

III. PROBLÈMES PÉDAGOGIQUES

LES MODIFICATIONS DE PROGRAMMES DANS LES CLASSES PRÉPARANT AU BACCALAURÉAT

Nous prions les professeurs de se reporter à la lettre de l'arrêté du 23 novembre 1956 (*Bulletin Officiel de l'Éducation Nationale*, n° 42, pages 31 et suivantes).

En particulier, il nous paraît important de rappeler, pour l'interprétation des modifications de programmes les intentions (page 32), en nous bornant à ce qui peut concerner notre seule discipline.

On désire :

« 1° Réduire le temps et l'effort consacrés à des acquisitions de détail qui surchargent inutilement la mémoire. »

« 2° Leur substituer, tout en donnant aux élèves les connaissances de base indispensables, des travaux qui les entraînent à la recherche personnelle et aiguïssent leur réflexion et leur jugement. »

« 3° Laisser aux professeurs plus d'initiative pour définir le contenu de leur enseignement. »

« 4° Répondre aux exigences générales de la vie scolaire d'aujourd'hui. »

Il découle de là que toute partie des anciens programmes ayant fait l'objet d'une suppression dans l'arrêté en question, ne devra donner lieu, tant à l'oral qu'à l'écrit du Baccalauréat, à aucune question de cours.

Quant aux problèmes, ils ne devront pas porter sur un corps de doctrine ayant fait l'objet d'une suppression (par exemple, la Statique en classe de Mathématiques). Cependant, il convient que l'appréciation des solutions fournies par les élèves ne soit entachée d'aucun préjugé défavorable à tel procédé qui ne serait pas mentionné dans le texte actuel des programmes, à condition qu'il soit justifié s'il n'est pas classique ; autrement dit, une discrimination fondée sur les allègements actuels ne doit pas jouer dans un sens défavorable à l'élève.

En l'année scolaire 1955-1956, nous avons eu des entretiens avec des professeurs des Enseignements Supérieur et Secondaire, sur la question des programmes, en une Commission présidée par M. le Doyen PÉRÈS. En gros, les alinéas qui ont été supprimés ou modifiés en novembre 1956, se sont trouvés désignés par les desiderata exprimés au sein de cette Commission ; mais il y en avait peut-être davantage de relatifs à des additions aux programmes qu'à des allègements !

Ce travail de refonte de notre enseignement mathématique n'est donc pas terminé ; mais, en ce qui concerne les classes de Baccalauréat, pour lesquelles aucun accroissement de l'horaire dévolu à notre discipline n'est envisagé par notre Direction, si elles sont touchées par de nouvelles modifications, additions et allègements devront se compenser. C'est pourquoi, si notre corps enseignant éprouve des regrets à la lecture de l'arrêté du 23 novembre 1956, il serait imprudent, de la part de l'Inspection Générale, d'aller jusqu'à leur dire : Patientez, ce n'est qu'un au revoir...

M. le Directeur général m'informe d'une refonte des programmes qui devra être appliquée dès la rentrée d'octobre 1957. Nous nous proposons de l'effectuer en collaboration avec les Sociétés de Spécialistes et espérons que nous ne serons pas placés, cette fois, devant des décisions brusquées.

Je vais maintenant répondre aux questions qui ont été posées au Président de l'Association des Professeurs de Mathématiques, ou aux Inspecteurs généraux, par de nombreux collègues, en laissant de côté les allègements qui n'ont pas soulevé chez eux d'émotion particulière. Les trois premières de ces questions (A, B, C) sont relatives à la classe de Mathématiques Élémentaires.

A. *La géométrie cotée n'est plus explicitement au programme ; est-elle complètement supprimée ?*

Du titre de l'alinéa on a fait disparaître « et géométrie cotée ». Nous ne sommes jamais bien parvenus, jusqu'ici, à faire disparaître certaines préventions évoquant le souvenir d'un appareil technique spécial développé, autrefois, à l'usage des topographes, et exigé à Saint-Cyr.

Dans les classes scientifiques de Première, une conception plus nuancée des méthodes concernant les représentations des figures avec un seul plan de projection a été, et demeure définie : on y utilise, conjointement avec la projection de chaque point, une cote, qui n'est pas nécessairement chiffrée, tout au moins pour les données et les résultats essentiels des épures. Ces cotes interviennent en vraie grandeur (compte tenu de l'échelle du dessin) dans des *tracés dont on n'entend pas faire l'économie*, ce sont ceux des rabattements de plans verticaux sur un plan horizontal (qui n'est pas exclusivement choisi de cote zéro). Ces tracés sont un acheminement vers ceux de la géométrie descriptive.

En classe de Mathématiques, ce terme prend sa signification traditionnelle avec le recours à un second plan de projection, perpendiculaire au premier : ce n'est pas absolument nouveau, puisqu'on a utilisé déjà des plans verticaux auxiliaires. L'élément neuf est que des figures non contenues dans ce plan, dit plan frontal de projection, sont projetées sur ce plan, d'où une parfaite dualité d'usage des deux plans de projection. C'est ainsi qu'on peut rabattre un plan de bout sur ce plan frontal, désormais.

On ne peut proscrire l'usage des représentations, soit d'une ligne droite, soit d'un plan par des « échelles de pente », parfois plus simples que celles de la Géométrie de Monge. Cependant le passage de ces données à une épure de cette géométrie est une méthode avantageuse ; si la droite, ou le plan, sont seuls dans la figure à étudier, pas d'hésitation ; le plan frontal à introduire est alors le plan vertical projetant horizontalement la droite ou projetant une ligne de pente du plan.

Cette conception fait disparaître de l'enseignement l'ancienne théorie de la droite et du plan perpendiculaire, spéciale à la géométrie cotée (l'intervalle d'une normale à un plan est l'inverse de celui d'une ligne de pente du plan, etc...) et les tracés qui en résultent et qui faisaient appel à la mémoire.

Les intersections de plans et d'une droite avec un plan doivent d'abord être étudiées sans épure et comportent des méthodes générales applicables dans les deux systèmes de représentation des figures : on recommande de s'abstenir de diviser ces chapitres en sous-chapitres, l'un relatif à la Géométrie de Monge, l'autre aux projections cotées, lorsqu'on passera aux épures. Mieux vaudrait, pour obéir à la recommandation (1°), laisser de côté complètement le second sous-chapitre, étant entendu qu'on peut l'annexer au premier. C'est la méthode bien connue de la casserole qu'on raccroche au clou.

Ainsi disparaîtrait, en géométrie « cotée » la question de l'intersection d'un plan avec une normale à ce plan, qui, pour les puristes de cette géométrie, exigeait un artifice particulier. En prenant au contraire un plan frontal auxiliaire, comme dit plus haut, le tracé est d'une extrême simplicité et parle aux yeux, le plan étant rendu de bout.

Conclusion : pas d'exercices *systématisés* sur la géométrie cotée ; même conseil pour les exercices de représentation de prismes et de pyramides, supprimée en principe.

B. *L'étude des cas de résolution des triangles est-elle supprimée ?*

La réponse est : Oui ; l'ancien alinéa VI du programme de trigonométrie d'élémentaires disparaît complètement.

Le remplacement de cet alinéa par une rédaction relative à d'autres travaux [recommandation 2°] est destiné à éviter que les élèves ne perdent l'entraînement aux formules de la trigonométrie et au maniement des tables logarithmiques, qui n'a

pas, dans l'Enseignement du Second Degré, été pratiqué déjà en Première. D'autre part, cette rédaction donne le pas aux problèmes de trigonométrie issus d'applications concrètes à ceux qui, stériles « bateaux », sont posés par l'existence d'un triangle satisfaisant à trois conditions données où interviennent les lignes plus ou moins remarquables de ce triangle.

La question des formules calculables par logarithmes a, nous dit-on, moins d'importance que dans le passé et ne joue pas de rôle dans les actuelles machines à calculer.

Comme nous allons tenter de le faire voir, les cas *classiques* de résolution des triangles quelconques, ne seront presque jamais utilisés dans les théories que l'élève rencontre dans ses études, postérieurement à Mathématiques Élémentaires. Ne parlons pas, bien entendu, des cas classiques de résolution des triangles rectangles, fort importants, au contraire, mais qui sont justiciables de formules connues depuis la classe de Troisième. Laissons de côté le cas douteux, dont il est douteux déjà qu'un arpenteur l'ait jamais rencontré ; étudié dans les classes antérieures géométriquement, sa discussion par le calcul devient rébarbative si on la prolonge trop.

Le troisième cas (on donne les trois côtés du triangle), a certes de l'intérêt ; mais par l'intermédiaire de calculs, il aboutit à des formules évidentes géométriquement

$$\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \frac{r}{p-a}, \operatorname{tg} \frac{B}{2} = \frac{r}{p-b}, \operatorname{tg} \frac{C}{2} = \frac{r}{p-c}, S = pr$$

auxquelles il convient d'adjoindre celle qu'on a établie déjà en Seconde

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

Arrivons au second cas : résoudre un triangle connaissant deux côtés et l'angle compris. C'est une expression d'un problème fondamental se posant très fréquemment, que voici :

Connaissant les orientations (directions et sens) de deux vecteurs et leurs intensités, définir par un calcul l'orientation et l'intensité de leur somme géométrique ou de leur différence géométrique (l'une revient à l'autre).

Lequel d'entre nous a jamais traité ce dernier problème en appliquant la formule : $\operatorname{tg} \frac{B-C}{2} = \frac{b-c}{b+c} \cotg \frac{A}{2}$? Il est heureux qu'on ait mieux : le problème en question se traite à l'aide des coordonnées de vecteurs.

Dès cette même classe de Mathématiques, à propos de la construction de Fresnel (somme géométrique de deux vecteurs tournants), tous nos manuels développent les calculs comme conséquence du théorème des projections, méthode analytique.

Le développement moderne des théories vectorielles a comme effet de rendre surannée la théorie traditionnelle des triangles rectilignes. Le temps que l'on perd à traiter le second cas de résolution des triangles en évitant de se servir de

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A.$$

idée fournie par l'élève moyen, serait mieux employée à étudier le système

$$\begin{cases} x \cos y = a_1, \\ x \sin y = a_2. \end{cases}$$

D'autre part, les angles de triangles sont particuliers et en géométrie analytique plane, il s'agira souvent d'angles orientés, de mesures non comprises entre 0 et π .

Quant à l'aspect du problème découlant de la composition de deux vecteurs, l'élève le retrouvera en Mathématiques Supérieures, à propos des nombres complexes. Il sera mieux compris à ce niveau.

Plus loin encore, en Analyse, il existe un rapport étroit évident de notre second cas de résolution avec le calcul des parties réelle et imaginaire du nombre complexe $\operatorname{Log}(1+z)$ quand $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$.

Consultez la Géométrie de Legendre, et à propos de la résolution des triangles rectilignes, vous y verrez pour $0 \leq r < 1$, les développements en série entière en r

du module et de l'argument de $\text{Log}(1 + z)$. Il y a là, pour les professeurs de Spéciales, deux exercices intéressants de développements, permettant un retour sur le passé, essentiel à la compréhension mathématique.

Nous avons oublié de parler du premier cas de résolution, si facile ; on en retrouvera plus tard une variante : passage de coordonnées biangulaires à des coordonnées polaires, qui n'intervient que dans de rares occasions.

Sans prohiber absolument les résolutions de triangles dans les cas non classiques, à titre d'exercices, constatons que les élèves moyens n'y voient trop que l'observation de certains rites et méconnaissent, faute de réflexion [recommandation 2°] leur intérêt en tant que problèmes spéculatifs, comportant analyse, synthèse et enfin discussion.

C. La suppression de la construction d'un cercle passant par deux points et tangent à une droite ou à un cercle donnés interdit-elle d'employer cette construction pour une étude classique des coniques ? Mais si elle ne l'interdit pas, il faut bien étudier la construction.

La réponse à la première question est ici, *non*, pourvu qu'on fasse glisser cette construction de celles qui font l'objet de la recommandation (1°) à celles qui sont encouragées dans la recommandation (2°).

En second lieu, il n'a pas paru possible de décréter, à propos du problème de recherche des points d'intersection d'une droite avec une conique, « la question ne sera pas posée ». En effet, il existe des procédés d'étude de ce problème qui le traitent sans faire intervenir un cercle directeur, donc sans rattacher l'intersection au problème de cercles tangents. Les maîtres attachés à ces procédés, évidemment, ne sont pas gênés par la suppression proposée.

Nos collègues de la Commission PÈRES ont été parfois d'avis que trouver les points d'intersection d'une conique avec une droite, au compas, sans tracer la conique, c'est un raffinement. Professeurs de Spéciales ou de Faculté, leur conception de l'ensemble de la théorie des courbes du second ordre les porte à évoquer une très grande variété de tracés servant, par exemple, dans les épreuves, pour construire l'intersection, et comme c'est très rarement que la définition de la conique en cause fera intervenir, ne fût-ce qu'un seul foyer, nos méthodes de Mathématiques Élémentaires leur paraissent tenir trop de place et être surannées. Tout le monde sera d'accord pour penser que le problème de l'existence et du nombre des points d'intersection d'une droite avec une conique est de beaucoup plus important que l'obtention d'un tracé que presque personne n'utilisera jamais.

Mais l'atmosphère de la théorie des coniques en Spéciales est morne par rapport à l'initiation qui se pratique en Mathématiques Élémentaires. Nous pensons donc que, à l'école de Dandelin et de Lebesgue, nous sommes sûrs de ne pas perdre tant de temps qu'on le proclame parfois, la géométrie pure étant une bonne école du raisonnement.

Les professeurs, à mon avis, pourront traiter en travail libre, et sans dogmatisme, le problème de cercles tangents incriminé. Nous sommes en janvier 1957 et la place assignée à ce problème dans l'ancien programme doit être modifiée cette année, les axes radicaux ayant été traités. Rien n'est perdu : on peut le faire rentrer dans les applications de l'inversion. Celles-ci ne sont pas mentionnées explicitement dans les programmes, mais il y est dit aussi que toute liberté est laissée au professeur pour l'agencement de son cours !

Etant donné un cercle (C) et deux points A et B (non situés sur le cercle), on pourrait d'abord se proposer d'étudier la correspondance sur (C), entre les points M et N d'intersections avec (C) d'un cercle quelconque sécant à (C) et passant par A et B. Quelques remarques préalables guideront l'élève :

a. Si deux points s'échangent dans une inversion, celle-ci laisse (globalement) invariant tout cercle passant par ces deux points.

b. Deux couples de points échangés par une même inversion appartiennent à un

même cercle [une droite, au point de vue anallagmatique, n'est qu'un cercle particulier].

c. Si, inversement, A, B, M_0, N_0 sont quatre points d'un même cercle, le couple (A, B) étant distinct du couple (M_0, N_0) , il existe une inversion unique échangeant d'une part A et B , d'autre part M_0 et N_0 ; cette inversion, au point de vue anallagmatique, peut être une symétrie axiale (lorsque les droites AB et M_0N_0 sont parallèles).

On peut établir, d'après cela, la proposition : *Il existe une inversion (I), et une seule, échangeant les points donnés A et B et conservant (globalement seulement) le cercle (ou droite) (C).*

Il semble plus intéressant d'insister sur cette propriété que sur son corollaire, maintenant facile : trouver un cercle passant par A et B et coupant (C) en deux points M et N confondus.

Plusieurs professeurs nous ont fait la suggestion suivante : traiter le problème des cercles en question en le transformant par une inversion ayant pour pôle A ou B ; il se ramène au problème des droites tangentes à un cercle et passant par un point donné. La discussion est immédiate : il y a deux solutions quand A et B sont tous deux intérieurs, ou tous deux extérieurs à (C) .

Un autre procédé utilise la proposition suivante :

d. Etant donnés dans un plan (ou sur une sphère) quatre points A, B, C, D , pour que les cercles (ABC) et (ABD) soient orthogonaux, il faut et il suffit que les cercles (CAD) et (CBD) soient orthogonaux. Elle se démontre en transformant la figure par une inversion de pôle B .

Ceci posé, soit une conique de foyer F , de cercle directeur (F') , de centre F' , distinct de F , et une droite (D) : les points éventuels d'intersection de la conique avec (D) sont les centres des cercles éventuels passant par F et φ et tangents à (F') , le point φ étant le symétrique de F par rapport à (D) .

Introduisons le point G inverse de F dans l'inversion positive ayant (F') comme cercle d'inversion ; les cercles passant par F et G sont orthogonaux à (F') .

Pour qu'un point C du cercle (F') soit point de contact avec (F') du cercle (X) passant par F, φ et C , il faut et il suffit que le cercle $(F\varphi C)$ soit orthogonal au cercle (F, G, C) .

D'après la propriété *d*, il faut et il suffit encore à cet effet que les cercles $(F\varphi G)$ et $(C\varphi G)$ soient orthogonaux. Ce qui amène à la construction suivante :

Considérer le cercle connu φGF (qui peut être une droite), puis le cercle (J) orthogonal au précédent aux points φ et G : les points de rencontre C et C' de (J) avec (F') sont les points de contact avec (F') des cercles cherchés, passant par F et φ et tangents à (F') .

Un de ces cercles peut être une droite.

Ceci n'est mentionné qu'à titre de curiosité. G est le symétrique de F par rapport à la directrice de la conique relative au foyer F .

Programme de cosmographie, de Philosophie et de Sciences Expérimentales.

Il semble que les suppressions opérées, acceptables pour la première des deux classes précédentes, soient vraiment indulgentes et trop grossières pour la seconde.

Les inégalités du mouvement du soleil en ascension droite (réduction à l'écliptique, équation du centre) sont instructives et peuvent être évaluées par un calcul approché ; mais il faut se résigner, pour la masse des élèves, à ne pas aborder ces problèmes.

Lorsque le professeur viendra à l'étude des inégalités des jours et des nuits, il lui faudra rappeler la définition de la latitude du lieu, tirée de la géographie.

P. ROBERT,

Inspecteur général de l'Instruction publique.