eloge de Fermat, par notre collègue Roger PAINTANDRE, professeur de Spéciales.

En somme, les Mathématiques étaient à l'honneur, et nous nous en réjouissons.

Si tout le monde connaît Fermat, au moins de réputation, il est très difficile de juger de son influence immédiate sur le développement de notre science. Cela n'est d'ailleurs pas un cas isolé. Alors que l'on peut se faire sans trop de difficultés une idée statique de l'œuvre d'un savant — il suffit de lire attentivement ses écrits — il est en général très pénible, il est parfois même à peu près impossible, de s'en faire une représentation dynamique, ou évolutive. Il faut, en effet, pour cela, connaître l'état de la science avant l'auteur étudié, pendant sa vie, après elle, savoir quels furent ses maîtres, ses émules, ses disciples.

Cette connaissance exhaustive, qui n'est possible qu'aux professionnels de l'histoire des sciences, leur coûte un effort considérable, très souvent disproportionné aux résultats qu'ils obtiennent.

Pour donner un exemple, je relève dans l'*Histoire des Mathématiques*, de BECKER et HOFMANN, édition française, au sujet de Viète : « Tout ce qui avait été imprimé... (des œuvres de celui-ci) fut rassemblé par Fr. van Schooten (1646)... c'est seulement alors que les œuvres de Viète, dont les premières éditions étaient dès cette époque des raretés bibliographiques, devinrent accessibles à tous et purent véritablement exercer une influence. »

Or l'influence de Viète atteint son apogée dans les années 30, avec la publication des ouvrages de Harriot, Oughtred, Descartes, et les travaux de Fermat et de Roberval, pour ne citer que les plus illustres des disciples avoués ou inavoués, conscients ou inconscients, du fondateur des Mathématiques modernes.

Encore est-il assez facile de deviner l'influence de Viète qui fit imprimer la plupart de ses mémoires, s'il ne publia jamais aucun ouvrage didactique. Mais le cas Fermat est beaucoup plus difficile. Non quant aux sources — car si nous ignorons tout du cours de ses études, du moins cite-t-il abondamment ses inspirateurs, les Grecs et François Viète — mais quant à l'action qu'il exerça sur ses contemporains. Au contraire, en effet, de son illustre inspirateur, il ne fit à peu près rien imprimer de son vivant. Ses Mémoires ne sont pour la plupart que des esquisses manuscrites, dont il existe parfois plusieurs versions, et qui circulaient entre ses correspondants et leurs amis ou leurs relations. Chacun en copiait ce qui lui plaisait et les éditeurs de ses œuvres complètes, Paul Tannery et Charles Henry, eurent bien du mal à en établir des textes définitifs.

Ses contemporains eux-mêmes s'y perdaient, témoin Wallis, dont il est bon ici de signaler le cas. Né en 1616, il vint assez tard aux Mathématiques, comme il le signale lui-même, ses premiers travaux personnels étant de 1648. Son ouvrage principal est l'*Arithmetica infinitorum*, de 1656. C'est une tentative géniale de fonder un calcul infinitésimal abstrait. Il dit à ce sujet, dans son *Algèbre* de 1685, page 292 :

« This *Abstractio Mathematica* (as the Schools call it), is of great use in all kind of Mathematical considerations, whereby we separate what is the proper Subject of Inquiry, and upon which the Process proceeds, from the impertinences of the matter (accidental to it), appertaining to the present case or particular construction.

« For which reason, whereas I find some others (to make it look, I suppose, the more Geometrical) to affect Lines and Figures ; I choose rather (where such things are accidental) to demonstrate universally from the nature of Proportions, and regular Progressions, because such Arithmetical Demonstrations are more Abstract, and therefore more universally applicable to particular occasions. Which is one main design that I aimed at in this Arithmetick of Infinites. »

Malheureusement Wallis, dans cet ouvrage, utilise à peu près uniquement l'induction incomplète, ce qui ne fut pas bien apprécié par Fermat : « Sa façon de démontrer, écrit ce dernier en 1657, qui est fondée sur l'induction plutôt que sur un raisonnement à la mode d'Archimède, fera quelque peine aux novices, qui veulent des syllogismes démonstratifs depuis le commencement jusqu'à la fin. Ce n'est pas que je ne l'approuve ; mais, toutes ses propositions pouvant être démontrées *viâ ordinariâ, legitimâ et Archimedeâ* en beaucoup moins de paroles que n'en contient son livre, je ne sais pas pourquoi il a préféré cette manière par notes algébriques à l'ancienne, qui est et plus convaincante et plus élégante, ainsi que j'espère lui faire voir à mon premier loisir. »

Or Wallis, qui venait seulement de connaître Fermat et ignorait tout de son œuvre, répond (1) :

« J'aurais certes plutôt attendu des remerciements qu'une accusation, pour avoir indiqué ouvertement et loyalement, non seulement où j'étais arrivé, mais encore

(1) Traduction du latin, par Paul TANNERY.

quelle route j'avais suivie ; pour ne pas avoir été rompre le pont sur lequel j'avais passé le fleuve ; d'autres peuvent le faire, mais on s'en plaint assez... Il n'y a guère, je crois... aucun géomètre un peu exercé (à plus forte raison quelqu'un de tel que lui) qui ne puisse facilement, sur mes démonstrations, en forger d'*apagogiques* et semblables à celles d'Archimède. Aussi, pour sa promesse... ce qu'il annonce devoir faire a déjà été précisément accompli par Cavalieri, dans son *Traité de l'usage des indivisibles dans les puissances cossiques.* »

Fermat dut sourire à cette lecture, car son adversaire le renvoyait, sans le savoir, à lui-même, comme je vais essayer de le montrer.

Mais, que l'on ne s'y trompe pas, je n'accuse pas ici le probe Cavalieri de plagiat. Toute cette histoire est beaucoup plus subtile.

En 1635, le professeur de Bologne avait publié son ouvrage célèbre sur les Indivisibles : *Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota,* ouvrage qui, comme tous les travaux de l'époque sur les quadratures et les cubatures, est inspiré par Archimède, mais où se fait sentir, outre l'influence de Képler, une puissante pensée originale, bien que souvent obscure. Ce gros traité en sept livres et de plus de cinq cents pages fut fortement critiqué par le Père Guldin, Jésuite autrichien, dont une proposition célèbre perpétue le nom.

La dernière année de sa vie, en 1647, Cavalieri publie ses *Exercitationes Geometricae Sex,* exercices dont les deux premiers reprennent et résument le thème principal de l'ouvrage de 1635, dont le troisième répond aux attaques de Guldin, et dont le quatrième est celui cité par Wallis.

Cavalieri, comme Torricelli, est un excellent géomètre, mais sa culture d'algébriste est faible, comme celle de la plupart des disciples de Galilée. Ce quatrième exercice, où apparaît, page 268, une intéressante disposition du triangle arithmétique, dit de nos jours triangle de Pascal, est une tentative incomplètement réussie de dépasser la pure intuition géométrique grâce au calcul algébrique et aux « puissances cossiques » (2). Cavalieri a inséré dans cet Exercice des travaux de Jean de Beaugrand, le seul mathématicien français avec qui il ait été en relations.

Mais Beaugrand, bon disciple de Viète, sans grande envolée, est un des premiers correspondants de Fermat dont il s'inspire fort, jusqu'au plagiat inclusivement. Ce dernier avait d'ailleurs en sa possession des méthodes infiniment supérieures à celles du Quatrième Exercice de Cavalieri. Le 4 novembre 1636, il signalait à Roberval la proposition capitale :

« *Ultimum latus in latus proxime majus facit duplum trianguli,*
Ultimum latus in triangulum lateris proxime majoris facit triplum pyramidis,
Ultimum latus in pyramidem lateris proxime majoris facit quadruplum triangulotrianguli,
Et eo in infinitum progressu. »

Et il ajoutait : « Toutes ces propositions, quoique belles de soi, m'ont servi à trouver la quadrature que je suis bien aise que vous estimiez. »

Autrement dit, Fermat avait vingt ans d'avance sur Wallis, sans que le mérite de celui-ci soit en rien diminué. D'ailleurs Pascal, ce rival de Wallis, ce disciple de Roberval, s'y perdait lui aussi.

Il écrit, en effet, dans le Triangle Arithmétique, qui est de la fin de 1654, au « Traité des Ordres numériques », proposition XI : « *Un nombre, de quelque ordre que ce soit, étant multiplié par la racine précédente et divisé par l'exposant de son ordre, donne pour quotient le nombre de l'ordre suivant qui procède de cette racine.* »

C'est là une excellente paraphrase du texte latin de Fermat qui précède. Il suffit de savoir, pour achever de comprendre, que les ordres numériques sont les suivants :

---

(2) Algèbre, Arte della cossa, Puissances cossiques, puissances algébriques ; ici algorithme du binôme de Newton, mais avec la seule récurrence par sommation.

nombres linéraires : $l_n = n$, n entier positif,
nombres triangulaires : $t_n = t_{n-1} + l_n$,
nombres pyramidaux : $p_n = p_{n-1} + t_n$, etc...

Pascal ajoute en commentaire, et ici l'on reconnaîtra la discrétion de Fermat :

« Les manières de tourner une même chose sont infinies : en voici un illustre exemple, et bien glorieux pour moi. Cette même proposition, que je viens de rouler en plusieurs sortes est tombée dans la pensée de notre célèbre conseiller de Toulouse, M. de Fermat, et, ce qui est admirable, sans qu'il m'en eût donné la moindre lumière, ni moi à lui, il écrivait dans sa Province ce que j'inventais à Paris, heure pour heure (3), comme nos lettres écrites et reçues en même temps le témoignent. »

D'ailleurs, qui voudrait connaître mieux l'influence de Fermat sur ses contemporains dans le seul cas examiné ici, celui des sommes itérées d'entiers et leur utilisation dans le calcul intégral, devrait se reporter à la très importante lettre de Roberval à Torricelli, écrite en 1647 et qui n'arriva à Florence qu'après la mort du destinataire. On y remarque en particulier une belle réponse de Fermat, jamais citée, mais admirable. Roberval lui ayant demandé comment il était arrivé aux quadratures de ses spirales, généralisations de celle d'Archimède, il lui écrivit :

« *Ego, ut invenirem laboravi ; labora et ipse : in hoc enim labore præcipuam voluptatis partem consistere deprehendes.* » (4).

Mais, Roberval aussi, fut une de nos gloires. A quand, dans la région parisienne, un Lycée Roberval ? Mais, de grâce, pas un Lycée Gilles-Personnier-de-Roberval !

Jean ITARD.