
II. PAGES A RELIRE

PRÉFACE A L'ALGÈBRE

de BÉZOUT

Nous avons publié dans notre numéro 180 la préface à l'Algèbre de CLAIRAUT, où le grand mathématicien prônait la méthode de redécouverte.

En contrepartie, nous donnons ici la préface à l'Algèbre de BÉZOUT (1730-1783), où cette méthode est critiquée. Ce document illustre, par ailleurs, le lent développement de la théorie des équations au XVIII^e siècle.

Nous reproduisons la préface d'après l'édition de 1787. La première édition est de 1766.

J. I.

PREFACE

Les connoissances que nous avons exposées dans les deux volumes précédents, servent de base à toutes les parties des Mathématiques ; et la méthode que nous avons suivie pour les présenter, peut servir à passer à des vérités plus composées. Mais en réfléchissant sur cette méthode, on a pu remarquer que le nombre des propositions qu'on est obligé de se rappeler pour l'intelligence d'une proposition nouvelle, s'accroît à mesure que celle-ci s'éloigne de l'origine de la chaîne qui les lie les unes aux autres.

Cette maniere de procéder à la démonstration ou à la recherche des vérités mathématiques, est sans doute lumineuse ; mais elle devient de plus en plus pénible à mesure que ces vérités s'éloignent davantage des connoissances primitives : elle a d'ailleurs l'inconvénient d'exiger de la part de l'esprit, de nouvelles ressources, de nouveaux expédients, à mesure qu'on passe à de nouveaux objets.

Cependant, quelque différents que soient les objets des recherches Mathématiques, les raisonnemens et les opérations qu'ils exigent, ont des parties communes qu'on peut ramener à des regles générales, à l'aide desquelles on peut soulager l'esprit d'une grande partie des efforts que chaque nouvelle question sembleroit exiger. La méthode qu'on appelle Analyse, est celle qui enseigne à trouver ces regles ; et l'instrument qu'elle emploie pour y parvenir, s'appelle l'Algebre.

L'Algebre, ou l'art de représenter par des signes généraux toutes les idées qu'on peut se former relativement aux quantités, est à proprement parler, une langue en laquelle nous traduisons d'abord certaines idées connues ; puis, par des regles constantes, nous combinons ces idées à l'aide des caracteres de cette langue ; et enfin, interprétant les résultats de ces combinaisons, nous en concluons des vérités que toute autre maniere de procéder auroit rendues d'un accès très-difficile, et auxquelles même il seroit souvent impossible d'atteindre par une autre voie.

Les avantages principaux qu'on peut retirer de cette science, sont

donc de se faciliter l'intelligence et la découverte des vérités mathématiques, et de se procurer des moyens faciles et des regles générales pour résoudre toutes les questions qu'on peut proposer sur les quantités.

Les Méthodes de l'Algebre ne nous étoient point nécessaires dans les volumes précédents, où les objets étoient simples ; mais la synthèse que nous y avons employée, ne peut nous procurer les mêmes facilités pour traiter ceux qui nous restent à parcourir. D'ailleurs une des choses qu'on doit avoir en vue dans l'étude des Mathématiques, c'est moins d'accumuler un grand nombre de propositions, que d'acquérir l'esprit de recherche et d'invention, qui seul peut faire mettre à profit les connoissances que l'on a acquises ; or la manière de procéder en Algebre tend directement à ce but.

L'objet principal que nous nous proposons, en donnant l'Algebre dans ce volume-ci, est de nous mettre en état de traiter, dans le suivant, la Méchanique, d'une maniere facile et utile. Mais pour tirer de l'Algebre les avantages qu'elle peut procurer, il faut s'être rendu familier l'usage des différentes opérations qu'elle enseigne, et s'être accoutumé à interpréter les phrases de cette langue ; c'est pour cette raison, que nous avons renfermé dans ce même volume, plusieurs applications de l'Algebre à l'Arithmétique et à la Géométrie. Nous nous étions proposés d'y faire entrer encore une autre branche de l'Analyse, celle qui regarde les quantités considérées comme variables, ou du moins, d'en donner ce qui nous seroit nécessaire pour quelques applications utiles à la Méchanique ; mais une espece de nécessité de conserver à cette troisieme Partie le même caractere d'impression qu'aux deux premieres, ne nous permet pas d'exécuter ce projet pour le moment, sans passer de justes bornes.

Les différentes méthodes qu'on a suivies jusqu'ici, pour exposer les principes de l'Algebre, se réduisent à deux principales. La première consiste à donner les regles des quatre opérations fondamentales, et celles qui conduisent à la résolution des équations du premier degré, par une voie qu'on peut regarder comme synthétique. La seconde, qui est purement analytique, conduit à trouver ces regles, en proposant des questions dont la résolution exige certaines opérations et certains raisonnemens, que par un examen postérieur, on trouve revenir les mêmes dans toutes les questions, et que par conséquent on érige en regles générales. Cette dernière méthode sembleroit d'abord préférable à la première, en ce qu'elle paroît devoir flatter l'amour propre des commençants, et irriter leur curiosité. Mais si l'on fait réflexion, qu'alors l'attention est nécessairement partagée entre trois objets, sçavoir l'état de la question, les raisonnemens pour l'exprimer algébriquement, et les opérations qu'il faut faire à l'aide de signes dont la signification échappe d'autant plus aisément qu'on est encore moins exercé à représenter ses idées d'une maniere abstraite, il me semble qu'on doutera que cette méthode soit la meilleure, dans les commencements, pour le plus grand nombre de lecteurs. Ne produiroit-elle pas, au contraire, un effet tout opposé à celui que quelques-uns lui attribuent ? Les raisonnemens qu'elle exige, quoique simples dans les commencements, où, sans doute, on ne traite que des questions simples, ces raisonnemens, dis-je, devant être tirés du fonds même de celui qui opere, ne l'humilient-ils pas, lorsqu'ils ne se

présenteront pas à lui ? La méthode d'invention suppose toujours une certaine finesse ; c'est celle qu'ont dû suivre les inventeurs, et par conséquent celle des hommes de génie ; or ceux-ci ne sont certainement pas le plus grand nombre.

Ce sont ces considérations qui nous ont déterminé à suivre la première méthode pour l'exposition des règles fondamentales ; mais comme un des objets que nous nous proposons est de faire acquérir au lecteur cette méthode d'invention, nous n'avons suivi la première, que jusqu'où il nous a paru nécessaire de le faire, pour que le défaut d'habitude des signes algébriques, ne fût plus un obstacle à l'intelligence de ce que nous aurions à présenter.

Nous ne dirons rien de la manière dont les choses sont traitées ; ce n'est plus à nous à la juger. Mais nous croyons pouvoir nous arrêter un moment sur quelques-unes des matières que nous avons considérées ; elles sont de deux sortes : les unes élémentaires ; les autres, au moins pour la plus grande partie, supposent qu'on s'est rendu les premières très-familieres. Pour les unes et pour les autres, nous avons fait ensorte de ne rien omettre de ce qui peut être utile. Nous avons distingué celles de la seconde sorte, par de petits caractères : quelques notes répandues dans l'ouvrage, et qui appartiennent à la partie élémentaire, sont à la vérité du même caractère, mais elles sont distinguées par une étoile. Parmi les objets compris sous le petit caractère, nous avons renfermé, entre autres choses, 1°. le Précis d'une méthode, qu'on trouvera avec plus d'étendue dans les Mémoires de l'Académie des Sciences pour l'année 1764, et qui a pour objet, l'élimination des inconnues dans les équations. C'est une partie de l'Algèbre, sur laquelle il y a encore bien des choses à faire (1), et qui importe d'autant plus à la perfection de cette science ; que la résolution générale des équations en dépend absolument. 2°. Une méthode pour la résolution des équations. Nous ne dirons rien des tentatives qui ont été faites sur cette matière depuis la naissance de l'analyse. Nous remarquerons seulement que jusqu'à nos jours, on n'a pas passé le quatrième degré ; on n'a pas même eu une méthode uniforme pour les degrés qu'on sait résoudre. On trouve, à la vérité, dans l'Analyse démontrée du P. REYNEAU, une méthode que l'on y donne comme générale, et qui est due à M. TSCHIRNAÛS, qui la publia dans les actes de Leipsik (2) ; mais indépendamment des calculs rebattants et superflus auxquels elle entraîne, elle ne réussit pour le quatrième degré, que par une modification de la règle ; et quelques réflexions sur la forme que doivent nécessairement avoir les racines des équations des degrés supérieurs, font bientôt voir qu'elle ne réussiroit point passé le quatrième degré. Les bornes que les matières plus nécessaires à notre objet m'ont forcé de donner à l'exposition de la méthode que je propose m'ont empêché d'entrer dans quelques détails sur son application au cinquième degré et aux degrés supérieurs. Je m'étois même proposé de ne rien publier sur ce sujet, que

(1) Depuis la première édition de cet ouvrage, cette partie de l'Algèbre ne nous paraît plus laisser les mêmes choses à désirer. Voyez l'ouvrage qui a pour titre : *Théorie générale des Equations*, que nous avons publié en 1779.

(2) En 1683. J. I.

lorsque, libre d'autres occupations, j'aurois pu y donner la perfection dont je le croyois susceptible : mais M. EULER ayant publié dans le tome IX des nouv. Comment. de Pétersbourg, qui vient de paroître, une méthode sur la même matiere, je donne ici les choses, telles que je les ai trouvées d'abord, c'est-à-dire, sur la fin de 1761. Au reste, on trouvera plus de détails dans les Mémoires de l'Académie ; on trouvera entre autres choses, une méthode pour les équations, dont le degré est marqué par un nombre composé ; cette méthode simplifie le travail dans ces cas : nous aurions pu l'employer ici pour le quatrieme degré ; mais dans le dessein où nous étions de faire voir ce que l'on pouvoit présumer de l'application de notre méthode, aux degrés supérieurs, nous avons préféré d'observer l'uniformité.

Sous le même caractère d'impression sont encore compris beaucoup d'autres objets que nous avons cru devoir traiter, pour ne pas obliger de recourir ailleurs.

Dans la seconde Section, nous nous sommes attachés à faire voir la maniere d'appliquer l'Algebre, d'en traduire les résultats, de les exprimer par lignes. Nous avons tâché de faire bien entendre comment l'Algebre comprend, dans une même équation, tous les différens cas d'une question ; ce que signifient les différentes racines, positives, négatives, réelles ou imaginaires.

La connoissance des principales propriétés des sections coniques, nous a paru devoir entrer dans notre plan, quelques unes de ces courbes se rencontrant assez souvent dans l'Architecture Navale. Enfin, leur usage pour la construction des équations nous y a encore déterminé. Nous avons fait ensorte de présenter ces objets, et plusieurs autres qu'on trouvera dans le cours de l'Ouvrage, de maniere qu'ils devinssent le germe de connoissances plus étendues pour ceux qui desireront les acquérir.
