

V. INFORMATIONS ET DOCUMENTS OFFICIELS

Agrégation de Mathématiques (Hommes)

(SESSION DE 1955)

Rapport de M. l'Inspecteur général DONTOT, Président du jury

Le jury était composé de M. DONTOT, Inspecteur général de l'Instruction publique, président ; M. MILLOUX, professeur à la Faculté des Sciences de Bordeaux, vice-président ; M. GAUTHIER, professeur à la Faculté des Sciences de Nancy ; M. THÉRON, professeur de Mathématiques Spéciales au Lycée Saint-Louis (annexe Stanislas) ; M. POUGNAND, professeur de Mathématiques Spéciales au Lycée Janson-de-Sailly.

EPREUVES ECRITES

Elles ont eu lieu les 31 mai, 1^{er}, 3 et 4 juin, de 8 heures à 15 heures (ce qui constitue une innovation).

L'augmentation du nombre des candidats est sensible : 218 inscrits (au lieu de 187 en 1954), 191 composants (au lieu de 158) ; 182 (au lieu de 143) ont terminé les épreuves écrites. Parmi les candidats ayant terminé les épreuves écrites figurent 11 élèves de l'Ecole Normale Supérieure, rue d'Ulm, 17 élèves ou anciens élèves de l'E.N.S. de St-Cloud, 20 étudiants libres, 23 élèves des centres pédagogiques régionaux, 9 adjoints d'enseignement. Le nombre des candidats étudiants est une constante de l'agrégation, ou à peu près (20 en 1955, 21 en 1954, 19 en 1953), celui des candidats élèves dans les C.P.R. augmente (23 en 1955, 12 en 1954) au fur et à mesure que les préparations s'organisent, ce qui corrobore une opinion souvent exprimée, mais l'augmentation la plus sensible est celle du nombre des candidats qui, professeurs en exercice, souhaitent changer de catégorie et de certifiés devenir agrégés.

Le jury s'est réuni au Lycée St-Louis le 28 juin pour fixer la liste des admissibles. La composition de mécanique ayant été spectaculairement mauvaise, malgré, ou peut-être à cause de la belle simplicité du sujet, il a dû consentir à regret à proposer pour l'admissibilité tous les candidats ayant totalisé 25,5 sur 80 pour les quatre compositions écrites, c'est-à-dire ayant une moyenne de 6,4 sur 20, une des plus basses depuis 1946 ; 48 candidats ont pu, dans ces conditions, être déclarés admissibles.

La liste des admissibles en 1955 a compris neuf professeurs de lycées, six de collèges, deux professeurs de l'enseignement technique, deux assistants de Faculté et cinq élèves des centres pédagogiques régionaux, soit au total vingt-quatre candidats (contre vingt-sept en 1954) déjà dans les cadres du Second Degré, de l'Enseignement Technique ou de l'Enseignement Supérieur. Parmi les candidats étudiants nous dénombrons dix normaliens de la rue d'Ulm, neuf de St-Cloud et cinq étudiants libres, au total vingt-quatre candidats non encore dans les cadres de l'un des trois ordres d'enseignement.

Parmi les quarante-huit admissibles figuraient quatorze admissibles des sessions antérieures.

Le pourcentage des admissibles par rapport aux candidats ayant subi la totalité des épreuves écrites est de 27 % ; il était en 1950 de 18 %.

**

Les compositions écrites ont donné lieu aux observations suivantes :

COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES

Correcteur : M. POUGNAND

Analyse : Le texte propose aux candidats une étude sur les sphères $S(P)$ dont le rayon est proportionnel à la distance du centre P à une droite fixe (D) . Ces sphères sont soumises à d'autres conditions géométriques, — soit dans la partie II A d'être centrées sur une droite fixe (Δ) , — soit dans II B d'être centrées dans un plan fixe (R) contenant (D) et d'être tangentes à une sphère fixe (V) , — soit dans II C d'être tangentes à (V) et orthogonales à une autre sphère fixe (T) . La recherche utilise les propriétés des cercles focaux d'une conique. Les propriétés des cercles focaux centrés sur l'axe focal ont été jugées classiques et la lecture des copies a confirmé ce point de vue ; pour la deuxième famille, moins connue, une étude particulière a été demandée dans la 1^{re} partie de géométrie plane.

Cette première partie d'ailleurs ne semble présenter aucune difficulté notoire. Elle a été traitée plus ou moins grossièrement par la majorité des candidats. Peu de solutions élégantes et précises. Les principaux reproches portent sur :

- l'abus de la géométrie analytique ;
- le manque de précision, soit dans l'examen des questions, soit dans les discussions ;
- l'analyse trop superficielle du texte.

L'épreuve de géométrie du concours a pour but de mettre en évidence les qualités et les connaissances en géométrie pure des futurs professeurs. Il est souvent possible — et c'est normal — d'en traiter une grande partie par la géométrie analytique. Mais ce procédé, qui n'est pas dans l'esprit du texte, est, dans la plupart des cas, bien lourd. Est-il de plus à la portée d'élèves de Mathématiques Élémentaires ou de Mathématiques Supérieures ? Nous en doutons vraiment en relevant les maladroitures et les fautes qui émaillent ces pages de calcul qui constituent l'essentiel de trop nombreuses copies. Nous sommes, au contraire, persuadés que beaucoup de candidats trouveraient avantage à aborder d'abord avec calme et méthode l'analyse géométrique de la figure. Ils y gagneraient du temps et une vision plus claire de la trame du problème, de l'objectif à atteindre. Plus de la moitié des candidats, par exemple, ont jugé indispensable, dès la première question, d'égaliser, après des calculs laborieux, les ordonnées de la médiatrice de BB' et de l'axe radical ; beaucoup ont aussi construit lourdement, par des calculs analytiques plus ou moins déguisés, l'équation du lieu de M et M' . En réalité, une solution géométrique se dégageait directement de la définition et des propriétés classiques de la conjugaison de F et B par rapport à (Γ) :

— le cercle FBB' est orthogonal à (Γ) et (Γ') ; donc centré sur l'axe radical [voir aussi application dans (II, A 2)] ;

$$-\frac{MF}{MB} = \frac{M'F}{M'B} = \sqrt{\frac{AF}{AB}} = e, B \text{ décrivant une parallèle à } (\Delta).$$

Est-ce trop demander ?

Combien de candidats aussi n'ont pas vu que l'étude extrêmement facile de la réalité de M et M' , demandée dans I, 2°, facilitait l'étude du lieu de M et la solution de I, 3° en permettant d'affirmer que par tout point de la courbe (E) passe un cercle (Γ) réel qui lui est tangent ? Au sujet de ces lieux, nous attirerons, selon la coutume, l'attention des candidats sur la définition du mot « lieu » ; trop souvent encore, la recherche du lieu géométrique d'un point M se réduit à celle d'une courbe sur laquelle se trouve nécessairement le point M . Une dernière remarque au sujet de la discussion qui termine la 1^{re} partie. Les centres des cercles $C(P)$ qui passent par un point Q arbitraire du plan sont à l'intersection de l'hyperbole (E) et de l'axe radical (L) de (Γ) et du cercle point Q . Cette droite (L) , extérieure ou tout au plus tangente à (Γ) , coupe la droite MM' en dehors du segment MM' . Elle coupe donc (E) en deux points réels distincts à distance finie ou à l'infini ; il n'y a exception que si Q est en M ou M' . Cette discussion jette quelque lueur sur l'enveloppe des cercles $C(P)$ dans le cas où (E) est une hyperbole.

La partie II, A a été assez bien traitée par ceux qui l'ont abordée. Deux constatations à faire :

1) une trop faible minorité de candidats a fait une épure ; en choisissant les plans de projection de façon à rendre (D) verticale et (Δ) frontale, les résultats essentiels apparaissent immédiatement ;

2) la recherche de la méridienne se rattache naturellement à la 1^{re} partie. Pour $k = k_0$, les sphères $S(P)$ forment un faisceau linéaire à cercle de base réel ; leurs grands cercles méridiens dans un plan méridien donné passent par deux points fixes F et F' . Pour $k \neq k_0$, le rayon de $S(P)$ est donc $\frac{k}{k_0} PF$.

Signalons aussi une erreur ahurissante sous la plume d'une dizaine de candidats : « Les plans médiateurs de HH_1 et KK_1 se coupent suivant une droite dont tous les points sont équidistants de H, H_1, K, K_1 . » Passerait-il ainsi une infinité de sphères par quatre points non coplanaires ?

La partie II, B a achevé la déroute des candidats qui se sont perdus dans une étude pseudo-analytique ou dans des inversions correctes mais stériles. La propriété

du point de contact de deux sphères tangentes d'être pour elles un centre d'homothétie est-elle si peu connue ? Elle permet d'associer de suite à (D) deux droites fixes (d) et (d') parallèles à (D), situées à la distance $k\rho$ du point V dans le plan (R') parallèle à (R) mené par V. Le lieu de s , les deux familles (Φ) et (Φ'), les hyperboles (L) et (L') lieux de P, le faisceau linéaire des sphères orthogonales (Ω) apparaissent alors aisément. Les sphères (W) peuvent être obtenues simplement par la remarque suivante : (V) est centrée au sommet d'un cône de révolution contenant (L) et les sphères S(P) sont tangentes à deux sphères particulières (W_0) et (W_1) centrées aux foyers F et F' de (L). Par une dilatation du rayon, on passe des sphères S(P) à des sphères concentriques passant par F [ou (F')] et touchant le parallèle de contact du cône et de sa sphère inscrite tangente en F au plan sécant (R). Il suffit de généraliser et de considérer tous les cônes de révolution contenant (L). La deuxième question de II, B propose la construction de la figure précédente en supposant (Ω) connue et (V) inconnue. Elle permet l'étude, lorsque $k > 1$, de la famille des cercles S(P) d'un plan coupant une droite (D) sous un angle constant et orthogonaux à un cercle ou à un pseudo-cercle connu, (A). Ce cercle (A) apparaît, suivant les cas, comme un cercle focal de la 1^{re} famille ou de la 2^e famille. Là encore, s'appliquent les résultats de la 1^{re} partie.

La partie II, C a été abordée par un ou deux candidats « voltigeurs », qui ont sauté par-dessus bien des études précédentes. Aucun objectif intéressant n'a été atteint. Cette question assez difficile a été notée hors-barème.

Résultats. — La moyenne des notes atteint 6,5. Elle est meilleure que celle de l'an dernier. Mais cela semble dû au caractère assez classique et élémentaire de la première moitié du problème. En réalité, les candidats ont été arrêtés dès les premières difficultés sérieuses. Il n'y a pas de bonnes copies, complètes ; ou bien le candidat est allé assez loin en laissant de sérieuses lacunes au début, ou bien, et c'est le cas général, il s'est borné à traiter plus ou moins solidement les premières questions.

Finalement, sur 191 copies, la meilleure note attribuée est 13, avec quelque générosité d'ailleurs ; deux copies l'ont méritée ; 26 copies ont une note supérieure ou égale à 10 ; 110 copies, assez également réparties, ont été cotées entre 5 inclus et 10 (exclu). Dans l'ensemble, épreuve honnête mais terne, qui n'a mis en évidence aucune brillante individualité.

COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES

Correcteur : M. THÉRON

Le nombre des copies corrigées s'élève à 186. La courbe de répartition des notes se compose d'une part de deux « courbes en cloche » presque parfaites, la première va des notes 0 à 2 inclus et comprend 42 points, la seconde va des notes 3 à 10 inclus et comprend 135 points ; d'autre part, de 9 points représentant les meilleures copies et allant de 11 à 16.

Le but de l'étude proposée aux candidats consiste à montrer que, étant donné un faisceau linéaire ponctuel de coniques, on peut en général associer à chacune de ses coniques une conique et une seule du faisceau qui lui soit semblable ; tous les centres de similitude ainsi mis en évidence sont sur une cubique circulaire.

La section I fait étudier un problème projectivement équivalent au premier mais plus accessible.

La question 1^{re} demande d'établir deux systèmes (S) et (S') qui ont chacun leur importance pour la suite. (S) a été trouvé par presque tous les candidats, une quarantaine n'a pu aller plus loin et les notes correspondantes remplissent la première courbe en cloche. Malgré les indications de l'énoncé, beaucoup de candidats ont explicité tout au long les expressions des dérivées partielles, d'où des calculs fort

pénibles. Comme les relations $\lambda = \frac{\beta}{\alpha}$, $\mu = \frac{\alpha}{\beta}$ sont données dans l'énoncé, plus des

deux tiers des candidats les ont établies sans soin, beaucoup en particulier ont supprimé sans précaution un facteur $\alpha - \beta$ qui s'introduisait dans leurs calculs. La question relative à l'équivalence de (S) et (S') fut presque partout mal traitée : beaucoup se sont contentés d'une affirmation, d'autres n'ont pu aboutir que moyennant certaines réserves (par exemple $x_0 \neq 0$, $y_0 \neq 0$) ; deux copies sont irréprochables : en écrivant respectivement $A = O$, $B = O$, $C = O$ et $A = O$, $B = O$, $C' = O$ les conditions essentielles de (S) et (S') elles établissent une identité de la forme

$$C - 2C' = KA + K'B.$$

Enfin presque tous les candidats ont omis de noter explicitement les conditions $\alpha \neq 0$, $\beta \neq 0$, $\lambda \neq \mu$ imposées par l'énoncé, oubli qui a entraîné des erreurs dans les questions suivantes.

La correction de la question 2° montre que les candidats ne savent pas lire un énoncé. Celui-ci dit en effet : « Montrer, à l'aide des systèmes (S) et (S')... », or presque tous sont partis de (S) seul, ou de (S') seul et n'ont pu aboutir à rien de sensé. 24 concurrents seulement (soit 13 %) ont songé à utiliser les équations $C = O$ et $C' = O$, de la forme $F + vG = 0$ et $F' + vG' = 0$ qui donnent immédiatement une condition nécessaire par élimination de v . Cependant trois candidats, partis d'un seul système ont réussi le tour de force de trouver ainsi l'équation de (Γ) ; mais que de temps perdu. La définition géométrique de (Γ) est immédiate à partir des équations ci-dessus : M_0 est à l'intersection d'une conique du faisceau avec la polaire de O par rapport à cette même conique, donc (Γ) est le lieu des points de contact des tangentes menées de O aux coniques du faisceau. Deux candidats ont donné cette interprétation.

L'énoncé indique le degré de la courbe (H) demandée dans la question 3° pour aider les candidats à découvrir la mise en facteur de $\alpha - 1$ et de $\beta - 1$ respectivement dans la première et la seconde colonne du déterminant que l'on obtient aussitôt. A première vue le lieu semble donc constitué par la courbe (H) et par les droites d'équations $\alpha - 1 = 0$ et $\beta - 1 = 0$. Une discussion assez délicate est nécessaire pour s'assurer que, compte tenu des hypothèses sur A, A' et B'', les droites sont à rejeter. Mais les candidats, sauf quatorze, qui ont montré quelques scrupules, n'ont pas été embarrassés pour si peu : les uns ont oublié les facteurs gênants, les autres ont écrit : « On a vu que toute solution $\alpha = 1$, $\beta = 1$ est à rejeter comme donnant des coniques C_μ et C_λ non distinctes, donc nous pouvons supprimer le produit $(\alpha - 1)(\beta - 1)$. » Ils ont ainsi confondu « $\alpha = 1$ et $\beta = 1$ », avec « $\alpha = 1$ ou $\beta = 1$ ». Quatorze candidats ne savent sans doute pas éliminer deux inconnues entre trois équations linéaires à l'aide d'un déterminant ; ils ont résolu deux équations et porté dans la dernière. La phrase : « Etudier le nombre et la disposition des points d'intersection... » n'a guère attiré l'attention, elle était destinée à faire découvrir la symétrie de (H) par rapport à O, utile pour montrer l'unicité de C_μ demandée dans la question 4°.

Cette question 4° est alors immédiate : la symétrie de (H) montre que les transformations T_0 et T'_0 conduisent à la même conique C_v d'équation $F + vG = 0$, la droite $M_0M'_0$ est la polaire de O par rapport à C_v . Toutes ces polaires passent par un point fixe, car leurs équations dépendent linéairement du paramètre v . Trois candidats ont répondu à cette question.

La section II conduit au but visé, mais quelques candidats seulement ont montré le lien entre les deux sections. Quatre ont pu montrer que pour obtenir O, il faut prendre la conique de Φ passant par le point cyclique I, celle passant par le point J, puis chercher l'intersection de leurs tangentes respectives en I et J.

Les calculs des coordonnées u_0 et v_0 demandés dans la partie 2° ont été menés à bonne fin par deux candidats ; la recherche de l'afixe $w_0 = u_0 + iv_0$ permet de ne faire qu'un seul calcul.

La partie 3° a été abordée par tous ceux qui ont cherché à glaner quelques points, personne n'a traité sa fin (décomposition de la courbe Γ).

L'impression d'ensemble n'est pas très encourageante. D'une part, si les deux meilleures copies notées 16 et 15 sont très bonnes, le nombre des bonnes copies est trop faible (une note 13, trois 11,5 et trois 11). D'autre part, les fautes les plus fréquentes relevées dans ce rapport montrent que trop de copies révèlent chez leur auteur des défauts, imprécision, confusion, manque de logique, manque de rigueur, que les maîtres ont précisément pour mission de pourchasser chez leurs élèves.

COMPOSITION DE CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL

Correcteur : M. MILLOUX

Le problème se compose de cinq parties, dont la difficulté est croissante. En fait, les véritables difficultés ne commencent qu'au quatrième paragraphe.

Le premier paragraphe propose de calculer la somme d'une série trigonométrique simple, puisqu'elle se rattache immédiatement à la série géométrique. Puis on demande d'intégrer deux fonctions trigonométriques ; les résultats s'obtiennent sans peine à partir du précédent. Pour éviter, dans les applications ultérieures, des catastrophes provoquées par des erreurs de calcul, la somme de la série et les valeurs des intégrales sont précisées dans l'énoncé. A part deux exceptions, tous les candidats ont traité ce premier paragraphe, convenablement quant à la majorité d'entre eux. Cependant, un certain nombre, méprisants une note préliminaire leur demandant de justifier leurs opérations, n'ont produit que des calculs formels ; d'autres, une trentaine tout au plus, moins prudents que les précédents, ont fourni des justifications fausses, confondant pour la plupart les convergences absolue et uniforme. Les uns et les autres ont eu leurs notes diminuées en conséquence. De plus, l'attention du correcteur se trouve évidemment attirée sur leurs cas, pour le reste de la solution. Effectivement, la suite montre, sans exception pour ces deux groupes de candidats, que leurs connaissances en analyse sont vraiment trop fragiles, et suspectes. Ainsi, un premier paragraphe très simple permettrait d'éliminer à coup sûr les candidats qui ne sont pas au niveau de l'Agrégation.

Le second paragraphe comporte l'établissement d'une formule fondamentale, immédiate à partir des résultats du premier paragraphe par développement en série et intégration terme à terme, lorsque les conditions correspondent à la convergence uniforme. Notons ici que certains candidats, heureusement peu nombreux, et faibles d'après leurs solutions du premier paragraphe, se sont égarés en partant des formules de Cauchy ; on pouvait le faire, mais avec quelle peine ! Ensuite, la formule fondamentale est à démontrer dans un cas un peu plus épineux, par utilisation de la continuité uniforme : les candidats se sont déjà bien dispersés sur cette question, un certain nombre, assez important, maniant des séries dont ils ne savent même pas si elles convergent ou non ; en fait, en général, elle divergent ! Enfin, le paragraphe se termine sur un exemple, proposé en vue d'une application ultérieure ; cet exemple conduit au calcul d'un module et d'un argument : que de fautes sur des questions aussi élémentaires !

Dans le troisième paragraphe, la formule fondamentale est à démontrer lorsque la continuité cesse d'être réalisée à la frontière, mais seulement dans un cas spécial : un seul point de discontinuité, qu'il suffit d'isoler pour retrouver la continuité uniforme, et hypothèse permettant visiblement de considérer l'accident isolé de la discontinuité comme négligeable. Ici, les candidats peu sûrs d'eux sur la convergence et sur la continuité sont tombés à cœur-joie dans le galimatias. Plus celui-ci est long, obscur et confus, semblent-ils supputer, plus on a de chances d'égarer le correcteur. Le paragraphe se termine sur une application, où l'on doit rechercher la forme d'une certaine fonction dont la dérivée se laisse facilement calculer sur un segment de l'axe réel. Bien peu de candidats, quelques unités tout au plus, se sont rendu compte

qu'il fallait justifier le passage de l'axe réel au reste du domaine d'holomorphie. Bien peu également ont su correctement vérifier l'hypothèse restrictive relative à la discontinuité.

Le quatrième paragraphe a trait à l'étude du cas où la dérivée d'une fonction holomorphe dans le cercle unité tend vers une limite finie lorsque la variable tend vers un point du cercle, d'abord radialement, puis d'une façon quelconque. La première partie se résout par l'étude de trois intégrales ; elle est immédiate pour les deux premières, moins facile pour la troisième. Une vingtaine de candidats ont résolu cette première partie, soit complètement, soit partiellement. La seconde partie (recherche d'une condition suffisante pour que la dérivée tende vers une limite finie) est plus difficile, et nécessite une certaine dextérité ; elle n'a été traitée correctement et à peu près complètement que par deux candidats.

Enfin, le cinquième paragraphe revient sur l'exemple étudié au deuxième, pour généraliser l'allure en un point frontière. Il était réservé aux très bons candidats ; en fait, seuls les deux qui viennent d'être cités ont obtenu des résultats intéressants sur cette fin de problème.

On trouve ainsi deux excellentes compositions, cotées respectivement 19,5 et 19, ayant chacune ses qualités propres. Ensuite, un vide important sépare du troisième, qui n'obtient que 13 points. Les notes s'égrènent comme d'habitude, jusqu'à l'énorme masse des candidats aux connaissances incertaines.

Cependant, il n'y a pas lieu d'être mécontent. Si la véritable tête ne comprend que deux candidats, par contre les 70 premiers sont meilleurs que ceux de l'an dernier : 21 candidats ont 10 ou plus (12 l'an dernier) ; 40 ont 8 ou plus (26 l'an dernier) ; 53 ont 7 ou plus (38 l'an dernier) ; enfin, 69 ont 6 ou plus (59 l'an dernier). Ces observations encourageantes ne sont pas, semble-t-il, uniquement une conséquence de l'augmentation du nombre des candidats (184 ont composé en analyse, contre 147 l'an dernier) mais surtout du niveau plus élevé des candidats moyens. Par contre, la moyenne générale des notes est un peu plus basse que celle de l'an dernier : 5,5 contre 5,6.

Il me semble bien inutile de reproduire dans ce rapport les sottises rencontrées chez certains candidats ; ce sont en général celles qui ont été relevées en 1954. Ceci prouve qu'un groupe de candidats médiocres ne lit pas les rapports d'agrégation.

COMPOSITION DE MÉCANIQUE RATIONNELLE

Correcteur : M. GAUTHIER

Le sujet proposé était un problème d'oscillateurs linéaires tout à fait classique, qui est à l'origine de l'étude de l'effet Raman, et de la théorie des filtres passe-bande. On comparera avec intérêt cet énoncé avec celui proposé en 1943 à l'agrégation masculine des Sciences Physiques : dans ce dernier, il s'agissait d'une chaîne d'oscillateurs rectilignes ; dans celui proposé en 1955, d'une chaîne d'oscillateurs en rotation. Pour sacrifier aux usages, la variable s'appelait θ au lieu de x , et ce n'est pas une modification bien substantielle. Cependant, le fait que la variable était angulaire, a troublé certains candidats, qui mêlent agréablement les $2k\pi$ sans se soucier de la signification physique des angles considérés. La moitié des candidats n'a pas eu l'idée de prendre un repère en rotation uniforme et c'est seulement après l'intégration des équations, avec second membre, du mouvement absolu, qu'ils se sont aperçus du rôle joué par les angles relatifs.

Dans la première partie on étudiait une chaîne de longueur finie, d'oscillateurs identiques. Pour rendre la difficulté progressive, on commençait par étudier deux oscillateurs, puis cinq, puis n quelconque, enfin un passage à la limite pour $n \rightarrow \infty$.

Dès l'étude de deux oscillateurs, le système de deux équations différentielles linéaires à coefficients constants a effrayé plus de 50 candidats :

$$\begin{aligned}x'' + 2x &= y, \\ y'' + 2y &= x,\end{aligned}$$

l'énoncé invitait pourtant à considérer $(x + y)$ et $(x - y)$. Il est vrai que la notion de mouvement antisymétrique n'a pas paru claire à certains candidats qui se livrent à une discussion oiseuse sans avoir compris que la condition

$$f(t + T) = -f(t)$$

(identité par rapport à la variable t , dans laquelle T est une constante convenable) entraîne la périodicité de f avec la période $2T$.

Le cas de cinq oscillateurs conduisait à l'équation caractéristique :

$$x^5 - 4x^3 + 3x = 0.$$

Que penser de quelque quatre-vingts candidats qui sont restés sept heures devant cette équation sans en expliciter les racines ? On se borne à des discours plus ou moins efficients. L'un affirme naïvement : « Il faudrait faire de la question une étude mathématique rigoureuse... » D'autres étalent une science mal digérée qui montre combien ils auraient mieux fait de borner leurs études à des questions plus élémentaires ; n'assurent-ils pas que « l'espace vectoriel des solutions est somme directe topologique (*sic*) de deux espaces vectoriels orthonormés (normés par quoi ?) », ou encore, que « la question ne peut être résolue proprement (*sic*) qu'au moyen des distributions de L. Schwartz ». Doit-on apprendre à ces candidats, certainement distingués pour être si cultivés, que dans un système différentiel elliptique il n'y a pas d'autres solutions que les fonctions, et que ce sont ici d'honnêtes fonctions trigonométriques.

D'autre part, le sens mécanique paraît assez généralement absent des copies : certains désirent qu'on rende les ressorts « physiquement inextensibles » ; d'autres qui n'ont pas su lire « A et B sont entraînés par l'axe en rotation uniforme », croient choisir les conditions initiales pour que le mouvement de A et B soit uniforme. Certains candidats partagent le couple $K(\theta_1 - \theta_2)$ exercé par un ressort, par moitié entre les deux poulies terminales, qui reçoivent ainsi chacune le couple $\frac{1}{2} K(\theta_1 - \theta_2)$

exercé dans le même sens ! D'autres, plus savants, utilisant une méthode matricielle, ont sottement écrit l'équation aux valeurs propres de façon que toutes les racines caractéristiques soient doubles : ils écrivent alors la solution en l'agrémentant de parties polynômiales. Que penserait un horloger de tous ces ressorts spiraux dont les extrémités ont un écart angulaire qui tend vers l'infini ? (d'ailleurs, la symétrie de la matrice et sa signification énergétique suffisaient à assurer mathématiquement l'absence de ces parties polynômiales).

Trois candidats seulement se sont aperçus dans leur mise en équation, que, le nombre des ressorts dépassant celui des degrés de liberté, il peut fort bien arriver que la position d'équilibre statique corresponde à un état de tension des ressorts. Tous les autres candidats ont pris comme repère la position pour laquelle tous les ressorts sont sans tension, ou, ce qui revient à peu près au même, un instant initial où tous les θ sont simultanément nuls, sans se préoccuper de l'existence d'un tel repère, ou de l'existence d'une telle éventualité. L'auteur du sujet avait laissé imprécisée la question du calage des ressorts pour pouvoir distinguer les candidats doués d'un certain sens mécanique de ceux qui se précipitent sans discernement sur des équations : trois candidats ont ainsi mérité une bonification de points. L'imprécision laissée dans l'énoncé était, naturellement, sans conséquence pour la suite : la relation

$$C = K\theta$$

donne par accroissement fini des deux grandeurs

$$\Delta C = K \Delta \theta$$

qui montre qu'en prenant comme repère les positions des poulies dans un équilibre statique, les équations du mouvement sont les mêmes que si le calage des ressorts cor-

respondait à un équilibre sans contrainte. Il en est ainsi dans toute la mécanique linéaire, bien entendu, mais ce point ne paraît pas être utilement connu des candidats.

L'étude du cas de n disques n'a été traitée effectivement que par quatre candidats. Le manque de technique mathématique des concurrents est effrayant ; on ne sait pas développer un déterminant ; dans 75 % des copies on écrit la solution générale de n équations différentielles du second ordre comme combinaison linéaire d'exponentielles avec n^2 constantes arbitraires, sans se soucier du fait que $2n$ conditions initiales devraient suffire à déterminer le mouvement. On établit des propriétés liant les polynômes cyclotomiques P_n , P_{n-1} qui signifient que le signe de P_n alterne pour les racines de P_{n-1} et on n'en tire aucune conclusion. Ou bien on affirme avec désinvolture que d'après « le principe (*sic*) de d'Alembert » une équation de degré n admet n racines et on ne se préoccupe aucunement de leur réalité, ni *a fortiori* de leur séparation.

Au surplus, la relation de récurrence directement obtenue entre les angles θ était suffisante pour étudier tout le problème, mais encore faut-il savoir résoudre une relation linéaire à coefficients constants :

$$u_n - au_{n-1} + u_{n-2} = 0.$$

A une époque où l'algèbre et l'analyse linéaire sont tellement à la mode que les Conseils les plus divers demandent sur ces chapitres l'accroissement des programmes d'enseignement, l'indigence des connaissances en ces matières des candidats professeurs inspire de l'appréhension.

Le passage à la limite pour $n \rightarrow \infty$ a inspiré beaucoup de concurrents, qui n'ont eu, hélas ! que l'occasion de montrer ainsi leur faiblesse en analyse. Le système différentiel du second ordre conduisait à l'équation des ondes ; les sommes trigonométriques, solutions du système fini, ont pour limites les séries trigonométriques dont on vérifie sans peine qu'elles sont bien solutions de l'équation des ondes, même si l'on n'a jamais étudié l'intégration de cette équation. Tous les candidats, sauf un, ont considéré comme évidente cette cohérence des deux passages à la limite, sur le système différentiel et sur ses solutions. On remplace une étude mathématique simple par de verbeux souvenirs sur les tuyaux sonores. Quel étonnant sens de l'analyse a conduit une vingtaine de candidats à obtenir comme limite d'un système différentiel du second ordre une équation aux dérivées partielles du troisième ordre ?

La seconde partie présentait l'étude d'une *très longue chaîne* d'oscillateurs. Elle a été abordée par 14 candidats, en général d'une façon insignifiante. La propagation dans une chaîne très longue, d'une oscillation sinusoïdale imposée à une extrémité, qui donne lieu à l'effet Raman, a été très bien étudiée par un candidat. La formation des battements et la notion de vitesse de groupe ne paraissent pas connues des candidats : il s'agit cependant de questions importantes de la théorie des vibrations. Le passage du fini à l'infini, qui conduit des sommes de Gauss aux fonctions de Bessel, et l'étude des chaînes infinies périodiques ne figuraient pas dans le problème de physique de 1943 : leur étude requiert quelque dextérité mathématique et n'avait été ajoutée à l'énoncé que pour le cas où un candidat exceptionnellement brillant aurait eu à se manifester. Aucun concurrent n'a abordé ces questions.

L'orthographe est toujours aussi faible que les années précédentes. Citons par exemple : l'intégral général, la règle de Kramer, le coefficient de frottement, schématique, les *sinq* solutions, les fonctions cosinales, les mouvements sinusitoïdaux.

Voici, à titre comparatif, un extrait du rapport de M. CABANNES, qui a proposé le sujet de 1943, et dont j'ai eu communication grâce à l'obligeance de M. M. BRUHAT :

« La composition a été généralement traitée de manière satisfaisante. Les candidats connaissent l'essentiel du programme sur les mouvements pendulaires...

« ...ils ont effectué correctement les calculs, d'ailleurs classiques, qui leur étaient demandés...

« au total 22 des 68 concurrents ont dépassé la moyenne... »

En 1955, en mécanique rationnelle, 182 copies ont été soumises à la correction : une copie excellente a reçu la note 18 ; elle dénote chez son auteur une solide culture et une belle vivacité d'esprit. Les épreuves orales ont d'ailleurs confirmé ces appréciations puisque ce candidat n'a eu aucune difficulté à se placer en tête du classement général.

Quelques autres copies, honnêtes, ont reçu les notes 12 (une fois), 10 (deux fois), 9 (deux fois), 8 (cinq fois). Il y a 34 copies qui ont obtenu des notes supérieures à 5 ; 44 copies notées entre 3 et 5 ; 52 copies notées entre 2 et 3 ; 48 copies inférieures à 2 et quatre copies blanches.

La moyenne des notes est voisine de 3,25, très inférieure à celle des années précédentes.

Aussi ma conclusion sera-t-elle encore plus pessimiste. L'ignorance des candidats à l'agrégation de Mathématiques, sur une question tout à fait importante par ses applications aux Sciences physiques, chimiques et industrielles, leur incapacité à traiter numériquement une question qui n'exigeait aucune connaissance théorique au-delà d'une honnête propédeutique, le succès remporté par un énoncé similaire en 1943 à l'agrégation de physique, montrent assez la chute vertigineuse du niveau de l'agrégation et justifie la méfiance des physiciens et des ingénieurs à l'égard des mathématiciens que nous acceptons ; si cette situation se prolonge, les expérimentateurs ne pourront plus compter que sur eux-mêmes pour traiter les questions de Mathématiques appliquées dont ils ont besoin.

EPREUVES ORALES

Elles ont eu lieu au Lycée Saint-Louis. La liste d'admissibilité ayant été publiée le 28 juin, l'appel de la première série d'admissibles a eu lieu le 2 juillet, celle de la seconde série le 12 juillet à 17 heures. Les épreuves pratiques communes aux deux séries ont été subies le mercredi 13 après-midi (calcul) et le jeudi 14 dans la matinée (épure).

La note, dont on trouvera le texte dans le rapport sur l'agrégation 1954, pages 17 et 18, qui précise les conditions des épreuves orales, a été cette année polycopiée et un exemplaire en a été remis à chacun des candidats. En outre, elle leur a été lue.

Le tirage au sort des leçons jumelées a eu lieu après l'appel des candidats pour chacune des deux séries. En voici la liste :

TEXTES DES LEÇONS EXPOSÉES EN 1955.

LEÇONS DE MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES.

1. *Mathématiques Supérieures.*

Géométrie

1. Figures directement égales dans le plan. Propriétés directes et réciproques.
2. Puissance d'un point par rapport à une sphère. Sphères orthogonales. Plan polaire d'un point. Pôle d'un plan. Droites conjuguées.
3. La similitude plane directe ayant été étudiée précédemment, traiter un ou plusieurs exercices d'application.
4. Problème de la détermination et de la construction de cercles satisfaisant à des conditions géométriques telles que : passer par un point ; — être tangent, soit à une droite, soit à un cercle ; — être orthogonal à un cercle, etc...
5. Cercles tangents à une droite et orthogonaux à un cercle donné. Lieu des centres. Cercles bitangents à la parabole.
6. Une tangente variable à une parabole détermine sur deux tangentes fixes des divisions semblables. Réciproque. Applications.

7. Intersection de deux cônes, de deux cylindres, ou d'un cône et d'un cylindre circonscrits à une même sphère. On pourra donner une application de la théorie à un problème de géométrie descriptive. (Les sections planes des cônes ou cylindres de révolution ont été étudiées précédemment).
8. Faisceaux linéaires de cercles. Points limites. Faisceaux conjugués.
9. Sections planes des cônes de révolution.
10. Etude géométrique de la sphère. Plans tangents. Cônes et cylindres circonscrits.

2. Mathématiques Élémentaires

Géométrie

11. Trièdres. Inégalités entre les faces. Trièdres supplémentaires. Inégalités entre les dièdres. Sens d'un trièdre orienté.
12. Angles orientés de vecteurs et de droites dans un plan orienté. Lieu géométrique des points M tels que, A et B étant fixes et distincts, l'un des angles $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB})$ ou (MA, MB) ait une mesure algébrique donnée. Exemples. Applications.
13. Cercles passant par deux points donnés tangents à un cercle donné. Applications.
14. Similitude plane définie comme produit d'une homothétie et d'un déplacement. Forme canonique. Applications.
15. Symétrie par rapport à un point. Symétrie par rapport à un plan.
16. Rotation dans l'espace considérée comme transformation ponctuelle. Symétrie par rapport à une droite (demi-tour ou transposition). Produit de deux transpositions.
- L'ordre choisi pour l'exposé est laissé à l'appréciation du candidat.
17. Homothétie dans l'espace (la translation a été étudiée). Applications.
18. Première leçon sur l'inversion.
19. L'inversion dans l'espace (1^{re} leçon). La définition et les propriétés de l'inversion dans le plan ont été étudiées.
20. Lieu (L) des points tels que le rapport des distances à un point fixe et à une droite fixe est constant et égal à $e \neq 1$. Equivalence de cette définition avec celle du lieu des centres des cercles passant par un point fixe et tangents à un cercle fixe. Exemples de problèmes traités à partir de la définition d'une conique comme lieu (L).
21. Tangente en un point et asymptotes de l'hyperbole dans chacun des cas :
 - 1° Hyperbole définie par deux foyers et la longueur de l'axe focal.
 - 2° Hyperbole définie par un foyer, la directrice correspondante et l'excentricité.
22. Première leçon sur la parabole.

Arithmétique

23. Justification des règles pratiques pour obtenir le quotient et le reste de la division de deux nombres naturels. (Ou suppose traitée la théorie de la division).
24. Définition et propriétés élémentaires des nombres premiers. Application aux diviseurs et aux multiples.

Algèbre

25. Exemples d'étude des fonctions définies par $y = \frac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c'}$,
 a, b, c, a', b', c' étant des nombres ($a' \neq 0$).
26. Exemples des fonctions de la forme $y = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ à coefficients numériques. Représentation graphique.

- Trigonométrie* 27. Résolution des équations et inéquations trigonométriques qui peuvent se ramener par un changement de variable $\sin x = t$, $\cos x = t$, $\operatorname{tg} x = t$, $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$ à des équations ou inéquations déjà étudiées. L'étude de $a \cos x + b \sin x = c$ n'est pas demandée.
28. Résolution et discussion de l'équation : $a \cos x + b \sin x = c$. On traitera complètement un exemple numérique à l'aide d'une table de logarithmes.
29. Fonctions $\sin x$, $\cos x$ du nombre x . Variations. Dérivées de ces fonctions. Représentation graphique. Fonctions $\cos(ax+b)$, $\sin(ax+b)$.
- Descriptive* 30. Changement de plan de projection. Rotation. Applications.
31. Rabattement d'un plan sur un plan. Applications.
- Cinématique* 32. Intersection de deux plans. Intersection d'une droite et d'un plan.
33. Etude des mouvements suivants : circulaire uniforme, vibratoire simple, rectiligne d'équation $x = a \cos(\omega t + \alpha) + b \sin(\omega t + \beta)$.
- Statique* 34. Equilibre d'un point matériel libre ou pouvant glisser sans ou avec frottement sur une droite, un cercle, un plan, une sphère. Exemples.
- Cosmographie* 35. Mouvement apparent du soleil sur la sphère céleste. Saisons. Précession des équinoxes. Année sidérale et année tropique. Calendriers.

3. Sciences expérimentales

36. Fonction logarithme népérien de x . $\operatorname{Log}(ab) = \operatorname{Log} a + \operatorname{Log} b$. Logarithme vulgaire.
37. Fonction exponentielle : $y = \exp x$. Formule :
 $\exp(a+b) = \exp a \times \exp b$
38. Combinaisons. Probabilités simples.
39. Formule du binôme. Exemples.

4. Première C. M.

- Géométrie* 40. Parallélisme des droites et des plans.
41. Plan perpendiculaire à une droite. Droite perpendiculaire à un plan.
42. Sphère. Intersection avec une droite. Tangente. Section plane. Plan tangent. Exercices comportant la recherche, soit de plans tangents, soit de sphères.
43. Volume de la sphère.
44. Angle d'une droite et d'un plan. Ligne de plus grande pente. Géométrie cotée : représentation des droites et des plans. Parallélisme.
- Algèbre* 45. Problèmes dont la résolution conduit à une équation du second degré.
46. Définition et signification géométrique de la dérivée d'une fonction, pour une valeur donnée de la variable. Application à la détermination des tangentes aux courbes représentatives du trinôme et de la fonction homographique.

5. Seconde C. M.

- Algèbre* 47. Problèmes du 1^{er} degré. Discussion des résultats.
48. Première leçon sur l'équation du 2^e degré à une inconnue. Existence et calcul des racines.

LEÇONS DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES.

1. *Spéc.* Première leçon sur les déterminants.
2. *Spéc.* Formes linéaires. Rang d'un système de formes. Notion d'indépen-

- dance. On pourra supposer acquise ou non la théorie des équations linéaires.
3. *Spéc.* Etude du système le plus général d'équations linéaires. Le cas du système dit de Cramer est supposé déjà connu.
 4. *Sup.* Division de deux polynômes ordonnés suivant les puissances croissantes de la variable. Développement limité à un ordre donné d'une fraction rationnelle au voisinage de zéro.
 5. *Spéc.* Recherche des diviseurs communs à deux polynômes. Plus grand commun diviseur de deux polynômes. Cas où ils sont premiers.
 6. *Spéc.* La leçon : nombres complexes, opérations (addition, soustraction, multiplication, division) étant faite, donner quelques exemples d'application à la recherche de problèmes d'analyse, de trigonométrie, de géométrie.
 7. *Spéc.* Fonction inverse d'une fonction monotone et continue. Continuité. Dérivabilité. Exemples.
 8. *Spéc.* Théorème de Rolle, formule des accroissements finis. Interprétation graphique. Emploi de la dérivée pour l'étude des variations d'une fonction d'une variable. (On se bornera pour l'emploi de la dérivée à l'établissement du théorème général).
 9. *Spéc.* Fonction de deux variables indépendantes, dérivées première et seconde.
 10. *Spéc.* Fonction homogène de plusieurs variables. Identité d'Euler (les généralités sur les fonctions de plusieurs variables sont supposées déjà exposées).
 11. *Spéc.* Différentielle première d'une fonction de plusieurs variables indépendantes définie par $df = f'_x dx + f'_y dy + f'_z dz$. Transformation de cette expression quand on remplace x, y, z , par des fonctions d'autres variables indépendantes. Applications. (La théorie des fonctions différentiables n'est pas au programme).
 12. *Spéc.* Fonction logarithmique ou exponentielle. Le candidat étudiera une seule de ces fonctions avec la méthode de son choix, en supposant seulement que l'autre fonction n'est pas encore connue.
 13. *Spéc.* Application des développements limités à la recherche de limites et à l'étude de fonctions infiniment petites ou grandes. Application à la recherche des asymptotes et à l'étude des branches infinies des courbes d'équation $y = f(x)$.
 14. *Spéc.* Intégrale définie dans un intervalle (a, b) d'une fonction $f(x)$ continue dans cet intervalle fermé.
 15. *Spéc.* Symbole $\int_a^b f(x) dx$, si $f(x)$ défini et continu dans l'intervalle ouvert $]a, b[$ tend vers $+\infty$ quand x tend vers a ou vers b . Etude théorique, exemples.
 16. *Spéc.* Longueur d'un arc de courbe gauche.
 17. *Spéc.* Exemples d'intégration de fractions rationnelles. La théorie de la décomposition en éléments simples est supposée traitée.
 18. *Spéc.* Séries à termes positifs. Méthode d'étude de la convergence ou de la divergence. On pourra admettre que l'on a déjà étudié la nature de la série $u_n = 1/n^2$ et la théorie de l'intégrale.
 19. *Spéc.* Séries entières à coefficients réels d'une variable réelle. Intervalle de convergence. Continuité. Dérivation ou intégration à l'intérieur de cet intervalle ouvert. On se bornera à étudier l'une de ces opérations.
 20. *Spéc.* Développement en série entière d'une fonction à l'aide d'une équation différentielle. On évitera le choix des exemples $e^x, \sin x, \cos x$.

21. *Spéc.* Les diverses méthodes de détermination de développement en série entière d'une fonction donnée ayant été exposées dans une précédente leçon et illustrées d'exemples classiques $\sin x$; e^x ; $(1+x)^a$, donner quelques exemples non classiques.
22. *Spéc.* Première leçon sur les équations différentielles du premier ordre. Application à l'étude des équations à variables séparées, exemples.
23. *Spéc.* Equations différentielles du premier ordre, exemples. L'intégration de l'équation à variables séparées est supposée connue.
24. *Spéc.* Equation différentielle du premier ordre homogène. Exemples.
25. *Spéc.* Application des équations différentielles du premier ordre à la détermination de courbes définies par une propriété géométrique.
26. *Spéc.* Séparation des racines d'une équation algébrique ou transcendante. Exemples.
27. *Spéc.* Géométrie analytique. Coordonnées homogènes. Notions sur les points à l'infini dans le plan et dans l'espace.
28. *Spéc.* Courbes dont l'équation $y = f(x)$ est résolue par rapport à une coordonnée. Tangente, normale, concavité, asymptotes. Illustrer chaque démonstration par un exemple. On supposera $f(x)$ défini continu, pourvu de deux dérivées définies et continues.
29. *Sup.* Courbes dont l'équation en coordonnées polaires est résolue par rapport au rayon vecteur. Tangente, concavité, inflexions. Exemple de construction d'une courbe sans branches infinies.
30. *Sup.* Les règles concernant la construction des courbes définies en coordonnées polaires par leur équation $\rho = f(\theta)$ étant supposées établies, montrer leur application pratique sur quelques exemples.
31. *Spéc.* Etude des branches infinies des courbes définies en coordonnées polaires par leur équation $\rho = f(\theta)$. Construction de courbes ainsi définies ayant des branches infinies. On supposera faite l'étude de la tangente, de la concavité, des points multiples et de la construction des courbes sans branches infinies.
32. *Spéc.* Construction des courbes définies en coordonnées polaires par leur équation $\rho = f(\theta)$. Les théories relatives à l'étude en un point à distance finie ou infinie sont supposées acquises.
33. *Spéc.* Courbure d'une courbe plane. Développée. Exemples.
34. *Spéc.* Enveloppe d'une famille de courbes planes représentées par les équations $F(x, y, \lambda) = 0$.
35. *Spéc.* Géométrie analytique, lieux géométriques dans l'espace.
36. *Spéc.* Recherche de l'équation d'une surface définie par un mode de génération simple : cylindre, cône, surface de révolution, par exemple.
37. *Sup.* Correspondance homographique entre deux points sur deux bases rectilignes fixes et distinctes ou entre deux rayons de deux faisceaux linéaires de sommets différents.
38. *Spéc.* Birapport de quatre points d'une conique réelle non décomposée. Applications.
39. *Spéc.* Génératrices rectilignes des surfaces du second ordre.
40. *Spéc.* Géométrie analytique, surfaces du second ordre : points conjugués, plan polaire d'un point, droites conjuguées.
41. *Spéc.* Géométrie descriptive. Intersection de deux cônes du second ordre ayant une génératrice commune. On donnera comme application une épure comportant deux projections.
42. *Spéc.* Géométrie descriptive. Recherche des points doubles apparents dans l'intersection de deux surfaces du second ordre.
43. *Spéc.* Géométrie descriptive. Intersection d'une quadrique de révolution et

- d'une sphère. On supposera dans l'épure que le plan défini par l'axe de la quadrique et le centre de la sphère est parallèle à un plan de projection.
44. *Spéc.* Travail d'une force. définition. Exemples. Cas d'une fonction de forces.
45. *Spéc.* Dynamique du point : théorème de la force vive, énergie cinétique et énergie potentielle d'un point placé dans un champ de forces.
46. *Spéc.* Mouvement d'un point matériel soumis à une force unique passant par un point fixe et dont l'intensité est proportionnelle à la distance du point matériel à ce point fixe.
47. *Spéc.* Mouvement d'un point matériel attiré par un centre fixe en raison inverse du carré de la distance. On se bornera au mouvement elliptique. Détermination de la trajectoire et du mouvement sur la trajectoire.
48. *Spéc.* Etude du mouvement rectiligne d'un point matériel sous l'action d'une force dépendant seulement de la distance du mobile à un point fixe de la trajectoire. Choisir un exemple où on peut pousser jusqu'au bout le calcul de x en fonction du temps et un exemple où l'intégrale des forces vives permet de déterminer l'allure du mouvement.

*
**

Les moyennes des notes de leçons d'oral sont toujours faibles, mais en augmentation sensible sur celles de l'année dernière ; 11,5 au lieu de 10,5 en Élémentaires, 9,6 au lieu de 9 en Spéciales. Cette augmentation est due en grande partie à la qualité des bonnes leçons ; cinq en Élémentaires au lieu de deux en 1954 et deux en Spéciales contre aucune en 1954 ont pu être notées au-dessus de 16 (Elémentaires : 20, 18, 17, 17, 17 ; Spéciales : 18, 18). Il est trop tôt pour se réjouir de ces résultats encourageants, cependant, comme le jury, dont la composition n'a pas changé, a montré les mêmes exigences que l'année dernière, nous sommes amenés à penser que le mérite de cette amélioration revient aux candidats et aux maîtres qui les ont préparés, auxquels nous ne témoignerons jamais trop de reconnaissance et d'admiration. Il est intéressant de constater que la leçon d'Elémentaires, cotée 20, a pour sujet : classe de Première : angle d'une droite et d'un plan, ligne de pente, application à la géométrie cotée, et que la leçon cotée 18 a pour sujet l'étude de la sphère en Mathématiques Supérieures. Les leçons de Spéciales cotées 18 ont pour objet : division selon les puissances croissantes et développement limité d'un quotient de polynômes ; définition de $\log x$. Elles ont été traitées par les mêmes candidats.

Les sujets de ces leçons sont simples ; à première lecture on pourrait penser qu'ils sont d'une extrême banalité ; ils ne prêtent évidemment à aucune démonstration spectaculaire. Le mérite des deux candidats a été de ne pas les sophistiquer, de les placer exactement au niveau des classes auxquelles elles étaient destinées, de témoigner par la qualité d'un exposé simple et dépouillé de la pénétration de leur esprit, d'un goût très vif pour la clarté et pour la logique. Nous les proposons en exemple à tous les candidats.

LEÇONS D'ÉLÉMENTAIRES

Leçons 1, 3, 14, 15, 16, 17. Elles sont choisies dans la partie du programme relative aux transformations ponctuelles, l'inversion exceptée.

Certains sujets — en 1955, l'étude des transformations — inspirent à tous les candidats des exposés à caractère axiomatique. Il est vraisemblable que l'axiomatique a été révélée à certains d'entre eux au cours de la préparation à l'agrégation ; elle présente donc pour eux l'attrait de la nouveauté, d'une part, celui d'une rigueur formelle à laquelle les mathématiciens sont sensibles d'autre part. Il faut bien dire aussi que la difficulté très réelle qu'il y a à composer et à présenter une leçon à caractère

axiomatique constitue un attrait supplémentaire, celui de la difficulté à vaincre. L'entreprise, pour les candidats dont la science axiomatique est trop neuve, n'est pas sans péril ; aussi avons-nous choisi dans les leçons énumérées et traitées avec un bonheur très inégal, deux d'entre elles — 1 et 16 — solidement construites et logiquement exposées.

Le leçon 1 : figures directement égales dans le plan, est destinée à des élèves de Mathématiques Supérieures ; ceux-ci connaissent donc les transformations ponctuelles du plan qui transforment une figure (F) quelconque plane en une figure égale ; l'égalité leur a été définie. Il est tout à fait logique, dans ces conditions, qu'un second exposé d'un sujet déjà largement traité soit l'occasion d'une synthèse à caractère axiomatique. Le candidat aurait été bien inspiré en donnant les raisons de ce choix qui a été le sien. Il n'est pas inutile de rappeler, d'abord, ce que l'on suppose exactement connu des auditeurs ; un professeur dans sa classe interrogeait ses élèves pour faire le point de leurs connaissances et construire ainsi sur des bases solides ; il indiquerait alors pourquoi il faut reprendre l'étude de ces questions déjà traitées, car les élèves subissent le dogmatisme, mais préfèrent tout de même savoir pourquoi celui-ci leur est imposé. Il est clair que la définition de l'égalité peut être donnée cette fois *a priori*, sans qu'une telle définition paraisse arbitraire, puisqu'elle vise à dégager seulement des caractères communs à certaines figures que l'on veut baptiser égales ; cette définition étant donnée, il est naturel de se poser la question de savoir, non pas s'il existe des transformations ponctuelles du plan transformant une figure F quelconque (on ne saurait trop insister sur ce « quelconque ») en une figure égale, mais s'il en existe d'autres que celles déjà étudiées. Un enseignement a bien plus de chances d'être efficace si l'intérêt de l'auditoire est éveillé et sa curiosité aiguillée vers une recherche précise. L'occasion est naturellement excellente de souligner que cette recherche n'est aucunement facilitée — du point de vue logique — par la connaissance des résultats partiels ; l'analyse ne les utilise pas.

La leçon 16 : rotation dans l'espace considérée comme transformation ponctuelle, était, par contre destinée à un auditoire d'élèves de Mathématiques Élémentaires, donc de débutants, pas très à l'aise en géométrie dans l'espace et ignorant à peu près tout de la transformation ponctuelle en question. Nous restons sceptiques sur l'efficacité d'une leçon, faite à un pareil auditoire, à partir de la définition : la rotation est un déplacement ayant plus d'un point double. Certes, il nous paraît nécessaire qu'un professeur puisse définir avec exactitude l'égalité directe de deux figures de l'espace et démontrer l'existence de la transformation ponctuelle, appelée déplacement, qui transforme une figure quelconque en une figure directement égale, qu'il soit entraîné à identifier un déplacement donné et à le réduire à ses éléments de définition, qu'il soit rompu à l'abstraction formelle et capable de raisonner sans dessiner aucune figure, mais il ne devrait pas oublier que ce qu'on exige de lui ne peut être exigé également des élèves d'une classe de Mathématiques dont 1 %, au maximum, se destine à l'enseignement. Le professeur, disent les remarquables Instructions de 1938 en traitant des questions à poser à un élève, tient compte des bornes encore étroites de ses connaissances et de son expérience (il s'agit des connaissances et de l'expérience de l'élève, bien entendu).

Notons, à propos d'une de ces leçons, sur les transformations ponctuelles, qu'il est regrettable d'entendre un futur professeur répéter étourdiment qu'il va chercher l'enveloppe du second côté d'un angle de grandeur constante, dont un côté passe par un point fixe A et dont le sommet M décrit une courbe fixe ; il s'agit plus précisément de chercher l'enveloppe d'une droite Mx , et non d'une demi-droite, faisant avec MA un angle de droites (MA, Mx) de mesure constante, le plan étant orienté.

Bien que leurs énoncés soient différents, les leçons 18 et 19 ont été traitées en suivant deux plans à peu près identiques. Les candidats définissent l'inversion dans l'espace et étudient ensuite par priorité ce que tous les manuels appellent improprement la conservation des angles. Nous avons déjà, dans un précédent rapport, fait

observer que la démonstration de l'égalité en grandeur des angles de deux courbes sécantes en A et de leurs inverses en A', inverse de A, est plus du domaine de l'analyse que de la géométrie et qu'on pourrait en Mathématiques Élémentaires se borner au cas où ces courbes sont des droites ou des cercles et dans le cas des angles de surfaces sécantes, des sphères. La hâte des candidats à démontrer ce théorème avant même d'avoir étudié la nature des figures inverses de droites, de cercles et de sphères ne se justifie guère que par ce désir de briller qui cause à quelques-uns de sévères mécomptes, car cette propriété des angles n'est pas caractéristique de l'inversion ; de très nombreuses transformations ponctuelles en bénéficient, et si les inverses de cercles et de droites (pour se borner au plan) n'étaient pas des droites ou des cercles, cette propriété perdrait singulièrement de son intérêt, dans la classe de Mathématiques au moins.

Les trois leçons 4, 5, 13, sont des exemples de problèmes spéculatifs, et l'occasion de nombreuses fautes de logique. Nous nous bornons à conseiller aux candidats de relire les observations déjà faites en 1954, page 20 et de se procurer la brochure 120 EP/SD, éditée par le Centre de Documentation Pédagogique, 29, rue d'Ulm, intitulée « Les problèmes spéculatifs dans l'Enseignement du Second Degré ».

Regrettons au passage que le normalien chargé de donner un ou plusieurs exemples de problèmes de détermination et de construction de cercles satisfaisant à des conditions géométriques telles que passer par un point, être tangent à une droite ou à un cercle, être orthogonal à un cercle, n'ait trouvé qu'un seul exemple : celui d'un cercle orthogonal à deux cercles donnés et tangent à un troisième. Encore s'est-il montré extrêmement discret sur le cas où les deux premiers cercles ne sont ni sécants, ni tangents.

Répetons encore que le problème de l'étude des cercles tangents à une droite et orthogonaux à un cercle a pour objet de découvrir une propriété *caractéristique* de cette famille de cercles.

L'introduction dans l'Enseignement du Second Degré du raisonnement par conditions nécessaires et suffisantes pose évidemment une question d'opportunité délicate. Mais nul n'ignore que la géométrie analytique est son véritable domaine : il en résulte que les problèmes qui ne sont en réalité que des problèmes de géométrie analytique, énoncés avec le langage de la géométrie, constituent un champ d'application de cette forme de raisonnement. Les exercices d'application de la leçon 12 : angles de droites, angles de vecteurs dans un plan orienté, appartiennent à cette catégorie de problèmes et devraient être une occasion d'appliquer le raisonnement par conditions nécessaires et suffisantes. Les leçons 7, 9, se prêtent également, et pour la même raison, à des études par conditions nécessaires et suffisantes.

Il va sans dire que la mise en œuvre de ce procédé nécessite des précautions. Les seules figures qui peuvent être utilisées sont des figures représentant les seules données : il n'est pas, du point de vue pédagogique, inutile de le préciser et de préciser également que si l'on ajoute à cette figure un élément nouveau, il est nécessairement *quelconque*. Il est bien entendu que tout le monde sait cela, en principe, sauf cependant les élèves auxquels la leçon est supposée faite.

Nous nous bornerons, pour les leçons suivantes, à quelques brèves observations concernant surtout des points de détail.

8. L'interprétation analytique de la définition d'un cercle d'un faisceau comme lieu géométrique des points dont le rapport des puissances par rapport à deux cercles est constant mérite, en Mathématiques Supérieures, d'être, non seulement signalée, mais utilisée (par exemple pour calculer la puissance d'un point par rapport à un cercle défini par $MA = \lambda MB$).

25, 26. Le programme d'algèbre de Mathématiques invite à l'étude de variations de fonctions dont il est possible de calculer les dérivées et aussi à construire leurs courbes représentatives. Il impose certains exemples, mais n'interdit pas d'en étudier

d'autres, à condition bien entendu que la recherche des asymptotes, par exemple, n'exige pas la mise en œuvre de procédés dont l'étude n'est pas au programme. Il n'est pas interdit de définir dans cette classe les fonctions équivalentes pour certaines valeurs de x , définies par la condition que leur rapport tend vers 1. Il n'est pas interdit non plus de donner une définition correcte de l'asymptote.

27. On reste rêveur devant le choix d'exemples d'équations trigonométriques qui se résolvent par un des changements de variables $\sin x = t$, $\cos x = t$, $\operatorname{tg} x = t$, $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$ donnés par un candidat normalien : $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$,

$\operatorname{tg} 3x - \sqrt{2} \sin 3x = 0$, $\cos \frac{x}{2} = \sin x$, et comme inéquation $\sin x < \sin a$.

28. Nous avons signalé déjà qu'il est arbitraire de décider *a priori* que certains cas spéciaux sont « particuliers ». Il est d'usage de dire que, pour l'étude de l'équation $a \cos x + b \sin x = c$, $c = 0$ ou $a = 0$ sont des cas particuliers ; ils sont cependant justiciables de la méthode générale. Si a et b ne sont pas nuls tous deux, on peut déterminer φ et ρ de manière que $a = \rho \cos \varphi$, $b = \rho \sin \varphi$ et se ramener à l'étude de $\cos(x - \varphi) = \frac{c}{\rho}$.

30, 31, 32. La vérité semble en marche. Les candidats se souviennent qu'il n'existe pas d'opération appelée : rabattement d'un point sur un plan ; en outre, un effort louable a été fait pour diminuer l'étude des cas baptisés arbitrairement particuliers.

36 à 39. La difficulté, pour les candidats, est ici de ne pas plaquer sur le texte une leçon directement tirée d'un cours de Spéciales. Pour la formule du binôme, par exemple, il est plus indiqué avec des débutants, qui ont pour tout bagage, un baccalauréat première partie, de leur apprendre à calculer les coefficients du binôme sur des exemples numériques, à développer correctement $(2x + 3)^5$, à calculer les premiers termes de $(5 - x)^{11}$, plutôt que de leur apprendre à jongler avec les C_m^p . Notons, au passage, qu'il est bon, avant d'aborder le sujet : formule du binôme, de rappeler quels sont les résultats supposés connus concernant les polynômes dont l'étude n'est pas mentionnée explicitement au programme, et surtout de préciser quelle terminologie on utilise. Si l'on appelle « identiques » des polynômes dont la valeur numérique est la même, quel que soit x , leurs dérivées sont aussi identiques, ce qui entraîne l'égalité terme à terme ; cette simple remarque éclaire fortement la leçon et suggère d'ailleurs une méthode de calcul, tout au moins des premiers coefficients de $(1 + x)^n$ très accessible.

45. La leçon sur l'équivalence d'un problème (de géométrie, par exemple) et du problème de résolution d'une équation consiste à définir d'abord cette équivalence et à en fixer les conditions. Nous l'avons déjà signalé l'an dernier.

*
**

LEÇONS DE SPÉCIALES

Elles ont, comme l'an dernier, été appréciées avec libéralité. Cependant, en consultant les notes prises pendant l'audition des quarante-huit leçons de Spéciales par le jury, nous constatons que pour seize d'entre elles, nous avons noté, soit que le candidat semblait n'avoir du sujet qu'une connaissance très superficielle, soit qu'il se bornait à une pénible reconstitution d'une branche de cours entendue ou apprise, soit même qu'il semblait dépassé par l'enseignement qu'il avait reçu.

Un admissible à l'agrégation sur trois connaît donc insuffisamment pour l'enseigner le programme des classes préparatoires aux grands concours. Nous le déplo-

rons sans en faire grief aux candidats ; les chemins qui mènent à l'agrégation ne comportent pas tous un séjour plus ou moins prolongé dans une classe de Spéciales. Certes, un candidat particulièrement doué, comme celui qui s'est classé premier au concours de 1955, peut passer directement d'une classe de Mathématiques Élémentaires de collège à l'enseignement des Facultés, mais pour beaucoup d'autres, un tel cheminement est hasardeux.

Nous souhaitons qu'à l'avenir les chemins qui mènent à l'agrégation soient mieux aménagés ; on parle d'une réforme de la licence d'enseignement ; espérons que dans les cours préparant à cette licence figurera, avec une sanction, un enseignement de la géométrie élémentaire et des Spéciales. Les programmes d'admission aux Ecoles Normales Supérieures de Fontenay et de St-Cloud ont été, en 1952, rapprochés des programmes d'admission aux Ecoles Normales Supérieures de la rue d'Ulm et de Sèvres. Les candidats reçus à St-Cloud en 1952, se sont donc présentés en 1955 à l'agrégation après avoir reçu pendant une année un enseignement très voisin de celui d'une classe de Spéciales ; il en est résulté une amélioration des leçons de Spéciales faites par ces candidats, et notamment par ceux qui ont été déclarés agrégés.

Cependant, les observations présentées dans le rapport de 1954 sont encore valables, dans bien des cas, pour le concours de 1955. Les leçons de Spéciales sont dépourvues d'exemples et d'exercices, ou, lorsque le texte impose d'en traiter, le choix de ceux-ci est pauvre, arbitraire ; seul, l'exemple rare, le cas exceptionnel, semble retenir l'attention ; les méthodes de recherche sont lourdes, souvent anciennes, tristement conventionnelles. Réjouissons-nous de constater que, grâce sans doute à la persévérante insistance des maîtres qui surveillent la préparation, une amélioration se dessine ; les candidats se soucient de l'ordre auquel il faut effectuer les développements limités et nous avons entendu une leçon raisonnable d'exemples du calcul de la primitive de fractions rationnelles.

Nous avons, par contre, constaté, dans trois exposés différents, que les conditions d'existence des solutions des équations différentielles ne préoccupaient guère les candidats.

Nous arrêterons là ces considérations générales pour présenter quelques observations particulières concernant les leçons suivantes.

1. Il faut, quel que soit le mode d'exposition choisi, définir ce qu'on appelle *terme* d'un déterminant et préciser à quels critères on reconnaît que deux termes sont *distincts*. L'omission de cette dernière définition rend la leçon inintelligible.

2. Le candidat, qui a traité cette leçon, a très exactement défini sa position : l'étude des formes linéaires précède l'étude des équations linéaires. C'est actuellement un ordre accepté par de nombreux auteurs. La dépendance et l'indépendance sont alors définies par l'existence ou la non-existence d'un système de λ_i tels que $\sum \lambda_i f_i \equiv 0$, mais il est essentiel d'ajouter : non tous nuls. La leçon, qui promettait d'être intéressante, a été gâchée par une confusion qui n'a cessé de s'aggraver entre les divers exposés possibles.

9. Nous ne saurions trop recommander aux candidats de ne pas faire plus qu'on ne leur demande ; il est déraisonnable de vouloir étudier, en 45 minutes, non seulement les fonctions de deux variables, leurs dérivées premières et secondes, mais, en outre, les fonctions composées, homogènes, les changements de variables et les fonctions implicites. Notons, à propos de cette leçon, que la démonstration, sous certaines

réserve, de $f_{xy}^* = f_{yx}^*$ est toujours présentée de façon dogmatique et est l'occasion d'une faute classique que l'on commet, ou que l'on ne commet pas, selon, il faut bien l'avouer, que l'on est prévenu ou non. Or, il existe une démonstration, dogmatique elle aussi, mais de tout repos, de cette propriété. Soit (D) un domaine dans lequel les conditions d'existence et de continuité, de $f, f'_x, f'_y, f''_{xy}, f''_{yx}$ sont vérifiées ; soit A (x_0, y_0) . M (x, y) deux points de ce domaine. Faisons l'hypothèse

$$f''_{xy}(x_0, y_0) > 0, \quad f''_{yx}(x_0, y_0) < 0$$

et choisissons le domaine (D) pour qu'on ait en tout point $f''_{xy} > 0$, $f''_{yx} < 0$. Proposons-nous d'étudier la fonction z , définie par

$$z = f(x, y) - f(x_0, y) - f(x, y_0) + f(x_0, y_0).$$

Cette fonction est nulle en tout point M du domaine situé sur une des parallèles aux axes menées par A. Il est très simple, en faisant varier une seule des variables x, y , de trouver le signe de z en un point M du domaine situé hors de ces parallèles et de constater que, suivant que la variable choisie est x ou y , les hypothèses entraînent $z > 0$ ou $z < 0$. Il en résulte que f''_{xy} et f''_{yx} ne peuvent être de signes différents en A.

(Cette conclusion entraîne que les valeurs en A de ces deux dérivées sont égales ; s'il n'en était pas ainsi, on pourrait déterminer λ de manière que les deux dérivées de la fonction $\varphi = f(x, y) - \lambda xy$, φ''_{xy} et φ''_{yx} soient en A de signes contraires.

17. On peut toujours décomposer une fraction rationnelle, dont les pôles sont connus, en éléments simples, et intégrer chaque élément ; c'est un calcul rarement simple. L'objet d'une leçon d'exemples sur l'intégration des fractions rationnelles est de permettre la comparaison des méthodes d'intégration entre lesquelles il est possible de choisir. Il est clair, par exemple, que dans le cas d'une fraction impairé le changement de variable $t^2 = u$ économise le calcul d'un élément simple sur deux ; il y a lieu de décider si l'on retranchera, ou non, de la fraction rationnelle certains éléments connus, ou non, si l'on utilisera les éléments simples de première espèce seuls et comment. C'est sur le choix d'une méthode que portera l'enseignement tiré des exemples bien plus que sur l'exécution mécanique de calculs.

18. Très bonne leçon sur les séries à termes positifs. Lorsque u_n tend vers 1 par valeurs supérieures, on peut se borner au cas où u_n est en outre décroissant ; cette hypothèse supplémentaire n'est pas une conséquence de la première. Le symbole de Landau $O\left(\frac{1}{n}\right)$ n'a pas le sens de infiniment petit par rapport à $\frac{1}{n}$ il signifie : du

même ordre que :

$$0 < \alpha < \frac{O\left(\frac{1}{n}\right)}{\frac{1}{n}} < \beta.$$

19. Il y a, sur ce sujet, des exposés classiques qui sont excellents ; les candidats peuvent naturellement en proposer d'autres, qui d'ailleurs diffèrent peu des précédents, s'ils les jugent meilleurs. Nous rappellerons seulement que pour déterminer si un exposé est meilleur qu'un autre, il convient de se souvenir que la leçon d'agrégation s'adresse à un auditoire supposé d'élèves jeunes, non blasés, rebelles à la sophistication ; il est regrettable, par exemple, que dans un tel exposé, on ne reconnaisse plus l'idée ancienne et générale du cercle de protection à l'intérieur duquel la série entière est convergente et sa somme, fonction sans singularités.

20-21. L'hypothèse : il existe un développement en série entière de la fonction $f(x)$ au voisinage de 0, entraîne la conséquence $f(x)$ est une fonction définie, continue, dérivable pour 0. Si donc la fonction $f(x)$ est définie par une équation différentielle, la sagesse serait de se placer d'abord dans le cas simple où l'existence de la fonction $f(x)$ résulte des conditions de Cauchy. Constatons simplement que, si l'on met à part les deux exemples classiques $y' = y$, $y'(1+x) = my$, les seuls exemples auxquels aient songé les candidats sont les suivants :

$$x^2y' + y = 0, \quad x^2y'' + xy' + y = 1 \frac{x^2}{1-x}$$

c'est-à-dire deux exemples posant des problèmes d'existence non habituels, des exemples en tout cas à ne pas donner comme premiers exemples d'application d'une méthode générale.

Notons d'ailleurs que la solution $y = 0$ de la première équation, la seule valable quel que soit x , n'a pas été signalée même après que le candidat eût constaté que le développement en série entière de la fonction y (qu'il croyait être $e^{\frac{1}{x}}$) était identiquement nul. Il paraît que la seconde équation ne peut être intégrée ; le candidat aurait été bien inspiré en expliquant ce qu'il entend par là, car pour les valeurs de x , différentes de 0, le calcul de y se ramène à des quadratures.

26. Énoncer que : deux racines consécutives de $f'(x)$ encadrent au maximum une racine de $f(x)$, sans prendre la précaution de préciser si $f(x)$ et $f'(x)$ sont, ou ne sont pas, des fonctions continues, revient à énoncer un résultat faux. Il est inutile de calculer laborieusement la valeur de $f(\beta)$, lorsqu'on a constaté ($\alpha < \beta$), que $f(x)$ est continue dans (α, β) , croissant, et que $f(\alpha)$ est positif. Il est un peu affligeant de devoir attirer l'attention de futurs professeurs sur des négligences, ou des ignorances commises par eux qui ne sont tolérables chez aucun élève de Spéciales.

29. La concavité de la courbe représentative de la fonction $y = f(x)$ au point A, d'abscisse x_0 , dans les conditions normales, est tournée vers les y positifs ou vers les y négatifs suivant qu'au voisinage de x_0 la dérivée $f''(x)$ est positive ou négative. L'existence de la dérivée seconde pour x_0 n'est pas exigée.

31. Nous avons fait allusion déjà au goût regrettable de certains candidats pour le rare, l'exceptionnel, ou plus simplement pour l'accessoire choisi pour son apparente étrangeté. En voici un exemple : tout ce que le candidat, qui a traité cette leçon, semble avoir retenu concernant l'étude des courbes en coordonnées polaires, c'est que le sens de la concavité dépend du signe de

$$\varphi(\omega) = \left(\frac{1}{\rho}\right) + \left(\frac{1}{\rho}\right)''$$

Encore n'a-t-il pu retenir de quelle façon il en dépend et a-t-il montré de la surprise du fait que la courbe représentative de $\rho = e^{\theta}$ ne tournait pas sa concavité vers les y positifs.

44-45. Dans la leçon sur le travail, il n'est pas demandé une étude théorique de la notion d'intégrale curviligne.

La signification mécanique doit être nettement dégagée : le point matériel subit une évolution imposée qui n'est pas nécessairement (et n'est habituellement pas) causée par la force dont on définit le travail.

Dans un langage, qui n'est pas au programme de la classe, il s'agit de la *circulation d'un vecteur*.

Au contraire, dans le théorème de la force vive, il s'agit d'un point matériel libre et de la trajectoire de ce point sous l'action des forces appliquées.

S'il arrive parfois qu'on applique ce théorème à un point matériel gêné qui évolue sur une courbe imposée, c'est parce qu'on suppose cette liaison sans frottement : le point matériel ayant été rendu libre et soumis à des forces (imposées + réaction de liaison) qui définiront le même mouvement, le travail des forces qui produisent le mouvement se réduit à celui des forces imposées, puisque la réaction normale à la trajectoire ne travaille pas. Une telle application du théorème des forces vives, sans explication complémentaire, est un abus de langage, inadmissible dans un enseignement à des débutants, car il est de nature à suggérer une confusion éminemment regrettable.

EPREUVES PRATIQUES

Elles ont eu lieu au Lycée Saint-Louis, le mercredi 13 juillet, de 15 à 18 heures (Calcul numérique) et le jeudi 14 juillet, de 8 à 12 heures (Épure).

COMPOSITION D'ÉPURE : Sujet. — Les données sont exprimées en *centimètres*.

L'espace est repéré grâce à un trièdre trirectangle direct.

La parallèle au *grand axe* de la feuille, située à un centimètre au-dessous de celui-ci, représente la ligne de terre. Elle porte l'axe $y'y$ orienté de gauche à droite ; l'origine des coordonnées est en son milieu. L'axe $x'x$ des éloignements est porté par la droite de bout issue de ce point, orientée en avant.

Un cône de sommet S a pour base un cercle horizontal de centre O ($9 ; -15 ; 0$), de rayon 4. La projection horizontale s du sommet a pour coordonnées $x = 5$ et $y = -17$. Le point S a une cote négative et on sait que les génératrices de contour apparent frontal du cône sont rectangulaires en projection frontale.

Un second cône de sommet S_1 est circonscrit à la sphère de centre C ($12 ; -5 ; 0$), de rayon 3. La projection horizontale s_1 du sommet a pour coordonnées $x = 15$ et $y = -8$. On sait de plus que les projections frontales $s'o'$ et s'_1c' sont **parallèles**.

1° Construire l'intersection des deux cônes. Déterminer et construire un point courant et la tangente en ce point, ainsi que tous les éléments remarquables de cette courbe et de ses projections. Indiquer sur une notice les méthodes employées et les diverses remarques que l'on aura pu faire.

2° Représenter la portion de *surface* du premier cône située au-dessus de son sommet, en arrière du plan $x = 13$ et à l'extérieur du second cône.

RAPPORT DE M. THÉRON, *correcteur*. — Il s'agissait de construire l'intersection de deux cônes du second ordre, l'un à base circulaire horizontale, l'autre circonscrit à une sphère (C).

On pouvait définir le second cône par une base de Monge, méthode qui risquait de conduire ici à des difficultés graphiques. On pouvait aussi remarquer que, d'après l'énoncé, chaque cône possède une génératrice de contour apparent horizontal qui est de front, et que ces génératrices sont parallèles. Ceci indiquait que l'intersection possède une branche parabolique dans l'espace et conduisait à couper les surfaces par un plan de front. Le plan de front le plus simple, tangent à la sphère inscrite (C) se trouve justement couper les deux cônes suivant deux paraboles égales.

Enfin, chacune des projections présentait un point de rebroussement.

Toutes ces particularités se voyaient aisément en faisant une étude préliminaire sur du papier quadrillé.

L'épreuve a été dans l'ensemble très mal réussie : on ne trouve, dans la plupart des épreuves, ni remarque théorique intéressante, ni construction graphique soignée ; les candidats semblent presque tous totalement inexpérimentés.

Une bonne épure a mérité la note 16, quatre autres les notes 13, 12, 11, 10, puis très vite on arrive aux notes comprises entre 1 et 4. Trois des candidats reçus tout à fait en fin de liste ont obtenu les notes, relativement élevées, de 5, 6 et 7 ; ils doivent peut-être leur succès à ces notes. Puisse cette remarque utilitaire inciter les candidats à accorder dans l'avenir un peu plus d'importance à la préparation de cette épreuve.

COMPOSITION DE CALCUL NUMÉRIQUE : *Sujet*. — a étant une constante réelle supérieure à 1, on pose :

$$I = \int_{-1}^{+1} \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(a^2-x^2)}}$$

1° Etudier sommairement la variation de I lorsque a croît depuis 1 jusque $+\infty$.
En particulier, posant $a = 1 + \varepsilon$, on démontrera que I augmente indéfiniment lorsque ε tend vers 0.

2° D'une façon plus précise, trouver deux constantes k et k' telles que la différence

$$\delta = I - k \log \frac{1}{\varepsilon} - k'$$

est infiniment petite en même temps que ε .

3° Trouver la valeur de a correspondant à $I = 5$. Dans cette question, il sera attribué une importance capitale au calcul d'erreurs. Il ne sera tenu compte que des résultats qui donnent a au centième près tout au plus, mais il faut s'efforcer de donner une valeur de a exacte au millième près tout au plus.

RAPPORT DE M. MILLOUX, *correcteur*. — L'épreuve de Calcul numérique consiste dans l'étude d'une intégrale elliptique I dépendant d'un paramètre a . A un facteur près, il s'agit de l'intégrale de Legendre.

La méthode la plus simple, pour traiter l'essentiel du problème, est, après avoir souligné la parité de la fonction à intégrer de façon à réduire l'intervalle d'intégration au segment 0,1, d'isoler dans le radical les binômes s'annulant pour les valeurs négatives de la variable. Ainsi, on peut utiliser, pour l'inverse de cette partie du radical, les développements limités ; ils donnent commodément l'approximation que l'on désire pour le calcul pratique de I ; les intégrales obtenues après développement s'obtiennent par des procédés élémentaires.

De toute évidence, ce problème est bien facile. Cependant, il a eu si peu de succès, que la moyenne des notes, évaluée d'après un généreux barème, n'atteint pas 5 sur 20.

Vingt-deux candidats seulement (sur 48 admissibles) ont résolu convenablement et correctement les questions élémentaires posées au premier paragraphe. Tous les autres, ou presque, ont échoué devant la dernière, qui consiste à établir que l'intégrale I ne reste pas bornée lorsque le paramètre tend vers la valeur critique 1. On aurait pu comprendre, à la rigueur, l'embarras des candidats si l'énoncé avait exigé dix méthodes différentes pour résoudre cette question !

Ensuite cinq candidats ont trouvé sans erreur la valeur asymptotique de I lorsque le paramètre est voisin de la valeur critique. Quant au calcul proprement dit (valeur du paramètre quand $I = 5$), il a eu encore moins de succès : deux candidats seulement ont proposé un ordre de grandeur acceptable, quoique grossièrement approché. Pourtant, avec la seule connaissance des logarithmes vulgaires de 2 et de e , on peut obtenir en peu de temps le résultat à un dix-millième près.

Que dire pour terminer ce rapport ? Répéter ce que les examinateurs de Calcul numérique répètent chaque année : dans leur préparation, les candidats négligent par trop cette matière. Pour un certain nombre d'entre eux, c'est grave, car leur échec eût été transformé en succès si, compte tenu de leurs notes dans les autres épreuves, ils avaient réussi à résoudre ce modeste problème pratique.

RESULTATS GENERAUX

Les totaux des notes obtenues par les admissibles pour l'ensemble des épreuves en 1955 s'échelonnent entre 98 et 295 ; ils étaient en 1954 compris entre 113 et 316. Le nombre des admissibles est resté le même (48 en 1955, 47 en 1954) ; 191 candidats se sont effectivement présentés en 1955 contre 157 en 1954. Les faits marquants du concours de 1955 sont donc une augmentation sensible du nombre des candidats (+ 35), une faiblesse également sensible des totaux par rapport à 1954 et le succès très régulier d'un candidat, classé premier à l'écrit, premier au classement général, ancien élève du Collège Guillemin à Alger, passé directement du Collège à la Faculté.

La faiblesse des totaux n'a pas permis d'augmenter le nombre des agrégés. La liste de ces derniers, publiée le lundi 25 juillet à 11 heures, comprend 25 noms, ceux

des candidats totalisant 184 points au moins, c'est-à-dire ayant pour l'ensemble des épreuves une moyenne égale ou supérieure à 9,2. Les agrégés se répartissent ainsi : 7 élèves de l'Ecole Normale Supérieure (Ulm), 3 élèves de l'Ecole Normale Supérieure (St-Cloud), 2 assistants de Facultés, 2 étudiants, 2 élèves des C.P.R., 9 professeurs titulaires (parmi lesquels 1 détaché et 1 professeur E.T.). Six candidats, anciens admissibles, sont devenus professeurs biadmissibles, cinq autres ont été dispensés des parties théorique et pratique du C.A.P.E.S., et cinq autres encore de la partie théorique seulement. Ceux-ci (trois élèves de St-Cloud et deux de la rue d'Ulm) ont été nommés élèves des C.P.R., à l'exception de l'un de ces derniers qui renonce à l'enseignement.

*
**

Le bilan de l'agrégation, établi comme nous l'avons exposé dans les deux derniers rapports, résulte de la comparaison de deux nombres :

1° celui des candidats en provenance des Ecoles Normales Supérieures, des Facultés et des C.P.R., qui ont été nommés agrégés (nous dénombrons parmi ceux-ci les assistants de Facultés). Il est pour 1955 de 16, pour l'ensemble des deux années 1953-54 de 30, donc pour les trois années de 46.

Ces nombres traduisent l'apport de l'agrégation en tant que concours de recrutement ; ils représentent les nombres de nouveaux agrégés qui n'étaient auparavant, ni professeurs titulaires, ni adjoints d'enseignement titulaires dans les lycées, collèges, écoles normales ou enseignement technique (ils comprennent cependant les élèves des C.P.R.) :

2° celui des agrégés reçus au concours de 1955 ou dans les concours précédents qui ont sollicité et obtenu en 1955, soit une première nomination dans l'Enseignement du Second Degré, dans les Ecoles Normales ou dans l'Enseignement technique, soit leur réintégration après congé pour études ou pour services militaires. Ces nombres définis par l'examen de listes nominatives pour les années 1953, 1954, 1955, sont corrigés chaque année en tenant compte des mises à disposition ou des détachements dans l'Enseignement Supérieur. Ils sont actuellement de 9 pour l'année 1953, 17 pour l'année 1954, 12 pour l'année 1955, soit au total 38 agrégés devenus ou redevenus professeurs depuis 1953, parmi lesquels on dénombre 14 élèves de la rue d'Ulm et 11 élèves de St-Cloud. Il est donc inexact de dire que les Ecoles Normales Supérieures ne fournissent plus de professeurs à l'Enseignement du Second Degré.

*
**

Il serait vain de constater seulement pour le déplorer qu'il n'a pas été possible en 1955, pas plus d'ailleurs que dans les années précédentes, de proposer la nomination d'autant d'agrégés qu'il y a de places mises au concours. La disproportion entre ces deux nombres — celui des agrégés et celui des places mises au concours — est, peut-être, pour des raisons particulières, plus accusée pour l'agrégation de Mathématiques que pour d'autres, mais le phénomène est général ; le problème du recrutement des professeurs agrégés n'est qu'un aspect du problème de la formation des maîtres, qui n'a jamais été si passionnément étudié qu'à l'heure actuelle. Ce problème a déjà reçu une solution, la création de Centres Pédagogiques Régionaux, d'autres sont à l'étude ou en projet ; nous souhaitons, pour terminer ce rapport, examiner brièvement si les dispositions déjà prises ou celles qui sont à l'étude, se révèlent ou se révéleront dans les années qui viennent efficaces pour une amélioration du rendement de l'agrégation de Mathématiques.

Cette dernière fonctionne à la fois comme concours de recrutement et comme concours de changement de catégorie, suivant qu'elle transforme en professeurs

agrégés des étudiants ou des fonctionnaires déjà dans les cadres. Le rendement de l'agrégation que l'on souhaiterait augmenter est celui du concours de recrutement. Il n'existe pas d'autres moyens d'y parvenir que les moyens classiques : augmentation du nombre des candidats, amélioration des conditions de la préparation.

La clientèle de l'agrégation, concours de recrutement, se compose des élèves des E.N.S. dont le nombre varie très peu (en 1955 : 11 normaliens de la rue d'Ulm, 18 de St-Cloud) et d'étudiants dont le nombre est aussi une quasi-constante (il oscille entre 18 et 20 depuis plusieurs années). On constate en 1955 la candidature de cinq assistants de Faculté ; l'expérience prouve qu'une fois agrégés ils ne prennent pas de poste. Il paraît donc inutile de les décompter. En résumé, l'agrégation de Mathématiques a une clientèle stable de candidats non encore dans les cadres, de 25 à 30 normaliens et d'une vingtaine d'étudiants, clientèle suffisante pour recruter 10 à 15 agrégés, insuffisante lorsqu'il en faut entre 30 et 50.

La création des Centres Pédagogiques Régionaux a eu pour premier effet, en groupant à proximité des Facultés, donc des préparations, un nombre important de licenciés sélectionnés par un concours, de permettre à 25 candidats nouveaux (en 1955) de s'ajouter aux précédents. Cet apport a contribué, d'une part à l'augmentation déjà signalée du nombre des candidats (+ 35), mais surtout à revigorer les préparations et même à entraîner la création de préparations nouvelles. Nous signalons, avec une satisfaction toute particulière, que grâce à l'initiative de M. le Doyen Pérès et au dévouement de professeurs de la Faculté des Sciences et de l'Enseignement Secondaire, une préparation à l'agrégation de Mathématiques est enfin organisée à la Sorbonne et groupe, dès sa création, un nombre important de candidats.

La création des C.P.R. n'a pas eu pour résultat seulement une augmentation très sensible du nombre des candidats et le développement ou la création des préparations ; les Centres jouent, à côté de ces préparations, le rôle dévolu aux Ecoles annexes auprès des Ecoles Normales, et ce rôle est très important. Il ne suffit pas pour être reçu à l'agrégation d'avoir des connaissances, il faut aussi savoir les exposer, dans un temps limité, à un auditoire supposé d'élèves, d'où la nécessité d'un stage ; mais l'expérience prouve qu'un stage de six mois a une efficacité incomparable à celle d'un stage de trois semaines. Tel candidat à l'agrégation, admissible en 1954 et éliminé par deux leçons catastrophiques, a été dispensé par le jury des épreuves théoriques du C.A.P.E.S. et envoyé dans un C.P.R. ; le même jury a eu la satisfaction de le proposer en 1955 pour le titre d'agrégué après un examen des plus homogènes.

Il est peu probable cependant que cette augmentation du nombre des candidats, même si, comme on est en droit de l'espérer, elle s'amplifie dans les prochaines années et l'amélioration des conditions dans lesquelles se feront les préparations, suffisent à permettre le doublement du nombre des agrégés. Il reste, en effet, à aménager les voies qui mènent à l'agrégation.

Les candidats à l'agrégation, concours de recrutement, sont les élèves des Ecoles Normales Supérieures et les étudiants. Les premiers après une scolarité normale ont suivi les cours d'une classe préparatoire sur un programme de Spéciales, qui sera ultérieurement le programme de Spéciales de l'Agrégation, les autres se sont en général contentés d'une année de Mathématiques Supérieures, ou de Mathématiques Générales avant d'aborder les études de licence. Ils auront, par conséquent, à compléter leurs connaissances du programme de Spéciales au cours de l'année qu'ils consacreront à la préparation du concours, à un moment où ils auront bien d'autres sujets de préoccupations. Nous pensons que la création dans l'Enseignement Supérieur d'un troisième cycle devrait permettre dans le premier cycle la création d'une véritable licence d'enseignement, n'exigeant pas plus de trois années d'études, dont l'aboutissement normal serait l'agrégation. Cette réforme nous paraît sur le plan technique la seule qui puisse ramener vers les fonctions d'enseignement des candidats

que décourage actuellement la longueur des études (nous avons inspecté un maître auxiliaire de qualité qui a mis sept ans pour obtenir sa licence) et leur difficulté. Nous disons bien : sur le plan technique ; nous n'avons pas dans ce rapport à analyser les raisons d'ordre général pour lesquelles tant de licenciés scientifiques renoncent à toute carrière de professeur dans le Second Degré.

Nous terminerons ce rapport en signalant que l'Inspection Générale de Mathématiques a proposé la nomination d'un agrégé de 1955 et de deux agrégés de 1954, libérés du service militaire, dans deux chaires de Mathématiques Supérieures et dans une classe préparatoire à l'Ecole Supérieure d'Electricité. Tous trois, bien que débutants, y ont été nommés. Ce choix témoigne de la confiance de l'Inspection Générale dans les agrégés des promotions récentes et de son souci de leur donner l'occasion, comme l'ont eue leurs aînés, de montrer dans des postes difficiles ce qu'ils sont capables de faire. Nous ne doutons pas de leur succès.
