

Commission de formation des maîtres

Dans sa réunion du 18 octobre 1956, le Comité décidait la création, au sein de l'A.P.M., d'une Commission de formation des maîtres.

Cette Commission s'est réunie les 22 novembre 1956 ; 20 décembre 1956 ; 24 janvier 1957 ; 21 février 1957.

Ont participé aux travaux : BAY, BIGUENET, CHAZEL, CHAZAL, Mlle FÉLIX, FOUCHÉ, GIRARD, ITARD, MAGNIER, Mlle MASSON, ROSTOLLAND, THÉRON, WALUSINSKI.

La Commission est parvenue aux conclusions suivantes :

I. *Licence d'enseignement*. — La Commission a eu connaissance d'un projet de licence d'enseignement, établi par certains membres de l'Enseignement Supérieur, qui prévoit :

- a) un certificat de calcul différentiel (A_1) ;
- b) un certificat de calcul intégral (A_2) ;
- c) un certificat de physique ;
- d) un certificat de mécanique.

Un troisième certificat d'analyse (B) serait exigé pour l'agrégation.

Dans l'ensemble, ce projet donne satisfaction, eu égard à l'éclatement du certificat de calcul différentiel et intégral. Mais la Commission souhaite :

- a) un aménagement des programmes des certificats A_1 et A_2 ;
- b) la création d'un certificat de physique pour mathématiciens ;
- c) des options dans le certificat de mécanique (par exemple mécanique appliquée pour les professeurs de l'Enseignement Technique.

II. *Concours de recrutement*. — Les professeurs de l'Enseignement du Second Degré se recrutent par voie de concours :

- a) C.A.P.E.S. (ou C.A.P.E.T.).
- b) Agrégation.

Ces concours sont indépendants.

III. *Agrégation*. — Maintien du *statu quo*.

IV. *C.A.P.E.S.* — Le décret de création des I.P.E.S. donne satisfaction aux différents vœux émis par la Commission et soutenus par les représentants de l'A.P.M. au Conseil d'Enseignement du Second Degré et au Conseil Supérieur.

La Commission estime que, parallèlement à la préparation de la licence, les étudiants reçus aux I.P.E.S. doivent subir une formation pédagogique, les préparant à enseigner dans les classes de l'Enseignement du Second Degré.

Les rapports des derniers concours de C.A.P.E.S. montrent en effet que de nombreux candidats vivent uniquement sur les souvenirs de leurs études secondaires. Il importe donc d'organiser la préparation en permettant aux candidats de reprendre contact avec les programmes du second cycle des lycées et collèges et d'augmenter leurs connaissances pour leur permettre de dominer leur enseignement.

Cette préparation particulière pourrait se faire :

- a) sous forme d'exposés avec discussion sur les programmes du second cycle de l'Enseignement du Second Degré ;
- b) sous forme de conférences sur des sujets à préciser (arithmétique supérieure, géométrie sphérique, polyèdres, etc...).

Il semble qu'après une telle préparation, les candidats pourraient aborder, d'une part les épreuves théoriques, d'autre part le stage d'épreuves pratiques, avec fruit.

Le 6 mars 1957.

CHAZAL.

ANNEXE

Texte du projet de licence d'enseignement ès-sciences mathématiques

Le projet est conçu pour faciliter l'accès de la licence d'enseignement. Cette licence pourrait désormais se préparer en *deux années* (non comprise l'année de propédeutique).

Pour que cet allègement ne nuise pas à la qualité, les programmes ont été entièrement remaniés et assouplis ; on a tenté aussi de mieux les adapter aux besoins des futurs professeurs.

Dans la partie mathématique, notablement allégée, on s'est efforcé de faire prendre conscience à l'étudiant, des grandes structures des Mathématiques. Il faudra que cet enseignement soit extrêmement nourri d'exemples et applications.

On a mis l'accent sur les parties les plus propres à éclairer l'enseignement futur des candidats-professeurs ; en particulier on a remplacé une partie de la géométrie différentielle des surfaces par une étude des *notions de base de la géométrie élémentaire* (fondements, orientation, angles, mesure des grandeurs géométriques).

PLAN D'ENSEMBLE.

— Une année de Mathématiques générales : le programme n'est pas sensiblement changé ; toutefois, on y apporte quelques modifications (par exemple algèbre linéaire) pour l'adapter aux nouveaux programmes de C.D.I.

— Quatre unités sanctionnées par un examen (3 heures d'enseignement par unité) à savoir :

- deux unités de Mathématiques : A_1 , calcul différentiel ; — A_2 , calcul intégral.

Ces deux unités formelles ne sont nullement indépendantes et leur ensemble forme un tout homogène.

- une unité de Physique (des options choisies à l'intérieur du certificat de physique générale ; ou, ce qui serait préférable, un enseignement spécialement destiné à des mathématiciens.

- une unité de Mécanique (2 heures de mécanique rationnelle, allégée, avec un peu de relativité restreinte + 1 heure avec option, mécanique des fluides, ou astronomie, ou probabilité, ou mécanique céleste, ou équations différentielles et aux dérivées partielles simples de la physique).

— L'étudiant peut suivre l'ordre qu'il préfère, mais on lui conseille : 1^{re} année : physique et calcul A_1 ; — 2^e année : mécanique et calcul A_2 .

Il va de soi que A_1 doit toujours précéder A_2 .

CALCUL DIFFÉRENTIEL SUPÉRIEUR POUR FUTURS AGRÉGÉS, CHERCHEURS, NORMALIENS.

Les parties mathématiques A_1 et A_2 de ce programme seront complétées par une troisième partie (*calcul B*), exigible des futurs chercheurs, des normaliens et des candidats à l'agrégation de Mathématiques (mais non pour le C.A.P.E.S.).

Cet enseignement (3 heures) sera un enseignement de base, et non spécialisé.

Les meilleurs étudiants pourront, s'ils le désirent, acquérir la licence et ce calcul B en deux années. Par exemple : 1^{re} année : physique, calcul A_1 , mécanique ; — 2^e année : calcul A_2 , calcul B.

PROGRAMMES ABRÉGÉS.

Calcul A_1 . — Théorie des ensembles, algèbre. Topologie de $\mathbb{R}$, $\mathbb{R}^n$ et des espaces métriques. Différentes sortes de convergences. Familles sommables et séries. Différentielles. Fonctions implicites. Equations différentielles.

Calcul A_2 . — Intégrale de Riemann. Intégrales doubles et triples. Espaces préhilbertiens. Fonctions analytiques. Séries de Fourier. Géométrie différentielle. Fondements de la géométrie élémentaire.

Calcul B. — Intégrale de Lebesgue-Stieltjes.

Variétés et formes différentielles. Formule de Stokes. Champs de vecteurs. Calcul des variations du premier ordre ; mécanique analytique.

Transformations de Fourier et Laplace.

Equations aux dérivées partielles du deuxième ordre.

Mécanique (partie fixe). — Dynamique du point matériel. Cinématique du solide. Système de masses en mouvement. Equations différentielles du mouvement d'un solide. Petits mouvements et chocs. Equations de Lagrange. Relativité restreinte.

PROGRAMMES DÉTAILLÉS DE MATHÉMATIQUES POUR LA LICENCE D'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUES.

1^{re} année (A₁) : Calcul différentiel

a) *Algèbre des ensembles et algèbre.* — Opérations élémentaires sur les ensembles ; fonctions ; relations d'équivalence et d'ordre ; notion de puissance (n'étudier en détail que le dénombrable).

— Lois de composition interne sur un ensemble ; associativité, commutativité, distributivité, élément neutre, éléments symétriques.

— Groupes, sous-groupes, isomorphismes (exemples) ; homomorphisme ; groupes quotients ; produit de deux groupes ; étude de T , R , R^n et leurs produits ; groupes de transformations (exemples nombreux, en particulier endomorphisme de R^3 et R^2). Schéma de la mesure des grandeurs.

— Anneaux ; sous-anneaux ; idéaux dans un anneau commutatif ; anneau-quotient ; congruences. Exemples arithmétiques.

— Corps ; sous-corps ; représentations d'un corps ; règles de calcul dans les corps commutatifs. Corps commutatifs totalement ordonnés.

— Entiers ≥ 0 ; nombres rationnels ≥ 0 ; nombres rationnels quelconques. Nombres réels. Nombres complexes définis comme anneau-quotient (ou, mieux, par notion de congruence). Théorème de d'Alembert.

— Espaces vectoriels ; indépendance linéaire ; applications linéaires et multilinéaires ; formes quadratiques ; éléments d'algèbre extérieure ; équations linéaires. Matrices et déterminants. Variétés affines. Barycentres ; ensembles convexes.

b) *Topologie. Fonctions numériques.* — Topologie de R et R^n ; ouverts, fermés, voisinages ; topologie associée à une distance.

Fonctions continues ; produit de deux espaces métriques. Espaces métriques compacts, localement compacts. Connexité : domaines de R^n . Continuité uniforme ; espaces complets ; schéma de la méthode des approximations successives.

Longueur d'une courbe ; variation totale d'une fonction ; signaler la semi-continuité inférieure de la longueur.

Notions usuelles sur les fonctions numériques ; théorème des accroissements finis ; fonctions convexes.

c) *Différentes sortes de convergence. Familles sommables et séries.* — Convergence simple ; convergence uniforme (conservation de la continuité) ; convergence en moyenne quadratique.

Espaces normés usuels (C , C_1 ...). Théorème de Weierstrass sur polynômes. Somme d'une famille de nombres réels ou d'éléments d'un espace normé. Critère de Cauchy. Séries. Un mot sur les produits infinis (quelques exemples).

Etude élémentaire d'un espace préhilbertien.

d) *Différentielles.* — Applications différentiables d'un ouvert, d'un espace normé dans un autre espace normé ; transitivité des différentielles ; cas d'espaces de dimension finie ; jacobiens d'ordre 2 ou 3. Théorèmes de majoration. Différentiation d'une série terme à terme. Formule de Taylor. Fonctions implicites dans le cas d'un système scalaire à deux inconnues.

Equation différentielle scalaire $x' = f(x, t)$; existence et unicité par la méthode des approximations successives. Etude qualitative des solutions. Extension au cas d'une équation vectorielle. Equation scalaire d'ordre n . Equations linéaires vectorielles. Méthode de variation des constantes.

Equations aux différentielles totales dans le cas d'une seule inconnue scalaire.

Equations aux dérivées partielles linéaires du 1^{er} ordre. Intégrales premières.

2^e année (A₂) : Calcul intégral

a) *Intégration*. — Intégrale d'une fonction numérique continue ; intégrale de Riemann ; formules de la moyenne ; inégalité de Schwartz.

Polynômes orthogonaux, séries de Fourier.

Intégrales doubles et triples. Formule du changement de variables. Divergence rotationnelle. Calculs d'aires, volumes, masses, moments d'inertie.

Différenciation sous le signe somme. Formule de Poisson.

Intégration d'une série terme à terme.

b) *Fonctions analytiques*. — Fonctions analytiques élémentaires d'une variable complexe. Séries entières d'une variable complexe ; opérations sur ces séries.

Intégrale de Cauchy ; séries de Taylor et Laurent. Etude au voisinage d'un point ordinaire ou singulier. Résidus et applications.

Fonction Γ . Exemples simples de représentation conforme (aucune théorie générale). Géométrie de Poincaré.

Notions sur les fonctions harmoniques.

Notions sur les fonctions analytiques de plusieurs variables ; méthode des majorantes pour une équation différentielle.

Notions simples sur transformation de Laplace et Fourier ; application aux équations différentielles.

c) *Géométrie différentielle des courbes et surfaces*. — Courbes et surfaces paramétrées régulières de R^3 . Etude d'une courbe fondée sur la rotation instantanée de son trièdre principal.

Formes quadratiques fondamentales d'une surface, et propriétés s'y rattachant. Calcul des courbes principales.

Géométrie d'un ds^2 . Courbure géodésique et courbure totale, relation intégrale entre elles ; géodésiques.

d) *Fondements de la géométrie élémentaire*. — Etude et discussion d'une ou plusieurs bases axiomatiques de la géométrie euclidienne. Axiomes, définitions, théorèmes. Définition algébrique de R^n .

Isométrie, égalité des ensembles. Notions d'orientation.

Notion d'angle. Mesure des polygones, polyèdres, angles.

Éléments de géométrie non-euclidienne ; modèles euclidiens.

Éléments de géométrie projective.

PROJET DE PROGRAMME POUR « CALCUL DIFFÉRENTIEL B ».

1. *Intégrale de Lebesgue-Stieltjes*. — Les espaces L^1 et L^2 ; ils sont complets. Applications.

2. *Bloc différentiable*. — Éléments d'algèbre tensorielle et d'algèbre extérieure. Notions sur les variétés différentiables ; surfaces de Riemann ; formes différentielles ; différentiation extérieure.

Intégration des formes différentielles (de degré quelconque) ; formule de Stokes (dans les « bons cas »).

Champs de vecteurs tangents, transformations infinitésimales, groupes à un paramètre correspondants.

Notions élémentaires sur le calcul des variations du *premier ordre*. Applications à la mécanique analytique.

3. *Bloc Fourier*. (On se borne au cas de la droite numérique et à celui du cercle). Produit de convolution. Notions sur les fonctions de type positif et la transformation de Fourier. Transformation de Laplace.

Éléments très réduits de la théorie des distributions (le minimum nécessaire pour pouvoir parler de la dérivée d'une fonction ayant une discontinuité de première espèce).

4. *Equations aux dérivées partielles du second ordre.* — On traitera surtout des exemples : problème de Dirichlet pour la sphère ; équations des cordes vibrantes ; équation de la chaleur.

PROGRAMME DE MÉCANIQUE POUR LA LICENCE DE MATHÉMATIQUES.

Dynamique du point matériel. — Cinématique, vitesse et accélération tangentielles et normales. $F = m\gamma$. Potentiel, équation des forces vives.

Mouvement d'un point sur une droite sous l'action d'un champ de forces, discussion d'une équation différentielle du type $x''^2 = h(x)$.

Mouvement rectiligne d'un projectile dans un milieu résistant. Mouvement parabolique d'un projectile pesant dans le vide. Mouvements sous l'action d'une force centrale ; mouvement des planètes.

Point matériel gêné sans frottement ; pendule.

Lois du frottement, exemples simples.

Mouvement d'un électron dans un champ électromagnétique.

Cinématique du solide. — Torseurs, résultante et moment. Réduction à un vecteur et un couple.

Mouvements de translation, rotation, vissage. Mouvement tangent à un mouvement donné (vissage instantané). Champ des vitesses. Composition des vitesses et des accélérations.

Systèmes de masses en mouvement. — Barycentre, moments d'inertie, ellipsoïde d'inertie.

Moment cinétique, calcul par rapport à un point fixe et par rapport au centre de gravité, par rapport à un axe.

Force vive d'un solide en mouvement, calcul.

Equations de Lagrange, principe des vitesses virtuelles. Traiter à nouveau quelques exemples de mouvements de corps solides, de petits mouvements, de chocs, en obtenant les équations par la méthode de Lagrange.

Toutes les liaisons seront supposées holonômes et explicites. Pas d'étude théorique sur les équations d'Hamilton-Jacobi.

Relativité restreinte. — Principes généraux, transformation de Lorentz, loi de la dynamique, énergie cinétique mc^2 . Champ électromagnétique.

Etablissement des équations de l'hydrodynamique. — Statique des liquides et des gaz, principe d'Archimède.