# RAPPORT SUR L'AGREGATION FÉMININE DE MATHÉMATIQUES (session de 1956) *

COMPOSITION DE CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL
(M. VILLAT)

La question proposée consistait en l'étude de la généralisation d'un problème d'analyse tout à fait élémentaire.

Lorsqu'une circonférence reste tangente à l'axe $x'Ox$ du plan $(xOy)$, son centre décrivant une courbe S définie par l'équation $y = f(x)$ dans le plan, elle enveloppe, en dehors de la droite $x'Ox$, une autre courbe $\Sigma$, les points de contact étant M sur $x'Ox$ et P sur $\Sigma$. Pour que les points M et P parcourent constamment, sur leurs lieux respectifs, des arcs égaux, il est nécessaire et suffisant que la courbe S soit une chaînette ayant pour base $x'Ox$, — mis à part le cas particulier et trivial où S serait une droite.

On demandait tout d'abord de donner une démonstration simple de ce résultat, et c'est ce qui a été fait à peu près correctement dans la quasi-totalité des copies : tout revenait à l'intégration de l'équation $yy'' - 1 - y'^2 = 0$ (mis à part le cas où $y'' = 0$).

Dans la partie II, on abordait la généralisation de ce qui précède en considérant, dans l'espace $(Oxyz)$, une sphère variable, tangente au plan $xOy$, son centre décrivant la surface S définie par l'équation $z = f(x, y)$, les axes de coordonnées étant, bien entendu, comme dans le plan, rectangulaires. Cette sphère touche son enveloppe d'abord en un point M du plan $xOy$, et en un point P décrivant la seconde nappe $\Sigma$ de ladite enveloppe. Est-il possible de choisir S de telle manière que les déplacements des points M et P soient constamment égaux ?

Une sphère quelconque de la famille considérée, ayant pour centre le point de coordonnées $[x, y, z = f(x, y)]$, touche le plan $xOy$ du point M $(x, y, O)$, et la nappe $\Sigma$ en un point P dont les coordonnées apparaissent tout naturellement, par un calcul élémentaire, sous la forme

$$x + \lambda p, \qquad y + \lambda q, \qquad -\lambda,$$

$p$ et $q$ étant les dérivées partielles premières de $f(x, y)$ par rapport à $x$ et $y$, et $\lambda$ étant défini par la relation

$$\lambda(1 + p^2 + q^2) + 2z = 0 ;$$

(*) Le début de ce rapport a été publié par le *Bulletin* de l'A.P.M., n° 185 de juin 1957.

bien entendu, les points M et P sont symétriques par rapport au plan tangent à la surface S au point $(x, y, z)$, centre de la sphère envisagée.

Dès lors, la condition d'égalité des déplacements de M et de P se traduit par le système de relations :

$$\begin{cases} [dx + d(\lambda p)]^2 + [dy + d(\lambda q)]^2 + d\lambda^2 = dx^2 + dy^2, \\ \lambda(1 + p^2 + q^2) + 2z = 0, \end{cases}$$

dont on voit facilement qu'il est équivalent au système

$$\begin{cases} \lambda(dp^2 + dq^2) + 2(dp\,dx + dq\,dy) = 0, \\ \lambda(1 + p^2 + q^2) + 2z = 0, \end{cases}$$

la solution $\lambda = 0$ ayant été évidemment écartée.

En exprimant que cette condition a lieu quel que soit le déplacement $dx$, $dy$, on obtient le système de relations

$$\begin{cases} \lambda(r^2 + s^2) + 2r = 0, \\ \lambda(s^2 + t^2) + 2t = 0, \\ s[\lambda(r + t) + 2] = 0, \\ \lambda(1 + p^2 + q^2) + 2z = 0, \end{cases}$$

où $r$, $s$, $t$ désignent, avec les conventions habituelles, les dérivées partielles secondes de $z$.

Le cas particulier $s = 0$ s'examine aisément, et conduit pour la surface S, soit à un plan, soit à un cylindre (parallèle à $Ox$ ou à $Oy$) dont la section droite est une chainette. Ces solutions étaient faciles à rattacher aux résultats de la première partie.

La troisième relation étant débarrassée du facteur $s$, si l'on remplace les deux premières relations par celles que l'on en déduit par soustraction et par addition, on voit immédiatement que l'une de ces nouvelles relations est conséquence de la troisième, et le système se réduit à

$$\begin{cases} \lambda[r^2 + t^2 + 2s^2] + 2(r + t) = 0, \\ \lambda(r + t) + 2 = 0, \\ \lambda(1 + p^2 + q^2) + 2z = 0, \end{cases}$$

c'est-à-dire que les fonctions $z$ cherchées doivent être solutions du système, indiqué d'ailleurs dans l'énoncé :

$$\begin{cases} rt - s^2 = 0, & (1) \\ z(r + t) - (1 + p^2 + q^2) = 0 & (2) \end{cases}$$

Beaucoup, parmi les candidates, ont obtenu effectivement ces équations, mais bien souvent au moyen de calculs infiniment trop longs et inélégants. En général, on a remplacé dès le début, dans l'expression des coordonnées de P, le paramètre $\lambda$ par son expression en fonction de $z$, $p$, $q$, et l'on a formé le $ds^2$ relatif à un déplacement quelconque de P en explicitant toutes les différentielles rencontrées ; on est conduit ainsi à des opérations pénibles et interminables. Il y a là un défaut de bon sens : un candidat à un concours doit se croire fondé à penser qu'on n'exige pas de lui dix pages de calculs pour établir des formules utiles à la solution du problème posé ; un peu de réflexion au départ, ou en cours de route, fera toujours gagner un temps précieux.

L'étude du système des deux équations (1) et (2) était l'objet des parties III et IV.

L'équation (1) exprime que la surface S cherchée est une surface développable, qui peut être définie comme l'enveloppe d'un plan dont l'équation sera prise sous la forme

$$z = ax + by + c, \qquad (3)$$

où $a$, $b$, $c$, sont trois fonctions, supposées dérivables, d'un paramètre $u$, que l'on pourra choisir ultérieurement ; reste alors à traduire la relation (2). Le calcul de $p$, $q$, $r$, $s$, $t$ correspondant à l'enveloppe du plan (3) est élémentaire, et le transfert dans (2) des expressions obtenues conduit à la condition

(4) $$(a'^2 + b'^2)\ (ax + by + c) + (a^2 + b^2 + 1)\ (a''x + b''y + c'') = 0$$

qui doit être satisfaite en tout point de S.

Ici, de nombreuses candidates ont commis une erreur, en affirmant que : « puisque l'équation (4) doit être vérifiée sur toute la surface, c'est qu'elle est vérifiée identiquement par rapport à $x$ et $y$ ». Cela est inexact, car les points de S satisfont à l'équation

(5) $$a'x + b'y + c' = 0,$$

qui doit être adjointe à l'équation du plan (3) pour définir l'enveloppe de ce plan. Alors, les deux relations (4) et (5) ne pouvant être distinctes, les fonctions $a$, $b$, $c$ sont astreintes aux conditions

(6) $$\frac{a(a'^2+b'^2)+a''(a^2+b^2+1)}{a'} = \frac{b(a'^2+b'^2)+b''(a^2+b^2+1)}{b'} = \frac{c(a'^2+b'^2)+c''(a^2+b^2+1)}{c'},$$

qui exigent évidemment que l'on ait, quel que soit $u$ :

$$\begin{vmatrix} a & a' & a'' \\ b & b' & b'' \\ c & c' & c'' \end{vmatrix} = 0,$$

c'est-à-dire qu'il y ait une relation linéaire et homogène, à coefficients constants, entre $a$, $b$, $c$. Cela signifie que la trace du plan (3) sur le plan $xOy$ passe par un point fixe.

Si ce point est à l'infini, on peut le supposer sur la droite Oy ; on a alors $b = 0$, et les conditions (6) se réduisent à

(7) $$(1 + a^2)\ (a'c'' - c'a'') - a'^2\,(ac' - ca') = 0.$$

Profitant alors de l'indétermination du paramètre $u$, on peut poser

$$a = \operatorname{sh} u,$$

d'où l'équation en $c$ :

$$c''.\operatorname{ch} u - 2c'.\operatorname{sh} u + c.\operatorname{ch} u = 0,$$

qui admet visiblement, d'après la forme (7), la solution particulière $c = \operatorname{sh} u$. Cette remarque permet l'intégration élémentaire, qui conduit à la solution

$$c = \alpha\,(\operatorname{ch} u - u.\operatorname{sh} u) + \beta \operatorname{sh} u.$$

Le plan (3) est alors défini par l'équation

$$z = (x + \beta)\operatorname{sh} u + \alpha\,(\operatorname{ch} u - u \operatorname{sh} u)\ ;$$

l'enveloppe de ce plan est un cylindre dont la section droite, par le plan $xOz$, est la chaînette définie par les équations

$$x + \beta = \alpha u, \qquad z = \alpha \operatorname{ch} u.$$

La solution plus intéressante proviendra du cas où le point fixe du plan (3) est à distance finie. En transportant l'origine en ce point, ce qui revient à supposer $c = 0$, les conditions (6) se réduisent à une relation entre les fonctions $a$ et $b$.

L'énoncé proposait alors de considérer $a$ et $b$ comme les coordonnées variables d'un point d'une courbe, enveloppe de la droite définie par une équation de la forme

(8) $$a \cos u + b \sin u - \gamma(u) = 0$$

dans un plan rapporté à des axes rectangulaires $(\omega a, \omega b)$. Le calcul de $a$, $b$ et de leurs dérivées par rapport à $u$ est facile, et la relation (6) se réduit alors à

(9) $$(\gamma + \gamma'')\ [1 + \gamma'^2 - \gamma\gamma''] = 0.$$

La solution $\gamma + \gamma'' = 0$ donne, comme lieu du centre de la sphère, un plan fixe. En dehors de cette solution banale, il reste celle donnée par l'équation

$$1 + \gamma'^2 - \gamma\gamma'' = 0,$$

dont la solution nous est déjà connue sous la forme

$$\gamma = \alpha \operatorname{ch} \frac{u - u_0}{\alpha}.$$

On peut supposer, sans inconvénient, $u_0 = 0$ ; il vient alors

$$\gamma = \alpha \operatorname{ch} \frac{u}{\alpha}, \qquad \gamma' = \operatorname{sh} \frac{u}{\alpha}.$$

Or, $a$ et $b$ sont définis par les deux relations

$$a\cos u + b\sin u - \gamma = 0,$$
$$-a\sin u + b\cos u - \gamma' = 0,$$

qui expriment que le vecteur $(a, b, -1)$ est normal aux deux vecteurs $(\cos u, \sin u, \gamma)$ et $(-\sin u, \cos u, \gamma')$, dont le second est le dérivé du premier. Il en résulte aussitôt que le cône ayant pour sommet O et pour directrice la courbe $\Gamma$ $(\cos u, \sin u, \gamma)$ n'est autre que l'enveloppe du plan (3), et constitue par suite la surface S cherchée.

Cette courbe $\Gamma$, comme on le voit aisément, résulte de l'enroulement, sur un cylindre de révolution ayant pour rayon 1, d'une chaînette dont la base serait placée dans le plan de section droite $x$Oy. Cette courbe est telle que son plan osculateur fasse, avec le plan tangent au cylindre de révolution en question, un angle constant.

Cette partie du problème n'a pas été réussie par beaucoup de candidates, la raison essentielle étant que l'on a écrit en général inexactement les conditions (6), en remplaçant, à tort, les dénominateurs par zéro.

La dernière question posée consistait à intégrer directement l'équation (2) :

$$z(r+t) - (1 + p^2 + q^2) = 0.$$

En posant $\alpha = x + iy$, $\beta = x - iy$, la fonction $z(x, y)$ devient une fonction $Z(\alpha, \beta)$, munie de dérivées P, Q, R, S, T, et l'équation (2) est transformée en l'équation

$$ZS - PQ = \frac{1}{4}, \tag{10}$$

comme une grande majorité des candidates l'a établi. Cette équation peut s'intégrer élémentairement, et ce fait a été démontré dans les meilleures compositions. L'équation (10) peut en effet s'écrire

$$\frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{P}{Z}\right) = \frac{1}{4Z^2};$$

en posant $P = Z\varphi$, on est ramené à l'intégration du système

$$\left\{ \begin{array}{l} P = Z\varphi, \\ 4Z^2\varphi'_\beta = 1, \end{array} \right.$$

équivalent au système

$$\left\{ \begin{array}{l} 4Z^2\varphi'_\beta = 1, \\ \varphi'_{\alpha\beta} + 2\varphi\varphi'_\beta = 0. \end{array} \right.$$

La seconde équation exprime que $(\varphi'_\alpha + \varphi^2)$ est une fonction de $\alpha$ seul, que l'on peut mettre sous la forme $V(\alpha)^2 + V'(\alpha)$, $V(\alpha)$ étant une fonction dérivable de $\alpha$ ; on est ainsi ramené, pour déterminer $\varphi$, à une équation de Riccati

$$\varphi'_\alpha + \varphi^2 = V'(\alpha) + V(\alpha)^2,$$

dont une solution $V(\alpha)$ est en évidence. Le changement de variable

$$\varphi = V(\alpha) + \frac{1}{\theta}$$

conduit alors à l'équation linéaire

$$\theta'_\alpha = 2V\theta + 1$$

dont l'intégration est classique. On remarque, du reste, que la détermination de Z, qui est définie par la première équation du système :

$$4Z^2\varphi'_\beta = 1,$$

n'exige que la connaissance de $\theta$, et non celle de $\varphi$, puisque

$$\varphi_\beta = \frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{1}{\theta}\right).$$

En posant $2V(\alpha) = -\frac{A'}{A}$, A étant une fonction de $\alpha$ seul, l'équation linéaire en $\theta$ se réduit à

$$\frac{\partial}{\partial\alpha}(\theta.A') = A'$$

d'où $$\theta.A' = A + B,$$

B étant une fonction de $\beta$ seul. On en déduit :

$$\varphi_\beta = \frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{1}{\theta}\right) = \frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{A'}{A+B}\right) = \frac{-A'B'}{(A+B)^2},$$

et, par suite, Z, qui est définie par la relation

$$4Z^2 = \frac{(A+B)^2}{-A'B'}.$$

Pour cette épreuve, les notes obtenues par les candidates s'échelonnent entre 19,5 et 3, sans compter deux copies blanches. Après trois excellentes compositions, cotées 19,5 et 19 (deux fois), les notes se répartissent ainsi : quatre entre 15 et 17 ; neuf entre 13 et 15 ; huit entre 11 et 13 ; huit entre 9 et 11 ; vingt-quatre entre 7 et 9 ; treize entre 5 et 7, et douze entre 3 et 5.

La moyenne générale de l'épreuve est 8,8 ; elle s'élève à 10,8 pour le groupe des 54 admissibles et se réduit à 5,3 pour les 29 admissibles non reçues.

Pour les 54 admissibles, les notes varient de 19,5 à 4, mais sept notes seulement sont inférieures à 7, et toutes les candidates (sauf une) ayant obtenu au moins la note 9 sont parmi les admissibles.

Une dizaine des compositions sont d'un très bon mérite et prouvent que leurs auteurs ont nettement dominé les matières du programme.

## Composition de Mécanique rationnelle
## (M. Pailloux)

Le problème proposé était en fait très simple pour la candidate qui s'est aperçue que la mécanique n'est pas uniquement un exercice de Mathématiques, mais que cette discipline possède ses méthodes propres.

Le préambule suggérait l'emploi des théorèmes généraux, et écartait l'étude des réactions. Le simple contact de la sphère avec la droite $\Delta$ ou le plan II était insuffisant pour que les réactions correspondantes soient convenablement dirigées, aussi supposait-on les liaisons bilatérales. Les procédés indiqués pour y parvenir, plan $\Pi'$, cylindre $\Gamma$, ou surfaces analogues, modifiaient, grâce à une pression convenable, les composantes normales des réactions, et permettaient ainsi de les faire pénétrer dans les cônes de frottement. Les considérations d'ordre géométrique qui permettaient d'établir ces résultats avaient été écartées.

Dans tout le problème, la pesanteur n'intervenait que par la fonction de force $A\cos u + B\sin u$, dont les coefficients A et B se calculaient immédiatement en fonction du poids et des cosinus directeurs de la verticale par rapport au trièdre $O_1x_1y_1z_1$

Dans la question I (1° ou 2°), le théorème du moment cinétique en S montrait que la rotation instantanée de la sphère restait constante dans le temps. Il suffisait d'une seule équation pour achever l'étude du mouvement, celle qui détermine la variation de l'anomalie excentrique $u$ en fonction du temps : le théorème des forces vives (1°), ou l'intégrale de Painlevé (2°) résolvaient la question. Dans (I, 1°) on pouvait remarquer que le mouvement de S était celui d'un point pesant sur une ellipse inclinée *d'une manière quelconque,* ce mouvement étant uniforme lorsque le plan II est horizontal.

La position de la sphère, (II), dépendait ensuite de deux angles d'Euler et de $u$. La troisième équation d'Euler, et le théorème du moment cinétique par rapport à la verticale de S montraient que ces deux angles étaient des fonctions linéaires du temps ; le théorème des forces vives prouvait ensuite que la vitesse de S sur sa trajectoire était constante.

Dans la question du choc, il pouvait être utile de remarquer que le segment BS de longueur constante était normal aux trajectoires de ses extrémités. En appliquant donc le théorème du centre de gravité, en projection sur la tangente à l'ellipse en S, on constatait la continuité de la vitesse de S. Les moments cinétiques par rapport à SC et par rapport à la verticale de S étaient visiblement conservés, tandis que la condition de rebondissement élastique ($\theta'_1 = -\theta'_0$) achevait de déterminer les variations de vitesses angulaires. Le théorème du moment cinétique par rapport au diamètre horizontal de la sphère perpendiculaire au plan $SCz_1$ donnait la percussion en C. Les percussions en A, B, C, ont une somme géométrique nulle, et la réaction en B n'est pas dans le plan vertical qui contient les deux autres. Elle est donc nulle, tandis que les deux autres forment un couple.

Le non-glissement étant réalisé en A et B dans la question (III), la droite AB est nécessairement l'axe instantané de rotation. Si nous considérons $u'$ comme connu, pour une position donnée de la sphère, on peut en déduire la rotation instantanée. Le théorème des forces vives ramène ensuite à une équation classique de la forme

$$u'^2 = f(u).$$

L'absence de frottement en B, dans (IV), permettait d'appliquer le théorème du moment cinétique par rapport à la verticale de S. On obtenait ainsi une première composante de la rotation instantanée de la sphère. Les deux conditions de roulement sans glissement en A permettaient d'évaluer les deux autres composantes en fonction de $u$ et $u'$. Le théorème des forces vives donnait une relation $u'^2 = f(u)$.

Dans la question (V), où le non-glissement avait lieu en B sur $\Delta$, on disposait de deux conditions non-holonomes en B. Le théorème des forces vives donnait une troisième équation faisant intervenir $u$, $u'$, et les trois composantes de la rotation instantanée. Une quatrième équation, indépendante des réactions, pouvait être obtenue en projetant sur SB l'égalité vectorielle provenant du théorème du moment cinétique en S.

Il était manifeste, dans la dernière partie, que la sphère (S) restait tangente à la droite $\Delta'$ symétrique de $\Delta$ par rapport au plan $O_1x_1y_1$. Mais les sphères tangentes à $\Delta$ et $\Delta'$ se répartissaient en deux familles dont les centres étaient, soit dans le plan $O_1x_1y_1$, soit dans le plan $O_1x_1z_1$. Dans toutes les questions où intervenait le frottement sur le plan II, il n'était pas possible de remplacer le contact avec II, par le contact avec $\Delta'$.

Lorsque la sphère roule sans glisser sur $\Delta$ et $\Delta'$, la droite BB' est l'axe instantané de rotation. La mesure de ce vecteur s'obtient immédiatement en fonction de $u$ et $u'$, et le théorème de la force vive donne immédiatement l'équation classique $u'^2 = f(u)$. La surface axoïde fixe est donc le plan des deux droites, tandis que la surface axoïde mobile se détermine d'une manière classique dans les mouvements plan sur plan : on connait la base et la trajectoire du point S du plan mobile, on demande de trouver la roulante.

Voyons maintenant comment les candidates ont réagi devant les diverses questions posées.

A de très rares exceptions, elles ont suivi les indications de l'énoncé suggérant de ne pas introduire les réactions dans les calculs. Celles qui se sont obstinées, en employant coûte que coûte le théorème du centre de gravité, ont vite été effrayées par la supériorité écrasante du nombre des inconnues sur le nombre des équations. Malheureusement, trop de candidates ont interprété ces suggestions en croyant qu'il fallait passer ces réactions sous silence, ne pas parler de leur direction, et ne pas

montrer clairement ce qui distinguait le cas du frottement du cas de non-frottement. Il semble d'ailleurs que l'application des théorèmes généraux soit purement et simplement passée de mode. Les candidates, à une énorme majorité, se sont précipitées sur les équations de Lagrange, avec un luxe de multiplicateurs qui permettait de retrouver les indéterminations dont l'énoncé avait souhaité les écarter. Parfois même, le nombre d'équations nécessaires pour la mise en équations ayant été obtenu, on écrit les équations avec multiplicateurs, sans utilité par conséquent, et sans en rien tirer.

En dehors de la question de l'indétermination des réactions, qu'il n'était pas demandé de résoudre, une difficulté soulevée par les procédés de résolution des candidates (difficulté assez sérieuse si l'on en juge d'après les résultats), est de déterminer le nombre de conditions non holonomes qui sont indépendantes. Pour un trop grand nombre, toutes les conditions que l'on peut ainsi écrire sont *a priori* indépendantes. Une faute de calcul aidant, on conclut ainsi à l'impossibilité du mouvement. Pour d'autres, au hasard des calculs et des pseudo-contradictions, on reconnaît que l'une est conséquence des deux autres. Certaines, enfin, déterminent le nombre d'équations à écrire d'après le nombre de relations manquant pour la mise en équations. Dans très peu d'esprits, la question d'indépendance des formes linéaires arrive à se poser ; les candidates auraient alors vraisemblablement pensé qu'il existe des méthodes régulières pour répondre.

Je voudrais essayer de lutter contre cet état d'esprit de futures éducatrices qui concluent, ou commencent par affirmer : L'équation que je viens d'écrire a été obtenue dans telle question (où les hypothèses sont nettement différentes), ou bien : c'est la même équation, avec un terme en plus et un terme en moins. Pour éviter cette paresse intellectuelle ou matérielle, et le manque de clarté des esprits, on ne peut que conseiller de préciser quel est le système matériel choisi (chaque fois), le système des forces qui lui sont appliquées (chaque fois), quels sont les théorèmes appliqués (chaque fois), *en les justifiant* (ce qui est bien le dernier des soucis des candidates : elles font confiance à l'examinateur pour parachever la rigueur des raisonnements, lui laissant même le choix entre deux solutions conduisant à des résultats différents).

Ainsi, dans la question (III), les deux conditions en A ont été obtenues facilement. On en trouve ensuite trois au point B. Faut-il conclure, avec une dizaine de candidates, que ces cinq équations pour quatre paramètres, conduisent automatiquement au repos ? Non, car elles ne sont pas indépendantes. On constate que parmi les trois conditions en B, une est conséquence des deux autres. Mais les quatre conditions ainsi obtenues en A et B se réduisent à trois. Le théorème des forces vives achève la mise en équations. *Les équations de Lagrange sont inutiles.* Néanmoins, elles sont écrites avec trois, quatre ou cinq multiplicateurs, d'où perte d'un temps précieux et obtention d'équations indéterminées.

Arrivant à la question (V), selon leur inspiration, les candidates utilisent une, deux ou trois conditions non-holonomes. Trois conditions conduisent à une indétermination des équations de Lagrange, une seule condition provient d'une faute de raisonnement : les conditions en B n'en donnent qu'une, s'il n'y a pas glissement en A.

Quelques candidates se sont exclamées, question (II) : C'est un mouvement à $\theta$ constant ! Dans leur esprit, il s'agissait d'un mouvement stationnaire de la première question, ce qui était hors de propos. Elles ont d'ailleurs utilisé les équations de (I) en y faisant $\theta = C^{te}$, ce qui constitue une erreur grave.

Bien des candidates ont appliqué le théorème des forces vives dans la question (I, 2°). C'était bien compliquer une question immédiate, et se lancer dans une étude des forces d'inertie d'entraînement et de Coriolis dont peu se sont tirées avec honneur.

Poinsot a été évoqué à l'occasion d'une rotation uniforme autour d'un axe fixe ! A ce propos, signalons que l'abus des équations de Lagrange a empêché bien des candidates de reconnaître un tel mouvement.

Après avoir mis la force vive de la sphère sous la forme

$$2T = mV_G^2 + I(p^2 + q^2 + r^2),$$

le premier terme étant plus ou moins détaillé, trop de candidates ont commis la très grave erreur d'écrire « les équations de Lagrange par rapport aux *paramètres* $p$, $q$, $r$ » et d'en déduire le résultat correct $Ip' = Iq' = Ir' = 0$.

Suivant une très malheureuse tradition, on continue à appliquer sans précautions spéciales le théorème du moment cinétique par rapport à un point ou un axe mobile.

A côté de ces erreurs, commises par un trop grand nombre, on trouve aussi bien des « fantaisies » personnelles qui vont du lapsus à la faute grave.

Que les candidates se rappellent que leurs qualités pédagogiques commencent à prendre tournure lorsqu'elles évitent les abréviations, lorsqu'elles rédigent en une langue claire, et lorsqu'elles se donnent la peine de former leurs lettres.

Après une excellente composition notée 18, viennent : une copie méritant 16,5, une copie notée 15,5, deux notées 14, deux notées 12,5, trois notées 12, une notée 11,5, une notée 11, et une notée 10,5. On trouve ensuite : seize notes entre 8 et 10 ; quinze entre 6 et 8 ; onze entre 4 et 6 ; douze entre 2 et 4, et onze inférieures à 2.

La moyenne générale de cette épreuve est 6,5 environ pour l'ensemble des candidates ayant composé ; elle est 8,2 pour le groupe des 54 admissibles et seulement 2,8 pour les non-admissibles.

Toutes les candidates dont la composition de mécanique a obtenu une note au moins égale à 7 se trouvent parmi les admissibles ; cependant, dix-huit admissibles ont mérité, pour cette épreuve, une note inférieure à 7.

## EPREUVES PRATIQUES

Si les notes extrêmes obtenues dans les deux épreuves de géométrie descriptive et de calcul numérique sont sensiblement les mêmes cette année (de 0,5 à 17,5 pour la première et de 1 à 16 pour la seconde), les moyennes sont notablement différentes : 6,4 et 10,3. Le groupement de ces deux compositions donne une répartition assez régulière de notes entre 1 et 15, sans zones d'accumulations notables, la moyenne générale étant environ 8,4.

Comme d'habitude, ces épreuves ont joué un rôle non négligeable dans le classement des candidates et ont contribué nettement, soit au succès, soit à l'échec de telle ou telle. Leur signification et leur valeur dans ce concours n'ont guère besoin d'être commentées.

### Composition de Géométrie descriptive

(M. Pétrus)

Dans une première partie, on proposait la construction d'un hyperboloïde de révolution défini par son axe et une génératrice verticale. Toutes précautions étant prises dans le texte, il n'y a eu qu'une ou deux fautes de mise en place commises par les candidates, et pour une fois le cercle de gorge n'a pas été considéré comme une courbe de contour apparent horizontal. La méridienne principale a été correctement identifiée, mais de nombreuses concurrentes font preuve d'une grande maladresse dans son tracé, peut-être parce qu'une des branches sortait des limites de l'épure.

La sphère a été en général correctement obtenue, exception faite de quelques erreurs consistant, par exemple, à supposer son grand cercle frontal tangent aux asymptotes de l'hyperbole M.

Pour la détermination de l'intersection, les candidates avaient le choix entre plusieurs méthodes : si la mise en place n'autorisait guère l'emploi de la méthode des sphères inscrites dans l'hyperboloïde, elles pouvaient, soit couper la sphère par les génératrices de l'hyperboloïde, soit effectuer les rabattements des sections par des

plans perpendiculaires à l'axe de l'hyperboloïde, soit encore remplacer (comme le suggérait la note du texte) l'une des surfaces par le cylindre de front contenant la courbe et ayant ses génératrices parallèles à l'axe de l'hyperboloïde. Toutes ces méthodes ont été essayées avec plus ou moins de bonheur, mais faut-il rappeler qu'on ne doit pas s'obstiner à vouloir tirer tout d'une seule d'entre elles, lorsqu'elle donne lieu à des constructions pénibles ou même illusoires ?

Si la recherche du point courant et de sa tangente a été effectuée, sinon toujours adroitement, du moins avec une certaine netteté, il n'en est pas de même pour les points remarquables, dans la plupart des épures. Les points d'arrêt de la projection frontale ont été trop souvent déterminés empiriquement par intersection des contours apparents des deux surfaces, alors que le cylindre de front déjà indiqué permettait de les obtenir aussitôt. Les rebroussements apparents de la projection frontale ont été en général identifiés, mais une seule candidate a su déterminer correctement leurs tangentes, les autres se contentant d'évoquer la propriété du plan osculateur sans savoir comment déterminer ce dernier. Le point double a été également bien observé dans la plupart des épures, mais ses tangentes sont souvent absentes, comme si le cône d'erreur n'apparaissait pas immédiatement sur la mise en place ! Enfin, les points à tangente de front sont souvent laissés au hasard, toujours faute d'avoir su utiliser le cylindre de front appartenant au faisceau.

En résumé, beaucoup de candidates ont bien maltraité une épure d'une simplicité voulue par ses auteurs. Inutile d'ajouter que cette maladresse s'accompagne, le plus souvent d'une exécution médiocre, même pour celles des candidates dont on pourrait croire qu'elles ont régulièrement participé à des exercices de travaux graphiques. Deux ou trois épures seulement méritent vraiment ce nom. Cependant, il est curieux de constater, à la lecture des notices, que les candidates ne manquent pas de notions précises sur le cours de Descriptive, et qu'elles pourraient surmonter facilement une interrogation orale, à condition qu'on ne leur demande pas le moindre dessin ; faut-il donc en conclure, ou bien qu'elles ont systématiquement négligé la préparation pratique de l'épure, ou bien qu'elles se refusent à lui trouver un intérêt quelconque pour leur futur métier, comme si le sens de l'espace ne pouvait s'acquérir et se perfectionner qu'au petit bonheur, ou même être totalement laissé de côté dans l'enseignement de la géométrie ?

Les indications précédentes laissent prévoir des notes peu brillantes. Ces notes s'échelonnent, en effet, entre 0,5 et 17,5, mais avec une forte accumulation dans la zone inférieure : vingt compositions sont cotées entre 0,5 et 3 ; puis sept entre 3 et 6 et quatre entre 6 et 7. On trouve ensuite dix-neuf notes assez régulièrement réparties entre 8 et 14, et tout à fait en tête, trois 15 et un 17,5, qui récompense une épure bien présentée et une notice fort bien rédigée. La moyenne générale de cette épreuve est 6,4.

### Composition de Calcul numérique
### (M. Dugué)

Le problème proposait la détermination de l'une des valeurs numériques d'une fonction loxodromique définie par un développement en produit infini ; il n'a été résolu complètement, à l'approximation demandée (valeur approchée à $10^{-6}$ près, par défaut), par aucune candidate. Il est curieux de remarquer, malgré cette insuffisance, le volume des copies, du moins de beaucoup d'entre elles. Des pages entières sont remplies de considérations, en général bien trop longues pour leur contenu logique, qui tendent à établir le procédé théorique permettant d'aboutir à la solution. Le temps consacré à cette rédaction aurait certes été plus utilement employé s'il avait servi à effectuer les quelques multiplications et la division qui conduisaient au résultat. Visiblement, la plupart des candidates n'ont pas su tirer parti des trois heures dont elles disposaient.

Les dernières compositions révèlent de plus des insuffisances très graves chez leurs auteurs. La notion de majoration d'une série paraît mal connue ou mal comprise, alors qu'il s'agit d'étudiantes qui ont franchi le cap de la Licence. L'une des candidates invoque, pour justifier sa solution, l'existence de la constante d'Euler définie comme : $[\lim . \Sigma \frac{1}{n} - \text{Log } 2]$.

Bien peu paraissent se soucier de voir s'il existe une méthode (et cette méthode existe) permettant de raccourcir les opérations conduisant au calcul de la valeur demandée. Il serait souhaitable que cette épreuve ne soit pas envisagée comme un simple exercice d'application, brutale et sans réflexion, de quelques règles opératoires.

A côté de ces quelques constatations sévères, le correcteur est heureux de souligner que les candidates paraissent avoir perdu l'habitude de se servir, à tort et à travers de la table de logarithmes, dans des cas où la précision demandée dépasse les modestes possibilités de cet instrument de travail.

Les notes obtenues s'échelonnent de 1 à 16, ou plutôt de 3 à 16, car une seule copie est cotée 1. La répartition est assez dense dans la région supérieure puisqu'il y a vingt-deux compositions notées entre 13 et 16, puis dix entre 10 et 13, et six entre 8 et 10. Ensuite la répartition des quinze autres compositions entre 8 et 3 est à peu près homogène.

La moyenne générale de l'épreuve est 10,3.

## EPREUVES ORALES

Selon la coutume, les deux leçons de « Mathématiques Elémentaires » et de « Mathématiques Spéciales », que devait exposer chacune des cinquante-quatre admissibles, avaient été « couplées » par le jury, avant le tirage au sort traditionnel.

Voici la liste des sujets de leçons (les libellés des diverses questions sont précédés, dans cette liste, d'un numéro, placé entre parenthèses ; ce numéro est le même pour les deux leçons d' « Elémentaires » et de « Spéciales » traitées par une même candidate) :

### Leçons de Mathématiques Elémentaires.

*Pour une classe de Seconde C et Moderne :*

(1) Inégalités dans les triangles.

(2) Tangente à un cercle. Tangentes communes à deux cercles.

(3) Comparaison d'un angle inscrit et de l'angle au centre interceptant le même arc, et des sens de ces angles supposés orientés. Quadrilatère inscriptible. Applications.

(4) Exemples de résolution de problèmes de lieux géométriques.

(5) Segments déterminés sur les côtés d'un triangle par les bissectrices de l'angle opposé. Lieu géométrique des points dont le rapport des distances à deux points est donné.

(6) Lieu géométrique des points dont le rapport des distances à deux droites est donné. Faisceaux harmoniques de droites. (La candidate choisira l'ordre d'exposition qui lui paraîtra préférable).

(7) Somme et différence des carrés des distances d'un point à deux points fixes. Applications à des problèmes de lieux géométriques.

*Pour une classe de Première C et Moderne.*

(8) Variation et représentation graphique de la fonction homographique.

(9) Exemples de problèmes dont la résolution conduit à une équation du premier ou du second degré, ou à un système de deux équations du premier degré.

(10) Positions relatives de droites et de plans. Parallélisme.

(11) Plan et droite perpendiculaires.

(12) Angle d'une droite et d'un plan. Lignes de plus grande pente d'un plan par rapport à un autre. Applications à la géométrie cotée.

(13) Volume de la pyramide. Volume du tronc de pyramide à bases parallèles.

*Pour une classe de Mathématiques :*

(14) Arithmétique : division des nombres entiers.

(15) Arithmétique : diviseurs communs à deux ou plusieurs nombres.

(16) Première leçon sur les fractions.

(17) Définition et extraction de la racine carrée arithmétique d'un nombre entier à une approximation décimale donnée.

(18) Première leçon sur les nombres positifs et négatifs.

(19) Même sujet qu'au numéro (18).

(20) Résolution et discussion d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues.

(21) Etude, sur des exemples, d'une fonction de la forme $y = \frac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c}$ ($a$, $b$, $c$, $a'$, $b'$, $c'$ constantes, $a' \neq 0$), Représentation graphique.

(22) Exemples de résolution d'équations trigonométriques.

(23) Traiter un ou deux exemples de résolution de triangles dans des cas non classiques.

(24) Même sujet qu'au numéro (23).

(25) Mouvement rectiligne vibratoire simple ; interprétation au moyen d'un mouvement circulaire uniforme. Mouvement rectiligne défini par une équation horaire de la forme

$$x = a \cos(\omega t + \alpha) + b \cos(\omega t + \beta).$$

(26) Cosmographie : inégalité des jours et des nuits aux diverses latitudes.

(27) Cosmographie : éclipses de Lune et de Soleil (la candidate pourra ne traiter en détail que l'un des deux phénomènes).

(28) Première leçon sur les trièdres.

(29) Trièdres supplémentaires. Applications.

(30) Faisceaux harmoniques de droites. Polaire d'un point par rapport à deux droites.

(31) Première leçon sur l'inversion.

(32) Produit de deux homothéties. Applications.

(33) Similitude plane.

(34) Première leçon sur les coniques.

(35) Tangente à la parabole. Problèmes sur les tangentes, théorèmes de Poncelet.

(36) Equations de l'ellipse et de l'hyperbole rapportées à leurs axes de symétrie. Applications.

(37) Sections planes d'un cône de révolution.

(38) Géométrie descriptive : rabattements. Applications.

*Pour une classe de Mathématiques Supérieures :*

(39) Conditions pour que quatre points soient sur un cercle. Applications.

(40) Différence des puissances d'un point par rapport à deux cercles ; axe radical. Applications.

(41) Faisceaux linéaires de cercles. Faisceaux orthogonaux.

(42) Similitude plane.

(43) Première leçon sur l'inversion.

(44) Cercles homothétiques et cercles inverses dans l'espace.

(45) Symétrie par rapport à un point ; symétrie par rapport à un plan. Produit de deux telles symétries. Applications.

(46) Plan polaire d'un point par rapport à une sphère ; pôle d'un plan ; droites conjuguées.

(47) Transformation par polaires réciproques par rapport à un cercle. Applications.

(48) Etude des cercles tangents à un cercle et à une droite donnée dans un plan.

(49) Etude des cercles tangents à deux cercles donnés dans un plan.

(50) Problèmes sur les tangentes aux coniques.

(51) Tangente à une conique définie par un foyer, la directrice correspondante et l'excentricité. Problèmes sur les tangentes.

(52) Ellipse et cercle déduits l'un de l'autre par affinité. Diamètres conjugués. Construction d'une ellipse connaissant deux demi-diamètres conjugués.

(53) Sections planes d'un cône de révolution.

(54) Intersection de deux cônes circonscrits à une même sphère.

### Leçons de Mathématiques Spéciales

Toutes les leçons devaient être présentées pour une classe de Mathématiques Spéciales.

(53) Première leçon sur les nombres complexes.

(11) Les propriétés générales des opérations élémentaires sur les nombres complexes étant supposées traitées, donner quelques applications de ces opérations (applications géométriques, trigonométriques...).

(28) Racines carrées d'un nombre complexe. Racines $n^{\text{èmes}}$ d'un nombre complexe. (La candidate choisira l'ordre d'exposition qui lui paraîtra préférable).

(54) Division des polynômes à une variable. Applications.

(33) Diviseurs communs à deux polynômes à une variable. Applications.

(10) Décomposition d'une fraction rationnelle en éléments simples.

(32) Première leçon sur les déterminants.

(30) Formes linéaires. Conditions d'indépendance.

(51) Première leçon sur la résolution des systèmes d'équations linéaires.

(6) Résolution et discussion d'un système de $n$ équations linéaires à $p$ inconnues, le cas dit « de Cramer » étant supposé traité.

(37) Fonctions symétriques entières des racines d'une équation algébrique entière.

(35) Elimination d'une inconnue entre deux équations algébriques entières. Résultat.

(34) Transformation d'une équation algébrique par une substitution rationnelle portant sur une seule racine. Applications.

(42) Théorème de Rolle et formule des accroissements finis. Applications.

(31) Fonction inverse d'une fonction continue monotone. Représentation graphique.

(39) Application de la variation des fonctions à la séparation des racines d'une équation algébrique ou transcendante. Exemples.

(44) Développements limités d'une fonction d'une variable.

(29) Fonction exponentielle.

(49) Fonction logarithmique.

(5) Fonction puissance $x^\alpha$ ($\alpha$ nombre réel quelconque). Les propriétés de calcul des exposants seront supposées déjà traitées.

(4) Dérivées partielles d'une fonction de plusieurs variables.

(46) Fonctions homogènes de plusieurs variables.

(43) Différentielle totale d'une fonction de plusieurs variables. Applications.

(45) Première leçon sur les séries numériques.

(12) Les généralités sur les séries à termes réels et à termes complexes étant supposées traitées, établir les critères de convergence dits « de Cauchy » et « de

d'Alembert » pour les séries à termes positifs et pour les séries à termes quelconques. Exemples.

(3) Première leçon sur les séries entières.

(48) Multiplication des séries absolument convergentes. Application aux séries entières.

(36) Dérivation et intégration des séries entières (la notion de rayon de convergence est supposée déjà connue). Applications.

(40) Développement en série entière en $x$ de la fonction $(1+x)^{\alpha}$ ($\alpha$ constante réelle). Applications.

(41) Première leçon sur l'intégrale définie d'une fonction continue.

(13) Changement de variable dans une intégrale (indéfinie et définie). Applications.

(47) Même sujet qu'au numéro (13).

(27) Intégration des fractions rationnelles. Exemples.

(7) Intégration des équations différentielles du premier ordre dans le cas de la séparation des variables ; exemples d'intégration d'équations différentielles du premier ordre se ramenant au cas de la séparation des variables.

(38) Même sujet qu'au numéro (7).

(2) Intégration de l'équation différentielle linéaire du premier ordre. Exemples.

(19) Produit vectoriel de deux vecteurs. Applications.

(8) Enveloppe d'une famille de courbes planes.

(21) Enveloppe d'une famille de droites dans le plan.

(16) Courbure d'une courbe plane. Développée.

(17) Courbes planes dont l'équation polaire est résolue par rapport au rayon vecteur : tangente, concavité, branches infinies, asymptotes.

(15) Construction des courbes planes définies en coordonnées polaires. Exemples. (Les résultats généraux sur les tangentes, la concavité, les branches infinies, sont supposés connus).

(20) Même sujet qu'au numéro (15).

(23) *Géométrie analytique.* Exemples de surfaces définies par un mode de dégénération géométrique simple.

(26) Tangente et plan osculateur à une courbe de l'espace.

(24) *Géométrie analytique.* Plan tangent en un point d'une surface.

(25) Divisions homographiques sur une conique.

(1) Directions principales et axes de symétrie des courbes du second ordre. Réduction de l'équation d'une courbe du second ordre en axes rectangulaires.

(9) Génératrices rectilignes des surfaces du second ordre.

(14) Sections circulaires des surfaces du second ordre.

(22) Descriptive. Intersection de deux surfaces coniques du second ordre ayant une génératrice commune.

(18) *Cinématique du point.* Vecteur-accélération ; composantes tangentielle et normale.

(50) *Mécanique.* Mouvement d'un point matériel sous l'action d'une force centrale proportionnelle à la distance, le cas du mouvement rectiligne étant supposé déjà traité.

(52) *Mécanique.* Mouvement d'un point matériel sous l'action d'une force centrale inversement proportionnelle au carré de la distance. Le cas du mouvement rectiligne sera supposé déjà traité ; on indiquera les différentes formes des trajectoires ; l'étude détaillée du mouvement ne sera faite que dans le cas d'une trajectoire elliptique.

***

Les rapports des années précédentes ont rappelé, à maintes reprises, le sens et la portée des épreuves orales, et, tout particulièrement, le rôle que peut et que doit avoir,

dans la formation des futurs professeurs, une préparation sérieuse et bien conduite de cette partie du concours. Le rapport sur la session de 1955 (publié par le *Bulletin* de l'A.P.M., n° 177 du mai 1956) a insisté longuement sur ces questions et sur quelques aspects du comportement d'assez nombreuses candidates, tant dans l'ordre intellectuel que dans l'ordre de la présentation extérieure, aspects qui se révèlent comme ayant un certain caractère de permanence. Je n'y reviendrai pas ici.

Quant aux observations sur les divers sujets de leçons, la plupart rejoignent également des remarques et des critiques déjà formulées fréquemment. Je me bornerai à signaler, une nouvelle fois, les fâcheuses défaillances qui se manifestent trop souvent à l'occasion d'exposés faisant intervenir des éléments d'analyse, et exigeant, sous des formes plus ou moins directes, une compréhension précise et correcte de la notion de limite, — ainsi que les défauts, malheureusement presque classiques, qui apparaissent, soit dans l'organisation de certains raisonnements qui ne prennent leur valeur véritable que s'ils sont ordonnés avec clarté et précision, soit encore dans le choix des exemples formant partie indispensable de certaines leçons.

Les notes obtenues, pour les exposés de Mathématiques Elémentaires, s'échelonnent entre 6 et 18, si l'on met à part un 4,5 attribué à une mauvaise leçon (sur un sujet très classique) due à une défaillance passagère d'une candidate dont les autres épreuves étaient fort honorables. La répartition de ces notes, pour l'ensemble des admissibles est la suivante: 18 (deux fois), 17 (quatre fois), 16 (deux fois) 15 (sept fois), 14 (neuf fois), 13 (trois fois), 12 (neuf fois), 11 (quatre fois), 10 (trois fois), 9 quatre fois), 8 (trois fois), 7 (deux fois), 6 (une fois). La moyenne générale de cette épreuve est environ 12,4, sensiblement plus élevée que celle de l'an dernier (10,5) ; cette augmentation mérite d'autant plus d'être signalée que le nombre des admissibles comprenait en 1956 seize unités de plus qu'en 1955.

En Mathématiques Spéciales, les notes sont beaucoup plus étalées, entre 2 et 18 (une des candidates n'a pu passer cette épreuve), et les notes inférieures à la moyenne sont plus fréquentes qu'en « Elémentaires ». En voici l'échelonnement : après trois 18, un 17 et un 16, on trouve huit leçons cotées entre 14 et 16 : puis douze, entre 12 et 14 ; puis dix, entre 10 et 11 ; neuf, entre 8 et 9 ; huit, entre 4 et 7, pour terminer par un 2. La moyenne générale, pour les cinquante-trois candidates ayant pris part à cette épreuve, est voisine de 10,8, à peine plus forte que celle de 1955 (10,3).

Pour l'ensemble des deux leçons, les notes sur 20 sont comprises entre 6 et 17,5, avec un groupe de tête comprenant sept notes entre 16 et 17,5 et une importante condensation de trente-deux notes autour de la moyenne, entre 9 et 13. La moyenne générale de l'oral, pour l'ensemble des admissibles, est d'environ 11,6 ; elle est nettement supérieure à celle de l'année précédente (10,4), malgré l'accroissement de la liste d'admissibilité.

## RESULTATS GENERAUX

Le total de toutes les notes correspondant à l'ensemble des huit épreuves écrites, pratiques et orales, pour chacune des admissibles, varie de 314,5 (deux fois) à 122,5, le maximum étant de 400 points. La moyenne générale de chacune de ces candidates est donc comprise entre 15,7 et 6,1 environ, tandis que la moyenne générale pour le groupe des admissibles est environ 10,6. On voit donc que le concours de 1956 se situe en bonne place, quant aux résultats, les notes extrêmes, comme la moyenne, dépassant quelque peu celles des sessions antérieures de 1955 et de 1954.

Les épreuves pratiques et orales ont très sensiblement modifié le classement d'admissibilité ; en particulier, quatre candidates qui figuraient parmi les vingt premières à l'écrit, n'ont pas pu être maintenues sur la liste d'admission ; par contre, trois autres, médiocrement placées après les épreuves écrites, ont finalement mérité le succès par un bon oral.

Le nombre de postes d'agrégées mis au concours en 1956 était de quarante-six, dont quatre correspondaient à des établissements à l'Etranger et Outre-Mer. Rappe-

lons que ce nombre était de trente-huit en 1955 et de vingt-huit en 1954. Comme il a été indiqué au début de ce rapport, cent cinq candidates s'étaient fait inscrire pour la session de 1956, au lieu de soixante-dix-huit l'année précédente ; en réalité, quatre-vingt-cinq ont pris part effectivement à l'écrit, au lieu de soixante et une en 1955.

Si la liste d'admissibilité a pu être prolongée sans difficulté jusqu'à comprendre cinquante-quatre noms en 1956 (il y en avait trente-huit en 1955), le jury n'a pu retenir pour l'admission définitive que trente-deux candidates, ce qui constitue d'ailleurs une augmentation notable par rapport à la session précédente, qui n'avait donné que vingt et une nouvelles agrégées. Toutes les admissibles non-reçues ont bénéficié de mesures d'équivalence leur donnant le titre de certifiée, lorsqu'elles n'étaient pas déjà professeurs, ou titulaires du certificat d'aptitude au professorat.

Le total des notes obtenues par chacune des trente-deux reçues varie de 314,5 à 201, sur 400 points, c'est-à-dire que la moyenne varie de 15,7 à 10, sur 20. Trois candidates se détachent nettement, en tête : deux *ex-æquo* avec 15,7, suivies de près par la troisième (la plus jeune du concours, âgée seulement de vingt et un ans), avec 15,2. L'échelonnement des moyennes se poursuit ensuite avec deux notes voisines de 14, quatre notes autour de 13, puis six entre 12 et 11,5, neuf entre 11,5 et 10,5, et huit entre 10,5 et 10.

Pour compléter ces indications sur la valeur du concours, il est intéressant de donner ici les moyennes obtenues, d'une part, par le groupe des trente-deux reçues, d'autre part pour celui des vingt-deux admissibles non reçues, pour les épreuves écrites, pour les épreuves pratiques, pour les épreuves orales, et pour l'ensemble des huit épreuves. Les notes indiquées ci-dessous correspondent, dans l'ordre, à ces quatre séries d'épreuves :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| pour les trente-deux reçues ..... | 10,8 | 9,8 | 13,1 | 11,8 |
| pour les vingt-deux admissibles non reçues .. | 8,7 | 6,2 | 9,4 | 8,7 |

Un tableau analogue avait été dressé pour le concours de 1955 ; la comparaison des résultats des deux années fait bien apparaître que l'accroissement des nombres d'admissibles et de reçues n'a point diminué — bien au contraire — le niveau du concours.

Le groupe des nouvelles agrégées de 1956 comprend : neuf élèves de l'Ecole Normale Supérieure de jeunes filles et sept élèves de l'Ecole Normale Supérieure de Fontenay-aux-Roses (une « Sévrienne » et une Fontenaysienne ont été reçues premières *ex-æquo* ; et, se partageant huit des neuf premières places, on trouve, alternant, cinq Sévriennes et trois Fontenaysiennes) ; cinq professeurs titulaires en exercice et deux professeurs titulaires en congé ; cinq élèves-professeurs des Centres pédagogiques régionaux de Dijon, Toulouse, Lille et Paris ; trois étudiantes (deux de la Faculté de Marseille, reçues 3e et 14e, et une de la Faculté de Paris) ; une auditrice à l'Ecole Normale Supérieure.

Les vingt-deux admissibles non reçues comprennent : une élève de l'Ecole Normale Supérieure et deux élèves de l'Ecole Normale Supérieure de Fontenay ; deux auditrices à l'Ecole Normale Supérieure ; huit professeurs titulaires, dont sept en exercice et une en congé ; trois élèves des C.P.R., et six étudiantes. Quatre d'entre elles ont été proposées par le jury pour l'attribution de l'équivalence complète du C.A.P.E.S., les dix-huit autres étant déjà, soit professeurs titulaires, soit certifiées.

D'autre part, sept, parmi ces vingt-deux, sont admissibles pour la deuxième fois et entrent ainsi dans la catégorie des professeurs bi-admissibles.

Il est intéressant, à ce sujet, de signaler qu'une candidate, admissible deux fois à l'agrégation, en 1954 et en 1955, mais qui n'avait pas obtenu, ces années-là, l'équivalence complète du C.A.P.E.S., a été reçue, en 1956, aux épreuves pratiques de ce certificat (comme élève-professeur d'un C.P.R.). Ce succès lui permet d'entrer, maintenant, dans le cadre des professeurs bi-admissibles ; elle ne se présentait d'ailleurs pas à l'agrégation en 1956.

Pour préciser les relations entre les deux concours : Agrégation et Professorat

(C.A.P.E.S.), il convient d'indiquer que quarante-neuf candidates (élèves-professeurs des C.P.R. et élèves de l'Ecole Normale Supérieure de Fontenay) ont été reçues aux épreuves définitives du C.A.P.E.S. en 1956 : quinze d'entre elles figurent parmi les admissibles à l'agrégation de 1956, et dix sont devenues agrégées. D'autre part, au concours d'admission dans les C.P.R. (partie théorique du C.A.P.E.S.) de juin-juillet 1956, dont les épreuves étaient terminées avant la fin de l'oral de l'agrégation, quarante-six candidates, en dehors des Sévriennes et des Fontenaysiennes, avaient été déclarées reçues : deux d'entre elles ont été admises à l'agrégation, et une troisième, admissible, a obtenu l'équivalence complète du C.A.P.E.S. Quant aux neuf élèves des deux Ecoles Normales Supérieures, qui étaient également reçues au concours des C.P.R., six d'entre elles étaient candidates à l'agrégation ; cinq y ont été admises, et la sixième a obtenu, comme admissible, l'équivalence complète du C.A.P.E.S.

*
**

Ces indications, d'ordre statistique, montrent que les relations entre l'agrégation et le C.A.P.E.S. sont de plus en plus étroites, pour ne pas dire compliquées. Elles mettent aussi en évidence que l'agrégation, en 1956, a permis de « recruter » dix-huit professeurs *nouveaux*, dont quatre admissibles devenues certifiées par équivalence ; car sur les trente-deux candidates reçues au concours, dix-huit étaient déjà professeurs ou titulaires du certificat d'aptitude au professorat.

En confrontant ces quelques nombres et les besoins de la Direction du Second Degré, besoins traduits, approximativement, par le nombre des postes d'agrégés et de certifiés « mis au concours », on comprend les difficultés, accrues d'année en année, que rencontre le Ministère pour assurer la bonne marche de l'enseignement. La nécessité de pourvoir quelques-unes des nombreuses chaires vacantes dans les Lycées et Collèges de l'Algérie et des départements d'Outre-Mer, et de répondre autant que possible aux demandes pressantes formulées par les Etats de la France d'Outre-Mer et par les Pays étrangers, a conduit à n'accorder que de très rares sursis d'intégration aux nouvelles agrégées et certifiées ; parmi ces dernières, plusieurs auraient désiré, très naturellement, avoir la possibilité de consacrer une année complète à la préparation du concours. Heureusement, l'institution, à partir d'octobre 1956, d'une préparation par correspondance, par le Centre national (C.N.E.P.C.), ne peut manquer d'apporter une aide extrêmement précieuse aux candidats qui ne peuvent suivre régulièrement les cours et conférences d'une Faculté, et, tout particulièrement, aux professeurs en exercice qui sont étroitement liés par leurs obligations de service. Mais il faut espérer pourtant que, dans un très prochain avenir, pourront être accordés en plus grand nombre des sursis ou des congés aux bons candidats qui veulent, pendant un an, réserver tout leur temps à une étude sérieuse et approfondie des questions du programme.

*
**

Sans doute, l'apport de l'agrégation au recrutement de nouveaux maîtres qualifiés paraît, comme on vient de le remarquer, relativement faible ; mais il importe d'insister sur la véritable valeur de ce concours : si le titre qu'il confère est très recherché, c'est parce qu'il est la marque d'une culture étendue qui n'a pu être acquise que par un effort méthodique, longuement soutenu, donnant une garantie indéniable, de sérieuses qualités morales et intellectuelles.

On ne saurait trop recommander aux étudiants et aux professeurs d'entreprendre ou de poursuivre un tel travail, qui, quels qu'en soient les résultats, leur apportera la satisfaction de comprendre mieux et de dominer de plus en plus les notions et les faits qui sont l'objet de notre enseignement.

J. Desforge, *Inspecteur général.*