

≡ IV. INFORMATIONS ET DOCUMENTS OFFICIELS ≡

AGRÉGATION DE MATHÉMATIQUES (Hommes) Concours de 1956

Rapport de M. l'Inspecteur général DONTOT, Président du jury

Le jury était composé de M. DONTOT, Inspecteur général de l'Instruction publique, président ; M. COMBES, professeur à la Faculté des Sciences de Toulouse, vice-président ; M. Y. MARTIN, professeur à la Faculté des Sciences de Rennes ; M. THÉRON, professeur de Mathématiques Spéciales au Lycée Louis-le-Grand ; M. POUGNAND, professeur de Mathématiques Spéciales au Lycée Janson-de-Sailly.

ÉPREUVES ÉCRITES

Elles ont eu lieu les 22, 23, 25 et 26 mai, de 8 heures à 15 heures.

Le nombre des candidats inscrits a augmenté ; il est de 230 au lieu de 218 (+ 12), mais celui des candidats qui se sont effectivement présentés est à peu près stationnaire ; il est de 196 contre 191 (+ 5) ; enfin le nombre des candidats ayant remis les quatre compositions diminue, il n'est plus que de 178 contre 183 (— 5). Nous ne tiendrons compte dans les considérations qui suivent et en particulier pour le calcul des pourcentages, que des 178 candidats ayant subi la totalité des épreuves écrites.

Parmi les cinquante-deux candidats qui n'ont pas remis les quatre compositions écrites, on décompte trente-quatre d'entre eux qui ne se sont pas présentés et dix-huit qui ont renoncé après avoir subi une ou deux épreuves écrites. Sur les trente-quatre qui ne se sont pas présentés, trente sont des professeurs en exercice. Si l'on excepte de ceux-ci trois ou quatre velléitaires, candidats fantômes s'inscrivant chaque année et ne se présentant jamais, ces professeurs n'ont pu courir leur chance, soit parce qu'ils n'ont pu consacrer autant de temps qu'ils l'espéraient à leur préparation, soit parce qu'ils n'ont pu se résoudre à abandonner leurs élèves au milieu du troisième trimestre pendant une dizaine de jours. A un moment où l'on parle beaucoup de démocratiser l'enseignement, et par conséquent les concours, il est bon de rappeler que les candidats à l'agrégation ne se présentent pas tous dans les mêmes conditions favorables. Les moins favorisés — tout au moins en ce qui concerne les épreuves écrites — ont toujours été les professeurs en exercice, tenus d'accomplir deux tâches à la fois, celle du professeur et celle du candidat ; or la tâche du professeur est devenue très lourde à cause, d'une part, de l'augmentation des effectifs, à cause, d'autre part, de la disparition du personnel de remplacement (utilisé comme maîtres auxiliaires) et de la multiplication des vacances de postes. Dans certains établissements, les professeurs assurent un service et demi, deux services, même, et ne peuvent, par conséquent, pas faire autre chose. Nous voyons, dans l'augmentation du nombre des candidats à l'agrégation qui renoncent à s'y présenter, une conséquence de cet état de fait qui doit être pris en sérieuse considération.

Parmi les dix-huit candidats qui ont abandonné après une seule épreuve écrite, rarement après la seconde ou la troisième, on trouve seize élèves des C.P.R. ou étudiants. Il s'agit manifestement de candidats qui se sont présentés sans une préparation suffisante ou qui se sont trompés sur leurs aptitudes. Nous nous sommes réjouis l'année dernière de constater l'effort considérable entrepris pour assurer la préparation des candidats à l'agrégation de Mathématiques : création d'une préparation à la Sorbonne, à l'Enseignement par correspondance, etc... Il est normal que ces créations aient attiré des candidats de valeurs diverses ; un tri s'effectuera naturellement parmi ceux-ci. Il est souhaitable que le plus grand nombre possible de jeunes licenciés soient

placés à proximité d'une préparation, prennent contact avec elle, mesurent l'effort qu'elle exige, mais il est également souhaitable que ne se présentent au concours que ceux qui sont capables de cet effort et suffisamment préparés pour l'accomplir.

Le jury s'est réuni au Lycée Saint-Louis le vendredi 22 juin pour fixer la liste des admissibles. Etant donné le grand nombre de places mises au concours, le jury a proposé pour l'admissibilité tous les candidats ayant, comme l'année dernière, totalisé pour les quatre compositions écrites plus de 25 points sur 80, c'est-à-dire ayant une moyenne de 6,5 sur 20 au moins ; 62 candidats ont été, dans ces conditions, proposés pour l'admissibilité au lieu de 48 en 1955.

Le pourcentage des admissibles par rapport aux candidats ayant subi la totalité des épreuves écrites est de 35 % ; il était en 1955 de 27 %, en 1950 de 18 %. Parmi les 62 admissibles figurent dix-huit admissibles des sessions antérieures.

Le tableau suivant donne une répartition des admissibles par catégories.

	Candidats	Adm.
Professeurs (Enseignement secondaire, technique).....	89	20
Adjointes d'enseignement	5	1
Maîtres d'internat	1	
Assistants de faculté	5	4
Elèves des C.P.R.	27	1
Elèves de l'E.N.S. (rue d'Ulm)	16	16
Elèves de l'E.N.S. (St-Cloud)	20	10
Etudiants	15	10

Le total des notes obtenues par les admissibles est compris entre 26 et 67 ; la moyenne sur 20 est donc comprise entre 6,5 et 16,25. Nous noterons le très large éventail de la notation et la bonne qualité des copies remises par les meilleurs candidats. Quatorze d'entre eux ont une moyenne supérieure à 10 sur 20 (il n'y en avait que 8 en 1955) et trente et un ont une moyenne supérieure à 8.

Les rapports des correcteurs signalent avec insistance le pourcentage trop élevé de copies, remises par les candidats, dont les notes n'atteignent, ni la moyenne, ni même 4 ou 5 sur vingt. La comparaison des totaux d'écrit de 1956, 1955, 1954 fournit de curieux renseignements sur cet inquiétant phénomène ; on peut dire en gros qu'en 1954, les épreuves d'écrit étaient de difficulté moyenne ; qu'en 1955 la composition de mécanique a été spectaculairement mauvaise, et qu'en 1956, un effort très sensible a été fait par le jury pour proposer aux candidats des problèmes aux premières parties non hermétiques, accessibles sans connaissances spéciales ; en outre, les barèmes ont été, en 1956, très généreux. Les notes des candidats classés les premiers traduisent assez fidèlement, soit l'incident dû à la composition manquée, soit la moindre difficulté des problèmes ; les notes du 1^{er} sont en 1956 : 67, en 1955 : 47,5, en 1954 : 65,5. Les différences s'atténuent très vite : les notes du 13^e sont 40, 38, 36, celles du 34^e sont 30, 27, 29,5, et à partir de là, diffèrent extrêmement peu. Le candidat classé 63^e a 24,5 en 1956 ; 24 en 1955 ; 24,5 en 1954. On constate donc qu'à partir d'un certain rang, qui représente évidemment celui au-delà duquel l'admissibilité serait une aventure, ou une loterie, les totaux des candidats sont indépendants en quelque sorte des questions posées ; les candidats ne sont plus classés par l'écrit et ceci quel que soit cet écrit.

Les compositions écrites ont donné lieu aux observations suivantes :

COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES

(Correcteur : M. POUCCAND)

Le texte soumis aux candidats comprend trois parties : une étude générale et deux applications entièrement distinctes l'une de l'autre.

ÉTUDE GÉNÉRALE.

Elle propose de montrer, par la géométrie élémentaire, qu'une affinité ($\mathcal{C}$) d'axe (L), direction δ , rapport $k \neq 1$, transforme une parabole (P) de direction asymptotique δ et de paramètre p , mesuré algébriquement sur un axe $x'x$ parallèle à δ , en une autre parabole (P') de même direction asymptotique δ et de paramètre $p' = \frac{p}{k}$. La droite (L) contient les points communs à (P) et (P') réels ou non ; une construction simple des éléments principaux de (P') est obtenue à l'aide de l'homothétie unique dans laquelle (P') est l'homologue de (P).

Le texte commence par une analyse de la figure formée par deux paraboles (P) et (P') de même direction asymptotique ; il demande de définir avec précision l'homothétie unique qui permet de passer de (P) à (P') et de caractériser la droite (L) ainsi que l'affinité ($\mathcal{C}$). Il est alors facile d'obtenir par une synthèse rapide le résultat cherché.

Les difficultés rencontrées par les candidats et les fautes relevées sont les suivantes :

1) Trop souvent il a été considéré comme élémentaire ou évident le fait que deux paraboles d'axes parallèles sont homothétiques. Les programmes de Mathématiques Élémentaires et le titre VIII de Mathématiques Supérieures n'en font pas mention et le texte commence par : « Montrer que... ». Cependant, on s'est en général borné à exposer plus ou moins clairement que l'homothétie de rapport $\frac{p'}{p}$, dont le centre est le point d'intersection de FF' et HH', fait correspondre les deux courbes. Existe-t-il d'autres homothéties ? Les foyers sont-ils forcément homologues ? Où est le centre si HH' et FF' sont confondues, ou si l'une de ces droites n'est pas déterminée par suite de la confusion de H et H' ou de F et F' ? Autant de points laissés de côté qu'une analyse préalable de la question aurait mis en évidence.

2) La solution de la deuxième question commence en général par ces mots : « On sait que deux paraboles de même direction asymptotique, ayant deux points communs à l'infini... » Ce raisonnement analytique n'est pas à la portée d'un élève de Mathématiques Élémentaires. Il serait bon de relire à ce sujet le préambule au programme des épreuves écrites de l'agrégation. En réalité, et certains candidats peu nombreux l'ont bien compris, le raisonnement géométrique demandé permettait de montrer l'existence d'une droite unique (L) contenant les points communs à (P) et (P'). Il existe une direction (l) unique ayant même diamètre par rapport aux deux paraboles ; donc s'il existe un point E commun, il en existe un autre E' sur la parallèle (L) à (l) issue de E. Réciproquement, si deux points communs E et E' distincts existent, la droite EE' ayant même diamètre conjugué de sa direction par rapport à (P) et (P') est parallèle à (l). On peut en conclure aisément que tout point commun autre que E se trouve sur la droite (L) unique issue de E et parallèle à (l). Évidemment (L) peut être tangente en E à (P) et (P').

3) L'axe d'affinité (L) est introduit comme droite joignant les points E, E' communs à (P) et (P'), supposés réels. Mais il fallait se demander pourquoi l'énoncé recherchait des propriétés de (L) indépendantes de la réalité de E et E'. Dans la

suite du problème, cette réalité n'est plus nécessaire et la transformation de (P) par l'affinité ($\mathcal{C}$) n'impose aucune restriction à (L) autre que de ne pas être parallèle à la direction asymptotique δ . Le texte, volontairement, n'insiste pas sur cette subtilité ; il suggère pourtant la discussion de l'existence de E et E' d'après la position de (P') et (P), (L) étant toujours réelle, « définie à partir des seuls éléments fixes ». N'oublions pas qu'il s'adresse à des professeurs pour qui savoir lire et analyser un texte est primordial. A la correction, nous avons nettement avantagé les candidats trop rares qui ont aperçu et résolu cette difficulté.

Nous laissons de côté les maladroites habituelles, les recherches analytiques longues, maladroites, fastidieuses — moins nombreuses d'ailleurs que les années précédentes — les fautes d'orientation, l'emploi fréquent d'une équation fautive de parabole rapportée à la tangente en un point et au diamètre conjugué ; cette équation, qui n'est pas explicitement au programme, aurait dû être rétablie. Signalons cependant que, à la fin de cette partie, la détermination du lieu de F₁ comme conique de foyers E, E', n'est valable que si E et E' existent ; il est plus simple et plus élégant de retrouver cette hyperbole à l'aide de ses asymptotes et du point F.

APPLICATIONS.

Une homographie, dans laquelle les points E et E', réels ou imaginaires communs à (P) et (P') ont pour homologues les points cycliques, transforme les deux paraboles en deux cercles tangents (I') et (I''). La recherche analytique de la condition nécessaire et suffisante d'existence de triangles inscrits dans (I') (rayon R) et circonscrits à (I'') (rayon r) donne $4R = r$, lorsque la solution $R = r$ est exclue.

Ce rapport $\frac{r}{R} = 4$ des rayons est précisément le rapport cherché entre les paramètres de (P) et (P') dans l'application A ; la conservation du birapport dans l'homographie permet de retrouver aisément ce résultat. La famille, étudiée dans l'application B, des coniques tangentes à (P) et (P') et passant par E et E' correspond par cette homographie à celle des cercles bitangents à (I') et (I'').

Application A : La difficulté majeure est de montrer que la droite (L) passe par les centres de gravité G, G', G'' des trois triangles Att'', Bt't, Ct't''. La méthode suggérée par l'énoncé est simple. Soit λ , milieu de t θ le point d'intersection de BB' et tt''. La figure B λ θ est homothétique de AA't'' par rapport à t ; d'où le parallélisme de B θ et AC. Pour une raison analogue C θ est parallèle à At en prenant t'' pour centre d'homothétie ; d'où le parallélogramme AC θ B et la relation $\vec{Ar'} = \vec{t'\theta}$ en appelant r' le point commun à BC et AA'. D'autre part, puisque le triangle t't''t est homothétique de A'B'C', on a : $\vec{Ar} = -\frac{1}{2}\vec{t'\theta}$, si r est le point d'intersection de B'C' et de AA'. On en déduit le rapport k de l'affinité ($\mathcal{C}$) d'axe (L) faisant correspondre A'B'C' à ABC : $k = \frac{\vec{Ar'}}{\vec{Ar}} = -\frac{1}{2}$. Le point G d'intersection de (L) et de AA' est

donc tel que : $\frac{\vec{GA'}}{\vec{GA}} = -\frac{1}{2}$; G est bien le centre de gravité de Att''. Le rapport

d'affinité égal à $\frac{1}{4}$ des deux triangles abc et ABC est alors trouvé facilement.

Aucun candidat n'a mené à bien cette démonstration. La condition nécessaire et suffisante d'existence des triangles inscrits dans (P) et circonscrits à (P') a été entrevue par quelques candidats.

Application B : (P) et (P') ont deux points communs E et E'. Il est possible de

faire apparaître la famille de coniques cherchée en utilisant le théorème de Pascal. La méthode élémentaire proposée s'appuie sur la détermination d'une conique par deux points diamétralement opposés, leurs tangentes parallèles, et un point quelconque. Cette étude préliminaire fait l'objet de la première question et utilise les propriétés des pôles et polaires par rapport à une conique. Signalons qu'elle a arrêté beaucoup de candidats, dont certains semblent, d'après leur rédaction, persuadés qu'une conique est déterminée lorsqu'on connaît les droites supports de deux diamètres conjugués. La première partie du problème donne aussi une solution très simple dans le cas de la parabole, car deux paraboles tangentes en A à AT et de direction asymptotique donnée sont homologues dans une affinité ($\mathcal{C}$) d'axe AT.

La deuxième question est une conséquence directe de cette étude préliminaire. Le quadrilatère $mu'rv'$ est un parallélogramme dont les côtés et les diagonales passent par des points-fixes. Les points μ et μ' décrivent la parabole de direction asymptotique $x'x$, passant par E, E' et le milieu J de SS'. Le lieu de ω se déduit de (P) par une homothétie de centre I, dont le rapport est facile à calculer.

Résultats obtenus. — Le texte, quoique relativement facile, est long. Le barème utilisé en a tenu compte largement. Pratiquement l'étude générale et une application correctement traitée permettaient d'obtenir une très bonne note.

Aussi les notes se sont-elles assez largement étalées de 0 (copie blanche) à 18,5, donnant ainsi un classement satisfaisant des candidats. Nous avons :

- 31 notes supérieures ou égales à 10 ;
- 50 notes comprises entre 7 (inclus) et 10 ;
- 36 notes comprises entre 5 (inclus) et 7.

Mais il reste un paquet trop volumineux de 79 copies dont la note est inférieure à 5, et dans lesquelles les nombreuses fautes et maladresses témoignent de la faiblesse en géométrie pure de leurs auteurs. Il est à remarquer que 7 d'entre eux ont été admissibles, 3 seulement restant sur la liste d'admission.

Finalement, la moyenne générale des 196 copies corrigées est de 6,18, moyenne légèrement inférieure à celle obtenue l'année dernière.

COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES

(Correcteur : M. THÉRON)

Le problème comportait de nombreuses questions faciles (toute la section I, les questions II 1°, III 1° et 2°), les autres, plus délicates, n'étaient pas inabordables ; enfin, l'énoncé guidait de très près les candidats. Cependant, malgré la présence de quelques bonnes et très bonnes copies, l'impression d'ensemble est assez fâcheuse. Trop de copies sont si vides qu'il est inutile d'essayer de les analyser. D'autre part, on relève, dans un grand nombre d'autres, des fautes graves dont les plus fréquentes sont indiquées ci-dessous.

La question I 1° demandait *in fine* de discuter l'existence d'une courbe (Γ) dont l'associée est une courbe (γ) donnée. Cent candidats (soit 54 %) n'ont pas étudié cette réciproque, quelques-uns par faiblesse, d'autres par dédain ou inconscience ; certains ont épilogué sur les conditions analytiques précises que doivent vérifier les fonctions $\rho(t)$ et $\theta(t)$ pour que la réciproque soit exacte (alors que le préambule était destiné à supprimer ces discussions), mais n'ont pas vu le cas par trop trivial $X = C^0$ qui donne les spirales logarithmiques.

La question I 3° montre que de très nombreux candidats ne savent pas ce que signifie *orienter* une courbe : pour justifier le passage de $ds^2 = \frac{\rho^2 Y^2}{\sin^2 X} dX^2$ à l'équa-

tion (3), plusieurs dizaines de candidats ont écrit : « Il suffit d'orienter la courbe dans le sens des s croissants », ce qui ne veut rien dire ; plus nombreux sont ceux qui l'ont orientée dans le sens des X ou des θ croissants ; plus nombreux encore ceux qui n'ont donné aucune explication. Il n'est donc pas inutile de rappeler qu'étant donné un arc d'une courbe paramétrique rectifiable, orienter cet arc dans le sens

du paramètre t croissant, c'est imposer $\frac{ds}{dt} \geq 0$ en tout point. Ici, sauf aux points

où $dX = 0$ et aux points en lesquels $\frac{\rho Y}{\sin X}$ est nul ou n'existe pas, l'orientation pour

laquelle (3) est vérifiée, se trouve définie par la condition : $\frac{ds}{dX}$ doit avoir le signe

de $\frac{\rho Y}{\sin X}$.

Les réponses aux questions de la section II font intervenir des intégrales du

type $\int_{n\pi + \frac{\pi}{2}}^X \varphi \cotg \varphi d\varphi$, qui n'ont en général pas de sens lorsque X est égal à l'une

des bornes de l'intervalle ; or les candidats, qui ont abordé la question II 2° ont souvent remplacé brutalement X par sa limite dans l'expression du quotient des rayons de courbure, après quoi ils ont naturellement raisonné sur ces expressions dénuées de sens.

**

La section III a peu inspiré les candidats.

La question 1° a été traitée très lourdement dans presque toutes les copies ; il existe pourtant au moins deux méthodes simples : on peut remarquer que le cercle a un rayon de courbure constant, donc l'équation (4) donne une équation différentielle des courbes (Γ) ; on peut aussi utiliser l'équation finale de la question I 3° : il suffit

de faire une figure en remarquant que l'angle X défini par l'égalité $\tg X = \frac{\rho d\theta}{d\rho}$, n'est autre que l'angle désigné traditionnellement par V pour avoir en trois lignes l'équation de (Γ).

La question 2° a été assez souvent traitée, mais en général de façon superficielle.

La question 3°, délicate, a mis en évidence l'esprit d'analyse des meilleurs candidats.

**

184 copies furent corrigées, dont les notes vont de zéro (deux fois) à 19. La répartition des notes se représente assez exactement par la superposition d'une répartition du type de Gauss, allant des notes 0 à 8 et intéressant 90 % des candidats avec une répartition irrégulière allant des notes 9 à 19, attribuées aux 10 % restants. Le tiers des candidats n'arrive pas à obtenir la note 4 et la moitié d'entre eux ne peut obtenir la note 5.

L'impression d'ensemble, comme l'an dernier, n'est pas très encourageante. Les bons candidats sont en trop petit nombre ; les notes 19, 18, 17,5, 16,5, 16, témoignent du mérite des meilleurs d'entre eux et de la qualité des solutions qui nous ont été remises. Nous nous inquiétons de la proportion trop faible de notes comprises entre 9 et 14 que n'expliquent, ni la difficulté, ni la longueur du problème.

COMPOSITION DE CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL

(Correcteur : M. Y. MARTIN)

Renseignements statistiques : 183 copies furent remises. La moyenne des notes est de 5,77. Les meilleures notes sont : 19,5 ; 19 ; 17 ; 15,5 (2 fois) ; 15 (2 fois) ; 14,5 ; 14 ; 13,5 ; 13 (2 fois) ; 12,5 (2 fois) ; 12 (4 fois), etc... Les résultats globaux sont consignés dans le tableau suivant :

Notes	$0 \leq x < 2$	$2 \leq x < 4$	$4 \leq x < 6$	$6 \leq x < 8$	$8 \leq x < 10$	$10 \leq x < 12$	$12 \leq x < 14$	$14 \leq x < 16$	$16 \leq x < 18$	$18 \leq x < 20$
Fréquences...	38	34	31	23	22	17	9	6	1	2

Ces résultats sont, dans l'ensemble, assez décevants et ce n'est qu'à la générosité du barème que la moyenne doit d'être de 5,77. En particulier, il ne devrait pas se trouver 38 candidats à avoir une note inférieure à 2, alors qu'il était attribué 11 points pour l'ensemble des trois premières questions ! Notons, en guise de consolation, que si l'on excepte ces 38 « candidats », la moyenne se trouve hissée à 7, et que la moyenne relative aux 62 admissibles est de 10,1, ce qui implique une corrélation très satisfaisante entre les résultats de l'épreuve d'Analyse et ceux de l'ensemble des épreuves écrites.

Les deux meilleures copies distançaient nettement les suivantes et faisaient preuve de qualités indéniables, mais très différentes ; elles furent notées 19,5 et 19. La première, sensiblement plus complète que la seconde, dénotait une exceptionnelle endurance : la presque totalité des cinq premières questions et le début de la sixième y étaient traitées. Toutefois, les méthodes employées étaient souvent inutilement compliquées, alourdissant d'autant une rédaction peu aérée. La deuxième copie appartenait au candidat qui devait se classer premier à l'admissibilité comme à l'admission ; de lecture infiniment plus agréable, elle témoignait d'un esprit particulièrement vif, révélant en outre, par la clarté et la simplicité de son exposé, de très grandes qualités pédagogiques.

*
**

Les trois premières questions devaient, dans l'esprit du correcteur, faire une première sélection et on espérait qu'elles seraient un obstacle vite franchi par la majorité des candidats. Il n'en fut rien et c'est sur ces trois premières questions que les deux tiers environ des candidats se départagèrent. Dans les deux premières questions et dans une bonne partie de la troisième, les candidats n'avaient pourtant qu'à se laisser guider par un énoncé très explicite. Dans les questions suivantes, une initiative plus grande leur était volontairement laissée : ce fut l'occasion d'une débâcle quasi-générale. En particulier, malgré le souci d'utiliser dans l'énoncé des notations évocatrices, peu de candidats pensèrent à utiliser à la fin du 3^e la transformation d'Abel rappelée au début de cette même question. Cet échec tient, en réalité, à ce que la très grande majorité des candidats n'a pas assimilé les notions premières de l'Analyse. Aucune des fautes classiques (hélas !) ne fut oubliée. Citons, parmi les plus fréquentes :

— Si $\frac{u_n}{u_n} \rightarrow 1$, les séries (u_n) et (v_n) sont de même nature.

— Les inégalités $|a_n| < A$ impliquent $|\sum a_n b_n| < A |\sum b_n|$.
 — Si les sommes partielles d'une série à termes quelconques sont bornées, la série converge.

— Si la série (u_n) converge, $\sqrt[n]{|u_n|}$ a une limite.

— Si la série $(u_n + v_n)$ converge, il en est de même des séries (u_n) et (v_n) , etc...

La simple notion de convergence dépasse beaucoup de candidats qui n'y ont sûrement jamais réfléchi. Quant à l'expression « convergence uniforme », elle n'évoque pour beaucoup qu'une précaution de style bien commode pour éviter les foudres du correcteur. Chaque candidat ne devrait-il pas avoir présents à l'esprit, à défaut d'un sens inné de la rigueur, divers contre-exemples qui rendent évidente l'utilité de la notion de convergence uniforme ?

La quatrième question était assez longue et demandait déjà quelques connaissances plus approfondies. Nous pensions qu'elle serait au moins abordée par la moitié des candidats. Elle ne servit en réalité qu'à classer les meilleures copies. Aucun candidat ne donna d'ailleurs l'expression exacte de $h(\theta)$ et très peu manièrent convenablement le calcul des résidus.

La cinquième question se résolvait en quelques lignes si l'on pensait, comme le suggérât l'énoncé, à calculer d'abord les sommes partielles, polynômes de degré $n-1$ prenant des valeurs connues (0 ou 1) pour $z = 1, 2, 3, \dots, n$. On en déduisait la valeur des coefficients a_n par différence de deux sommes partielles successives.

La sixième question, par sa difficulté et sa longueur, représentait, en fin d'épreuve, un obstacle exceptionnel que le correcteur ne proposa que dans le double but de donner une conclusion naturelle à l'énoncé et de fournir aux futurs candidats quelques éléments de travail et de réflexion. De rares copies établirent correctement les lemmes proposés. Aucune ne dépassa ce stade. Mais la chose était prévue et ne causa par conséquent aucune déception.

Il convient enfin de mettre les candidats en garde contre un défaut trop souvent observé : l'escamotage d'une question à l'aide d'affirmations non justifiées mais nombreuses et très variées données dans l'espoir que le correcteur saura extraire le bon grain de l'ivraie et en créditera le candidat : de telles réponses ont été plus mal jugées que celles de candidats qui, ne trouvant pas de solution, se bornèrent à bien mettre en évidence les difficultés qu'ils n'avaient pas réussi à surmonter.

En conclusion, pour diriger convenablement leur préparation au concours, les candidats doivent se persuader qu'il ne leur est demandé aucune virtuosité de calculateur, ni aucune connaissance de théories spécialisées : il leur suffit seulement, à l'occasion d'exercices et de problèmes nombreux et variés, d'avoir réfléchi aux notions fondamentales de l'Analyse et de les avoir bien assimilées. Puisse ce pressant appel être entendu des candidats à venir.

COMPOSITION DE MÉCANIQUE RATIONNELLE

(Correcteur : M. J. COMBES)

Le problème, d'un genre très classique, était consacré à la théorie des liaisons unilatérales, dont quelques aspects se trouvaient mis en évidence dans l'étude d'un dispositif simple : bobine à bases inégales, mobile sur un plan incliné qu'elle touche en deux points, diverses hypothèses étant faites sur la nature des contacts. On ne demandait pas aux candidats une étude exhaustive : le texte précisait que les mouvements seraient d'abord étudiés comme si les liaisons étaient bilatérales, et qu'on n'examinerait le sort des liaisons que dans les cas explicitement indiqués.

Dans la première partie, les deux contacts étaient supposés sans frottement. Une première question, concernant le mouvement avec bicontact et le calcul des réactions.

correspondantes, a été dans l'ensemble correctement traitée, bien que déjà des erreurs graves apparaissent dans de trop nombreuses copies : erreurs dans l'emploi des trièdres mobiles (on confond les dérivées absolue et relative d'un vecteur), erreurs d'homogénéité... La deuxième question, concernant le sort des liaisons dans un mouvement commençant* où, *a priori*, toutes les hypothèses sont possibles, fournissait un exemple d'une difficulté que — le correcteur a été surpris de le constater — presque tous les candidats ignorent. Quand il y a deux contacts unilatéraux, I et I', ils ne persistent tous deux que tant que les réactions correspondantes ont toutes deux des sens convenables, ce qui se traduit ici par la condition : Z et Z' positifs, en désignant par Z et Z' les valeurs algébriques sur Oz des deux réactions. Lorsque cette condition n'est pas remplie, on est assuré que le mouvement avec bicontact ne se produit pas, mais il est faux d'affirmer par exemple que, si Z est négatif et Z' positif, le contact I est rompu, tandis que le contact I' persiste : le seul signe des réactions calculées dans le cas du bicontact ne permet pas de conclure, ce qui n'a rien de surprenant si l'on pense qu'il s'agit alors de réactions calculées dans un mouvement qui n'a pas lieu. Sans faire appel à la théorie de Delassus, il suffisait d'étudier successivement les conditions de possibilité d'un mouvement commençant avec rupture d'un contact, de l'autre, des deux. On constatait que la règle inexacte signalée ci-dessus conduit effectivement à des résultats faux lorsque l' est négatif.

Dans la deuxième partie, les deux contacts étaient supposés sans glissement. Le mouvement est alors cinématiquement déterminé : II' est axe instantané de rotation, le point où DD' perce le plan d'appui reste fixe. La position du système ne dépend que d'un paramètre, et le théorème de la force vive donne la loi du temps. Les réactions s'obtiennent par les théorèmes généraux ou la méthode du travail virtuel (avec, naturellement, une indétermination pour les composantes sur II', dont seule la somme est connue), et on en déduit les conditions nécessaires de persistance des contacts demandées par l'énoncé : l' positif et α assez petit. Pourquoi seulement conditions nécessaires ? C'est que, dès qu'intervient le frottement, on peut rencontrer des indéterminations, ainsi d'ailleurs que des impossibilités, et il restait donc une discussion, qui était reportée au IV. Cette deuxième partie a été plus ou moins bien traitée suivant les copies ; les calculs sont souvent très lourds et non dominés ; les conditions nécessaires demandées ont été rarement obtenues.

Comme la précédente, la partie III a été assez souvent abordée, mais peu de candidats arrivent à dégager les équations du mouvement. Le contact I est sans glissement, le contact I' sans frottement. Les quatre paramètres de position x, y, ψ, φ sont liés par deux relations exprimant le non-glissement ; on trouve aisément une intégrale première linéaire en φ' et ψ' ; comme quatrième équation on peut utiliser celle que fournit le théorème de la force vive, ou remarquer que ψ satisfait à une équation de type pendulaire, qui se réduit à $\psi'' = 0$ quand α est nul. Les composantes des réactions et les conditions nécessaires de persistance des contacts s'obtiennent comme au II. Pour ne pas allonger, on ne demandait aux candidats que de traiter l'analogue du cas II, a.

La partie IV n'a été abordée que dans deux copies. Il s'agissait d'étudier les conditions de possibilité des mouvements commençants des divers types, une partie de cette étude ayant d'ailleurs été faite au I, 2°. Le but était double. D'une part, on prouvait que les conditions nécessaires obtenues au II et au III, sont suffisantes : lorsqu'elles sont remplies, le mouvement avec bicontact est le seul possible, et se produit donc effectivement. D'autre part, on rencontrait sur un exemple très simple (bobine abandonnée immobile, avec pour les contacts les hypothèses du III) des impossibilités ou des indéterminations pour le mouvement commençant, lorsque les données et la position initiale étaient convenablement choisies. Au sujet de ces difficultés, que les candidats devaient seulement constater, on pourra se reporter à des articles de DELASSUS (*Nouvelles Annales*, 1920 et 1925-1926).

Enfin la partie V, indépendante des précédentes, a été traitée partiellement et, en général, avec peu de succès dans une trentaine de copies.

L'énoncé laissait aux candidats le choix des méthodes : théorèmes généraux ou méthode du travail virtuel, mise en équations spéciale pour chaque question ou établissement préalable des équations générales et particularisation au fur et à mesure suivant les liaisons imposées. Ce dernier point de vue a été adopté dans quelques copies, et notamment dans la meilleure, qui a obtenu la note 18. Son auteur a compris tout le problème, et, s'il n'a pas eu le temps de terminer toutes les discussions, il a traité correctement et exposé de manière élégante tout l'essentiel. Premier à l'écrit, il a conservé cette place dans le classement définitif. On trouve ensuite les notes : 15 (une fois), 12,5 (deux fois), 12 (deux fois), 11 (une fois), 10,5 (une fois), 10 (deux fois). Pour 178 copies soumises à correction, il y a 26 notes supérieures ou égales à 8, 54 supérieures ou égales à 6, 53 inférieures ou égales à 2. Ce dernier lot, trop nombreux et qui comporte neuf fois la note 0, est responsable d'une moyenne générale très basse voisine de 4,5. Tout en faisant la part de la fatigue lors de la dernière épreuve (comment expliquer autrement qu'un candidat à l'agrégation

écrive la surprenante inégalité : $\cos \alpha > \frac{fmg}{\sqrt{2}}$?), on doit constater que trop de can-

didats abordent le concours avec des souvenirs imprécis de leur cours de mécanique rationnelle ; un travail méthodique devrait leur permettre d'éviter les erreurs grossières et d'arriver dans une épreuve de sept heures à obtenir des résultats plus substantiels.

EPREUVES ORALES

Elles ont eu lieu au Lycée Saint-Louis. La liste d'admissibilité a été arrêtée le vendredi 22 juin au matin et publiée dans l'après-midi ; les candidats ont été répartis en deux séries ; l'appel de la première série a été fait au Lycée Saint-Louis, le mardi 26 juin à 17 heures, et celui de la seconde, le lundi 9 juillet à 17 heures. Les épreuves pratiques communes aux deux séries ont eu lieu le mardi 10 juillet.

Tous les candidats doivent être présents à Paris au moment de l'appel, pour participer au tirage au sort des leçons d'oral et de leur répartition dans le temps et au moment des épreuves pratiques ; il est donc impossible, et il restera impossible tant que les épreuves pratiques seront des épreuves de l'oral, de constituer plus de deux séries de candidats. Comme en 1956 la liste d'admissibilité était de 62 noms, chacune des séries se trouvait être de plus de 30 candidats, ce qui représente pour chacun d'eux quinze à dix-sept jours de présence à Paris, charge très lourde pour ceux qui n'habitent pas à proximité de Paris, ou n'y possèdent pas de parents pouvant les héberger. Nous souhaitons très vivement réduire cette charge dans la mesure du possible ; nous souhaitons aussi faciliter en même temps celle du jury. L'expérience des années précédentes nous avait montré que les délibérations du jury, pour être efficaces, devaient porter sur l'étude d'un petit nombre d'examens oraux, complètement terminés et terminés depuis peu de temps. Ces considérations diverses nous ont amenés à proposer au jury de modifier l'ordre des épreuves orales de manière à concilier, dans la mesure où cela était possible, le souci de réduire au minimum la durée effective pour chaque candidat de son séjour à Paris et d'alléger la tâche écrasante des membres du jury.

Les 62 admissibles ont été répartis en six groupes de douze candidats chacun en principe ; chacune des deux séries était donc composée de trois groupes. Les vingt-quatre leçons, qui constituent les épreuves totales proprement dites, des candidats d'un groupe ont été réparties sur quatre jours en assurant à chaque candidat un repos d'une journée entre les deux leçons. La journée suivant ces quatre jours d'oraux était consacrée à la discussion du jury et à la réception des candidats par son président.

Cette organisation a permis, d'une part, de réduire à sept jours la durée de la présence à Paris obligatoire pour un candidat ; une journée pour l'appel, une pour les épreuves pratiques, cinq pour les oraux proprement dits. Il n'a pas été possible bien entendu de faire en sorte que ces sept jours soient consécutifs, mais en groupant les épreuves orales, nous avons libéré ceux des candidats qui n'habitent pas à une trop grande distance de Paris de l'obligation d'un séjour prolongé à l'hôtel et de l'énervement de l'attente de la seconde leçon ; la plupart de ceux-ci ont pu rentrer chez eux entre le début ou la fin des épreuves orales de leur groupe et l'appel, ou les épreuves pratiques.

En outre, ce groupement des leçons d'oral a facilité la tâche du jury ; comparer et classer vingt-quatre leçons entendues dans les quatre journées précédentes est singulièrement plus aisé que d'en comparer ou classer soixante-deux après douze ou treize journées d'oraux ; la délibération finale a porté comme d'habitude sur l'ensemble des résultats obtenus et, en particulier, a bien obligé à classer les cent vingt-quatre leçons entendues par le jury, mais ce choix n'a exigé qu'une synthèse relativement aisée des comparaisons déjà faites.

Un exemplaire de la note dont on trouvera le texte dans le rapport sur l'agrégation 1954 (*Bulletin* n° 168, p. 118) a été remis à chaque candidat.

*
**

Le tirage au sort des leçons jumelées a eu lieu après l'appel des candidats de chaque série. Voici la liste des textes de leçons qui n'ont pas déjà été publiés dans le rapport de 1955.

LEÇONS DE MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES.

1. *Mathématiques Supérieures.*

1. Générations tangentielles d'une conique considérée comme enveloppe d'une famille de droites. Applications. Exemples.
2. Transformations par polaires réciproques par rapport à un cercle. Applications. (La théorie des pôles et polaires est supposée connue).
3. Condition pour que quatre points d'un plan soient sur un cercle. Applications.
4. Les sections planes du cône et du cylindre de révolution ayant été étudiées, étudier les cônes de révolution contenant une conique donnée. Applications.
5. Hyperbole définie par ses asymptotes et un point.
6. Polaire d'un point par rapport à un cercle. Droites conjuguées. Applications et exemples. (La transformation par polaires réciproques n'est pas demandée. L'étude des cercles et des faisceaux de cercles a déjà été faite).
7. Première leçon sur le déplacement plan défini comme transformation ponctuelle conservant l'égalité de deux figures. (L'étude de l'égalité de deux figures est supposée faite).
8. Section parabolique d'un cône de révolution. Cercles bitangents à la parabole.
9. Etude géométrique de la sphère. Plan tangent. Cônes et cylindres circonscrits.

2. *Mathématiques élémentaires.*

10. Géométrie : Une hyperbole est définie par le foyer F et le cercle directeur ayant pour centre le second foyer. Existence de la tangente en un point. Problèmes sur les tangentes.
(La construction par points, l'intersection avec une droite, ont déjà été exposées).
11. G. : L'inversion dans le plan et dans l'espace ayant été traitée, indiquer et traiter des applications.

12. G. : Ellipse et cercle déduits l'un de l'autre par affinité. Tracé dit de la bande de papier. Construction d'une ellipse définie par deux diamètres conjugués.
13. G. : Coniques définies comme lieu des centres passant par un point et tangents à une droite ou à un cercle. Problèmes sur les tangentes et théorèmes de Poncelet.
14. G. : Exemples de détermination de coniques par la donnée d'éléments réels tels que points, tangentes, foyers, directrices.
15. G. : Axe radical de deux cercles. Etude des faisceaux linéaires de cercles. Exercices.
16. G. : Division harmonique de points et faisceaux harmoniques de droites. Polaire d'un point par rapport à deux droites. Applications.
17. Géométrie et géométrie cotée : Projection orthogonale d'un cercle sur un plan (Etude géométrique). Application à la représentation d'un cercle en géométrie cotée et à la détermination d'une tangente au cercle.
18. Analyse : Notion de fonction primitive. Utilisation pour le calcul de certaines aires. On admettra la notion d'aire et le théorème concernant une fonction dont la dérivée est constamment nulle. Le candidat a la possibilité d'étendre la théorie au calcul d'un volume simple.
19. Algèbre : Traiter quelques exemples d'inéquations irrationnelles.
20. A. : Exemples numériques simples sans aucune théorie générale d'équations qui se ramènent à des équations du premier ou du second degré.
21. A. : Première leçon sur les nombres positifs et négatifs. (La notion de nombre positif est supposée acquise).
22. Trigonométrie : Donner un ou deux exemples de résolution d'un triangle dans un cas non classique. (Le cas douteux est considéré comme classique).
23. Arithmétique : Diviseurs communs à deux ou plusieurs nombres. P.G.C.D. Propriétés. Ex. de calcul du P.G.C.D. Nombres premiers entre eux. (La théorie des nombres premiers sera faite ultérieurement).
24. Arithmétique : Définition et extraction de la racine carrée arithmétique d'un nombre donné à une unité près.
25. Arithmétique : Notion de fraction. Egalité de deux fractions. Inégalités. Multiplication et division.
26. Cinématique : Vitesse et accélération d'un mobile animé d'un mouvement curviligne. Détermination du vecteur vitesse et du vecteur accélération dans le cas où la position du mobile est définie par ses coordonnées. Exemples. (L'étude complète des mouvements uniformément variés, circulaire et vibratoire simple n'est pas au programme de cette leçon).
27. Géométrie descriptive : Droites et plans perpendiculaires. Applications.

3. Sciences expérimentales.

28. Dérivées d'un produit, d'un quotient, d'une puissance et d'une racine carrée. Dérivées successives de $(1+x)^n$ (n entier). Application à la formule du binôme.
29. Fonction $y = \sqrt[n]{x}$. Logarithme de y^p . Exercices.

4. Première C. et M.

30. Traiter un ou deux exemples de problèmes dont la résolution conduit à un système de deux équations du premier degré ou à une équation du second degré.
31. Fonction $f(x) = ax^2 + bx + c$. Etudier s'il existe des valeurs de x pour lesquelles $f(x) = 0$, le signe de $f(x)$, le sens de variation de $f(x)$.
32. Somme géométrique de deux vecteurs. Projection sur un axe de la somme géométrique. Formules donnant le cos. et le sin. de la somme de deux arcs en fonction du cos. et du sin. de ces arcs.

33. Projection orthogonale sur un plan d'un point, d'une droite, d'un segment. Condition pour qu'un angle droit se projette suivant un angle droit ; application.
34. Surface conique à directrice circulaire. Définition. Section par un plan parallèle au plan de la directrice. Plans tangents. Exercices.

5. *Seconde C. et M.*

35. Géométrie : Somme et différence des carrés des distances d'un point à deux points fixes. Applications à des problèmes de lieux géométriques.
36. G. : Traiter par une méthode d'analyse et de synthèse un exemple classique du programme et un exemple non classique de problème de lieu géométrique.
37. G. : Position relative de deux cercles.
38. Algèbre et analyse : Etude de la fonction linéaire. Représentation graphique. Association à une droite d'une fonction linéaire. Coefficient angulaire. Pente.
39. A. : Résolution d'un système de deux équations linéaires à deux inconnues.

LEÇONS DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES

1. Première leçon sur les nombres complexes.
2. Division de deux polynômes ordonnés suivant les puissances décroissantes. P.G.C.D. de deux polynômes.
3. Formule des accroissements finis. Formule de Taylor. Applications.
4. Fonction x^α , α quelconque, réel. Fonction u^v , u et v étant deux fonctions de x . Exemples.
5. Développement limité d'une somme, d'un produit, d'un quotient de deux fonctions. Développement limité d'une fonction de fonction. Exemples et applications.
6. Application des développements limités à l'étude des branches infinies de courbes d'équation $y = f(x)$ et des courbes planes définies paramétriquement.
7. L'étude des formes indéterminées étant achevée, traiter sous forme de révision un certain nombre d'exemples.
8. Formes indéterminées. Etude générale. Ex. d'applications. (La leçon : étude des diverses formes indéterminées obtenues par produit ou quotient des fonctions e^{kx} , x^α , $\log x$, est connue).
9. Décomposition d'une fraction rationnelle à coefficients réels en éléments simples de la forme $\frac{A}{(x-a)^\alpha}$. Exemples et usages.
10. La théorie générale de la décomposition d'une fraction rationnelle en éléments simples de première espèce est supposée faite ; donner des exemples de telles décompositions et des applications montrant leurs usages.
11. Multiplication de deux séries absolument convergentes. Produit de deux séries entières. Exemples.
12. Changement de variable dans une intégrale définie ou indéfinie. Etude théorique. Exemples.
13. Intégrations de fractions rationnelles de x et y , quand $y = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ ou $y = \sqrt{\frac{ax+b}{cx+d}}$, a, b, c, d étant des nombres. Exemples.
14. Equations différentielles du 2^e ordre linéaires et à coefficients constants. La théorie de l'équation sans second membre étant supposée connue, donner des exemples d'équations avec second membre.
15. Dérivée d'une fonction composée. Formule des accroissements finis. Formule de Taylor pour une fonction de plusieurs variables.
16. Etude de l'enveloppe de la droite d'équation $x \cos u + y \sin u = f(u)$. Déve-

loppée, courbure. Exemples. (La théorie générale des enveloppes et de la courbure a été faite. On pourra donner des exemples comportant le tracé d'hypocycloïdes ou d'épicycloïdes, mais l'étude générale de ces courbes n'est pas demandée).

17. Enveloppe définie paramétriquement d'une droite dont l'équation dépend d'un seul paramètre. Point caractéristique. Exemples.
18. Etude au voisinage d'un point à distance finie et branches infinies d'une courbe plane définie paramétriquement.
19. Courbes gauches ; normales ; normale principale. Courbure d'une courbe gauche.
20. Etude des surfaces de révolution. (Géométrie analytique).
21. Système de vecteurs glissants. Moment résultant. Axe central. (La théorie du moment d'un vecteur par rapport à un point est supposée connue).
22. Produit vectoriel de deux vecteurs dans l'espace. Moment d'un vecteur par rapport à un point. Applications.
23. La statique des systèmes ayant été enseignée, donner quelques exemples de l'équilibre de corps solides ou d'assemblages de solides.
24. Première leçon sur le paraboloïde hyperbolique. (L'étude analytique de cette surface est supposée faite).

*
**

On pouvait craindre, en portant le nombre des admissibles de 48 à 62, que l'amélioration des moyennes des notes des leçons d'oral, amélioration déjà sensible en 1955, ne se maintienne pas. Il n'en a rien été ; la moyenne des notes obtenues par les admissibles pour les leçons d'Elémentaires est de 11,5 comme en 1955, et celle des leçons de Spéciales de 10 au lieu de 9,5. (Moyennes des leçons de candidats reçus agrégés : 12,8 et 8,4). Comme, d'autre part, le jury n'a pas, comme en 1955, entendu de leçons particulièrement remarquables et qu'aucune note n'a été supérieure à 17,5, il s'agit d'une amélioration de toutes les leçons et le mérite en revient à la qualité des préparations déjà signalées dans le rapport de l'année dernière.

C'est en Spéciales seulement que quelques défaillances spectaculaires ont eu lieu ; un candidat a renoncé à exposer la leçon (11) : multiplication de séries absolument convergentes ; un autre a courageusement reconstitué, avec plus d'imagination que de bonheur, la leçon sur le mouvement elliptique des planètes, aboutissant en définitive à une trajectoire définie par le système

$$r = \frac{\mu}{\alpha^2} + b \sin \varphi \quad 0 - 0 = A \left| \log \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \right|$$

qu'il affirme être une conique de foyer O (dans le système de coordonnées polaires r, θ). Deux autres leçons sont très mauvaises. On peut donc dire, *grosso modo*, que sur les 124 sujets de leçons proposés, quatre seulement étaient totalement, ou à peu près, ignorés des candidats ; les autres ont été traités diversement, les notes s'échelonnent de 3 (une fois), à 17,5.

Il nous paraît donc équitable de ne pas trop insister sur les défauts des leçons entendues, tout au moins sur les défauts de toutes les leçons entendues, et de chercher plutôt à dégager des 124 comptes rendus du dossier de l'agrégation 1957, quelles difficultés éprouvent les candidats à satisfaire aux exigences du jury, comment ils les surmontent et quelles précautions ils pourraient prendre pour y réussir plus pleinement.

L'Agrégation étant un des concours de recrutement de l'Enseignement du Second Degré, destiné à lui fournir des professeurs capables d'enseigner au minimum en Mathématiques Elémentaires, et éventuellement dans les classes préparatoires aux Grandes Ecoles, les épreuves de ce concours ont pour but de mettre en lumière les connaissances des candidats et, surtout, leurs qualités pédagogiques. Ces dernières

sont révélées particulièrement par les épreuves orales. On a donc choisi ces épreuves : leçons d'agrégation, aussi semblables que possible à l'exercice quasi-quotidien du professeur : la préparation d'une classe. Le candidat, comme tout professeur, est donc invité à préparer, sur un sujet et pour une classe qui lui sont indiqués, une leçon d'une durée maximum de 45 minutes, leçon destinée à des élèves représentés par un jury muet ; il dispose d'un temps suffisant, et même largement calculé, pour cette préparation ; il peut, comme un professeur le ferait, limiter le sujet proposé s'il le trouve trop vaste ; il a sur le professeur l'avantage de n'avoir pas à insérer sa leçon dans l'enseignement réparti sur une année scolaire et il est libéré des soucis que peut causer dans les classes l'emploi d'un livre.

Il est presque banal, à force de le répéter, de dire qu'enseigner, c'est essentiellement choisir. Dans le cas présent, choisir d'abord ce qui doit être enseigné, car on ne peut pas *tout* enseigner ; donc décider ce qui fera partie de l'enseignement magistral, puis, ce qui, ne l'étant pas, sera réservé pour une étude dirigée sous forme d'exercices. Ce premier tri effectué, il faut choisir de nouveau, parmi les vérités à enseigner, les plus importantes, car il serait vain de croire que tout ce qui est enseigné sera retenu ; l'élève est, en général, incapable de choisir entre l'essentiel et l'accessoire ; il appartient au professeur de lui faciliter cet indispensable choix. C'est pourquoi une leçon débitée sur un ton monotone ou une leçon sans conclusions fermes et précises a peu de chances d'être jugée efficace et par conséquent bien notée. Il en est de même pour les leçons-marathons que le refus de choisir transforme en une décevante course contre la montre.

Ces choix, bien entendu, ne sont pas faciles et nous constatons sans surprise qu'ils n'ont pas, au cours des oraux de 1956, toujours été excellents, mais ce qui est rassurant, c'est que la presque totalité des concurrents a fait un choix ; très nombreuses sont les leçons, équilibrées dans le temps, dont le plan est clair et l'ordonnance logique. On leur doit, pour une part, l'amélioration déjà signalée des notes d'oral.

Le plan étant fixé, le candidat expose sa leçon devant les membres du jury ; il est naturellement tout à fait libre de choisir la forme et le mode d'exposition qui lui conviennent. Nous avons entendu, cette année encore, deux leçons à tendances axiomatiques dont nous parlerons tout à l'heure ; bien que les exposés dogmatiques aient encore des partisans, particulièrement lorsqu'il s'agit de leçons de Spéciales, les candidats choisissent en général les méthodes d'exposition dites actives, recommandées par les Instructions de 1938. Signalons-leur que s'il est légitime de ne pas énoncer à l'avance le résultat que l'on désire démontrer, il ne l'est cependant pas du tout de laisser ignorer totalement ce que l'on cherche. L'auditeur moyen a besoin d'un fil conducteur et il est aussi indispensable de préciser clairement les hypothèses et l'objet de la recherche que la méthode que l'on entend suivre pour la mener à son terme ; il est indispensable également de faire à la fin le bilan exact et précis des résultats obtenus.

Pour illustrer ces considérations générales, nous choisirons un exemple emprunté à des exposés relatifs aux transformations. On démontrait autrefois une réciproque qui s'énonçait ainsi :

(I) Etant donnés deux points *fixes* A, A' , et deux points mobiles M et M' , tels que $\overrightarrow{AM'} = k\overrightarrow{AM}$ ($k \neq 1$), la transformation ponctuelle dans laquelle M' est le transformé de M est une homothétie fixe, c'est-à-dire définie par les données A, A', k .

On lui substitue quelquefois, avec le souci de se placer dans des conditions plus générales, le suivant :

(II) La transformation qui fait correspondre à un couple de points quelconques A, B un couple A', B' , tel que $\overrightarrow{A'B'} = k\overrightarrow{AB}$ ($k \neq 1$) est une homothétie.

Le raisonnement qui justifie cette proposition (II) n'est pas simple pour des

débutants. Si l'on suppose A et A' fixes, B et B' mobiles, on démontre, comme dans (I), que B' est l'homologue de B dans une homothétie fixe, mais comme A et A' sont quelconques, il y a autant d'homothéties que de couples A, A' et il faut, en plus, démontrer que toutes ces homothéties sont identiques.

Enfin, dans certains cas, on énonce la propriété (II) en ajoutant A, B, points quelconques d'une figure (F) quelconque. Si, par malheur, et ce malheur, hélas ! est arrivé à certains auteurs d'ouvrages, on oublie le second quelconque, la proposition énoncée n'est pas exacte. La transformation

$$\begin{aligned}x' &= kx + x^2 + y^2 - a^2, \\y' &= ky + x^2 + y^2 - a^2,\end{aligned}$$

n'est pas une homothétie et elle fait correspondre à tout couple de points A, B du cercle (F) d'équation $x^2 + y^2 - a^2 = 0$ un couple A', B' tel que $\overrightarrow{A'B'} = k \cdot \overrightarrow{AB}$.

Les élèves moyens se perdent dans ces subtilités ; ceci prouve qu'il n'est pas utile de tout enseigner et que le choix est indispensable. La proposition (I), nette, précise, à sa place dans un cours magistral, et la proposition (II) est, à la rigueur, valable comme exercice, parce que lorsque l'élève apprend son cours, il est seul en face de ses notes et que, lorsqu'il traite un exercice, il a un mentor pour lui éviter les faux pas. La recherche de la généralité la plus grande, celle de la rigueur totale, sont certes des conditions de progrès dans la découverte ; elles peuvent, en pédagogie, décourager plus qu'elles n'instruisent.

LEÇONS D'ÉLÉMENTAIRES

La leçon n° 25 : *Math. élém. : notion de fraction, égalité, inégalité, multiplication, division*, a fait l'objet d'un des deux exposés axiomatiques entendus au cours de cette session. Le candidat a adopté le plan de l'énoncé qui écartait le problème de l'addition. Il a eu l'estimable souci pédagogique de rappeler aux élèves qu'une étude des fractions, comme fractions de grandeurs, avait déjà été faite dans les classes antérieures. Il s'est borné à en souligner les faiblesses pour conclure à la nécessité d'une nouvelle étude « plus rigoureuse ». Il est regrettable que le candidat n'ait pas attaché plus d'importance à ce préambule d'ailleurs excellent ; il aurait suffi qu'il précisât ce qu'il voulait dire avec plus de netteté pour énoncer le plan d'une leçon très différente de celle qu'il s'est résigné à faire et qui aurait pu être meilleure.

Les élèves auxquels il est censé s'adresser n'ont sans doute pas très clairement réalisé encore qu'un nombre fractionnaire est un ensemble de deux nombres naturels ordonnés, mais ils connaissent, sous des dénominations, il est vrai plus modestes, les relations d'ordre et les lois de composition interne de ces nombres. Il est excellent de leur faire observer que ces relations et ces lois ont été fixées intuitivement par interprétation de phénomènes concrets, et l'objet de la leçon pouvait être de montrer que ces relations et ces lois découvertes intuitivement, étant acceptées, le système de nombres ainsi défini jouit d'un certain nombre de propriétés, et en particulier que son usage n'entraînera pas de contradictions. Autrement dit, elle pouvait être une prudente initiation, faite sans exagération de rigueur et de dogmatisme, dans une langue simple, à la notion de structure de corps qui permettra des généralisations fructueuses et dont les débutants n'ont encore aucune idée.

Ce n'est pas tout à fait cette leçon que nous avons entendue et c'est dommage. Suivant une coutume contestable, le candidat, après ce préambule intelligent, adopte la méthode dogmatique ; il semble, à l'entendre, que les relations d'ordre, les lois de composition interne, aient été fixées de toute éternité ou choisies au hasard ; il n'est pas fait la moindre allusion à la nécessité (au moins pratique) d'opérer ce choix de

manière à permettre de définir $\frac{a}{1}$, définition d'ailleurs qui arrive au moment où nous ne l'espérons plus.

La leçon n° 21 : *Math. élém. : Première leçon sur les nombres positifs et négatifs* a été traitée, elle aussi, axiomatiquement, mais cette fois sans aucun souci de donner aux élèves un fil conducteur. La volonté d'hermétisme du candidat semble délibérée ; il sait où il va, le jury également, mais aucun élève de Mathématiques ne découvrirait sans aide où on le mène. La relation d'équivalence des nombres (a, b) (a', b') n'a pas été choisie au hasard ; elle l'a été de manière à permettre d'identifier le nombre (a, b) , dans le cas où $a > b$, avec le nombre $a - b$. La règle des signes, admise sans aucune explication, résulte elle aussi du souci d'avoir une loi de composition interne, celle du produit, valable dans le cas $a > b, a' > b'$

$$(a - b) (a' - b') = [(aa' + bb') - (ab' + ba')].$$

Ces explications ne sont sans doute pas nécessaires, mais elles sont utiles dans la mesure où l'on espère accrocher l'attention d'un auditoire. La première a en définitive été donnée, *in extremis*, dans les cinq dernières minutes, sous la forme suivante : la classe d'équivalence $(a + p, a)$ est, par définition, le nombre positif p . A ce moment, il y a de fortes chances pour qu'aucun élève ne soit encore en état d'en tirer profit. La seconde a été passée sous silence.

Notons, entre autres fautes de détail, que si l'on définit arbitrairement les classes d'équivalence positives, il est indispensable de vérifier que $A - 0$ est positif.

La leçon : *Math. élém. : Fonction $y = \sqrt{ax^2 + bx + c}$, a, b, c ayant des valeurs numériques données*, est l'occasion d'une faute classique souvent signalée. Lorsque le trinôme a des racines α, β , la courbe représentative coupe l'axe des x en A et B ; la tangente en ces points est parallèle à Oy ; on en donne la raison suivante : le coefficient angulaire y' de la tangente en un point M distinct de A et de B, augmente indéfiniment lorsque M tend vers A, donc la tangente en A est parallèle à Oy. Cette affirmation est exacte, mais la propriété qu'elle utilise n'a pas été démontrée.

Leçon 6 : *Polaire d'un point par rapport à un cercle*. L'étude géométrique classique se fait en substituant à la définition de la conjugaison de deux points M et M' par rapport à un cercle (O), $(M, M', A, B) = -1$, la définition : cercle de diamètre MM' orthogonal à (O).

La substitution d'une propriété métrique à une propriété projective a, parmi d'autres inconvénients, celui d'interdire l'extension aux coniques, perspectives d'un cercle, de la définition et des propriétés des pôles et polaires par rapport à un cercle. Cependant, une des propriétés démontrées au cours de l'étude précédente, et une seule, est une propriété projective (construction de la polaire au moyen de la règle seule) ; elle a donc une incontestable importance puisqu'elle peut servir de point de départ à une théorie projective de la notion de polaire d'un point par rapport à un cercle, et un choix judicieux devrait conduire à lui faire dans l'exposé une place moins modeste que celle qui lui est en général réservée.

A propos de la leçon *Math. élém. : Etude des trièdres*, signalons qu'il est souhaitable d'établir la distinction entre trièdre *direct* et trièdre *positif*. L'opinion généralement admise et d'ailleurs sanctionnée dans la Norme X 02.102 parue en avril 1948 (Afnor) est la suivante :

« Un trièdre est dit *direct* s'il est tel qu'un observateur placé le long de Oz, les pieds en O, la tête sur Ox, regardant dans la direction de Ox, ait Oy à sa gauche. Si le trièdre est de sens opposé, il est dit : *inverse*.

« Un trièdre est dit *positif* s'il est de même sens que le trièdre de référence. »

Ainsi un trièdre direct est positif ou négatif selon qu'il est, ou qu'il n'est pas, de même sens que le trièdre de référence.

Signalons également, à propos de la leçon 12, une construction de l'ellipse définie par deux diamètres conjugués OA, OB, utilisée par les dessinateurs. Soit H la projection orthogonale de B sur OA et M un des points de BH défini par HM=OA. Soit $x'x$ la droite OA, $y'y$ la droite OM ; marquons sur une bande de papier trois

points h, b, m , tels que les figures hbm et HBM soient égales ; si m décrit $y'y$ et h $x'x$, le point b décrit l'ellipse cherchée. Cette construction, beaucoup plus précise dans la pratique que la construction classique, paraît beaucoup moins connue.

La leçon : *Rotation dans l'espace définie comme transformation ponctuelle. Symétrie par rapport à une droite : demi-tour ou transposition. Produit de deux transpositions*, est l'exemple type d'une leçon qui nécessite un choix. Le candidat qui l'a traitée a donné une définition (fausse d'ailleurs) du déplacement, puis celle, élémentaire, de la rotation transformation ponctuelle T , vérifié que T est un déplacement, examiné la réciproque, étudié les produits de transpositions avec leurs réciproques et naturellement a manqué du temps nécessaire pour exposer correctement ces aspects divers du problème. Il était cependant tout à fait libre de limiter son étude à la transformation ponctuelle T dans le cas général et celui de la transposition, en réservant pour une séance ultérieure l'étude de la même transformation considérée comme un déplacement.

La leçon de statique : *Equilibre d'un point matériel pouvant glisser sans frottement ou avec frottement sur une droite, un cercle, un plan ou une sphère*, aurait beaucoup gagné à être plus sobrement et plus correctement présentée. Nous ne saurions trop mettre en garde les candidats contre les considérations générales dans lesquelles se complaisent certains d'entre eux ; l'essentiel s'y mêle généralement à l'accessoire, le vrai au faux ; elles lassent l'attention avant même que le problème soit posé. Dans le cas présent elles sont responsables de la confusion qui a marqué cette leçon.

Rappelons aussi que les problèmes apparemment les plus simples doivent être traités soigneusement ; il est maladroit d'étudier l'équilibre d'un point sur une figure qui ne correspond manifestement pas à un équilibre, de démontrer par de pesants calculs des résultats évidents géométriquement. Faut-il rappeler aussi que la résultante d'un poids et d'une attraction exercée par un centre fixe proportionnellement à la distance, est une attraction du même type.

LEÇONS DE SPÉCIALES

Les programmes des classes de Mathématiques Supérieures et de Spéciales ont été modifiés à la rentrée d'octobre 1956 ; il en est résulté une modification du programme de l'agrégation pour 1957. On trouve le texte de ce programme dans le *B.O.E.N.* (Bulletin Officiel de l'Éducation Nationale), n° 33, du 27-9-56, page 2415.

Le théorème sur la continuité uniforme, admis sans démonstration dans les cours de Spéciales, est démontré dans les cours de licence ; il ne retient pas suffisamment l'attention des candidats. Dans les exposés classiques des leçons : définition de l'intégrale définie (par les sommes s et S de Darboux), ou définition de la longueur d'un arc de courbe, l'hypothèse de la continuité uniforme de la ou des fonctions utilisées intervient, soit pour démontrer l'existence de sommes s et S dont la différence est inférieure à un nombre donné ϵ , soit, dans le cas de l'arc de courbe, pour démontrer l'existence d'une ligne brisée, régulièrement inscrite, dont la longueur s diffère d'un nombre fixe ϵ de moins de ϵ . Deux candidats ont traité la leçon : définition de l'intégrale définie ; c'est évidemment celle où l'application du théorème de la continuité uniforme est la plus aisée ; cependant, l'un des candidats, pourtant bien classé à l'écrit, a cru pouvoir, en substituant des suites croissantes à la notion d'ensembles (s) et (S) adjacents, démontrer l'existence de l'intégrale sans évoquer la continuité uniforme ; il n'y a réussi qu'en commettant une erreur ; l'intention, cependant, nous le verrons tout à l'heure, n'était pas mauvaise.

Le second candidat a parlé de la continuité uniforme, mais de la définition qu'il en a donnée et des commentaires qui l'accompagnaient, il ne résulte pas clairement qu'il existe une partition du segment (a, b) , dans lequel $f(x)$ est définie et continue, en un nombre fini d'intervalles partiels dans chacun desquels l'oscillation de cette

fonction est inférieure à ε donné. Deux candidats ont traité la leçon : définition de l'arc de courbe ; l'un d'eux ignorait manifestement la continuité uniforme, le second au contraire la connaissait et même la connaissait fort bien. Il s'est cependant borné à indiquer que le fait que les fonctions $x'(t)$, $y'(t)$, $z'(t)$ et $\sqrt{x}$ étaient uniformément continues, entraînaient qu'une certaine inégalité était vérifiée, sans en donner de démonstration.

Un premier point paraît donc établi ; les candidats auraient intérêt à examiner d'un peu plus près les diverses propriétés des fonctions continues et, en particulier, la continuité uniforme. Nous voudrions présenter, à propos des deux leçons précédentes, une observation d'un ordre un peu différent. Il nous faut, pour le faire, préciser les notations.

Le premier problème : définition de l'intégrale définie d'une fonction $f(x)$, définie, continue, sur le segment (a, b) , conduit à l'étude d'un ensemble de nombres s définis à partir de partitions P de l'intervalle (a, b) . Ce sont les sommes s de Darboux ; un candidat les dénomme $s(P)$; c'est une bonne notation. Le second : définition d'un arc de courbe est l'étude d'un être un peu plus complexe, l'arc de courbe, défini par trois fonctions x, y, z , d'une variable t , définies, continues sur un segment (t_1, t_2) ; nous passons sur les hypothèses supplémentaires nécessitées par la démonstration. On est conduit, ici encore, à associer à toute partition P du segment (t_1, t_2) un nombre $s(P)$ qui est la longueur d'une ligne brisée, régulièrement inscrite dans l'arc de courbe A, B . Pour la commodité de la rédaction, nous confondrons dans le langage segment (a, b) , segment (t_1, t_2) et la notation AB (arc AB ou segment AB).

L'analogie entre les deux problèmes n'est, ni accidentelle, ni superficielle : les deux ensembles $s(P)$ ont des propriétés communes :

1° ils sont bornés supérieurement. [Nous avons déjà publié dans le *Bulletin* de l'Association des Professeurs de Mathématiques de mars 1954 (n° 161) une démonstration élémentaire du fait que cet ensemble (dans le cas de l'arc de courbe) est borné]. Ils ont donc l'un et l'autre une borne supérieure $[A, B]$;

2° le nombre $s(P)$ augmente (au sens large) si l'on ajoute aux nombres déterminant la partition P un nombre supplémentaire.

Or, ces deux propriétés entraînent l'égalité $[A, C] + [C, B] = [A, B]$, C correspondant à un nombre, soit du segment (a, b) , soit du segment (t_1, t_2) . Il en résulte que la fonction $[A, M]$ est définie pour toute valeur x , à laquelle correspond la notation M , des segments précédents ; c'est cette fonction qui est, suivant le cas, l'intégrale définie, ou la longueur de l'arc.

L'élégante et simple définition de l'intégrale définie par les deux ensembles adjacents de Darboux fait jouer à l'ensemble $S(P)$ un rôle trop important ; le candidat dont nous avons signalé plus haut la tentative qui consistait en gros à extraire de $s(P)$ une suite croissante bornée semble bien en avoir eu conscience, car le procédé permettrait une extension à la définition de la longueur d'un arc. Il semble bien cependant que la définition d'un nombre comme borne supérieure d'un ensemble (ou inférieure) est en général plus maniable que la définition par une suite ; par contre, la définition par une suite facilite l'étude des règles de composition. Ces considérations justifient une fois encore la nécessité d'un choix.

La leçon sur les séries à termes positifs a été fort mal traitée et mérite une mention particulière. Les faits capitaux à mettre en lumière sont les suivants : une série à termes positifs U_p converge si, et seulement si, les sommes partielles S_n sont bornées ; elle diverge si, et seulement si, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = +\infty$. On en déduit les consé-

quences immédiates : supposons qu'on ait $0 \leq U_p \leq V_p$, quel que soit p : la convergence de la série (V_p) entraîne celle de la série (U_p) ; la divergence de (U_p) entraîne celle de (V_p) . Le reste n'est que mise en application de cette idée capitale de comparaison : règle de Cauchy, et, éventuellement de d'Alembert, pour comparer une série

à une série géométrique ; recherche d'un ordre d'infinitude par rapport à $\frac{1}{n}$ pour comparer une série à une série de Riemann, ce dernier critère étant, par la nature même des séries de Riemann, « lentement » convergentes, ou « lentement » divergentes, bien plus puissant que les précédents. Naturellement les deux premiers critères sont mieux adaptés aux séries comparables aux séries géométriques, tandis que le troisième convient mieux aux séries proches de celles de Riemann.

Le candidat, après avoir énoncé correctement les divers critères classiques, mais sans en avoir probablement bien compris l'origine, les utilisa à contre-temps d'une manière si constante qu'on aurait pu la croire systématique, constituant ainsi une collection inégalable de séries « maltraitées ».

Bien qu'il ait énoncé que $\lim_{n \rightarrow \infty} U_n = 0$ était une condition nécessaire de convergence, le candidat éprouva le besoin d'utiliser la règle de Cauchy pour prouver la divergence des séries de terme général $(3 + \cos n\pi)^n$ et $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ et se contenta de remarquer que cette même règle ne permettait pas de conclure pour la série de terme $\left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$. De même, l'étude de la série de terme $n!$ nécessita l'emploi de la règle de d'Alembert. La série de terme $\frac{1}{n^2} (1 - \frac{1}{n} \sin n\pi)$ (*sic*) résista aux assauts du critère de Cauchy, tandis que la série de terme e^{-n} se laissait heureusement traiter par une variante de la règle de Riemann, ainsi que par la comparaison avec une intégrale impropre ! Quels déplorables exemples pour un auditoire non averti, et quelle preuve de manque de bon sens de la part du candidat !

La difficulté de la leçon de statique (23) : *Exemples d'équilibres de corps solides ou d'assemblages de solides*, se trouve dans le choix des exemples, qui doivent être à la fois assez simples et probants. Un premier exemple a conduit à des calculs très laborieux et occupé la plus grande partie des 45 minutes allouées. Un deuxième proposait d'étudier l'équilibre d'un carré pesant articulé, formé de quatre tiges identiques, dont l'une est maintenue horizontale et fixe. Il a été maladroitement abordé, et la disproportion entre les efforts déployés et la simplicité du résultat aurait certainement déconcerté les élèves.

Il n'a pas été tenu compte des remarques faites dans le précédent rapport par l'auteur de la leçon : *Travail d'une force, théorème de la force vive pour un point matériel, applications*. Il ne s'agit pas, dans cette leçon, de faire — et de faire mal — la théorie de l'intégrale curviligne. On peut définir le travail, d'une manière classique, comme limite de $\sum \vec{F}_i \cdot \overrightarrow{M_i M_{i+1}}$ (avec les notations usuelles). On évite toute difficulté en adoptant directement comme définition $\int \vec{F} \cdot d\vec{M}$. Cette dernière définition n'est pas moins naturelle que l'autre, elle généralise bien la définition élémentaire correspondant au cas d'une force constante dont le point d'application décrit un segment de droite.

Quant au théorème de la force vive, il est dangereux de l'énoncer sans préciser qu'on doit tenir compte du travail de toutes les forces appliquées au point, y compris les forces de liaison, et il est inadmissible de l'appliquer à des problèmes de mouvement de point gêné sans faire la moindre allusion aux réactions : même si elles ne travaillent pas, il est bon de le dire et d'expliquer pourquoi.

EPREUVES PRATIQUES

Elles ont eu lieu au Lycée Saint-Louis le mardi 10 juillet, de 8 à 12 (Epure), de 16 à 18 h. 30 (Calcul). Pour l'épreuve de calcul numérique, une table de Barlow a été mise à la disposition de chaque concurrent.

COMPOSITION D'ÉPURE : Sujet. — *Les coordonnées, exprimées en centimètres, sont repérées par rapport à un trièdre trirectangle direct. L'origine O est au centre de la feuille, la ligne de terre Y'OY est placée sur le grand axe de la feuille, l'axe OZ étant vertical ascendant.*

On donne les points A (0, 0, 8) ; B (5, 0, 8) ; C (0, 5, 8) ; E (5, 0, 13) et on désigne par (S) la sphère de centre C, tangente en A à OZ ; par (H) l'hyperboloïde engendré par la rotation de la droite Z'OZ autour de la droite CE ; enfin par (Σ) le cône engendré par les horizontales tangentes à (S) et rencontrant l'axe Z'OZ.

1° *Montrer, si possible géométriquement, que les génératrices de (Σ) sont tangentes à un cône de révolution de sommet B que l'on déterminera. En déduire la détermination des sections de (Σ) par des plans de bout contenant la droite AB.*

2° *Déterminer les génératrices de (H) parallèles aux axes de coordonnées.*

3° *Construire l'intersection des surfaces (H) et (Σ). Point courant, tangente, asymptotes, points et tangentes remarquables.*

Représenter la portion de surface (Σ) extérieure à (H), l'intérieur de (H) étant la région qui contient son centre.

RAPPORT DE M. THÉRON, correcteur. — Les deux questions 1° et 2° étaient destinées à aider les candidats à trouver une méthode simple de construction de l'intersection de (H) et (Σ).

L'étude géométrique du 1° a extraordinairement gêné et retardé la plupart des candidats.

Soit I un point de l'axe OZ et Δ une génératrice de (Σ) passant par I, qui touche (S) en T, il suffit de montrer que le plan B, Δ fait un angle constant avec OZ. Abaissons BH perpendiculaire à Δ et faisons l'épure, on voit aussitôt sur la projection horizontale que les triangles bih et ict sont égaux, donc $bh = it$. Mais le segment horizontal IT se projette en vraie grandeur : $it = IT$; de plus, on voit dans l'espace que les deux segments de tangentes à (S), issues de I, sont égaux : $IT = IA$. En définitive $bh = IA$, ce qui montre que le plan B, Δ fait un angle de 45° avec OZ.

(Une nouvelle épure où figure le cône de sommet B, et une ligne de calcul montrent que la section de (Σ) par un plan de bout contenant AB, se projette horizontalement selon un cercle de centre a.

On déduit de ce résultat la détermination du plan tangent à (Σ) en un de ses points M, puisqu'on connaît par ses projections une courbe de (Σ) passant par M : la section de (Σ) par le plan de bout MAB.

La réponse à la question 2° est immédiate en remarquant que (H) est engendré par la rotation de l'arête d'un cube autour d'une diagonale de ce cube ne la rencontrant pas. Plus de la moitié des candidats n'a pu formuler nettement cette remarque.

On est ainsi conduit à construire l'intersection par points de (H) et (Σ) en coupant par un plan de bout variable passant par AB. La tangente au point courant se trouve sans difficulté et il apparaît d'assez nombreux éléments remarquables.

Quinze épreuves environ comportent un dessin des projections de l'intersection qui a quelque rapport avec la réalité ; la détermination de la tangente au point courant est rare, celle des asymptotes l'est encore beaucoup plus, seuls les meilleurs concurrents (l'un noté 18 et trois autres notés 17) ont représenté la surface demandée. La moitié des épreuves environ se réduisent au dessin de quelques cercles et de droites plus ou moins artistiquement disposés, mais ressemblant davantage à un dessin futuriste qu'à une épure.

Comme les années précédentes, le rapporteur termine en assurant les candidats

qu'une préparation modeste, mais régulière, dans le cours de l'année leur ferait gagner presque à coup sûr un nombre appréciable de points. Voici deux preuves de l'importance que peuvent avoir ces points : le candidat qui a obtenu la meilleure note, 18, doit son succès à cette note, s'il avait obtenu 12, il aurait échoué ; le premier candidat non reçu l'aurait été s'il avait obtenu la note 7 à son épreuve.

COMPOSITION DE CALCUL NUMÉRIQUE : Sujet. — On pose

$$(1) \quad A = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{1}{(2p+1)^6}, \quad p \text{ entier positif ou nul.}$$

1° En ignorant systématiquement l'expression de A à l'aide du nombre π , encadrer A par deux nombres dont la différence soit inférieure à $5 \cdot 10^{-9}$. Il est précisé que tous les termes nécessaires de la série (1), sauf un seul, peuvent être évalués, avec la précision voulue, en utilisant judicieusement les tables de Barlow.

2° Calculer les coefficients de Fourier de la fonction $f(x)$ impaire, de période 2π , égale à $x(\pi - x)$ pour $0 \leq x \leq \pi$. En déduire l'expression de $\sqrt[6]{15} A$ à l'aide du nombre π . Avec quelle précision les calculs du 1° permettent-ils d'approcher π ?

N.-B. — La deuxième question peut être traitée sans que la première le soit. Les coefficients attribués à ces questions sont : 2 pour la première ; 1 pour la deuxième.

Une courte notice devra indiquer les méthodes de calcul employées et justifier les approximations faites. Enfin tous les calculs auxiliaires devront figurer sur la copie, dont la présentation constituera un élément d'appréciation non négligeable.

RAPPORT DE M. MARTIN, correcteur. — Renseignements statistiques : 61 copies furent remises. La moyenne des notes est de 8,3. Les meilleures notes sont : 18 ; 16 (deux fois) ; 13 (quatre fois) ; 12 (cinq fois), etc... Les résultats globaux sont consignés dans le tableau suivant :

Notes	0-1	2-3	4-5	6-7	8-9	10-11	12-13	14-15	16-17	18...
Fréquences	0	6	8	14	13	8	9	0	2	1

L'épreuve de Calcul numérique comportait, cette année, une innovation : la mise à la disposition des candidats des tables de Barlow donnant les carrés, cubes, inverses, etc... des entiers inférieurs à 10 000, destinée à faciliter les calculs demandés.

Les candidats ont semblé, pour la plupart, ignorer que la faute la plus grave dans un calcul numérique est l'absence de justification des approximations faites. Faut-il préciser que l'épreuve n'est pas une épreuve de rapidité de calcul, mais une application à un problème concret de l'esprit de rigueur et du sens de l'analyse, dont tout candidat devrait faire preuve ?

Sur combien de copies avons-nous vu évaluer le nombre 5^{-6} ($= 64 \cdot 10^{-6}$) avec six chiffres significatifs garantis exacts, alors que le troisième était déjà faux ! Il y a là, en plus d'une étourderie pardonnable, un manque de rigueur ou plutôt d'honnêteté intellectuelle qui doit être sévèrement sanctionné.

L'encadrement de la somme d'une série numérique nécessite deux opérations : la première fixe le rang du dernier terme calculé ; la seconde fixe la précision avec laquelle chaque terme conservé doit être calculé. Les deux opérations ne sont pas indépendantes et il est arbitraire de fixer *a priori* la part de l'« erreur » réservée au reste et celle réservée au calcul des termes conservés. Le calcul du rang d'arrêt a été généralement effectué, mais sans efficacité, sinon sans erreur : on pense bien à

la majoration du reste $R_n = \sum_{p=n+1}^{\infty} \frac{1}{(2p+1)^6}$, mais rarement à sa minoration. Plusieurs

candidats, probablement entraînés par la routine, croient valable la minoration par

$\int_{n+1}^{\infty} \frac{dx}{x^6}$! Un simple graphique eût suffi à mettre en évidence l'inexactitude de cette affirmation.

L'évaluation des inverses des nombres $(2p+1)^6$ pouvait se faire par simple lecture des tables pour $p \geq 3$, avec quatre chiffres significatifs exacts, ce qui suffisait, à condition de lire ces nombres affectés d'une puissance convenable de 10 dans la colonne des inverses et d'en déduire leurs inverses dans la colonne des nombres. Aucun candidat n'y a pensé, malgré l'avertissement figurant dans l'énoncé.

La seconde partie était destinée, d'une part, à montrer l'emploi que l'on pouvait faire des calculs du 1^{er}, d'autre part à permettre aux candidats de glaner facilement quelques points. Peu de candidats ont vu la liaison entre les deux questions (on pouvait, soit intégrer trois fois $f(x)$, soit, plus simplement, utiliser la formule de Bessel-Parseval donnant l'énergie moyenne attachée à $f(x)$ en fonction de celles attachées à chaque harmonique). Un candidat, parmi les meilleurs, a cru pouvoir affirmer que

la fonction $f(x)$ était à variation bornée, *au moins au voisinage de* $x = \frac{\pi}{2}$, ce qui dénote, ou bien une prudence maladive, ou bien une conception inexacte de ce que sont les fonctions à variation bornée, à moins encore que ce ne soit le signe d'une fatigue excessive !

En conclusion, souhaitons que les candidats se persuadent enfin de ce que l'épreuve de calcul numérique constitue une *occasion exceptionnelle* d'acquérir des points toujours précieux, et ce à peu de frais, pour peu qu'on y témoigne de qualités d'ordre, de rigueur et d'honnêteté intellectuelle.

RESULTATS GENERAUX

Les totaux des notes obtenues par les admissibles pour l'ensemble des épreuves en 1956 sont compris entre 56 et 304 sur 400 ; ils étaient, en 1955, compris entre 98 et 295 et en 1954 entre 113 et 316. L'augmentation du nombre des admissibles (62 au lieu de 48) entraîne, comme on pouvait le prévoir, une baisse très nette du total du dernier classé ; elle a cependant permis le succès de cinq candidats classés à l'écrit après le 48^e.

Puisque 178 candidats (au lieu de 183 en 1955) ont terminé les épreuves écrites, 35 % de ceux-ci (au lieu de 27 % en 1955) ont été déclarés admissibles et 21 % (au lieu de 13 %) nommés agrégés. La moyenne sur 20 du dernier agrégé 9,35 est très légèrement supérieure à celle 9,2 du dernier agrégé de 1955. Le rendement du concours est donc nettement amélioré ; il est certain que le mérite en revient surtout au développement et à la qualité des préparations.

Le tableau suivant donne la répartition des agrégés suivant l'origine des candidats :

	Candidats	Admiss.	Reçus
Professeurs (Ens. secondaire, technique, E.N.) . . .	89	20	12
Adjoints d'enseignement	5	1	
Maitres d'internat	1		
Assistants de Faculté	5	4	2
Elèves des C.P.R.	27	1	1
Elèves de l'E.N.S. (rue d'Ulm)	16	16	14
Elèves de l'E.N.S. (St-Cloud)	20	10	5
Etudiants	15	10	4

Quinze agrégés (14 reçus en 1956 et un reçu en 1954), qui n'étaient pas encore professeurs, ont reçu, au 1^{er} octobre 1956, une nomination, l'un d'entre eux de professeur de Spéciales, un autre, de classe préparatoire à l'Ecole Supérieure d'Electricité, un troisième de classe préparatoire à l'Institut de Chimie de Mulhouse, dix dans des classes de Mathématiques Élémentaires ; deux ont été, sur leur demande, détachés l'un au lycée de Londres, l'autre en Indochine.

**

Le nombre des places mises au concours dépassait la centaine ; il est déterminé par les besoins du seul Enseignement du Second Degré (métropole et F.O.M.), compte non tenu des appels d'offres de l'Enseignement Technique, de l'Enseignement Primaire (Ecoles Normales), de l'Enseignement Supérieur (Assistants, Recherche), et même d'organismes indépendants, comme, par exemple, l'Energie Atomique. Les besoins en agrégés dépassent donc cette année, très largement la centaine. Or le concours de 1956, nous a permis de recruter 38 agrégés seulement. La disproportion entre ces deux nombres, qui va augmentant d'année en année, est inquiétante.

Comme les besoins en agrégés ne risquent pas de décroître, le problème est d'augmenter le nombre de ceux-ci. Les modalités techniques du concours de 1956 (choix des textes, des barèmes, cotation des leçons d'oral, nombre des admissibles et des reçus) ont été étudiées avec le souci au départ de faciliter le succès du plus grand nombre de candidats possibles ; 35 % de ceux-ci ont été déclarés admissibles et le cas de chaque admissible a été examiné au cours de deux délibérations, l'une d'elles ne portant que sur douze d'entre eux à la fois. Tout candidat valable a donc vraisemblablement été détecté et nommé agrégé. Il est même vraisemblable que les marges de sécurité ont été atteintes ; le pourcentage des reçus apparaît donc comme un maximum qui, dans les années à venir, variera fort peu et n'augmentera pas nécessairement ; il en résulte que le seul moyen d'augmenter le nombre des agrégés est d'augmenter le nombre des candidats.

Parmi les candidats, nous trouvons les professeurs en exercice d'une part, les étudiants (C.P.R., E.N.S., étudiants) d'autre part. L'allongement des listes d'admissibilité est une mesure dont les principaux bénéficiaires sont les professeurs en exercice pour des raisons très claires et qui ont été examinées dans la première partie de ce rapport. Il ne saurait être question de les allonger davantage ; le nombre des agrégés n'en serait augmenté que d'une façon très modeste, et ceux-ci étant prélevés sur ce qui constitue en fait la réserve en candidats de l'agrégation, le bénéfice de cette augmentation, faite en dehors des marges de sécurité, serait tout à fait illusoire.

Le véritable problème est donc de permettre au plus grand nombre possible de licenciés d'enseignement, diplômés d'études supérieures, de devenir agrégés, sans passer par l'état intermédiaire de professeur en exercice. Ce problème n'est pas celui des préparations, dont nous avons déjà dit tout le bien que nous pensions : elles sont actives et efficaces et la question est tout simplement de leur trouver des élèves en nombre suffisant. Les statistiques signalant un afflux de candidats dans les Facultés des Sciences et dans les classes de propédeutique, en particulier, on devrait donc constater une augmentation, sinon proportionnelle, du moins très sensible du nombre des licenciés. Il n'en est malheureusement rien ; il n'existe plus, dans les Facultés, un seul licencié d'enseignement de Mathématiques qui n'ait été recruté s'il est candidat à une tâche d'enseignement ; il resterait bien entendu à examiner s'il existe encore des licenciés d'enseignement de Mathématiques et, si la race n'en est pas en voie d'extinction, ce qu'ils deviennent une fois leur licence terminée.

Nous n'avons pas, dans un rapport d'agrégation, à procéder à un examen de cette

nature. Bornons-nous donc à répéter que le sort de l'agrégation sera conditionné par le rendement de la licence, tant que celle-ci continuera à être exigée des candidats aux concours du Second Degré. Or, la vieille licence d'enseignement de Mathématiques a été trop longtemps la seule qu'ambitionnaient à la fois les candidats à l'enseignement et les candidats à la recherche ; elle est devenue pour nombre d'entre eux un obstacle difficilement franchissable et d'une valeur sélective discutable ; il est urgent de créer une licence adaptée aux besoins de l'enseignement en général, et de celui du Second Degré, en particulier, et une licence complémentaire du troisième cycle pour les besoins de la recherche. Cette réforme est à l'étude : souhaitons qu'elle aboutisse à autre chose qu'à un aménagement de la vieille licence ; la réforme ne sera efficace que si elle règle la question des programmes de la propédeutique et des certificats de licence ; ceux-ci devraient être des programmes nationaux, fixés par arrêtés ministériels, et comme la route qui mène à l'agrégation ou au C.A.P.E.S. est très longue, un candidat moyen devrait pouvoir terminer la licence d'enseignement, sans effort excessif, en deux années ; il est nécessaire pour cela que les programmes ne soient pas trop ambitieux et qu'ils puissent être enseignés dans des conditions qui assurent un pourcentage honorable des succès.

**

Les mesures déjà prises, ou qui le seront dans un avenir prochain pour augmenter le nombre des candidats à l'agrégation de Mathématiques, et par conséquent celui des agrégés, ne porteront leurs fruits que dans quelques années. Il faut donc, dans l'immédiat, assurer les besoins vitaux de l'Enseignement du Second Degré, c'est-à-dire pourvoir les chaires de Mathématiques élémentaires de nos Lycées et des classes préparatoires aux Grandes Ecoles, et, pour y parvenir, affecter dans les postes vacants un certain nombre d'agrégés de la dernière promotion. Il en résulte que les demandes de sursis ou de dérogations à l'engagement quinquennal ne peuvent être toutes accordées ; ces demandes sont d'ailleurs, d'année en année si nombreuses, que si toutes étaient accordées, il n'y aurait bientôt plus de professeurs qualifiés dans les chaires les plus importantes des lycées et des collèges.

Nous tenons cependant, avant de terminer ce rapport, à préciser, à l'intention de ceux qui, ayant sollicité un sursis ou une dérogation, ne l'ont pas obtenu, qu'il est toujours possible, pour un professeur en exercice, d'obtenir, soit un congé pour études, soit un détachement dans un établissement d'enseignement ou un organisme agréé, même après une seule année d'exercice. Il faut naturellement en faire la demande et la justifier : les demandes des professeurs en exercice sont examinées avant celles des élèves des E.N.S. et des étudiants et, lorsqu'elles sont sérieusement motivées, satisfaites par priorité.

Les demandes de sursis et de dérogations ont été en 1956 accordées aussi largement que possible : nous avons épuisé toutes nos réserves en agrégés pour répondre favorablement aux demandes pressantes et légitimes des organismes qui désiraient les accueillir. Il en est d'ailleurs résulté que nous nous sommes trouvés, au cours de la présente année scolaire, dans l'impossibilité de remplacer trois professeurs de classes préparatoires aux Grandes Ecoles que la maladie, un accident ou le rappel pour servir en Algérie, rendait indisponibles pour plusieurs mois. Nous avons demandé à des agrégés de l'année, normaliens, choisis parmi les plus qualifiés, et à ce titre bénéficiaires d'un sursis pour une quatrième année d'études, d'abandonner ces études pendant quelques mois et de remplacer les professeurs défaillants. Ils ont répondu à notre appel de très bonne grâce et sans hésitation. Nous tenons à leur dire notre satisfaction ; il y a des façons plus ou moins élégantes d'accomplir un devoir, la meilleure est encore de le faire avec simplicité et bonne humeur. Etre agrégé

confère des devoirs ; nous n'avons pas eu besoin de le leur rappeler et cette constatation est réconfortante. Ce sens du devoir, cette simplicité à accepter les charges d'un nouvel état, nous les avons trouvés chez tous les agrégés de 1956, et ceci aussi incline, en ce qui concerne l'avenir de l'agrégation et leur avenir propre, à l'optimisme.

R. DONTOT,

Inspecteur général de l'Instruction publique.
