

≡ V. INFORMATIONS ET DOCUMENTS OFFICIELS ≡

Rapport sur le concours de l'agrégation de Mathématiques (Femmes) en 1955

Le Jury de l'Agrégation féminine de Mathématiques en 1955 était composé de la façon suivante : M. VILLAT, membre de l'Institut, professeur honoraire à la Faculté des Sciences de Paris, président ; M. DESFORGE, inspecteur général de l'Instruction publique, vice-président ; Mme DOMANGE, professeur de Mathématiques (classe de Fontenay) au Lycée Fénelon ; M. PAILLOUX, professeur à la Faculté des Sciences de Caen ; M. PÉTRUS, professeur de Mathématiques Spéciales au Lycée Louis-le-Grand.

Pour les épreuves pratiques et orales auxquelles M. VILLAT n'a pu assister, la présidence a été assurée par M. DESFORGE, et M. VILLAT a été remplacé numériquement par M. ROSEAU, maître de Conférences à la Faculté des Sciences de Poitiers.

La session du concours a duré du 31 mai, date du début des épreuves écrites, au 1^{er} août. Les résultats d'admissibilité ont été donnés le 7 juillet. Les épreuves pratiques et orales ont eu lieu au Lycée Fénelon, à Paris, à partir du 12 juillet.

Candidates inscrites. — Le nombre des candidates inscrites était soixante-dix-neuf. Voici leur origine :

- huit élèves de l'Ecole Normale Supérieure de jeunes filles, dont deux accomplissaient une quatrième année à l'Ecole ;
- quatre élèves de l'Ecole Normale Supérieure de Fontenay-aux-Roses ;
- trois auditrices à l'Ecole Normale Supérieure, dont l'une était professeur en congé ;
- vingt-sept professeurs titulaires en exercice ;
- un professeur titulaire en congé ;
- une adjointe d'enseignement titulaire en exercice ;
- vingt et un élèves-professeurs accomplissant leur année de stage dans un Centre pédagogique régional ;
- quatorze étudiantes (Paris et province), dont une était déjà titulaire du certificat d'aptitude au Professorat de l'Enseignement du Second Degré (C.A.P.E.S.).

EPREUVES ECRITES

Soixante et une candidates seulement ont pris part à la première épreuve écrite ; trois ont abandonné le concours après la composition des Mathématiques Élémentaires ; une, après la composition de Mathématiques Spéciales ; une encore, après la composition de Calcul différentiel et intégral. Il y a donc eu vingt-trois défections, totales ou partielles. Ce groupe, trop important, de défaillantes comprend :

- dix professeurs et une adjointe d'enseignement titulaires en exercice ;
- onze élèves-professeurs des Centres pédagogiques régionaux ;
- une étudiante (province).

Il est à noter que l'une de ces candidates a eu grand tort de ne pas se présenter pour la quatrième épreuve alors qu'elle avait fait les trois premières et qu'elle avait ainsi réuni un total assez convenable qui, complété par une note moyenne en mécanique, pouvait lui donner l'admissibilité.

Cinquante-six candidates ont donc achevé les épreuves écrites. Pour elles, le total des notes relatif à l'ensemble des quatre compositions varie de 59 à 12,5 sur 80, c'est-à-dire de 14,75 à 3,1 sur 20.

La répartition de ces notes d'ensemble est la suivante : quatorze sont supérieures à 10 sur 20 (un 14,75 ; deux 13 ; cinq notes entre 12 et 13 ; trois entre 11 et 12 ;

trois entre 10 et 11) ; quatre sont comprises entre 9 et 10, onze entre 8 et 9, neuf entre 7 et 8. Viennent ensuite : huit notes entre 6 et 7, sept entre 5 et 6 et trois entre 3 et 5. On remarque le nombre important de notes comprises entre 7 et 9 : vingt en tout, présentant d'ailleurs entre elles des écarts très faibles.

Les trente-huit premières candidates de ce classement ont été déclarées admissibles. La moyenne de la dernière admissible est légèrement supérieure à 7 sur 20.

La moyenne de l'écrit pour les trente-huit admissibles est 9,6 sur 20 ; elle est 5,5 pour les non-admissibles, et 8,2 pour l'ensemble des candidates.

Sans attacher une valeur stricte à la comparaison des notes et des moyennes correspondant aux sessions successives, — car bien des causes accidentelles peuvent modifier, une année ou l'autre, l'allure du concours —, il n'est pas sans intérêt de remarquer que les écarts entre les notes extrêmes, pour l'ensemble des épreuves écrites, sont très sensiblement les mêmes depuis quelque temps : de 15 à 3 en 1953 ; de 14 à 2,5 en 1954 (sans tenir compte, ici, de la note exceptionnelle 17,5 de la candidate classée en tête) ; de 14,75 à 3,1 en 1955. Quant aux moyennes générales de l'écrit pour les admissibles, pour les non-admissibles, et pour l'ensemble des candidates, elles se présentent ainsi :

en 1953	11	6,5	8,7
en 1954	8,6	4,4	6,6
en 1955	9,6	5,5	8,2

On voit que, malgré l'augmentation sensible du nombre des admissibles par rapport aux années précédentes (trente-huit en 1955, au lieu de trente-deux en 1954 et de trente et une en 1953), les moyennes de 1955, qui sont même supérieures à celles de 1954, témoignent un niveau tout à fait équivalent à celui des sessions antérieures.

Le groupe des trente-huit admissibles comprend :

- sept élèves de l'Ecole Normale Supérieure de jeunes filles (dont les deux élèves de quatrième année) ;
- les quatre élèves de l'Ecole Normale Supérieure de Fontenay-aux-Roses ;
- deux auditrices à l'Ecole Normale Supérieure ;
- onze professeurs titulaires en exercice et un professeur titulaire en congé ;
- quatre élèves-professeurs des Centres pédagogiques régionaux ;
- neuf étudiantes : une de la Faculté de Bordeaux, une de la Faculté de Grenoble, trois de la Faculté de Lille, deux de la Faculté de Poitiers, une de la Faculté de Strasbourg et une de l'Académie de Rennes.

Pour établir la liaison avec les précédents concours, notons que douze anciennes admissibles s'étaient fait inscrire en 1955 ; l'une d'elles ne s'est pas présentée et une autre n'a pas achevé les épreuves écrites ; les dix autres figurent de nouveau sur la liste d'admissibilité de 1955 : six professeurs titulaires en exercice, une élève de l'Ecole Normale Supérieure, une auditrice à l'Ecole Normale Supérieure, un élève-professeur du C.P.R. de Lyon, une étudiante. Je pense que ces résultats sont encourageants pour les anciennes admissibles et doivent les engager à poursuivre leur effort de préparation.

Pour compléter les indications déjà données concernant les relations entre l'agrégation et les Centres pédagogiques régionaux, précisons que les Centres réunissaient, en 1954-1955, trente-deux élèves-professeurs de Mathématiques (femmes), sans compter les élèves des Ecoles Normales Supérieures. Comme on l'a déjà vu, vingt et une d'entre elles s'étaient fait inscrire à l'agrégation, mais dix seulement ont pris part à toutes les épreuves écrites, et quatre ont été déclarées admissibles. Il convient d'ajouter que, sur ces vingt et une candidates inscrites, vingt avaient subi avec succès, en 1955, les épreuves pratiques du C.A.P.E.S. (quatre avaient obtenu la mention Très Bien ; six, la mention Bien ; neuf, la mention Assez Bien, et une, la mention Passable) ; la vingt-et-unième, refusée aux épreuves pratiques, avait obtenu du

Jury du C.A.P.E.S. une prolongation de stage dans un C.P.R., pour une année. Cette dernière candidate figure du reste parmi les quatre élèves-professeurs admissibles à l'agrégation de 1955 (mais elle n'a pas été reçue), les trois autres admissibles étant des certifiées avec mention : deux Très Bien, une Assez Bien.

D'autre part, certaines candidates à l'agrégation se présentaient en même temps au concours d'admission des Centres pédagogiques régionaux en 1955 (Première partie du C.A.P.E.S.) : quatre élèves de l'Ecole Normale Supérieure de Fontenay-aux-Roses, une élève de l'Ecole Normale Supérieure de jeunes filles, sept étudiantes (Paris et province) dont l'une n'a pas passé l'écrit. Neuf parmi ces onze candidates effectives ont été admissibles à l'agrégation : les cinq élèves des Ecoles Normales Supérieures et quatre étudiantes classées respectivement 3^e, 16^e, 21^e et 25^e au concours d'admission dans les C.P.R. (La liste des reçus à ce concours, publiée avant la fin des épreuves orales de l'agrégation, comprend quarante et un noms, auxquels il faut ajouter ceux de treize élèves des Ecoles Normales Supérieures).

**

Les épreuves écrites ont donné lieu aux observations suivantes (les énoncés ont été publiés par le *Bulletin* n° 171 de l'A.P.M.).

COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES

(Mme DOMANGE)

Le problème proposait l'étude de deux familles de sphères ayant respectivement leurs centres sur deux coniques focales, et telles que toute sphère de chaque famille soit tangente à chacune des sphères de l'autre. La partie I examinait le cas d'une ellipse et d'une hyperbole focales, et la partie II, le cas de deux paraboles focales ; enfin, une application apparaissait dans la partie III, où l'on demandait le lieu des centres des sphères tangentes à trois sphères données.

Les parties I et II, suivant le même plan, marquaient dans le détail les étapes successives d'une recherche, tandis que la partie III laissait les candidates entièrement libres de choisir la voie à suivre. Cette dernière partie n'a été traitée, même partiellement, par personne, d'une façon exacte ; dans certaines copies on trouve quelques indications sur une méthode acceptable, mais dans aucune on ne paraît avoir soupçonné l'existence de plusieurs familles de sphères-solutions (il y en a quatre au maximum), et dans la plupart on semble affirmer qu'il ne peut y avoir qu'une solution.

Les parties I et II ont été abordées presque parallèlement dans la majorité des compositions, et si la partie II manque parfois, ou est poussée moins loin, c'est sans doute faute de temps. Ces deux parties comportaient des préliminaires de calcul où l'on faisait établir des résultats numériques très précis, mettant en jeu un choix de l'orientation de certains axes sur lequel l'énoncé insistait, mais l'utilité de cette précaution ne semble pas avoir été comprise par beaucoup. Ces résultats permettaient non seulement de démontrer les propriétés signalées ensuite explicitement dans le texte (contacts de sphères, mise en évidence de certains réseaux), mais aussi de faire des remarques précises sur la disposition et la place de certains éléments importants, tels que les points fixes ou les cercles orthogonaux des réseaux de sphères ; de tels renseignements étaient indispensables pour comprendre, en particulier, la simplicité des figures transformées par inversion, mais leur découverte et leur mise en évidence étaient laissées à l'initiative des candidates. Or, si beaucoup d'entre elles calculent correctement et démontrent docilement ce qui est explicitement demandé par l'énoncé, la plupart ne voient rien au-delà, et, par suite, sont incapables d'aborder d'une façon efficace la question sur l'inversion. Ces copies, trop scolaires, où l'essentiel du problème n'a pas été vraiment compris, n'ont pas pu, évidemment, être très bien notées.

Ce manque d'esprit d'observation et d'analyse s'est fait aussi cruellement sentir à propos de l'étude des points de contact M d'une sphère fixe $(P_1)_u$ de l'une des familles avec toutes les sphères de l'autre ; le fait que le lieu de ces points M était constitué par un seul cercle résultait facilement de l'expression de la mesure algébrique $\overline{P_1M}$ obtenue au début, jointe à la considération de la surface conique de révolution ayant pour sommet le centre P_1 de la sphère considérée et pour base la conique lieu des centres des sphères $(Q)_u$. La démonstration correcte a été rare ; le plus souvent, un résultat est affirmé au hasard, sans explications suffisantes, sans qu'apparaisse le souci de rattachement aux éléments déjà acquis.

En définitive, le problème ne présentait pas de véritables difficultés ; un peu d'esprit critique, allié à une saine curiosité, permettait de mener à bien une solution valable. Mais, justement, trop de candidates se contentent de répondre strictement aux questions posées dans le texte, et souvent d'une façon vague, sans chercher à les approfondir raisonnablement, et paraissent oublier, à chaque étape, les faits précédemment établis.

Sur soixante et une copies, treize ont mérité une note supérieure ou égale à 10 sur 20 : un 17,5 ; un 15 ; deux 14 ; deux 13 ; deux 12,5, un 12 ; un 11,5 ; deux 10,5 et un 10. On trouve ensuite : onze notes comprises entre 8 et 9 inclus ; seize allant de 6 à 7,5 ; seize encore, de 4 à 5,5 ; puis quatre, de 3 à 3,5, pour terminer par un zéro correspondant à une copie blanche. La composition notée 17,5 comporte un exposé correct des parties I et II, et la meilleure amorce de solution pour la partie III ; sa lecture, rendue difficile par un bien fâcheux désordre, donnait cependant une impression de recherche intelligente et de réflexion, qui s'est trouvée confirmée à l'oral.

La moyenne de l'épreuve est 7,5 pour l'ensemble des candidates ; elle est un peu supérieure à 9 pour le groupe des trente-huit admissibles, et s'abaisse à 4,9 pour les non-admissibles. Ces moyennes sont, heureusement, sensiblement plus fortes que celles de l'an dernier (6,25 ; 8,25 et 3,9, respectivement). Notons que les vingt-huit candidates, dont la note est au moins égale à la moyenne générale 7,5, figurent toutes sur la liste d'admissibilité ; il y a, par contre, quelques admissibles qui ont mérité, à cette composition, une note très basse : 5 ou 4,5, mais, bien entendu, cette dernière remarque ne doit pas être prise comme un encouragement pour l'avenir.

**

COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES

(M. PÉTRUS)

Le problème comportait l'étude, dans l'espace rapporté à un système d'axes de coordonnées rectangulaires Ox, Oy, Oz , des sphères tangentes à un plan donné, du cône circonscrit à chacune d'elles ayant pour sommet l'origine O , du plan et du cercle de raccordement correspondants, et de la section du cône par le plan tangent commun à toutes les sphères.

Dans une première partie, on proposait de déterminer les équations de ces différents éléments. Nombreuses sont les candidates qui ont utilisé des méthodes maladroites et trop longues, pour parvenir parfois à des résultats inexacts, alors que le théorème de Dandelin et ses corollaires classiques permettaient d'orienter simplement les calculs et fournissaient immédiatement certaines réponses, notamment celles concernant l'angle au sommet du cône. La discussion de la réalité du cône et de sa section par un plan fixe n'a pas toujours été suivie de l'interprétation géométrique au moyen d'un paraboloides de révolution, qui jouait du reste un rôle important dans une grande partie du problème. La correspondance entre les centres des sphères donnant le même cône a été en général correctement observée et identifiée, mais certaines

copies contiennent des erreurs grossières ou des méprises qui révèlent chez leurs auteurs une ignorance totale de l'homologie harmonique.

La détermination des éléments de la conique section du cône par le plan tangent commun aux sphères n'a pas toujours été heureusement conduite, souvent faute d'avoir fait une figure et d'avoir su appliquer quelques propriétés classiques. Rares sont les candidates qui ont remarqué que toutes ces coniques étaient tangentes à un cercle imaginaire fixe, section par leur plan du cône isotrope ayant O pour sommet, ce qui permettait entre autres de trouver immédiatement l'excentricité relative aux foyers réels. La discussion de la nature de la conique a donné lieu également à des fautes bien surprenantes.

Dans la seconde partie, une première question proposait l'étude d'une surface de révolution, dont la méridienne se décomposait en deux hyperboles équilatères ; ce fait est resté trop souvent inaperçu. La seconde question était relative aux cônes circonscrits égaux à un cône donné ; l'un des calculs faits au début donnait rapidement l'équation du lieu géométrique demandé, mais la plupart ne se préoccupent pas d'interpréter cette équation en la gardant sous la forme où elle avait été normalement obtenue ; au contraire, plusieurs croient utile de développer certaines expressions qui y figurent, ce qui compromet bien leurs chances d'aboutir ; deux copies seulement contiennent l'ébauche d'une solution géométrique, d'ailleurs immédiate. Il s'agissait ensuite des sphères de la famille envisagée qui sont orthogonales à une sphère donnée, et d'abord de leur enveloppe. Bien peu de candidates observent la décomposition de cette enveloppe en un plan et une sphère, et peuvent, en conséquence, aborder avec succès l'étude de la cyclide de Dupin, que l'on rencontrait après. Cette partie du sujet est en général manquée, et notamment la mise en évidence d'un second mode de génération de la surface ; on ne trouve là, dans les copies, que de vagues allusions non justifiées.

La troisième partie faisait d'abord intervenir les sphères de la famille tangentes à un deuxième plan fixe, dont on avait pris soin de donner l'équation sous une forme simple. Nombreuses sont les candidates qui paraissent ignorer ce qu'est le lieu des points équidistants de deux plans, car, ayant formé son équation, on voit affirmer qu'il s'agit d'un cylindre hyperbolique. L'enveloppe des plans polaires correspondants n'est abordée que dans de rares compositions, et sans succès ; il en est de même pour le lieu des foyers des coniques tangentes à deux droites données.

L'étude, proposée ensuite, des sphères de la famille tangentes à une droite donnée, issue de O , n'a pas été réussie, faute, sans doute, d'avoir tracé une figure claire et d'en avoir analysé les propriétés immédiates. La recherche de l'enveloppe du lieu des centres de ces sphères, quand la droite donnée varie dans un plan, a été surtout l'occasion de calculs pénibles, aboutissant à des résultats faux ou incomplets, alors que la géométrie apportait, là encore, une aide évidente.

Si la quatrième partie paraît avoir servi de refuge à quelques candidates, leurs copies ne contiennent souvent que des banalités sans issue possible. Et la cinquième, rarement abordée, n'a pas eu plus de succès.

L'impression générale n'est donc pas très favorable. Le sujet était cependant facile ; il comportait, à divers moments de la solution, de nombreuses remarques géométriques, qui permettaient d'orienter les calculs, de les alléger, voire même, parfois, de les supprimer. Comme on l'a déjà observé lors des concours précédents, beaucoup trop de candidates semblent croire que la géométrie analytique ignore la géométrie et qu'il s'agit essentiellement d'accumuler d'interminables calculs, amorcés souvent au petit bonheur, poursuivis sans idée directrice apparente, et bien rarement achevés par une interprétation correcte et précise, qui est pourtant l'essentiel. Il faut voir là sans doute les conséquences d'un défaut de formation, mais surtout celles d'un manque, plus grave, de réflexion sur l'existence et l'importance des liaisons entre les divers secteurs des Mathématiques, en particulier entre la géométrie et l'algèbre qui constituent la base essentielle de notre enseignement.

Les cinquante-huit compositions ont été notées de 15 à 3,5. Vingt-quatre atteignent ou dépassent 10 : un 15 ; deux 13,5 ; six 13 ; deux 12,5 ; deux 11,5 ; six 10,5 et cinq 10. Viennent ensuite : dix notes comprises entre 8 et 9,5 ; quatorze entre 6 et 7,5 ; huit entre 4 et 5,5, et deux 3,5. La moyenne de l'épreuve est 8,74 pour l'ensemble des candidates ; elle se relève à 9,84 pour le groupe des trente-huit admissibles, et s'abaisse à 6,65 pour les vingt non-admissibles. Ces moyennes sont supérieures aux moyennes correspondantes de 1954 : 7,25 ; 9 et 5,2.

COMPOSITION DE CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL

(M. VILLAT)

La question proposée aux candidates concernait l'étude de surfaces non-développables définies comme enveloppes d'un plan, à deux paramètres u et v , ayant pour équation $Ax + By + Cz + D = 0$, les lignes $u = \text{constante}$, $v = \text{constante}$ sur la surface étant supposées conjuguées au sens de Dupin.

On demandait tout d'abord de démontrer qu'une condition nécessaire et suffisante pour qu'il en soit ainsi est que les quatre coefficients A, B, C, D de l'équation du plan satisfassent à une même équation aux dérivées partielles, de la forme

$$(E) \quad \theta''_{uv} = P \theta'_u + Q \theta'_v + R \theta$$

P, Q, R étant des fonctions de u et de v .

A peu près toutes les candidates ont obtenu une démonstration de ce théorème, mais il semble que bien peu d'entre elles aient eu leur attention attirée sur le fait que les propriétés de conjugaison possèdent le caractère dualistique, — moyennant quoi le théorème en question ne diffère pas du théorème classique concernant l'annulation du coefficient moyen de la seconde forme de Gauss relative à la surface. D'ailleurs, la chose est quasi-évidente de la manière suivante :

Si l'on donne le plan tangent, les coordonnées homogènes d'un point quelconque de la surface sont définies par les équations

$$(I) \quad \left\{ \begin{array}{l} Ax + By + Cz + Dt = 0 \\ A'_u x + B'_u y + C'_u z + D'_u t = 0 \\ A'_v x + \dots + D'_v t = 0 \end{array} \right.$$

Si l'on donnait, par contre, les coordonnées ponctuelles sur la surface, les coordonnées du plan tangent seraient, de même, définies par

$$(II) \quad \left\{ \begin{array}{l} Ax + By + Cz + Dt = 0, \\ Ax'_u + By'_u + Cz'_u + Dt'_u = 0 \\ Ax'_v + \dots + Dt'_v = 0 \end{array} \right.$$

Mais on voit aussitôt que la propriété de conjugaison considérée se traduit par la condition :

$$\sum A'_u x'_v = 0,$$

équivalente du reste à

$$\sum A'_v x'_u = 0.$$

Il en résulte, d'après (I) :

$$(I') \quad \sum A''_{uv} x = 0,$$

et d'après (II) :

$$(II') \quad \Sigma A x''_{uv} = 0.$$

Les formules (I) et (I') entraînent

$$\begin{vmatrix} A & A'_u & A'_v & A''_{uv} \end{vmatrix} = 0,$$

et les formules (II) et (II') entraînent de même

$$\begin{vmatrix} x & x'_u & x'_v & x''_{uv} \end{vmatrix} = 0,$$

ce qui signifie que (A, B, C, D) — de même que (x, y, z, t) — satisfont respectivement à une équation aux dérivées partielles du type indiqué. Les réciproques sont immédiates.

Deux candidates seulement ont donné une démonstration équivalente à la précédente ; beaucoup d'autres ont curieusement compliqué leurs calculs en triturant sans adresse des déterminants du troisième ordre ; quelques-unes ont renoncé à s'en sortir, et ont admis le résultat.

Une addition simple à cette question indique que les coefficients A, B, C, D ne sauraient être solutions de deux équations distinctes du type (E), — sans quoi, ils satisferaient à une équation de la forme

$$\alpha \theta'_u + \beta \theta'_v + \gamma \theta = 0,$$

ce qui entraînerait que la surface enveloppe est développable, puisque les trois plans (I) auraient une droite en commun.

Dans la seconde partie, on proposait de prendre pour A, B, C, les valeurs suivantes : $A = (u + v)$, $B = i(u - v)$, $C = uv - 1$, donnant manifestement lieu à l'identité

$$A^2 + B^2 + C^2 = (uv + 1)^2.$$

L'équation du type (E), à laquelle satisfont ces trois fonctions, est alors déterminée ; un calcul simple permet de l'écrire

$$(e) \quad (uv + 1) \theta''_{uv} - u \theta''_u - v \theta''_v + \theta = 0.$$

On demandait de résoudre cette dernière équation en utilisant le procédé suivant : dériver tout d'abord le premier membre de (e) par rapport à u, puis par rapport à v, et se servir des résultats simples ainsi obtenus. Ce calcul conduit aux relations

$$(uv + 1) \theta''_{uv} - \theta''_{u^2} = 0,$$

et, de même,

$$(uv + 1) \theta''_{uv} - v \theta''_{v^2} = 0,$$

$$\text{d'où} \quad \theta_{u^2 v^2}^{IV} = 0.$$

Il en résulte donc qu'on peut poser

$$\theta''_{uv} = U_1(u) + V_1(v),$$

$$\text{d'où} \quad \theta''_{u^2} = \left(v + \frac{1}{u}\right) U_1 \quad \text{et} \quad \theta''_{v^2} = \left(u + \frac{1}{v}\right) V_1;$$

on en déduit θ'_u et θ'_v par quadratures, puis, par la relation (e), la fonction θ elle-même, qui peut, moyennant quelques aménagements d'écriture faciles, être mise sous la forme

$$\theta = 2vf(u) + 2ug(v) - (1 + uv) \cdot [f'(u) + g'(v)],$$

f(u) et g(v) étant des fonctions dérivables quelconques.

Le choix particulier, proposé par l'énoncé :

$$f(u) = u^2, \quad g(v) = v^2,$$

conduisait à une surface bien connue ; on ne songe nullement à reprocher à la majorité des candidates de n'avoir pas identifié cette surface, qu'elles avaient entièrement le droit d'ignorer. En général, son étude a été faite correctement, ainsi que la constatation du fait qu'il s'agit d'une surface minima. Cependant, cette étude a été, non moins généralement, effectuée avec la plus grande maladresse ; il semble que la plupart n'aient jamais entendu parler, à propos de surfaces, que des deux formes fondamentales de Gauss ; beaucoup paraissent ignorer l'existence des formules d'Olinde Rodrigues, d'un si puissant secours dans les applications (spécialement lorsque les cosinus directeurs de la normale sont en évidence avec des valeurs simples, comme c'était ici le cas).

Cette observation s'applique plus précisément encore pour la question suivante : si l'on choisit pour A, B, C, les expressions précédemment indiquées au début de la seconde partie, et pour D la solution générale de l'équation (e), on demande de montrer que la surface correspondante est minima. Ce résultat s'obtient simplement, en observant d'abord que la surface enveloppe du plan

$$(u + v)x + i(u - v)y + (uv - 1)z + \theta = 0,$$

est définie par

$$x + iy + vz + \theta'_u = 0,$$

$$x - iy + uz + \theta'_v = 0,$$

$$(uv + 1)z + u\theta'_u + v\theta'_v - \theta = 0,$$

les cosinus directeurs α, β, γ de la normale à la surface étant tels que

$$\alpha + i\beta = \frac{2v}{uv + 1}, \quad \alpha - i\beta = \frac{2u}{uv + 1}, \quad \gamma = \frac{uv - 1}{uv + 1}.$$

En désignant par φ l'un des rayons de courbure principaux, les formules d'Olinde Rodrigues donnent

$$d(x - iy) + \varphi d(\alpha - i\beta) = 0,$$

$$d(x + iy) + \varphi d(\alpha + i\beta) = 0,$$

$$dz + \varphi d\gamma = 0,$$

c'est-à-dire, ici :

$$d(uv + \theta'_v) - \varphi d \frac{2u}{uv + 1} = 0$$

.....

$$dz - \varphi d \frac{2}{uv + 1} = 0.$$

L'élimination de du et dv entre deux de ces équations, après quelques simplifications élémentaires, conduit à l'équation du second degré en φ , dont la forme même met en évidence que la somme des racines est nulle si, et seulement si, θ satisfait à l'équation (e). C'est le résultat annoncé, avec cette précision que, non seulement on obtient ainsi des surfaces minima, mais qu'on les obtient toutes par ce procédé (pour autant qu'elles correspondent à des fonctions f et g dérivables).

Cette question n'a été résolue correctement que par deux candidates. En général, on a préféré rattacher la recherche à l'annulation de la combinaison

$$EG' + GE' - 2FF'$$

des coefficients de Gauss, ce qui n'était pas pour simplifier les choses...

Dans la dernière partie du problème, on s'intéressait aux surfaces pour lesquelles l'équation (E), qui leur donnait naissance, était réduite à

$$\theta''_{uv} = 0.$$

Une telle surface est donc l'enveloppe du plan

$$(1') \quad [A_1(u) + A_2(v)]x + [B_1(u) + B_2(v)]y + [C_1(u) + C_2(v)]z + [D_1(u) + D_2(v)] = 0.$$

Il est manifeste que les équations dérivées

$$(2') \quad A'_1 x + B'_1 y + C'_1 z + D'_1 = 0,$$

$$(3') \quad A'_2 x + B'_2 y + C'_2 z + D'_2 = 0,$$

représentent des plans, dépendant seulement de u , ou de v , respectivement, et contenant les courbes de la surface qui forment le réseau conjugué envisagé ici. Notons en passant que quelques candidates n'ont pas aperçu cette évidence, et ont mis en œuvre des raisonnements singuliers pour montrer que les lignes conjuguées coordonnées étaient planes.

On demandait d'établir la réciproque de cette propriété, ou, plus précisément, que toute surface non développable sur laquelle il existe deux familles de courbes conjuguées planes peut s'obtenir par le procédé précédent. Deux candidates seulement ont donné une démonstration correcte de ce théorème, qui peut être démontré de la façon suivante :

La surface étant définie tangentiellement par les relations

$$(1) \quad Ax + By + Cz + D = 0,$$

$$(2) \quad A'_u x + B'_u y + C'_u z + D'_u = 0,$$

$$(3) \quad A'_v x + B'_v y + C'_v z + D'_v = 0,$$

si toute ligne $u = \text{constante}$ est plane, c'est que la droite (1), (2) appartient à un plan ne dépendant que du paramètre u ; il doit donc exister deux fonctions λ et μ telles que

$$\lambda A'_u + \mu A = f(u), \dots\dots\dots,$$

c'est-à-dire telles que

$$(4) \quad \lambda A''_{uv} + \lambda'_v A'_u + \mu A'_v + \mu'_v A = 0, \dots\dots\dots$$

Un raisonnement analogue est valable pour les courbes $v = \text{constante}$, et cela entraîne que A, B, C, D doivent satisfaire aussi à une équation analogue à (4) :

$$(5) \quad \lambda_1 A''_{uv} + \lambda'_{1u} A'_v + \mu_1 A'_u + \mu'_{1u} A = 0, \dots\dots\dots$$

Or, A, B, C, D ne peuvent satisfaire à deux équations distinctes de cette forme ; les équations (4) et (5) doivent donc être équivalentes, ce qui conduit aux conditions :

$$\mu = \lambda \frac{\delta (\text{Log } \lambda_1)}{\delta u}, \quad \mu_1 = \lambda_1 \frac{\delta (\text{Log } \lambda)}{\delta v}, \quad \frac{\delta^2}{\delta u \delta v} \left(\text{Log } \frac{\lambda_1}{\lambda} \right) = 0.$$

On déduit de là que

$$\mu = \lambda'_u + \lambda \frac{U'}{U},$$

U ne dépendant que de u , et, par suite,

$$U (\lambda A'_u + \mu A) = \frac{\delta}{\delta u} (U \lambda A).$$

La condition (4) s'écrit alors :

$$\frac{\delta^2}{\delta u \delta v} (U \lambda A) = 0, \dots$$

et, par suite, en multipliant les coefficients A, B, C, D de l'équation (1) par le facteur $U.A$, on ramène cette équation à la forme proposée au début de cette troisième partie, ce qui démontre la proposition.

On proposait alors une application facile, en considérant les deux plans tangents

$$(6) \quad x \cos u + y \sin u + z = 0,$$

$$(7) \quad x \cos v + y \sin v + z = 0,$$

au cône de révolution $x^2 + y^2 - z^2 = 0$. Les surfaces S , telles que les tangentes à ce cône, menées par chaque point de S dans le plan tangent à S en ce point, soient conjuguées, sont des surfaces de l'espèce précédemment étudiées, et pour lesquelles les plans (6) et (7) doivent jouer le rôle des plans (2') et (3') ; on doit donc avoir

$$(8) \quad \frac{A'_1(u)}{\cos u} = \frac{B'_1}{\sin u} = \frac{C'_1}{1} = \frac{D'_1}{0}$$

$$(9) \quad \frac{A'_2(v)}{\cos v} = \frac{B'_2}{\sin v} = \frac{C'_2}{1} = \frac{D'_2}{0}$$

La valeur commune des trois premiers rapports (8), ne peut dépendre que de u , celle des rapports (9) ne dépendant que de v ; on aura donc toutes les fonctions $A_1, \dots, A_2, \dots$ par des quadratures contenant deux fonctions arbitraires, l'une de u , l'autre de v . On évite d'ailleurs tout signe de quadrature en posant

$$C_1 = F(u) + F''(u), \quad C_2 = G(v) + G''(v).$$

On est ainsi conduit à l'équation du plan :

$$\begin{aligned} & x [F'' \cos u + F' \sin u + G'' \cos v + G' \sin v] \\ & + y [F'' \sin u - F' \cos u + G'' \sin v - G' \cos v] \\ & + z (F + F'' + G + G'') + C = 0, \end{aligned}$$

dont l'enveloppe fournit la surface cherchée. L'énoncé associait à une telle surface deux familles de sphères dont l'étude est largement élémentaire.

Il est singulier de constater que les candidates, qui ont examiné la dernière partie du problème, ont écrit les équations (8) et (9) permettant de la résoudre, mais (à deux exceptions près) ont cru nécessaire de donner aux rapports égaux (8) et (9) la valeur 1. Elles n'ont ainsi trouvé qu'une solution extrêmement particulière.

L'une des compositions surclassait nettement toutes les autres : elle a obtenu la note 18,5. Viennent ensuite : un 17 ; un 16 ; un 15 ; puis douze notes comprises entre 12 et 13,5 ; onze notes, entre 10 et 11 ; quatorze, entre 8 et 9,5 ; treize, entre 6 et 7,5 ; enfin un 5, un 4 et un zéro correspondant à une copie blanche. Les moyennes sont : 9,7 pour l'ensemble des candidates, 11 pour le groupe des trente-huit admissibles, 7 pour les non-admissibles ; ces moyennes sont voisines (avec une légère baisse) de celles du concours précédent : 9,8, 11,6 et 7,5.

Le niveau de cette composition est honnête, sans plus ; peu de copies émergent d'une moyenne assez grise. On souhaiterait que les candidates soient munies de connaissances moins exclusivement théoriques, et qu'elles sachent davantage tenir compte des éléments particuliers d'une question, — sans croire qu'il existe un procédé, et un seul, propre à résoudre chaque partie du problème. Pour la grande majorité, il est clair qu'en dehors des deux formes fondamentales de Gauss, il n'existe, en géométrie différentielle, rien de valable... Cette manière de voir est quelque peu fâcheuse.

COMPOSITION DE MÉCANIQUE RATIONNELLE

(M. PAILLOUX)

Le problème comportait l'étude du mouvement d'une roue réduite à sa circonférence, roulant sans glisser sur un plan horizontal, et maintenue verticale par une liaison sans frottement ; diverses circonstances étaient successivement envisagées.

Trop peu de candidates ont des notions saines sur les réactions, qu'elles soient ou non avec frottement ; trop peu savent tirer parti de faits simples : ainsi il n'a pas été remarqué explicitement que la vitesse du centre de la roue était portée par le diamètre horizontal de la roue, ce qui donnait rapidement de nombreuses réponses.

Dans la première question, la position du système était définie par quatre paramètres, ξ, η, ψ, θ . Les deux conditions non holonomes, le théorème du moment cinétique par rapport à Az ($\psi' = \text{const.}$) et le théorème des forces vives fournissaient la mise en équations. ψ' et θ' restaient constants, le plan de la roue restait tangent à un cercle fixe décrit par le centre de la roue, d'un mouvement uniforme. Il est regrettable que la majorité des candidates écrive *a priori* les six équations du mouvement du centre de gravité et du moment cinétique, sans en rien tirer, et en se perdant dans une analyse souvent fausse du système des réactions.

Dans la seconde question, puisque la tangente au lieu du centre A est un rayon horizontal, ce lieu est une tractrice, ce qui ne fut pas remarqué. Le théorème de la force vive suffisait ici pour la mise en équation, puisque les quatre paramètres étaient déjà liés par les deux conditions non holonomes et par la liaison introduite. Cette dernière liaison était bilatérale, comme le montrait sans peine le calcul de la réaction du mur ; beaucoup de candidates ont cru du reste pouvoir se contenter d'une réponse par oui ou par non, sans justification.

La question des chocs était plus délicate. Le frottement en B était tel que, pour les vitesses, tout se passait comme si le point B de la roue était un point fixe. Après le choc inélastique, l'état des vitesses était celui de la question I, 2° ; une seule inconnue était à déterminer ; le théorème de Carnot pouvait suffire. Dans le cas du choc parfaitement élastique, dont la définition était rappelée, trop peu de candidates savent que, dans un choc avec frottement, entre le début et la fin du choc, une partie de l'énergie cinétique disparaît irréversiblement pendant la période de glissement. Ce cas ne se produit pas ici, tout glissement étant impossible, d'où la condition habituelle $W_1 + W_0 = 0$, pour les vitesses normales. Regrettons l'abus de la condition $W_1 + eW_0 = 0$, utilisant un coefficient de restitution dont l'existence physique est contestable lorsqu'il se produit un choc avec frottement ; d'ailleurs l'énoncé indiquait la voie à suivre. Pour traiter ces deux problèmes de chocs, on pouvait, ce qui a été signalé, utiliser des paramètres réduits tenant compte de l'absence de glissement, et appliquer les équations de Lagrange des chocs en introduisant explicitement la percussion sur le mur par un travail virtuel.

Dans la quatrième question, la roue subissait une force horizontale appliquée en son centre, et on désirait attirer l'attention sur les conditions initiales : il *fallait* que le plan initial de la roue contienne la tangente à la trajectoire imposée au centre de la roue. ψ' restait constant, et sa valeur pouvait être prise arbitrairement. Le mouvement de A sur la courbe en résultait. On avait donc ξ, η, θ, ψ en fonction du temps ; les équations de Lagrange fournissaient trois équations pour les deux multiplicateurs et pour X, Y.

Dans la seconde partie, le même défaut de méthode qui consiste à oublier de compter le nombre de paramètres de position (ou à les compter trop tard) a conduit à de vaines débauches de calcul ; « il y a trop d'inconnues pour les équations !... » Lorsque les plans des roues sont bloqués par rapport à la tige qui joint les centres, la position du système peut être définie par $\xi, \eta, \psi, \theta_1, \theta_2$. On dispose, en général, de quatre équations provenant du roulement sans glissement et de l'équation de la force vive. Le cas d'exception est celui où les plans des roues sont perpendiculaires à la tige, car le nombre des conditions non holonomes n'est plus que de trois. Mais il est préférable d'introduire le plan mobile horizontal entraîné par la tige A_1A_2 . On connaît la direction des vitesses de A_1 et A_2 . Il en résulte que le centre instantané de rotation est fixe dans le plan mobile et dans le plan fixe. Le théorème des forces vives montre que la vitesse angulaire de rotation est constante. Le cas d'exception doit être traité directement ; la conclusion reste la même.

Si une seule roue est bloquée, $\xi, \eta, \psi, \theta_1, \theta_2$ et ψ_2 , ou bien α_2 , sont les paramètres. En dehors des quatre conditions de roulement sans glissement et de l'équation des forces vives, l'intégrale première $\psi_2' = \text{const.}$ conduit à la solution.

Si les plans des roues sont libres de tourner, on a les deux intégrales premières

$\psi_1 = \text{const.}$, $\psi_2 = \text{const.}$, qui, jointes à l'équation des forces vives et aux quatre conditions non holonomes, suffisent à déterminer les sept paramètres. Lorsque les vitesses angulaires ψ_1 et ψ_2 sont nulles, la barre A_1A_2 est animée d'un mouvement étudié par La Hire.

La troisième partie insistait spécialement sur la notion de conditions initiales. La vitesse de E étant connue à l'instant initial, il en résulte la connaissance des vitesses de G, A_1 , A_2 . Seuls ψ_1 et ψ_2 sont arbitraires. La force $\vec{F}$ à appliquer en E était l'une des deux réactions subies par la barre EG, dont la masse était supposée négligeable ; cette force était donc dirigée suivant EG. Une seule équation suffisait pour la déterminer, par exemple, l'équation des forces vives sous forme différentielle, ce qui a été vu parfois.

Souhaitons que les candidates relisent leur travail, en souhaitant d'abord, pour certaines, qu'elles ne soient pas rebutées par leur propre écriture. On éviterait peut-être ainsi ces trop fréquentes expressions vicieuses qui vont de la concision mal comprise à la faute de raisonnement : « ψ a un mouvement uniforme » ; — « le mouvement est un cercle » ; — « les réactions n'étant pas holonomes » ; — « la roue est donc un véhicule » ; — on parle de « la vitesse de la roue » ; — on pense qu'un roulement sans glissement donne « une intégrale première », et que « liaison bilatérale » signifie « liaison qui introduit deux réactions ».

Redisons qu'il faut préciser le système d'axes lorsqu'on parle des projections d'un vecteur, — qu'il ne faut pas introduire simultanément les multiplicateurs de Lagrange d'une part, et les composantes de la réaction de liaison correspondante d'autre part, sans voir les liens qui les unissent, et qu'un choc parfaitement inélastique ne produit pas le repos total.

Les notes des cinquante-six candidates sont échelonnées de 17,5 à 0,5. Après deux compositions qui se détachent nettement en tête, avec un 17,5 et un 17, on trouve une répartition assez uniforme entre 14,5 et 4 : un 14,5 et un 14 ; sept notes entre 12 et 13,5 ; quatre, entre 10 et 11,5 ; sept, entre 8 et 9,5 ; neuf, entre 6,5 et 7,5 ; six, entre 4 et 5,5. Puis vient un lot, trop important, de dix-sept copies cotées de 1 à 3,5, les deux dernières n'obtenant que 0,5. La moyenne est inférieure à 7 pour l'ensemble des candidates ; elle n'atteint pas tout à fait 8,5 pour le groupe des trente-huit admissibles, et elle s'abaisse à 3,7 pour les non-admissibles. Les quinze candidates qui ont obtenu, pour cette épreuve, une note au moins égale à dix figurent toutes parmi les admissibles.

EPREUVES PRATIQUES

Bien que les notes extrêmes soient sensiblement différentes pour chacune des deux épreuves pratiques, puisqu'elles vont de 2 à 11,5 pour la géométrie descriptive, et de 0 à 14 pour le calcul numérique, les moyennes de ces deux compositions pour l'ensemble des trente-huit admissibles sont pratiquement les mêmes : 5,8 et 5,9, sensiblement plus basses que celles du concours précédent (7,4 et 8,3).

Le groupement de ces deux épreuves donne une répartition de notes (sur 20) qui s'échelonnent très irrégulièrement de 11 à 1, avec quatre notes seulement entre 10 et 11, puis, après un 9,5, huit notes voisines de 8, six notes voisines de 6, douze comprises entre 4 et 5,5, cinq entre 2,5 et 3, pour terminer par un 1,5 et un 1. La moyenne est voisine de 5,8.

Ces résultats sont loin d'être brillants. Tout a déjà été dit et redit, dans les rapports sur les sessions antérieures, au sujet de la signification de ces deux épreuves, qui ont leur place dans un concours de recrutement du niveau de l'agrégation. Je ne reprendrai pas, ici, les remarques d'ordre général qui ont été développées, en particulier, dans le rapport de l'année dernière. Si l'on se borne à rechercher l'influence de ces deux compositions sur le classement des concurrentes, disons que deux d'entre elles leur doivent, pour une large part, le succès définitif : des notes conve-

nables pour l'ensemble épure-calcul ont compensé, dans l'un des cas, un total médiocre à l'écrit, et, dans l'autre, une fâcheuse défaillance à l'oral. Inversement, deux candidates, admissibles dans la zone neutre, auraient pu finalement réussir si les deux épreuves pratiques leur avaient apporté, au lieu d'un maigre total, la moyenne décente que procure presque toujours un sérieux effort de préparation en ces matières.

COMPOSITION DE GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE
(M. PÉTRUS)

Énoncé du problème

Les données sont exprimées en millimètres. La figure est rapportée à trois axes rectangulaires $x'Ox$, $y'Oy$, $z'Oz$; l'axe $x'x$, porté par le grand axe de la feuille, est orienté positivement vers le bas ; l'origine O est à 220 du bord inférieur de la feuille ; l'axe $y'y$ est orienté positivement de gauche à droite ; l'axe $z'z$, rabattu sur la feuille, se confond avec l'axe xx' , la ligne de terre étant confondue avec $y'Oy$.

On désigne : par Δ la verticale ayant pour équations $x = 90$, $y = 0$; par Γ le cercle, situé dans le plan de front passant par Δ , dont le centre a pour coordonnées 90, 60, 60, et dont le rayon a pour longueur 30 ; par S le tore ayant pour axe de révolution Δ et pour demi-méridienne Γ .

Le plan de bout P , bitangent au tore S , et dont le point de contact avec Γ a une cote supérieure à 60, coupe S suivant deux cercles ; soit C celui de ces deux cercles dont le centre a un éloignement x supérieur à 90. Dans le plan de front passant par Δ , le cercle ayant même centre que le tore et orthogonal au cercle Γ coupe la verticale Δ en deux points ; soit B celui de ces points dont la cote est supérieure à 60.

On appelle K la surface conique ayant B pour sommet et C comme directrice.

1° Construire l'intersection complète des surfaces S et K .

2° Représenter par ses deux projections le solide, supposé opaque, limité par les portions de chacune des surfaces S et K situées à l'intérieur de l'autre.

3° Rédiger sur une feuille annexe une brève notice expliquant les remarques géométriques faites, la méthode employée et les résultats obtenus.

Les données très simples pouvaient facilement suggérer de faire une transformation par inversion ayant pour pôle B et laissant globalement invariants le tore ainsi que le cône ; on en déduisait que le reste de l'intersection était constitué par un cercle de Villarceau, symétrique de C par rapport à un plan méridien simple. L'emploi des plans méridiens du tore comme plans auxiliaires était tout indiqué pour la détermination de points quelconques de l'intersection, et cette méthode permettait du reste bien des remarques géométriques.

Si l'on excepte une ou deux candidates maladroites qui ont eu quelque peine à représenter le tore, celui-ci a été figuré correctement. La détermination du cercle de Villarceau C a été manquée par quelques concurrentes, qui, sans doute, n'avaient jamais exécuté la moindre épure, même à main-levée, sur ce sujet classique. La lecture des notices a révélé que beaucoup n'avaient pas réussi à identifier la seconde partie de l'intersection des deux surfaces ; si le correcteur s'est montré indulgent pour celles qui avaient réalisé une construction empirique à peu près exacte, il a par contre noté très sévèrement les compositions qui ne contenaient aucun résultat sur ce second cercle ou qui faisaient apparaître des tentatives par trop fantaisistes.

La représentation du solide commun a été l'occasion de nombreuses bévues, prouvant que bien des candidates savent mal « voir dans l'espace », et ne savent pas non plus appliquer quelques remarques élémentaires qui leur permettraient de se tirer d'affaire.

L'exécution matérielle est en général déplorable. En bref, il est manifeste que la préparation de cette épreuve est négligée par un trop grand nombre, et les mauvais résultats de cette année sont d'autant plus décevants que le sujet avait été

choisi, à dessein, dans un domaine tout à fait classique et correspondait à un problème de géométrie dont la solution était immédiate ; il avait paru ainsi que toute candidate, même celle que ses fonctions privaient de toute occasion de faire des épreuves, pouvait présenter un minimum de travail décent. Mais cette espérance a été déçue.

Le faible niveau de cette composition n'a pas permis de dépasser la note 11,5. L'échelonnement de la cotation se présente ainsi : après deux 11,5 et deux 11, on trouve sept notes comprises entre 8 et 9 ; huit, entre 6 et 7,5 ; huit entre 4,5 et 5,5, en enfin onze entre 2 et 3. La moyenne générale de l'épreuve est 5,8. Ces résultats sont bien inférieurs à ceux de l'an dernier, car la moyenne atteignait alors 7,4, avec dix notes (sur trente-deux) supérieures à 10.

Souhaitons de nouveau, pour l'avenir, que les candidates se décident à comprendre l'importance et la valeur de cette partie du concours.

COMPOSITION DE CALCUL NUMÉRIQUE

(M. ROSEAU)

Enoncé du problème

On se propose de calculer, pour les valeurs

1,2 ; 1,4 ; 1,6 ; 1,8
données à la variable x , les valeurs numériques de la fonction

$$(1) \quad \text{Log } \Gamma(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right) \text{Log } x - x + \frac{1}{2} \text{Log } (2\pi) + \varphi(x)$$

où

$$(2) \quad \varphi(x) = \sum_{r=1}^n \frac{(-1)^{r-1} B_r}{2r(2r-1)x^{2r-1}} + R_n(x),$$

les coefficients B_r désignant les nombres de Bernoulli, et $R_n(x)$ une fonction de x pour laquelle on admettra que

$$|R_n| < \frac{B_{n+1}}{2(n+1)(2n+1)x^{2n+1}}.$$

La notation $\text{Log } x$ représente le logarithme népérien de x .

1° Calculer les quatre premiers nombres de Bernoulli B_1, B_2, B_3, B_4 en utilisant le développement en série

$$\frac{x}{2} \cotg \frac{x}{2} = 1 - B_1 \frac{x^2}{2!} - B_2 \frac{x^4}{4!} - B_3 \frac{x^6}{6!} - B_4 \frac{x^8}{8!} + \dots$$

dont on admettra la validité. (Il pourra être commode de diviser le développement de $\cos \frac{x}{2}$ par celui de $\frac{2}{x} \sin \frac{x}{2}$).

2° Calculer $\varphi(x)$ défini par la formule (2), à 10^{-6} près pour les valeurs 3,2 ; 3,4 ; 3,6 ; 3,8 données à x .

3° Calculer avec l'approximation permise par la table de logarithmes, les valeurs de $\text{Log } \Gamma(x)$ pour les valeurs de x définies au début de l'énoncé. On commencera par calculer $\text{Log } \Gamma(x)$ pour les valeurs 3,2 ; 3,4 ; 3,6 ; 3,8, données à x ; puis on poursuivra le calcul demandé par l'usage convenablement répété de la formule

$$\text{Log } \Gamma(x+1) = \text{Log } \Gamma(x) + \text{Log } x$$

que l'on admettra.

La première question, très simple, avait pour objet de conduire au calcul des quatre premiers nombres de Bernoulli par un processus de division. En général cette partie préliminaire a été traitée correctement, mais on relève de fréquentes erreurs pour le quatrième coefficient.

Dans la seconde question, les candidates, en majorité, ont vu qu'il suffisait d'arrêter le développement au troisième terme pour obtenir la précision demandée ; mais la justification de ce fait apparaît peu claire : les erreurs permises sur le calcul approché des trois premiers termes de la série asymptotique sont exprimées avec peu de netteté, et la quasi-totalité des candidates utilisent les tables de logarithmes à cinq décimales sans se demander si la précision ainsi obtenue est suffisante pour réussir le calcul avec l'approximation demandée.

Enfin, très peu ont abordé la troisième partie.

La présentation est souvent maladroite, rarement bien ordonnée. Si l'on peut apprécier chez quelques-unes un effort louable à cet égard, il n'en reste pas moins que, pour la plupart, ces qualités primordiales d'ordre et de méthode n'apparaissent guère ; de grands progrès sont encore à faire dans ce sens.

Les notes s'échelonnent de 0 à 14, la zone d'accumulation étant, bien fâcheusement, au voisinage de 5. Après un 14 et deux 13, on trouve : quatre notes entre 10 et 11 ; quatre, entre 8 et 9 ; six, entre 6 et 7 ; douze entre 4 et 5, puis neuf, entre 0 et 3. La moyenne générale de l'épreuve est environ 5,9, en baisse notable par rapport à l'année 1954, où elle était voisine de 8,3.

EPREUVES ORALES

Comme d'habitude, les deux leçons de « Mathématiques Élémentaires » et de « Mathématiques Spéciales », que devait exposer chacune des trente-huit admissibles, avaient été « couplées » par le jury avant le tirage au sort traditionnel.

Voici la liste des sujets de leçons (les numéros entrés parenthèses accompagnant chacune des questions d'« Élémentaires » et de « Spéciales » correspondent au groupement des deux leçons traitées par une même candidate) :

LEÇONS DE MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES

Pour une classe de Seconde C-Moderne :

- (1) Inégalités dans les triangles.
- (2) Positions relatives de deux cercles.
- (3) Exemples de résolution de problèmes de construction.
- (4) Exemples de résolution de problèmes de lieux géométriques.
- (5) Lieu des points dont le rapport des distances à deux droites est donné. Faisceaux harmoniques de droites (géométrie plane).

Pour une classe de Première C-Moderne :

- (6) Plan et droite perpendiculaires.
- (7) Volume de la pyramide. Volume du tronc de pyramide à bases parallèles.
- (8) Exemples de problèmes dont la résolution conduit à une équation du premier ou du second degré, ou à un système de deux équations du premier degré.
- (9) Le même sujet que (8).

Pour une classe de Mathématiques :

- (10) Arithmétique : division des nombres entiers.
- (11) Première leçon sur les fractions.
- (12) Arithmétique : définition et extraction de la racine carrée arithmétique d'un nombre entier à une approximation décimale donnée.
- (13) Première leçon sur les nombres positifs et négatifs.
- (14) Résolution et discussion d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues. Interprétation graphique.
- (15) Etude, sur des exemples, d'une fonction de la forme

$$y = \frac{ax^2 + bx + c}{a'x + b'}$$

(a, b, c, a', b' constantes, a et $a' \neq 0$). Représentation graphique.

- (16) Exemples de résolution d'équations trigonométriques.
 - (17) Résolution et discussion de l'équation

$$a \cos x + b \sin x = c.$$
 - (18) Mouvement rectiligne vibratoire simple ; interprétation au moyen d'un mouvement circulaire uniforme. Mouvement rectiligne défini par une équation de la forme

$$x = a \cos (\omega t + \alpha) + b \cos (\omega t + \beta).$$
 - (19) Cosmographie. Inégalité des jours et des nuits aux diverses latitudes.
 - (20) Trièdres supplémentaires. Applications.
 - (21) Faisceaux harmoniques de droites. Polaire d'un point par rapport à deux droites.
 - (22) Produit de deux homothéties. Applications.
 - (23) Les propriétés générales de l'inversion étant supposées connues, traiter quelques applications de cette transformation.
 - (24) Première leçon sur les coniques.
 - (25) Le même sujet que (24).
 - (26) Equations de l'ellipse et de l'hyperbole rapportées à leurs axes de symétrie. Applications.
- Pour une classe de Mathématiques Supérieures (programme de « géométrie pure ») :*
- (27) Similitude plane.
 - (28) Première leçon sur l'inversion.
 - (29) Transformation par polaires réciproques par rapport à un cercle. Applications.
 - (30) Etude des cercles tangents à deux cercles donnés dans un plan.
 - (31) Conditions pour que quatre points soient sur un cercle. Applications.
 - (32) Différence des puissances d'un point par rapport à deux cercles ; axe radical. Applications.
 - (33) Faisceaux linéaires de cercles ; faisceaux orthogonaux.
 - (34) Tangente à une conique définie par un foyer, la directrice correspondante et l'excentricité. Problèmes sur les tangentes.
 - (35) Ellipse et cercle déduits l'un de l'autre par affinité. Diamètres conjugués. Construction d'une ellipse connaissant deux demi-diamètres conjugués.
 - (36) Propriétés d'une hyperbole relativement à ses asymptotes.
 - (37) Sections planes d'un cône de révolution.
 - (38) Intersection de deux cônes circonscrits à une même sphère.

LEÇONS DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES

- (20) Première leçon sur les nombres complexes.
- (38) Les propriétés générales des opérations élémentaires sur les nombres complexes étant supposées traitées, en donner quelques applications (géométriques, trigonométriques...).
- (4) Diviseurs communs à deux polynômes à une variable. Applications.
- (21) Première leçon sur les déterminants.
- (22) Résolution et discussion d'un système de n équations linéaires à p inconnues, le cas dit « de Cramer » étant supposé traité.
- (27) Décomposition d'une fraction rationnelle en éléments simples.
- (32) Transformation d'une équation algébrique par une substitution rationnelle portant sur une seule racine. Applications.
- (1) Formule de Taylor pour les fonctions d'une variable réelle. Applications.
- (30) Emploi de la dérivée pour l'étude des variations d'une fonction. Exemples.
- (35) Application de la variation des fonctions à la séparation des racines d'une équation algébrique ou transcendante. Exemples.
- (36) Fonction inverse d'une fonction continue monotone. Exemples.
- (23) Fonction exponentielle.

- (3) Fonction logarithmique.
- (19) Dérivées partielles d'une fonction de plusieurs variables.
- (24) Fonctions homogènes de plusieurs variables.
- (25) Différentielle totale d'une fonction de plusieurs variables. Applications.
- (31) Première leçon sur l'intégrale définie d'une fonction continue.
- (28) Changement de variable dans une intégrale (indéfinie et définie). Applications.
- (37) Première leçon sur les séries numériques.
- (2) Les généralités sur les séries à termes réels et à termes complexes étant supposées traitées, établir les caractères de convergence dits « de Cauchy » et « de d'Alembert », pour les séries à termes positifs et pour les séries à termes quelconques. Exemples.
- (7) Première leçon sur les séries entières.
- (5) Développement en série entière en x de la fonction $(1+x)^{\alpha}$ (α constante réelle). Application.
- (34) Intégration des équations différentielles du premier ordre dans le cas de la séparation des variables ; exemples d'intégration d'équations différentielles du premier ordre se ramenant au cas de la séparation des variables.
- (29) Intégration de l'équation différentielle linéaire du premier ordre. Exemples.
- (13) Courbes planes dont l'équation polaire est résolue par rapport au rayon vecteur : tangente, concavité, branches infinies, asymptotes.
- (10) Construction des courbes planes définies en coordonnées polaires. Exemples. (Les résultats généraux sur les tangentes, sur la concavité, sur les branches infinies, sont supposés connus).
- (8) Courbure d'une courbe plane ; développée ; développante.
- (11) Géométrie analytique : plan tangent en un point d'une surface.
- (12) Directions principales et axes de symétrie des courbes du second ordre.
- Réduction de l'équation d'une courbe du second ordre en axes rectangulaires.
- (17) Divisions homographiques sur une conique.
- (16) Directions principales des surfaces du second ordre.
- (18) Génératrices rectilignes des surfaces du second ordre.
- (14) Sections circulaires des surfaces du second ordre.
- (15) Géométrie descriptive : problèmes sur les plans tangents au paraboloïde hyperbolique.
- (9) Cinématique du point : vecteur-accélération ; composantes tangentielle et normale.
- (6) Mécanique : travail d'une force. Théorème de la force vive pour un point matériel. Applications.
- (33) Mouvement d'un point matériel sous l'action d'une force centrale inversement proportionnelle au carré de la distance.
- (26) Mécanique : mouvement d'un point pesant sur un plan incliné, avec frottement, la vitesse initiale étant dirigée suivant une ligne de plus grande pente du plan.

**

Après bien d'autres, le rapport sur l'agrégation de 1954 rappelait la signification et la valeur des deux « leçons » qui forment l'oral du concours ; je n'y reviendrai pas cette année, si ce n'est pour insister sur le rôle que doit avoir, dans la formation des futurs maîtres, une préparation sérieuse de cette double épreuve.

Evidemment, l'écrit apporte un très net témoignage sur les qualités d'esprit et les connaissances des candidats, et les quatre problèmes proposés permettent, dans leur variété, d'apprécier une certaine compréhension des notions fondamentales, ainsi que l'aptitude à les mettre correctement en œuvre. Mais une application d'une théorie peut être traitée convenablement sans que les points de départ, les bases de cette

théorie aient été bien dominés ; un problème met presque toujours en jeu des connaissances déjà élaborées, prises à un certain moment de leur développement, et n'exige pas nécessairement, du moins en apparence, que l'on revienne. « à la source », et que l'on ait pris la peine de tout reconstituer, étape par étape, depuis l'origine. Une « leçon », au contraire, c'est-à-dire un exposé présenté à un auditoire dont le niveau est conventionnellement défini, rend presque toujours indispensable un appel à quelque notion de base, dont la simple évocation, au cours d'un raisonnement ou d'une recherche, peut mettre en évidence, soit qu'elle a été l'objet d'une sérieuse méditation et qu'elle a été comprise, soit que son importance n'a pas été saisie ou que sa signification exacte est restée inaperçue.

Le programme des épreuves orales invite à entreprendre une étude approfondie des questions qui constituent la matière de notre enseignement, dans les classes secondaires et dans les classes de « Spéciales » qui en sont le prolongement naturel. Il faut bien voir qu'il s'agit, à ce sujet, non d'acquérir une érudition poussée sur quelque point de détail dont la portée risque d'être fort limitée, mais de réfléchir sur les idées essentielles, sur tout ce qu'un enseignement bien compris de notre discipline peut et doit apporter, aussi bien dans l'ordre de la culture générale, que dans la présentation des connaissances scientifiques indispensables à ceux qui poursuivront des études, qu'elles soient techniques, ou pratiques, ou spéculatives, ou abstraites.

D'ailleurs, les « premières leçons sur ... », que le jury propose fréquemment aux épreuves orales, et qui apparaissent, presque à chaque session, parmi les sujets tirés au sort par les candidates, mettent bien en lumière cette préoccupation de demander aux aspirants-professeurs un effort sérieux d'information et de mise en ordre, particulièrement utile dans une période où le mouvement des idées, dans le domaine mathématique et scientifique, est particulièrement intense ; la confrontation des divers points de vue, qui du reste ne sont souvent opposés qu'en apparence, est, à l'heure actuelle, une nécessité pour qui doit enseigner.

Sans doute est-il opportun de rappeler, à cet égard, que le jury n'a aucune idée préconçue sur tel ou tel mode de présentation des questions, et que toute façon de voir raisonnable est parfaitement acceptée, pourvu d'abord, bien entendu, que les développements soient suffisamment adaptés au niveau de la classe qui est censée être en cause, pourvu aussi que le candidat n'ait pas trop présumé de ses forces et ait pris la préoccupation de s'assurer que l'entreprise pourra être menée à bon terme, d'une façon cohérente. Cette dernière recommandation n'est peut-être pas inutile, car il arrive que tel exposé, après un début correct, parfois brillant, se heurte brusquement à une difficulté de fond, mal repérée, et tourne court, ou retombe sur un terrain banal, que l'on paraissait, au départ, vouloir soigneusement éviter.

Redisons aussi que la préparation de l'oral ne doit pas se borner strictement à l'étude et à la mise au point des connaissances mathématiques ; si cet aspect est primordial, il n'est pas le seul, et tout ce qui touche à la présentation extérieure mérite aussi un sérieux apprentissage. Bien sûr, les conditions du concours sont, à ce point de vue, quelque peu factices, et l'on peut prétendre, non sans raison, que le comportement ne peut être le même devant un jury impassible et devant un groupe d'élèves à qui l'on s'adresserait directement, à qui l'on poserait des questions, que l'on s'efforcerait de faire vivre. Mais il est bon de rappeler encore que l'épreuve de la « leçon », telle qu'elle est conçue actuellement, est révélatrice de certaines qualités et de certains défauts qui tiennent au tempérament, au caractère, et dont il n'est sans doute pas impossible de prendre conscience en temps utile, pour essayer de développer les unes et de corriger les autres.

Ne peut-on pas « apprendre » à faire un bon usage du tableau, et aussi de la craie et du « chiffon » ? à mettre de l'ordre dans la présentation d'une question, dans la disposition d'un calcul, dans la construction d'une figure, dont on aimerait voir la naissance progressive, posément expliquée et commentée ? Ne peut-on faire effort pour maîtriser son élocution, pour éviter cette rapidité du débit, si fréquente, et qui

donne parfois l'impression d'un véritable torrent de paroles, pas toujours contrôlées, et où se glissent trop souvent de fâcheux lapsus ? Ne peut-on arriver à se défaire d'une certaine attitude de « récitante », voire de « lectrice », qui ne peut quitter des yeux le paquet, quelquefois bien volumineux, de feuilles où tout a été écrit ? Il ne paraît pas impossible d'acquérir, en s'y appliquant, une certaine aisance dans l'attitude, dans le ton, dans la phrase, au moins lorsqu'il s'agit d'un sujet que l'on connaît, que l'on domine dans une certaine mesure, et dont on a pris soin d'ordonner méthodiquement les éléments. A écouter certaines leçons, on serait tenté, fâcheusement, de songer à un « déballage », en ne retenant ici que le sens usuel de ce mot, et en excluant, cela va sans dire, une autre acception qui met en cause la médiocre valeur des « marchandises » ainsi offertes.

Et, dans un domaine bien voisin, n'est-il pas possible d'éviter quelques fautes et incorrections, dans le langage ou dans ses abréviations symboliques, les unes simplement désagréables, les autres risquant de trahir la pensée ? Plusieurs ont été signalées maintes fois ; leur répétition prouve qu'il n'est pas inutile d'en citer de nouveau quelques-unes :

- « plus grand ou égal à... » ;
- « deux cercles intérieurs » (et même : intérieurs l'un à l'autre) ;
- « il existe c tel que... » (il s'agit d'un énoncé du théorème des accroissements finis) ;
- « la différence est possible » ;
- « h est racine du polynôme $\alpha(h)$ » (il s'agit d'un polynôme en h divisible par h) ;
- « les sous-multiples d'un polynôme » ;
- le trop classique « cône de sommet l'origine » ;
- une fantaisie orthographique sur le mot « podaire », devenu « podère » ;
- les notations défectueuses : $f(xy)$ représentant une fonction de deux variables x et y ; $f_{\lambda x}(\lambda x, \lambda y)$, alors que le symbole f a d'abord été présenté pour définir la fonction $f(x, y)$ des variables x et y ; $f_x(\alpha, \beta, 0)$, alors que f n'est qu'une fonction de deux variables x et y

J'ajouterai volontiers ici une remarque sur un détail de vocabulaire de la théorie des limites. Il est courant d'entendre dire qu'une variable « augmente indéfiniment », ou bien « croît indéfiniment », en risquant ainsi d'évoquer l'idée d'une variation dans un sens déterminé (les mots « croître » et « décroître » ont une signification mathématique), liée du reste à l'adverbe « indéfiniment », qui peut donner lieu à des interprétations incorrectes. Pourquoi ne pas s'en tenir à la locution « tend vers l'infini » (en indiquant, ou non, le signe), qui fait l'objet d'une définition précise ? Deux exemples simples peuvent illustrer cette observation :

— la fonction $\left(1 - \frac{1}{x}\right)$ est croissante dans l'intervalle $(1, +\infty)$, on peut bien dire qu'elle croît *sans cesse* en même temps que x , et elle ne tend pas vers l'infini quand x tend vers $+\infty$;

— la fonction $(x + 2 \sin x)$ change de sens de variation une infinité de fois dans tout intervalle de la forme $(a, +\infty)$, quel que soit le nombre a ; elle n'est pas constamment « croissante », ce qui ne l'empêche pas de tendre vers $+\infty$ en même temps que x .

*
**

Il serait sans intérêt de reprendre dans le détail toutes les remarques que pouvait comporter chacune des leçons ; beaucoup n'ont de valeur que si on ne les sépare pas de l'exposé présenté et des incidents qui ont pu le marquer ; toutes ces observations ont d'ailleurs été faites individuellement, lors de la réception des candi-

dates, à l'issue du concours. Je me bornerai à quelques indications qui peuvent contenir un enseignement.

Comme chaque année, plusieurs des sujets proposés impliquent un commentaire sur des méthodes de recherche et de raisonnement, illustré par des exemples qu'il importe de choisir judicieusement : « exemples de résolution de problèmes de construction », « exemples de résolution de problèmes de lieux géométriques », « exemples de problèmes dont la résolution conduit à une équation du premier ou du second degré, ou à un système de deux équations du premier degré »... Il a déjà été parlé longuement, dans les rapports antérieurs, de la signification de tels problèmes, de la conception traditionnelle que nous en avons. Certains des exposés ont du reste été fort convenables. Ainsi, la leçon sur les problèmes de lieux géométriques a montré, dans l'ensemble, un très sérieux effort de mise au point dans l'analyse des idées de « condition nécessaire », de « condition suffisante », sans omettre de montrer qu'il ne s'agit pas de définir une fois pour toutes un plan rigide, un moule dans lequel doivent être coulées toutes les solutions des questions de ce genre, mais qu'il importe avant tout de réfléchir et d'être raisonnable : bien poser le problème ; faire le recensement méthodique de ce que l'on connaît et le mettre clairement en évidence ; savoir, à chaque étape, dresser le bilan de ce qui est acquis, et préciser, par là, l'orientation ultérieure du travail. Ainsi, on verra apparaître que le schéma traditionnel (1° recherche de conditions nécessaires, 2° étude réciproque, 3° conclusions) n'a rien d'absolument obligatoire ; que, parfois, ce sont des conditions « suffisantes » qui se présentent d'abord de façon naturelle, l'existence d'êtres remplissant les conditions voulues étant acquise d'emblée (et il s'agit alors de chercher si ces conditions sont bien nécessaires, si les êtres connus ou découverts au départ sont les seuls à vérifier les conditions imposées) ; que, parfois aussi, la transformation du problème posé en un problème équivalent se révèle comme une possibilité normale et constitue une solution directe et accessible.

L'exposé sur les problèmes de construction, correct dans l'ensemble, n'a mis en évidence qu'un mode de raisonnement, sans dégager assez nettement les idées de fond, et sans bien faire apparaître que leur mise en œuvre ne doit pas être exigée dans un ordre immuable. Il convient, à ce propos, de remarquer que si la première phase de la recherche, entreprise sous l'hypothèse « supposons que le problème soit possible et que l'on ait réalisé une figure vérifiant les conditions données », a permis d'établir que toute figure possédant la propriété (A) possède aussi la propriété (B), il peut être dangereux de poursuivre le raisonnement en disant : « on est ainsi ramené à construire une figure possédant la propriété (B) », car cette phrase peut être interprétée comme une affirmation d'équivalence, alors qu'il convient, à ce moment, de poser clairement la question de la « réciproque ». La faute n'était pas dans la pensée de la candidate, et il s'agit là d'une nuance de vocabulaire ; mais, en Mathématiques comme ailleurs, on ne saurait apporter trop d'attention au choix des mots, à la tournure des phrases, qui, mal contrôlés, peuvent provoquer de regrettables contresens. D'autre part, si, dans cet exposé, on insiste sur l'analyse, qui doit être faite d'abord, des propriétés de la figure supposée réalisée, il n'est peut-être pas inutile d'ajouter que cette analyse doit être complète, doit envisager toutes les possibilités : par exemple, si l'on propose de construire un segment ayant une longueur donnée, parallèle à une direction donnée, et dont les extrémités sont sur deux droites données, il faut éviter, au cours de « l'analyse », de remplacer, sans y prendre garde, le segment par un vecteur équipollent à un vecteur donné, car le raisonnement, en apparence correct, mais incomplet, ne pourra conduire qu'à une solution incomplète.

La leçon « sur les problèmes dont la résolution se ramène... » a été traitée cette année par deux candidates. L'une d'elles a choisi des exemples intéressants et variés, commentés d'une façon satisfaisante, mais sans mettre suffisamment en lumière le véritable raisonnement qui doit intervenir au cours de la « mise en équations »,

c'est-à-dire de la phase de la solution où s'établit la liaison précise entre la question posée au début (géométrie, mécanique...) et la question d'algèbre que l'on veut substituer à la première. Il est banal de remarquer, une fois de plus, que ce raisonnement de liaison a pour objet de démontrer une équivalence, ou, plus exactement, de mettre en évidence les conditions requises pour que l'on soit assuré d'une équivalence, et, par conséquent, que ce raisonnement comporte un déroulement logique — aller et retour, traités séparément ou simultanément, suivant les cas, — identique à celui dont on vient encore de parler à propos des lieux géométriques.

L'autre leçon entendue sur le même sujet était constituée par une suite d'exemples assez pauvres, ne permettant guère de dégager des idées générales. Disons, à cet égard, qu'il est un peu décevant de constater que, dans les exposés, assez nombreux, comportant obligatoirement ou naturellement un certain nombre d'applications dont le choix doit être fait par la candidate (constructions de courbes, variation de fonctions, résolutions d'équations, séries, intégrales...), trop souvent les exercices présentés sont d'une grande banalité ou d'un intérêt douteux, et aussi qu'ils sont parfois traités avec une maladresse telle que l'on pourrait être tenté de proposer la solution de la candidate comme un modèle de ce qu'il ne faut pas faire. Sans doute est-il difficile d'improviser des exemples valables au cours des trois ou quatre heures accordées à l'oral, pour la mise au point d'une leçon ; mais il ne devrait justement pas s'agir d'improvisation, et c'est pendant la préparation du concours qu'il convient, à propos des chapitres importants du programme, de réfléchir sur la façon d'illustrer telle théorie ou telle méthode, et d'imaginer quelques idées de problèmes dont l'étude constituera un apport utile et pourra servir de guide.

Il va sans dire, à ce sujet, que la mise au point d'un énoncé d'exercice est une opération délicate ; il faut peser les mots et les phrases, mettre chacun des éléments en bonne place. Il faut aussi, bien entendu, veiller à la cohérence des données, et éviter, par exemple, d'assujettir un paraboloïde hyperbolique à avoir une génératrice verticale et une génératrice de bout non situées dans un même plan, alors qu'aucun des deux plans directeurs n'est de profil.

Restant encore dans le domaine des observations d'un caractère assez général, susceptibles d'être appliquées dans divers secteurs, je crois devoir insister sur un point d'algèbre qui, presque chaque année, est la cause ou le prétexte de quelques malentendus : il s'agit de la notion de quotient exact, ou de rapport, et de toutes ses applications. Il semble que l'on puisse se mettre d'accord sur l'origine même de cette notion, qui prend naissance lorsque l'on étudie le problème de la division exacte d'un nombre a par un nombre b , la théorie de la multiplication étant acquise. Les propriétés connues de cette dernière opération permettent de démontrer l'existence et l'unicité d'un nombre dont le produit par b est égal à a , lorsque b n'est pas nul, — puis que le problème posé n'a pas de solution, est impossible, lorsque b est nul, a ne l'étant pas ; — et enfin que le problème admet comme solution n'importe quel nombre, lorsque a et b sont nuls tous les deux. La définition d'un mot (quotient exact), puis d'un symbole, pour désigner, puis pour représenter le résultat ainsi obtenu, intervient alors, et ne peut raisonnablement intervenir que lorsque le problème de la division exacte a une solution unique, c'est-à-dire lorsque le « diviseur » n'est pas nul. Ainsi apparaît, à ce moment de la construction progressive de l'édifice algébrique élémentaire, que le symbole $\frac{a}{b}$ n'a été défini, et, par suite, n'a de sens que si b n'est pas nul,

et qu'il représente le nombre unique dont le produit par b est égal à a . On est donc lié, pour toute la suite, et l'emploi d'un tel symbole, à quelque moment que ce soit d'un travail, comporte obligatoirement la condition $b \neq 0$. Si cette règle est parfois transgressée, ce ne peut être qu'en vertu d'une convention explicitement exprimée, et justifiée : c'est ainsi, par exemple, que l'on peut écrire la condition de parallélisme de

deux directions de droites, ayant respectivement pour paramètres directeurs (p, q, r) et (p', q', r') , sous la forme

$$\frac{p'}{p} = \frac{q'}{q} = \frac{r'}{r},$$

alors que certains des nombres p, q, r , peuvent être nuls, mais cette écriture est (ou, du moins, doit être) toujours précédée ou accompagnée d'un commentaire rappelant qu'il s'agit là d'une convention, applicable dans l'hypothèse où l'un au moins des trois dénominateurs est différent de zéro, et qui remplace, en abrégé, un système de trois relations telles que

$$p' = \lambda p, \quad q' = \lambda q, \quad r' = \lambda r,$$

étant ainsi entendu que, si l'un des dénominateurs p, q, r est, ou devient, nul, le numérateur du « rapport » correspondant doit lui-même être pris égal à zéro, ce « rapport » devant alors être supprimé de la suite des égalités considérées.

De même, dans la théorie élémentaire des limites, et des opérations sur les limites, on fait souvent intervenir, à propos des « formes indéterminées », un vocabulaire et un symbolisme tels que : « le rapport de deux fonctions de x se présente sous la

forme indéterminée $\frac{0}{0}$, lorsque x tend vers une valeur x_0 ». Mais, là encore, il s'agit,

très précisément, non de la mise en jeu d'un symbole représentant un quotient exact, mais d'une convention d'écriture simplement destinée à rappeler les termes de la question qui se pose : « Lorsque deux fonctions tendent simultanément vers zéro, il n'existe pas de théorème général relatif à l'existence d'une limite pour le quotient de l'une par l'autre, et il convient, dans chaque cas, d'étudier directement le pro-

bème. » Il est ainsi bien entendu que ce symbole d'indétermination $\frac{0}{0}$ (comme les symboles $+\infty, -\infty, 0 \times \infty, \dots$, qui ont la même origine) ne représente pas un nombre, et ne constitue qu'une abréviation évocatrice.

Ces points acquis, ne devraient plus surgir, au beau milieu d'un exposé, des considérations hasardeuses sur un rapport dont le dénominateur peut prendre la valeur zéro, ou encore des scrupules tardifs sur la légitimité d'une simplification de

fraction rationnelle (on peut remplacer $\frac{A.B}{A.C}$ par $\frac{B}{C}$, en supposant que A est différent de zéro), ni, à plus forte raison, certaines interprétations, trop fréquemment entendues, à propos de l'étude de quelques fonctions classiques, telles que la fonction homographique, ou la fraction quotient de deux polynômes, lorsque le numérateur et le dénominateur viennent à avoir une racine commune. S'il s'agit, par exemple, de

la fonction
$$y = \frac{ax^2 + bx + c}{x - \alpha},$$

la condition primordiale à imposer étant $x \neq \alpha$, il est clair que, si $ax^2 + bx + c$ est égal à zéro, la fonction y , telle qu'elle a été donnée, n'est pas définie pour la valeur α de la variable x et se réduit à une fonction linéaire à l'intérieur de chacun des deux intervalles d'existence ; je ne sais quel sens peut être attribué à une phrase telle que : « pour $x = \alpha$, la fonction y est indéterminée », et, si l'on tire de là, en guise de conséquence, que la courbe représentative est alors formée de deux droites

dont l'une est parallèle à Oy , je pense que l'on doit aussi en déduire que $\frac{0}{0}$ est un

symbole (dont l'origine reste mystérieuse) représentant n'importe quel nombre ; il semble inutile d'insister sur le jeu d'« égalités » que l'apprenti-mathématicien pourrait, dans ces conditions, considérer comme légitime. Il va de soi que le problème se pose très différemment si l'on demande d'étudier la relation, entre deux variables x et y :

$$(x - \alpha)y = ax^2 + bx + c,$$

et de déterminer le lieu géométrique des points dont les coordonnées (x, y) sont les solutions de l'équation ainsi proposée.

Pour en finir avec ces bien longues remarques sur la notion de quotient, il est peut-être utile de signaler, à propos des formules de trigonométrie où interviennent des tangentes et des cotangentes, que ces fonctions cessent d'être définies pour certaines valeurs des variables, et que ces conditions d'existence méritent d'être mises en évidence dès que l'on est amené à introduire les symboles tangente et cotangente, dans un raisonnement ou dans un calcul.

**

De l'examen détaillé des différentes leçons, je retiendrai encore quelques observations.

À propos des « inégalités dans les triangles » (classe de Seconde), il est quelque peu regrettable d'entendre présenter cette étude à partir d'un « *postulat* » où l'on admet que, dans tout triangle, la longueur d'un côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres. La candidate qui a traité cette question paraissait ignorer que la comparaison d'un angle extérieur d'un triangle à l'un des angles intérieurs qui ne lui sont pas adjacents, comparaison qui peut servir de point de départ à la théorie élémentaire des inégalités dans les triangles, peut être traitée comme une conséquence des définitions du début de la géométrie et de l'un des deux « premiers » cas d'égalité des triangles. Il n'est pas sans intérêt de montrer qu'une chaîne logique peut conduire à la justification d'une affirmation bien connue sur « le plus court chemin entre deux points ».

Dans l'étude des faisceaux harmoniques, il importe de faire apparaître qu'il s'agit non de quatre droites (concurrentes) quelconques, mais de quatre droites rangées dans un certain ordre. D'autre part, la notion de polaire d'un point par rapport à un angle, si elle est exposée, doit être complétée par la mise en valeur de la simplicité et de l'intérêt, théorique et pratique, des résultats et des constructions qui s'y rattachent.

Le problème des cercles tangents à deux cercles donnés dans un plan devrait constituer un « beau » sujet de leçon. Est-ce la richesse des points de vue possibles, entre lesquels il faut, peut-être, savoir choisir, qui provoque souvent de fâcheuses erreurs ? Evidemment, on doit mettre sur le compte d'une passagère étourderie des propositions telles que :

— lorsque deux cercles sont tangents intérieurement, l'une des parties du lieu géométrique des centres des cercles tangents à ces deux cercles se compose d'une demi-droite, et d'un point (l'autre partie étant une conique) ;

— lorsque deux cercles sont concentriques, le lieu des centres des cercles qui leur sont tangents est *un* cercle ; — mais, la candidate qui les énonce à haute voix ne devrait-elle pas, les entendant, réagir aussitôt ?

La transformation par inversion a fait l'objet de deux leçons, l'une présentant les débuts de la théorie, l'autre devant traiter quelques-unes de ses applications. Pour la première, faut-il encore rappeler qu'une unité de longueur doit avoir été fixée pour que la définition classique ait un sens, et aussi qu'il est préférable d'éviter des énoncés tels que : deux points et leurs inverses sont toujours sur un même cercle ? Dans la seconde, un fâcheux mélange de mesures arithmétiques et de mesures algébriques de segments et de vecteurs, employées souvent à contre-temps, a rendu fort contestable une bonne partie des résultats présentés, d'autant plus que la candidate avait annoncé, au départ, son intention de s'en tenir à des inversions positives, et que des inversions négatives n'ont pas manqué de s'introduire à certains moments, sans en avoir reçu l'autorisation peut-être, et, à coup sûr, sans avoir été clairement aperçues.

Dans l'étude de quelques équations trigonométriques, la candidate, scrupuleuse — n'osant peut-être pas aborder sous son vrai jour la résolution d'une équation telle que

$$\sin [f(x)] = \sin [g(x)]$$

en énonçant explicitement le problème ainsi posé (c'est-à-dire : existe-t-il des valeurs de x telles que les valeurs correspondantes de f et de g aient le même sinus ? et, s'il en existe, déterminer ces valeurs), ce qui permet de le remplacer immédiatement par un problème équivalent —, a commencé par faire l'hypothèse de l'existence d'une solution x_0 , afin d'avoir à mettre en jeu de véritables égalités, mais la distinction ainsi établie au départ entre les deux sens du signe $=$ n'a pas tardé à s'estomper et même à disparaître, créant une certaine confusion, peu propice au développement d'un raisonnement logiquement et raisonnablement construit.

Une confusion analogue s'est révélée dans la classique leçon sur les systèmes de deux équations linéaires à deux inconnues. Cependant, le début de l'exposé était solide, puisqu'il montrait que l'on savait obtenir tous les couples de nombres formant les solutions d'une équation linéaire à deux inconnues : l'étude complète d'un système de deux équations s'en déduit tout naturellement, en cherchant quels sont les couples solutions de l'une des deux équations qui sont également solutions de l'autre ; la méthode dite « de substitution » se justifie ainsi d'une façon parfaitement directe et naturelle sans que l'on ait à faire appel à certains théorèmes d'équivalence.

Dans une première leçon sur les nombres positifs et négatifs, il est très normal que l'on mette en vedette, dès le début, l'idée d'*extension*, mais l'énoncé, même commenté, de cette idée ne dispense pas, pour la suite, du souci de cohérence et de logique, et n'autorise nullement à jongler avec les symboles, déjà connus et définis jusque-là pour une certaine catégorie d'êtres, en les introduisant, sans aucune précaution, dans le domaine nouveau que l'on est justement en train de construire. La phrase : « a et b étant deux nombres arithmétiques, l'élément c tel que $a + c = b$ est appelé un nombre relatif », ne peut constituer, telle quelle, une définition d'un nombre relatif, puisque l'on ne sait pas, à ce moment, ce que signifient les symboles $+$ et $=$ appliqués à d'autres êtres que les nombres arithmétiques.

La présentation des nombres complexes a été faite, cette année, à partir de la considération des classes de polynômes en x congrus modulo $(x^2 + 1)$. C'est là une théorie parfaitement acceptable, fort ancienne du reste dans son fond, sinon dans sa forme, rajeunie quelque peu par l'introduction systématique de la notion de congruence. Mais, dans ces exposés où il s'agit de définir des êtres nouveaux, puis les relations de comparaison et les opérations qui les concernent, il y a un passage délicat : le vocabulaire et les symboles, qui seront employés pour représenter ces relations et ces opérations, vont être conventionnellement confondus avec le vocabulaire et les symboles déjà utilisés pour d'autres catégories d'êtres à partir desquels on est en train de construire une nouvelle catégorie, par voie d'extension, et il est bien rare que soit évitée la faute logique (qui vient d'être signalée à propos des nombres « relatifs. ») que constitue l'emploi prématuré de ce vocabulaire et de ces symboles. Il est bien évident que, si l'on convient de représenter par le symbole $(ai + b)$ la classe de tous les polynômes en x congrus au polynôme $(ax + b)$ modulo $(x^2 + 1)$, on définit ainsi un nouvel être, à partir des deux nombres réels a et b , dont la représentation symbolique est lourdement chargée de signes (i , $+$) et de conventions (i placé à côté du nombre réel a), dont le sens n'est pas encore élucidé, et qu'il faudrait savoir identifier avec clarté, le moment venu, avec les signes et conventions qui seront définis plus tard ; la passerelle est fragile et bien des novices n'éviteront pas la chute.

Dans la théorie des diviseurs communs à des polynômes, il importe de mettre en évidence, dès le début, que si A est diviseur de B , tout polynôme $(k.A)$, où k est une constante non nulle, est également diviseur de B , et d'en déduire la conséquence pratique, qui consiste à ne pas considérer comme distincts, dans l'étude des diviseurs

et des multiples, deux polynômes dont l'un est le produit de l'autre par une constante différente de zéro. Et le jury serait heureux de ne pas entendre affirmer que, si deux polynômes A et B ne sont ni l'un, ni l'autre, divisibles par le polynôme C, leur produit A.B ne saurait être divisible par C, ou, tout au moins, la phrase ayant sans doute été prononcée par inadvertance, d'entendre, en temps utile, une rectification.

Si l'on convient, à propos de la formule de Taylor pour les fonctions d'une variable, de présenter les deux formes du terme complémentaire, dites « de Lagrange » et « de Young », il est tout indiqué de faire ressortir la différence entre les hypothèses « suffisantes » mises en jeu pour la démonstration de l'une et de l'autre des deux formules, l'existence de la « dernière » dérivée étant supposée acquise, dans l'un des cas, à l'intérieur de l'intervalle d'étude, et dans l'autre cas, à l'une des extrémités de cet intervalle.

L'exposé sur « la séparation des racines... » a donné lieu à de nombreux commentaires dans les rapports antérieurs. Rappelons que l'idée essentielle qui devrait être dégagée est que toute fonction définie, continue, et monotone dans un intervalle (a, b) s'annule au plus une fois dans cet intervalle, et que c'est la comparaison des signes des valeurs numériques, ou des limites, de la fonction pour les extrémités d'un tel intervalle, qui permet de décider si la fonction s'annule ou non. Ce théorème mis en évidence, il reste à montrer comment on pourra l'appliquer en pratique.

Dans la leçon voisine, sur « l'emploi de la dérivée... », on aimerait que le théorème classique liant le signe de la dérivée au sens de variation de la fonction dans un intervalle, soit démontré avec la simplicité et la netteté qui manifesteraient une parfaite mise au point des définitions et des résultats fondamentaux mis en jeu. Il convient de savoir gré à la candidate qui a traité cette question d'avoir pensé à faire observer que l'emploi de la dérivée n'était pas toujours indispensable pour découvrir le sens de variation d'une fonction dans certains intervalles, mais pourquoi a-t-elle eu la fâcheuse idée d'illustrer cette judicieuse et importante remarque en prenant

comme exemple la fonction $\frac{x^4 - 2}{1 - x^6}$, sous le prétexte qu'il s'agit là, pour les valeurs positives de x , du quotient d'une fonction croissante par une fonction décroissante ?

La théorie des séries constitue l'un des domaines qui paraissent particulièrement redoutés de la plupart des candidates. Et il semble bien que la cause profonde de cette appréhension, et des échecs trop fréquents qui se manifestent dans les leçons, pourtant classiques, proposées sur ce sujet, est une insuffisante connaissance de la notion de limite. Il est banal de dire que c'est là un des fondements de l'analyse, et il est bien naturel de demander à de futurs professeurs d'avoir réfléchi sur ce chapitre essentiel, afin d'en dominer au moins les aspects élémentaires que l'on aura constamment à appliquer dans l'enseignement, même au niveau de l'initiation.

Les exposés sur les séries, numériques ou entières, font bien souvent apparaître de regrettables lacunes, dans l'ordre de la compréhension, et ce n'est pas l'évocation plus ou moins habile de quelque « grand théorème » qui pourra faire illusion, quand on s'aperçoit que sur des points fort simples, le sens même de certaines définitions élémentaires n'a pas été saisi. A deux reprises, le théorème de Cauchy donnant une condition nécessaire et suffisante de convergence a été cité, ce qui n'est, bien entendu, nullement répréhensible, à condition que l'énoncé soit parfaitement correct et qu'un commentaire convenable en soit donné ; mais, quelques tentatives d'utilisation, en particulier à propos des séries absolument convergentes, se sont révélées plutôt douteuses, d'autant plus que l'étude des séries absolument convergentes peut être présentée sous des formes très simples et claires, sans recourir à un résultat admis sans démonstration et, par là-même, insuffisamment assimilé. Et, cette année encore, il est bon de rappeler que les critères élémentaires de Cauchy et de d'Alembert sont applicables, hors des « cas douteux », aux séries quelconques, à termes réels ou

complexes, qu'il s'agisse de la convergence ou de la divergence, la divergence résultant ici du fait que le terme général ne tend pas vers 0.

Pour les séries entières, il est bon de faire ressortir le rôle que joue le théorème d'unicité du développement en série entière d'une fonction ; la découverte, par un certain procédé, d'une série entière dont la somme est égale à la fonction donnée, dans un intervalle comprenant zéro, ne peut, à elle seule, constituer une solution complète du problème posé.

C'est encore la notion de limite qui est en cause dans la définition classique d'une intégrale définie à partir des « sommes S et s », mais la faute, souvent signalée et fréquemment commise dans cette théorie consiste à ne pas s'apercevoir qu'il n'est pas question ici de limite d'une fonction d'un nombre fini de variables, et que ce mot, s'appliquant à des êtres nouveaux mettant en œuvre des modes de partage d'intervalles en intervalles partiels, correspond à une idée nouvelle, et doit, par conséquent, être défini, comme doivent être démontrées, d'ailleurs, les propriétés des nombres ainsi construits.

Les leçons sur les coordonnées polaires sont également presque toujours décevantes. Faut-il penser que le maniement des êtres de la géométrie orientée et celui des fonctions circulaires offrent de très sérieuses difficultés, qui n'ont pu être encore surmontées après plusieurs années d'études mathématiques, au cours desquelles ces notions ont pourtant joué un rôle essentiel ? Il est curieux qu'une candidate à l'agrégation ne songe pas à remarquer que, l'équation polaire d'une courbe étant mise sous la forme $r = f(\theta)$, les valeurs finies de θ pour lesquelles r s'annule ou tend vers zéro fournissent immédiatement les tangentes au pôle, aux différents arcs de la courbe qui passent en ce point, de même que les valeurs finies de θ pour lesquelles r tend vers l'infini, définissent non moins immédiatement les directions asymptotiques des branches infinies correspondantes. Faut-il redire ici que les exemples de construction de courbes définies en coordonnées polaires révèlent, presque tous les ans, de fâcheuses lacunes de fond, qui provoquent parfois de grosses erreurs ? Il serait bon que les candidates prennent la peine de réfléchir et d'étudier méthodiquement les problèmes d'algèbre, de trigonométrie et de géométrie élémentaire qui se posent normalement lorsqu'on cherche à réaliser de telles constructions.

L'étude des directions principales a été traitée dans deux leçons relatives, l'une aux courbes, l'autre aux surfaces du second ordre. En géométrie plane, l'exposé a été rendu confus par l'intervention constante de la notion de diamètre, alors que le « genre parabole » n'avait pas été mis à part, et une affirmation telle que « dans toute conique, il y a deux axes de symétrie », qui ne peut évidemment être considérée comme révélant une grave lacune dans la science géométrique de la candidate, montre que cette question classique a encore besoin d'une sérieuse mise au point. La leçon relative aux surfaces du second ordre a bien commencé, par une définition correcte, mettant à leur vraie place les deux notions d'orthogonalité et de conjugaison qui jouent, par nature même, des rôles différents ; mais pourquoi la mise en équation qui doit en résulter n'a-t-elle pas tenu compte de cette distinction, et a finalement placé sur le même plan les deux relations ? D'autre part, un essai de raisonnement géométrique, essai louable mais incomplet, n'a compensé que partiellement certaines insuffisances dans l'étude des propriétés élémentaires des racines de l'équation en S .

Un point de départ très valable pour traiter le problème des génératrices rectilignes des quadriques sans point double est d'établir qu'une telle quadrique peut toujours être définie par une équation de la forme $PQ = RS$, P, Q, R, S étant quatre formes linéaires indépendantes des variables représentant les coordonnées homogènes d'un point de l'espace. Il est alors naturel d'observer que cette équation met en évidence quatre droites appartenant à la surface (intersections de plans tels que $P = 0$, $R = 0$), ce qui justifie la recherche de l'intersection de la surface par les plans variables passant par l'une ou l'autre de ces quatre droites. Bien entendu, les propriétés

générales étant obtenues par ce moyen, il reste à étudier les particularités relatives aux quadriques à centre unique et aux paraboloïdes.

Enfin, dans une leçon sur le vecteur-accélération, dans la cinématique du point, il est indispensable de faire apparaître la position de ce vecteur par rapport aux plans tangents à la trajectoire, ou plutôt par rapport aux plans tangents au support géométrique de la trajectoire, car il est bon d'attirer l'attention sur la distinction nécessaire entre la trajectoire et son support géométrique (l'exemple d'un mouvement vibratoire, ou d'un mouvement uniformément varié, sur une droite ou sur un cercle, suffit pour le faire comprendre). D'autre part, la considération des mouvements projetés sur un plan ou sur une droite, si elle n'est pas indispensable, est cependant très utile, et d'ailleurs très facile à exposer.

*
**

Je voudrais maintenant, en mettant un terme à ces observations, bien préciser qu'il ne faut pas en tirer des conclusions pessimistes, car si les critiques paraissent nombreuses, il faut bien dire que l'on pourrait, parallèlement, dresser un tableau assez fourni de réussites, d'idées heureuses, de bonnes intentions, dont quelques-unes ont d'ailleurs été, de-ci, de-là, signalées. Le jury sait bien qu'il s'agit de « candidates », et que bien des notions et des problèmes qui font partie de notre enseignement, n'arrivent que peu à peu à être dominés, ou, plutôt, mieux compris ; il reste toujours « quelque chose » à apprendre, ou à saisir plus clairement, et les remarques qui précèdent n'ont d'autre objet que de susciter certaines réflexions, et d'éviter, peut-être, certains faux-pas.

*
**

Les notes obtenues par les candidates pour les deux épreuves orales se répartissent ainsi :

Pour les Mathématiques Élémentaires, quatre leçons (trois de géométrie, une d'arithmétique) ont été cotées 17,5 et 17 ; puis viennent deux 15, trois 14, cinq 13, quatre 12, deux 11 et un 10 ; quant aux notes inférieures à la moyenne, six sont comprises entre 9 et 8, six entre 7 et 6, et viennent en fin deux 5, un 4 et un 2. L'une des candidates admissibles, après avoir fait les épreuves pratiques, n'a pas pu prendre part à l'oral. La moyenne générale de cette épreuve, pour les trente-sept admissibles restantes, est un peu supérieure à 10,5 ; elle est en baisse sensible par rapport à celle de 1954, qui atteignait 12. Il semble bien que l'allongement de la liste d'admissibilité a amené jusqu'à l'oral quelques candidates, qui ne manquent pas de valeur et de qualités, mais qui étaient insuffisamment préparées (plusieurs se présentaient pour la première fois) ; elles auront les plus grandes chances de réussir après une sérieuse mise au point de leurs connaissances.

En Mathématiques Spéciales, le groupement des notes est plus serré, entre 16 et 5, avec deux zones d'accumulation inégales : celle de tête comprenant quatre 16, cinq 15, deux 14, deux 13, et celle de queue, malheureusement plus dense, avec quatorze notes comprises entre 9 et 7, et six entre 6 et 5, séparées par un petit lot moyen de quatre notes entre 12 et 10. La moyenne générale, pour l'ensemble des candidates, est un peu inférieure à 10,3, et légèrement supérieure à celle de l'an dernier (9,7). Il faut remarquer qu'il n'y a pas eu cette année de leçon de Spéciales se détachant très nettement des autres : les quatre meilleures, cotées 16, ont été très convenables, sans porter, cependant, à quelque moment, dans le fond et dans la forme, la marque d'une qualité exceptionnelle qui entraîne l'adhésion sans réserve.

Pour l'ensemble des deux épreuves orales, les notes sur 20 se répartissent entre 16,5 et 3,5, avec une importante condensation autour de la moyenne : après les trois

premières (un 16,5 et deux 15), on trouve en effet douze notes entre 13,5 et 12, six entre 11 et 10, sept entre 12 et 10, onze entre 9,5 et 7, pour terminer par un 6,5, un 6, un 5,5 et un 3,5. Et la moyenne générale de l'oral, pour les trente-sept admissibles, est 10,4 ; elle apparaît encore très voisine de celle de 1954 (10,8), et de celle des années précédentes.

RESULTATS GENERAUX

Le total de toutes les notes correspondant à l'ensemble des huit épreuves écrites, pratiques et orales, pour chacune des trente-sept admissibles (ayant passé toutes les épreuves) varie, cette année, de 284 à 109,5, pour un maximum de 400 points. La moyenne générale de chacune de ces candidates est donc comprise entre 14,2 et 5,5, et la moyenne générale pour le groupe est environ 9,5 sur 20. Les notes extrêmes sont très comparables à celles des années voisines, en mettant à part la candidate classée en tête en 1954, qui avait obtenu une moyenne générale (16,5) rarement atteinte, et en tenant compte de l'augmentation non négligeable de la liste d'admissibilité. Il en est de même de la moyenne générale, qui était 9,65 en 1954 et 10,5 en 1953.

Le classement de l'écrit a été, comme d'habitude, assez profondément modifié par les épreuves pratiques et orales, et cela dès le quatrième rang : quatre candidates assez mal placées à l'écrit figurent parmi les reçues.

Le nombre de postes d'agrégées mis au concours en 1955 était bien supérieur à celui de l'année précédente : trente-huit, dont trois correspondant à des emplois à l'étranger et Outre-Mer, au lieu de vingt-huit en 1954. Si la liste des admissibles avait pu, sans difficulté, être prolongée jusqu'à comprendre trente-huit noms, le jury n'a pas pu proposer pour l'admission définitive plus de vingt et une candidates, les admissibles non reçues bénéficiant d'ailleurs, comme on le verra plus loin, d'une mesure d'équivalence, lorsqu'elles n'étaient pas déjà, soit titulaires du certificat d'aptitude, soit admises dans un Centre pédagogique régional.

Les notes d'ensemble des vingt et une reçues sont comprises entre 284 et 198, sur 400, c'est-à-dire entre 14,2 et 9,9 sur 20, c'est-à-dire à peu près toutes supérieures à la moyenne. La répartition de ces notes est la suivante : un 14,2 ; un 13,6 ; un 13, puis trois comprises entre 13 et 12, trois entre 12 et 11, huit entre 11 et 10, et quatre à peine inférieures à 10. Une coupure marquée sépare les deux dernières reçues (deux *ex-aquo*) du groupe des non-reçues, dont les huit premières ont obtenu des notes comprises entre 9 et 8. Le jury, pour établir ses propositions, a tenu le plus grand compte des nécessités actuelles concernant le recrutement des professeurs, nécessités marquées par la progression croissante du nombre des postes déclarés vacants, tout en ayant le souci de garder au concours de l'agrégation, et au titre d'agrégé, sa traditionnelle et indéniable valeur.

Il n'est pas sans intérêt de donner ici les moyennes des deux groupes de candidates : reçues, et admissibles non-reçues, pour les épreuves écrites, pour les épreuves pratiques, pour les épreuves orales, et pour l'ensemble des huit épreuves ; les nombres indiqués ci-dessous correspondent, dans l'ordre, à ces quatre séries d'épreuves :

pour les vingt et une reçues	10,9	7	12,2	11,2
pour les admissibles non-reçues	8,0	4,5	8	7,4

En comparant avec les résultats de 1954, on verra que la première ligne de ce tableau marque très nettement le maintien du niveau des notes des candidates reçues.

La promotion des agrégées de 1955 comprend : trois élèves de l'Ecole Normale Supérieure de Fontenay-aux-Roses, dont la première du classement final, qui était d'ailleurs première à l'écrit avec une sensible avance sur les autres candidates, — sept élèves de l'Ecole Normale Supérieure de jeunes filles, parmi lesquelles la seconde,

la troisième et la cinquième, — huit professeurs titulaires en exercice (dont la quatrième), et un professeur titulaire en congé, — et deux élèves-professeurs, l'une du Centre pédagogique (C.P.R.) de Paris, l'autre du C.P.R. de Lyon, d'ailleurs déjà reçues toutes deux au C.A.P.E.S., dont elles avaient passé les épreuves pratiques en 1955.

Les dix-sept admissibles non reçues comprennent : neuf étudiantes (des Facultés de Lille, de Poitiers, de Strasbourg, de Rennes, de Grenoble), deux auditrices à l'Ecole Normale Supérieure, une élève de l'Ecole Normale Supérieure de Fontenay-aux-Roses, trois professeurs titulaires en exercice, deux élèves-professeurs du C.P.R. de Paris. Si aucune des étudiantes « libres » admissibles ne figure cette année sur la liste des reçues, il faut remarquer d'abord que la plupart d'entre elles affrontaient le concours pour la première fois, puis que quatre sont classées juste après la coupure, et que toutes ont donné l'impression qu'une nouvelle et sérieuse année de préparation leur donnerait de grandes chances de succès.

Parmi les admissibles non-reçues, quatre avaient été déjà admissibles en 1954 ; trois d'entre elles, deux professeurs titulaires en exercice et une auditrice à l'Ecole Normale Supérieure déjà titulaire du C.A.P.E.S., obtiennent ainsi le titre de professeur bi-admissible, — mais la quatrième, non encore titulaire du C.A.P.E.S., n'étant proposée par le jury que pour l'équivalence de la partie théorique du C.A.P.E.S., ne pourra bénéficier de sa double admissibilité que lorsqu'elle aura obtenu le titre de « certifiée » (à moins qu'elle ne soit reçue, auparavant, à l'agrégation).

Cinq autres admissibles ont obtenu, sur la proposition du jury, l'équivalence complète du C.A.P.E.S. ; quatre étudiantes (deux de Lille, une de Poitiers, une de Strasbourg) et une élève de l'Ecole Normale Supérieure de Fontenay-aux-Roses. Trois (étudiantes) ont été dispensées de la partie théorique du C.A.P.E.S. et seront donc élèves-professeurs dans des C.P.R. pendant l'année 1955-1956. Quant aux autres admissibles non reçues, l'une est professeur titulaire, une autre est déjà certifiée, trois étaient reçues en 1955 à la première partie du C.A.P.E.S., et une, enfin, élève-professeur au C.P.R. de Paris en 1954-1955, mais non reçue aux épreuves pratiques du C.A.P.E.S. en 1955, était autorisée, par le jury du C.A.P.E.S. à accomplir une deuxième année de stage dans un C.P.R.

Signalons encore que la liste d'admission à la partie théorique du C.A.P.E.S. en 1955 (examen d'entrée dans les C.P.R.), publiée avant la fin de la session de l'agrégation, comprenait, parmi les candidates étudiantes, quatre admissibles à l'agrégation ; aucune des quatre n'a été reçue à ce concours, mais l'une a obtenu, à défaut du titre d'agrégée, l'équivalence complète du C.A.P.E.S. Quant aux cinq élèves des Ecoles Normales Supérieures qui se présentaient à la fois à l'agrégation et au concours des C.P.R., elles étaient toutes reçues à ce dernier, mais quatre d'entre elles sont devenues agrégées et la cinquième a obtenu l'équivalence complète du C.A.P.E.S.

*
**

On voit, par ce bilan, les liens de plus en plus étroits qui s'établissent entre les deux concours de recrutement, agrégation et C.A.P.E.S., par l'intermédiaire des Centres pédagogiques régionaux, dont l'institution se révèle extrêmement heureuse à tous égards.

On remarquera que, cette année, plusieurs étudiantes se sont présentées à l'agrégation sans faire acte de candidature à la partie théorique du C.A.P.E.S. : c'est là un fait très naturel ; il est intéressant de constater que cinq d'entre elles figurent parmi les admissibles, et qu'en définitive trois ont obtenu le titre de certifiée (par équivalence), les deux autres bénéficiant de l'équivalence de la partie théorique du certificat.

Plusieurs des candidates admissibles et certifiées, ont demandé l'autorisation de ne pas prendre de poste à la rentrée d'octobre 1955, afin de poursuivre leur préparation à l'agrégation. Elles ont obtenu satisfaction, de même que quelques certifiées de 1955 qui ne s'étaient pas présentées à l'agrégation. Je souhaite que, malgré les difficultés de recrutement, de tels sursis continuent à être accordés très largement, car les obligations professionnelles, surtout pour un professeur débutant, risquent fort de rompre la chaîne du travail entrepris en vue du concours et déjà marqué par un demi-succès. Je n'oublie pas, bien entendu, que chaque session voit le succès de plusieurs professeurs titulaires en exercice, et leur nombre a été, cette année, particulièrement important ; il faut souligner le grand mérite de ces candidates et les féliciter pour le remarquable et persévérant effort qu'elles ont su accomplir. Je n'oublie pas non plus que le Centre national d'enseignement par correspondance va instituer, dès 1956, une préparation à l'agrégation ; une préparation au C.A.P.E.S., organisée par ce Centre, fonctionne déjà depuis deux ans d'une façon remarquable ; sans nul doute, les candidats à l'agrégation, qui n'ont pas la possibilité de suivre les cours et les conférences d'une Faculté, pourront ainsi recevoir une aide précieuse et efficace. Cependant, on ne peut s'empêcher de songer à ceux et à celles qui, ayant été dans l'obligation de prendre immédiatement un poste comme professeur certifié ou comme adjoint d'enseignement, ont dû peu à peu, malgré leur courage, et souvent pour des raisons de santé, renoncer à affronter des épreuves qu'ils ne pouvaient plus préparer sérieusement. N'est-il pas de bonne politique, pour l'avenir de l'Université, de favoriser, pour ceux qui s'en sont montrés dignes, un effort vers le mieux, un approfondissement des connaissances qui peut être fructueusement réalisé au cours d'une année consacrée à l'étude, après un premier contact avec les réalités et les exigences du concours ?

Et je ne saurais mieux terminer ce rapport qu'en soulignant justement les progrès qui se manifestent, d'année en année, dans l'organisation de la préparation des candidats à l'agrégation ; on ne saurait trop remercier tous les maîtres de l'Enseignement Supérieur et de l'Enseignement Secondaire, qui acceptent avec beaucoup de dévouement ces lourdes tâches de direction et de contrôle du travail ; grâce à eux, la formation des futurs professeurs s'accomplit dans des conditions de plus en plus favorables.

J. DESFORGE,

Inspecteur général de l'Instruction publique.