

RAPPORT SUR LE CONCOURS DE L'AGRÉGATION DE MATHÉMATIQUES (Femmes) en 1956

Le jury de l'agrégation féminine de Mathématiques en 1956 était composé de la façon suivante : M. VILLAT, membre de l'Institut, professeur honoraire à la Faculté des Sciences de Paris, président ; M. DESFORGE, inspecteur général de l'Instruction publique, vice-président ; Mme DOMANGE, professeur au Lycée Fénelon (classe de Fontenay) ; M. PAILLOUX, professeur à la Faculté des Sciences de Caen ; M. PÉTRUS, professeur de Mathématiques Spéciales au Lycée Louis-le-Grand.

Pour les épreuves pratiques et orales, auxquelles M. VILLAT et M. PAILLOUX n'ont pu assister, la présidence a été assurée par M. DESFORGE, et MM. VILLAT et PAILLOUX ont été remplacés par M. DUGUÉ, professeur à la Faculté des Sciences de Paris, et par M. ROSEAU, maître de conférences à la Faculté des Sciences de Poitiers.

La session du concours a duré du 22 mai, date du début des épreuves écrites, au 1^{er} août 1956. Les résultats d'admissibilité ont été donnés le 3 juillet. Les épreuves pratiques et orales ont eu lieu au Lycée Fénelon, à Paris, à partir du 7 juillet.

Candidates inscrites. — Cent cinq candidates avaient demandé leur inscription (soixante-dix-neuf en 1955). Voici leurs origines :

— onze élèves de l'Ecole Normale Supérieure de jeunes filles, dont une accomplissait en 1955-56 une quatrième année à l'Ecole ;

— neuf élèves de l'Ecole Normale Supérieure de Fontenay-aux-Roses ;

— six auditrices à l'Ecole Normale Supérieure (dont trois certifiées, en sursis d'intégration) ;

— trente professeurs et adjointes d'enseignement titulaires en exercice ;

— trois professeurs titulaires en congé ;

— vingt-six élèves-professeurs accomplissant leur année de stage dans un Centre pédagogique régional (C.P.R.) ;

— vingt étudiantes (Paris et province), dont sept certifiées en sursis d'intégration.

EPREUVES ECRITES

Sur les cent cinq inscrites, quatre-vingt-cinq ont pris part aux deux premières épreuves écrites (Mathématiques Élémentaires et Spéciales) ; deux ont abandonné le concours après la seconde composition, et cinq après la composition de Calcul différentiel et intégral. Le groupe des vingt-sept défaillantes comprend :

— une élève de l'Ecole Normale Supérieure de jeunes filles ;

— une auditrice à l'Ecole Normale Supérieure ;

— dix professeurs et deux adjointes d'enseignement titulaires en exercice ;

— huit élèves-professeurs des C.P.R. ;

— cinq étudiantes (dont deux certifiées en sursis).

Pour les soixante-dix-huit candidates ayant achevé les épreuves écrites, le total des notes relatif à l'ensemble des quatre compositions varie de 63,5 (deux fois) à 9,5, sur 80, — c'est-à-dire, à peu près, de 16 à 2,5 sur 20.

L'échelonnement de ces notes d'ensemble est le suivant (notes sur 20) :

— vingt-cinq sont au moins égales à 10 (après deux notes très voisines de 16, on trouve deux notes comprises entre 14 et 15, deux entre 13 et 14, cinq entre 12 et 13, quatre entre 11 et 12, et dix entre 10 et 11) ;

— dix-huit entre 8 et 10 (cinq entre 10 et 9, et treize entre 8 et 9) ;

— dix-huit entre 6 et 8 (sept entre 8 et 7, et onze entre 7 et 6) ;

— sept entre 5 et 5,5 et sept entre 4 et 5 ;

— enfin, trois entre 2,5 et 4.

Après les vingt-cinq notes supérieures ou égales à la moyenne, se trouve une importante concentration de vingt-neuf notes, présentant entre elles de très faibles écarts, réparties entre 6,8 et 10. Le jury a, en conséquence, proposé pour l'admissibilité les cinquante-quatre premières candidates de ce classement.

La moyenne générale de l'écrit est de 8,20 pour l'ensemble des candidates ayant

composé ; elle est à peine inférieure à 10 (9,97) pour les cinquante-quatre admissibles, et s'abaisse à 4,9 pour les non-admissibles.

Si l'on rapproche ces résultats de ceux des sessions antérieures, on remarque que les écarts entre les notes extrêmes, toujours pour l'ensemble des quatre épreuves écrites, ont été : de 15 à 3, en 1953 ; de 14 à 2,5 (avec une note assez exceptionnelle de 17,5), en 1954 ; de 14,75 à 3,1, en 1955 ; de 16 à 2,5, en 1956. Quant aux moyennes générales de l'écrit, elles s'établissent ainsi, pour les admissibles, pour les non-admissibles, et pour l'ensemble des candidates :

en 1953	11	6,5	8,7
en 1954	8,6	4,4	6,6
en 1955	9,6	5,5	8,2
en 1956	9,97	4,9	8,2

Rappelons que le nombre des admissibles a été de trente et une en 1953, de trente-deux en 1954, de trente-huit en 1955. L'augmentation très importante de ce nombre, en 1956 (la liste comprend cette année seize noms de plus que l'année dernière), n'a point entraîné une baisse de niveau, comme le montrent les moyennes précédentes.

Le groupe des cinquante-quatre admissibles de 1956 comprend :

- les dix élèves de l'Ecole Normale Supérieure de jeunes filles (dont l'élève de quatrième année) ayant pris part aux épreuves écrites ;
- les neuf élèves de l'Ecole Normale Supérieure de Fontenay-aux-Roses ;
- trois auditrices à l'Ecole Normale Supérieure ;
- douze professeurs titulaires en exercice ;
- trois professeurs titulaires en congé ;
- huit élèves-professeurs des C.P.R. de : Clermont-Ferrand (1), Dijon (1), Lille (1), Paris (3), Poitiers (1), Toulouse (1) ;
- neuf étudiantes des Facultés de : Marseille (4), Paris (3), Poitiers (1), Strasbourg (1).

Il convient de noter que six des admissibles de 1956 étaient déjà certifiées, en sursis d'intégration, c'est-à-dire n'ayant pas encore exercé comme professeur (une auditrice à l'Ecole Normale Supérieure et cinq étudiantes).

En liaison avec les concours antérieurs, il est intéressant d'indiquer que dix-neuf des candidates inscrites en 1956 avaient été admissibles à l'agrégation, lors de sessions précédentes ; deux d'entre elles n'ont pas pris part aux épreuves écrites, et trois seulement ne figurent pas sur la liste de cette année ; quatorze sont donc de nouveau admissibles : quatre professeurs titulaires en exercice et un professeur titulaire en congé ; deux auditrices à l'Ecole Normale Supérieure ; quatre élèves-professeurs de C.P.R. ; trois étudiantes. De tels résultats doivent encourager les anciennes admissibles à poursuivre (ou à reprendre) leur effort de préparation, d'autant plus que la bi-admissibilité apporte des avantages appréciables.

Les relations entre l'agrégation et les Centres pédagogiques régionaux se précisent d'année en année, et, comme il est naturel, dans un sens très favorable. En 1955-56, les C.P.R. réunissaient quarante-trois élèves-professeurs (femmes) en Mathématiques, sans compter les élèves de l'Ecole Normale Supérieure de Fontenay ; vingt-six d'entre elles se sont fait inscrire à la session de 1956, mais six ne se sont pas présentées à l'écrit, et deux n'ont pas achevé les quatre épreuves ; sur les dix-huit restantes, huit figurent sur la liste d'admissibilité. Pour compléter ces informations, il est bon de dire que les vingt-six élèves-professeurs des C.P.R., candidates à l'agrégation, avaient toutes été reçues aux épreuves pratiques constituant la seconde partie du C.A.P.E.S. (sept avaient obtenu la mention Très Bien ; neuf, la mention Bien ; sept, la mention Assez Bien ; trois, la mention Passable) ; quant aux huit admissi-

bles à l'agrégation, trois avaient obtenu au C.A.P.E.S. la mention Très Bien ; deux, la mention Bien ; une, la mention Assez Bien, et deux, la mention Passable.

D'autre part, plusieurs candidates à l'agrégation se présentaient en même temps au concours d'admission dans les C.P.R. de juin 1956 (Première Partie du C.A.P.E.S.) : cinq élèves de l'Ecole Normale Supérieure de jeunes filles (dont une n'a pu, pour raisons de santé, passer l'écrit de l'agrégation), deux élèves de l'Ecole Normale Supérieure de Fontenay, onze étudiantes (Paris et province), dont cinq n'ont pas achevé les épreuves écrites. Sur ces douze candidates (effectives) à l'agrégation, neuf figurent sur la liste d'admissibilité : les six élèves des Ecoles Normales Supérieures et trois étudiantes (une auditrice à l'Ecole Normale Supérieure, et deux étudiantes de la Faculté de Marseille). La liste d'admission au concours des C.P.R., publiée avant la fin de l'oral de l'agrégation, comprend quarante-six noms, auxquels il faut ajouter ceux des élèves des Ecoles Normales Supérieures ; il est particulièrement intéressant de noter que les trois étudiantes admissibles à l'agrégation figurent en tête de cette liste d'admission dans les C.P.R., étant classées 1^{re}, 2^e et 4^e (les élèves des Ecoles Normales Supérieures font l'objet d'un classement spécial).

**

Les énoncés des problèmes donnés aux quatre compositions écrites ont été publiés dans le n° 178 (septembre 1956) du *Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathématiques*.

Voici les observations auxquelles ont donné lieu ces épreuves.

COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES

(Mme DOMANGE)

L'objet du problème, qui se situait entièrement en géométrie plane, était l'étude de l'association entre la figure formée par trois points P , Q , R (distincts ou non) placés respectivement sur trois droites BC , CA , AB formant un triangle, et le point S commun aux trois cercles tels que AQR , passant par les points AQR (certains de ces cercles pouvant être dégénérés).

Dans une première partie, on demandait d'établir l'existence du point S correspondant à trois points donnés P , Q , R , puis de déterminer la famille des figures (P , Q , R) associées à un point S donné, en discutant les cas particuliers. Cette discussion a été souvent lourde, incomplète, ou même totalement absente, malgré la facilité du sujet. Certaines relations entre des angles orientés, que l'on proposait ensuite d'établir, constituaient des matériaux pour les questions suivantes. Si la plupart des candidates manient correctement, souvent avec aisance, ces propriétés angulaires, on regrette pourtant de constater, dans plusieurs copies, une méconnaissance ou une incompréhension, bien regrettable, de la notion d'angle orienté de deux droites.

Les parties II, III, IV, concernaient les familles de figures (P , Q , R) associées à un point S fixe. Il était très utile de s'apercevoir que ces figures étaient deux à deux semblables, S étant le centre de toutes ces similitudes ; malheureusement, trop de candidates ne s'en rendent pas compte, ou pas assez tôt ; certaines paraissent même ignorer les propriétés de la transformation ponctuelle « similitude » et se servent seulement des triangles semblables. C'est là un défaut grave, et trop fréquent ; il semble que l'habitude prise dans les classes élémentaires, de penser par « cas d'égalité » et par « cas de similitude », n'a pu être délogée par plusieurs années d'étude des transformations ; ce fait est fort regrettable.

La partie II correspondait au cas où les points P, Q, R sont alignés, S étant sur le cercle circonscrit au triangle ABC. A chaque point S est alors associé un nombre m , valeur du rapport $\frac{PQ}{PR}$, et réciproquement. On trouve, dans trop de copies,

des fautes ou des insuffisances, malheureusement classiques, à propos des mesures algébriques et des symboles tels que $\frac{PQ}{PR}$, peut-être mal compris, peut-être trop négligemment employés. Beaucoup de candidates ont vu que les deux points S relatifs à deux valeurs opposées du rapport m formaient avec B et C un quadrangle harmonique ; par contre, une seule a remarqué que la détermination des points S associés aux valeurs -1 , $\frac{1}{2}$ et 2 de m ne constituait, à une permutation près, qu'un seul problème.

Dans la partie III, les points P, Q, R forment un triangle. La relation simple entre deux points S correspondant à deux triangles PQR, inversement semblables, a été fréquemment établie ; les propriétés de l'inversion ont été correctement exploitées, sauf dans deux copies où l'on relève une monstrueuse confusion sous le signe du slogan « l'inversion conserve les angles... ». Au sujet de la recherche du point S associé aux triangles PQR semblables (directement) à un triangle donné, les triangles étant orientés, beaucoup de candidates ne voient pas, malgré l'indication donnée par l'énoncé, qu'il y a un cas d'exception, du reste unique, que l'on retrouve précisément un peu plus loin, ce qui n'empêche pas les mêmes candidates de constater, alors, et de signaler ledit cas d'exception : ce manque de coordination dans les idées, qui aboutissait ici à une contradiction manifeste, est assez fâcheux.

A la fin de cette partie III, il s'agissait en particulier de classer et de situer les onze points S associés aux triangles orientés (P, Q, R) qui sont directement ou inversement semblables aux triangles orientés déduits de ABC en rangeant successivement les trois sommets A, B, C dans tous les ordres possibles. Cette question, dont la solution était facilitée par les indications données dans l'énoncé, n'a été traitée exactement que dans une copie, qui n'est pas, d'ailleurs, la plus complète. Quant à l'étude plus détaillée de deux de ces points, qui sont foyers d'une conique tangente aux trois côtés du triangle ABC, et qui peuvent être caractérisés par des relations angulaires signalées dans le texte, elle a été à peine ébauchée dans deux ou trois compositions seulement.

La partie IV mettait en jeu quelques propriétés classiques de la similitude ; la plupart des questions ont été, assez souvent, convenablement traitées, sauf la dernière, qui se rattachait pourtant à une remarque bien simple sur le rôle du centre fixe de similitude S par rapport aux triangles PQR associés à ce point S.

Enfin la partie V proposait de transformer les propriétés des figures (P, Q, R), correspondant à un point fixe S, soit par inversion, soit par polaires réciproques. Elle a donné lieu à quelques essais, presque toujours vagues, et deux ou trois candidates seulement ont su dégager, du reste partiellement, et uniquement dans le cas de l'inversion, l'idée essentielle, à savoir que les transformées des figures (P, Q, R) restaient encore semblables à une figure fixe, le point S étant toujours le centre fixe de ces similitudes.

On voit que certaines des questions de ce problème étaient assez classiques, et pouvaient être traitées rapidement ; l'énoncé guidait d'ailleurs beaucoup le travail de recherche. Le barème, très large, a tenu compte de la longueur du texte ; les notes reflètent bien la facilité moyenne du sujet. Sur quatre-vingt-cinq copies, trente-cinq ont obtenu une note au moins égale à 10 sur 20 : un 17,5 ; deux 15,5 ; un 14,5 ; un 13 ; sept notes entre 12 et 13 ; dix entre 11 et 12 ; treize entre 10 et 11. Viennent ensuite vingt-sept notes entre 7 et 10 ; seize entre 4 et 7 et sept inférieures à 4.

La moyenne de cette composition est d'environ 8,7 pour l'ensemble des candida-

tes ; elles est de 10,25 pour le groupe des 54 admissibles, et de 5,9 pour les non-admissibles. Ces moyennes sont sensiblement supérieures à celles du concours de 1955 (respectivement 7,5, 9, 4,9), malgré l'augmentation du nombre des admissibles (cinquante-quatre, au lieu de trente-huit). Il est à remarquer que toutes les candidates ayant obtenu une note supérieure à 10 pour cette épreuve figurent parmi les admissibles, et quatre admissibles seulement ont mérité une note inférieure à 7 (un 6,5, un 6, un 5, un 4,5).

COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES

(M. PÉTRUS).

Le problème proposait l'étude d'un conoïde engendré par les droites, paratactiques à un cercle, qui rencontrent un diamètre donné de ce cercle, puis l'étude du transformé de ce conoïde par polaires réciproques par rapport à une sphère.

Dans une première partie, on demandait d'établir quelques propriétés des droites Δ tangentes à une sphère et rencontrant orthogonalement une tangente donnée à cette sphère ; les résultats à démontrer étaient du reste précisés en détail. Les solutions convenables sont assez fréquentes, mais on relève bien des maladresses, et trop souvent de pénibles calculs, surtout dans la question concernant le contact des droites Δ avec deux certaines sphères de rayon nul.

Au début de la seconde partie, il s'agissait de former l'équation ponctuelle et l'équation tangentielle de la surface K engendrée par les droites Δ , et de rechercher ses points singuliers, ainsi que les trajectoires orthogonales des génératrices Δ . Quelques remarques géométriques bien simples permettaient de résoudre ces questions sans faire intervenir un lourd appareil de calculs, trop souvent utilisé, et parfois pour n'aboutir à rien.

La détermination de deux familles de quadriques inscrites dans le conoïde K , demandée ensuite, était grandement facilitée par une indication, donnée par l'énoncé, sur une transformation par affinité qui laissait la surface invariante. Trois candidates seulement obtiennent un résultat correct ; la plupart entreprennent d'inextricables calculs qui se perdent dans le vague.

Une troisième question faisait intervenir les plans passant par une génératrice Δ de la surface K . La démonstration analytique d'une propriété classique des droites Δ , relativement à un certain cercle donné C , dont ces droites étaient des focales, a été souvent maladroite et quelquefois incorrecte. L'équation du cône circonscrit à la surface K , ayant pour sommet un point de l'axe du cercle C , a été en général trouvée, mais beaucoup négligent d'en donner une interprétation géométrique qui mettait en évidence un résultat simple. Et l'on peut regretter que l'étude des cubiques obtenues en cherchant l'intersection de K par l'un quelconque de ses plans tangents n'ait pas été sérieusement faite.

Les deux questions finales de cette seconde partie ont été souvent laissées de côté, tout particulièrement en ce qui concerne l'étude et la construction de certaines courbes. La relation entre les droites Δ et les sphères passant par le cercle C a été parfois reconnue comme une propriété des focales d'un cercle, mais cette remarque n'a pas toujours facilité la présentation d'une solution valable.

L'étude de la surface déduite de K dans une transformation par polaires réciproques par rapport à une certaine sphère imaginaire, faisait l'objet de la troisième partie. On pourrait presque dire, ici, que les maladresses et les fautes ont été « corrélatives » de celles qui s'étaient révélées dans la seconde partie. Les équations ponctuelle et tangentielle surgissent péniblement des calculs compliqués. Quant au reste du problème, les essais se poursuivent en général dans la confusion ; certaines tentatives hésitantes paraissent destinées à glaner quelques points... de rachat.

Dans l'ensemble, la question ne paraît guère dominée. Sans doute, plusieurs copies révèlent une bonne compréhension des méthodes de la géométrie analytique,

mais trop nombreuses sont les pages dont l'auteur paraît croire qu'un calcul abordé et mené n'importe comment doit toujours conduire au résultat, quitte à laisser au lecteur consciencieux le soin de débrouiller le chaos.

La présentation matérielle des copies est trop fréquemment négligée : mauvaise écriture, disposition confuse des questions, retours en arrière mal signalés, expressions incorrectes, fautes d'orthographe (« asymptotes », « systhèmes »...). N'est-il pas souhaitable que de futurs professeurs fassent un sérieux effort pour pouvoir, plus tard, « donner l'exemple » ?

Dans le barème adopté, il a été tenu grand compte des indications raisonnables, des tentatives convenablement entreprises et conduites, même si elles n'aboutissaient pas complètement. Pour les quatre-vingt-cinq candidates ayant pris part à l'épreuve, les notes s'échelonnent de 18 à 1 ; vingt-sept compositions sont cotées au-dessus de 10 ; deux 18 ; six entre 16 et 17 ; six entre 13 et 16 ; dix entre 11 et 13 ; trois entre 10 et 11. Viennent ensuite : dix-neuf notes entre 8 et 10 ; seize, entre 6 et 8 ; seize, entre 4 et 6 ; sept, entre 1 et 4. La moyenne générale est 8,6 ; elle s'élève à 10,6 pour les cinquante-quatre admissibles, et s'abaisse à 5 pour les trente et une non-admissibles (les moyennes correspondantes, en 1955, étaient environ 8,7 ; 9,8 et 6,6).

Pour les cinquante-quatre admissibles, les notes obtenues dans cette épreuve vont de 18 à 4,5 ; mais il y a seulement trois notes inférieures à six, et toutes les candidates dont la composition de Spéciales a mérité au moins 10 figurent sur la liste d'admissibilité !

(*A suivre*)^{*}.

(*) La fin du rapport n'étant pas parvenue à temps, la Rédaction du Bulletin a été contrainte d'en reporter la fin au Bulletin 186.