

A propos du produit vectoriel

M. GLAESER, chef de travaux à la Faculté des Sciences de Nancy, a bien voulu me signaler deux erreurs de raisonnement que j'ai commises dans mon article « Une définition axiomatique du produit vectoriel » (*Bulletin* 180, p. 127). Ces deux erreurs ne modifient d'ailleurs nullement mes conclusions, mais il est préférable de les rectifier.

1° J'ai donné une première démonstration A) du fait que $\vec{W}$, s'il existe, ne peut être dans le plan des deux vecteurs $\vec{U}$ et $\vec{V}$. Mon raisonnement est faux, car les deux scalaires α et β que j'introduis peuvent *a priori* dépendre des deux vecteurs U et V eux-mêmes, alors que je les ai traités comme deux constantes.

Mais la démonstration B), qui utilise une rotation de π autour de la normale au plan des deux vecteurs, subsiste intégralement.

2° J'ai cru faire appel à la condition de continuité énoncée dans mon article sous le numéro 5. En réalité, cette condition n'intervient pas dans les raisonnements ; au surplus, elle est une conséquence des axiomes de linéarité et d'alternance.

En effet, soit :

$$\begin{aligned}\vec{U} &= X\vec{i} + Y\vec{j} + Z\vec{k}, \\ \text{et} \quad \vec{V} &= X'\vec{i} + Y'\vec{j} + Z'\vec{k}.\end{aligned}$$

On en déduit nécessairement :

$$\vec{U} \wedge \vec{V} = (YZ' - ZY')\vec{i} + (ZX' - XZ')\vec{j} + (XY' - YX')\vec{k},$$

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ désignant respectivement les produits vectoriels :

$$\vec{j} \wedge \vec{k}, \vec{k} \wedge \vec{i}, \vec{i} \wedge \vec{j}.$$

Les composantes du produit vectoriel, relativement aux nouveaux vecteurs de référence sont des fonctions bilinéaires des coordonnées des vecteurs donnés. Par suite, la continuité est bien réalisée.

La lettre de M. GLAESER contient par ailleurs des observations sur la nature du produit vectoriel, qui, je l'espère, pourront être soumises aux lecteurs du *Bulletin*.

Je remercie M. GLAESER de l'aimable attention qu'il a manifestée pour mon article ; cet article m'a été suggéré par une question posée aux examens oraux de l'Ecole Polytechnique.

M. WEBER,
professeur honoraire au Lycée Condorcet.