

Lettre sur les Mathématiques qu'il faut enseigner *

MON CHER WALUSINSKI,

Je voudrais vous dire, pour commencer, à quel point la lecture de votre *Bulletin* me paraît captivante. Pour quiconque s'intéresse à l'éducation en France, il y a des passages des plus instructifs ; pour celui qui s'intéresse à une société de professeurs et à leurs discussions, les nombreux signes de votre activité collective ne peuvent être qu'un encouragement ; pour celui qui veut réfléchir aux diverses manières d'aborder les problèmes de la pédagogie des Mathématiques, vos textes sont une mine. Aussi n'ai-je pas besoin de vous dire que je lis vos *Bulletins* du début à la fin et que j'espère me trouver de plus en plus pris par ce que vous faites en France.

Comme vos textes me font beaucoup penser, il me semble juste de vous faire partager mes réflexions, et si vous les trouvez dignes, je serai honoré de les voir paraître dans les colonnes de votre correspondance.

Vous savez que je consacre une bonne partie de ma vie à l'étude des problèmes que pose l'enseignement des Mathématiques et que mes nombreux voyages m'apportent toujours des données nouvelles que je m'efforce d'intégrer à ma recherche. J'ai ainsi appris à ne plus considérer l'enseignement des Mathématiques comme une affaire appartenant à un pays ou même à un continent, mais comme une activité qui se développe partout, même si c'est selon des modalités diverses du fait des influences historiques et locales. Cependant, j'ai également appris que les inquiétudes de tous ceux qui se préoccupent de ces questions, ici et là, dépassent la pédagogie proprement technique et qu'ils se demandent à quoi, aujourd'hui, sert notre enseignement. En fait, si nous avions des idées plus claires sur notre activité, au lieu d'être inquiets et de consacrer nos énergies à résoudre nos conflits, nous serions tous pris par notre activité et nous prouverions le mouvement en marchant.

Je voudrais faire un peu cela ici-même.

Il semble bien que seule une arrière-garde, nombreuse mais démoralisée, lutte maintenant contre la tendance de ceux qui veulent moderniser les Mathématiques du Secondaire en y faisant régner ce qui domine aujourd'hui la pensée mathématique : la prise de conscience des relations et du dynamisme opératoire.

Mais il me semble que presque personne ne voit encore que les Mathématiques, modernes ou autres, ont, à côté de leur pouvoir de formation spécialisée et intellectuelle, un rôle à jouer dans l'ouverture des esprits sur le monde technologique. Il semble que les professeurs de Mathématiques s'arrêtent à la considération de leur fonction scolaire dans le cadre des programmes, concédant seulement aux professeurs de physique le droit d'exiger, à la rigueur, que certaines questions qui leur servent soient enseignées à certains moments précis des études secondaires.

Ne faudrait-il pas que nous nous attaquions sérieusement à cette question des Mathématiques qu'il faut enseigner pour un but autre que les examens officiels ? D'ailleurs, si les professeurs le veulent vraiment, les programmes et les examens peuvent être changés. Mais, pour le vouloir vraiment, il faut avoir la conviction qu'autre chose, de plus important, pour l'étudiant, que ce à quoi on consacre les heures réservées aux Mathématiques maintenant, existe et est à la portée des nouvelles recrues de l'enseignement.

Voilà pourtant que vos professeurs de physique ont, eux, à faire faire à leurs élèves des études qui couvrent trois siècles de conquêtes scientifiques, et cela en trois ans. A quoi peuvent-ils se consacrer, si ce n'est à une course rapide à travers des notions dites fondamentales ? Il leur faut un outil mathématique qui les aide à aller

(*) Cette lettre n'a aucun caractère personnel. Au contraire, elle intéressera de nombreux Collègues et provoquera, souhaitons-le, de fécondes réflexions.

vite ; il ne faut pas que l'étude de leur cours soit compromise par la nécessité d'enseigner, à un moment précis, les Mathématiques qui leur sont indispensables et qui seraient pourtant en avance sur les programmes officiels de Mathématiques. Cette lutte contre le temps et les programmes, entre physiciens et mathématiciens, est universelle. Elle absorbe toutes les énergies de ceux qui ont, pourtant, un grand désir de résoudre ce problème.

En étudiant cette question d'un point de vue plus détaché, puisque je ne suis pas partie dans le débat, il m'est apparu que la solution ne peut être trouvée en soumettant les programmes de Mathématiques aux besoins des physiciens plutôt qu'aux besoins psychologiques ou affectifs des élèves, et qu'il fallait chercher ailleurs.

Cet ailleurs, aujourd'hui, apparaîtra comme chimérique à cause des difficultés qu'il y aura à le faire accepter. Mais je sais bien que les circonstances et les impasses sérieuses vers lesquelles nous tendons rapidement, viendront réveiller les opposants. J'espère toutefois qu'il y aura quelqu'un, parmi les professeurs qui me liront, qui saura interpréter pour ses collègues la solution esquissée ici et que je vous soumetts comme une affaire urgente.

Le temps de la Mathématique numérique est révolu. C'est-à-dire que les machines résolvent les problèmes. Mais, penser les machines, c'est autre chose que résoudre quelques problèmes numériques. Ces derniers sont du type « atomique » ; les autres du type « agrégats structurés ». Nous devons résolument, en Physique et en Mathématiques, d'abord, changer nos propres habitudes, et ensuite, développer une pédagogie qui rendra facile l'accès aux totalités articulées. Il nous faut nous renseigner sur la façon de penser des ingénieurs des télécommunications, des sociologues, des stratèges et des technologistes et, voyant vers quoi se dirige notre âge, préparer notre jeunesse aux problèmes qu'elle rencontrera, plutôt qu'à ceux, désuets, de nos arrière-grands-pères.

A la suite de cette enquête, relativement aisée et rapide, il devrait être possible de proposer une espèce de programme fonctionnel développé sur les deux classes de la représentation concrète et de la représentation abstraite, allant de l'une à l'autre pour enrichir l'une et l'autre, et tendant à une libération de plus en plus grande de la pensée scientifique des élèves, nos futurs savants et techniciens.

Tout cela est fort vague et risque de ne pas obtenir l'assentiment de vos lecteurs. Mais j'ai eu le loisir de travailler à ce programme fonctionnel depuis trois ans d'une manière détaillée, quoique j'aie été orienté vers ce thème depuis plus de six ans. Etant moi-même parti des sciences physiques et ayant étudié les Mathématiques, momentanément depuis 25 ans, pour mieux m'équiper dans la compréhension des modèles fournis par les physiciens, je crois essentiellement que la tâche est une dans son inspiration, même si, dans le détail, elle se subdivise en deux activités distinctes.

Je commencerais mon enseignement de la physique en Sixième, non pas en donnant seulement à nos élèves des moyens de réaliser certaines expériences, mais aussi avec une étude des champs avec représentation vectorielle. Il suffit d'aller très lentement pour que les élèves acquièrent à douze ans une connaissance de ce que sont des champs uniformes représentés par des vecteurs parallèles et égaux en grandeur et signe, des champs variables et leur représentation par des lignes de force et des vecteurs tangents, compris intuitivement. L'étude se fait en créant des champs physiques et en montrant que certains moyens permettent de les mettre en évidence, mais aussi en schématisant et en utilisant la notation vectorielle. A partir de ces vecteurs, on peut introduire l'addition, la multiplication par un scalaire plus grand ou plus petit que un. De l'addition on tire la somme nulle et les vecteurs opposés, ou la multiplication par un nouveau nombre, le nombre négatif, comme équivalent à une rotation de 180° , suivie d'une multiplication par un scalaire positif.

Ces leçons de Mathématiques-Physique sont aujourd'hui enseignées dans différents pays, à des âges variant de douze à dix-neuf ans. Qu'en concluez-vous ? Pour moi, cette question d'âge est une illusion ancrée dans l'habitude. Le tout est d'aller

très lentement au début, de laisser découvrir les faits, d'aider à les schématiser, de discuter les possibilités de variation des schémas, de les énoncer et de les formaliser enfin. Chemin faisant, nous avons pris conscience de pas mal de choses qui se rapportent à l'algèbre, à la géométrie, à la gravitation, aux champs magnétiques et électro-magnétiques, aux aimants, aux lignes de force, aux tangentes, etc... Nous ne tendons pas à la rigueur, mais à la codification de l'expérience, à la formation de modèles mentaux, quelquefois assistés par le matériel utilisé judicieusement pour produire l'image palpable, et si possible dynamique, de la synthèse.

Evidemment, c'est plus difficile d'enseigner ainsi, mais c'est beaucoup plus intéressant et utile aussi.

Je ne crains pas de mettre les élèves de 12 à 18 ans en présence de circuits pour les faire penser en termes de ces schémas compliqués, afin qu'ils prévoient ce qui se passerait si l'on remplaçait l'un d'entre eux par un ensemble ayant telle ou telle propriété. Une valve et ses caractéristiques, est-ce vraiment si difficile à étudier ? Son étude comporte l'usage de papier quadrillé, le dessin d'un graphique qui a un sens, dont les points particuliers ont un intérêt spécial et dont la pente fournit une valeur importante. Pour tout ce qu'elle nous apprendra, cette étude prend sa place dans le programme, non pas dans le but de renseigner sur les lampes triodes ou autres, comme on le fait à la licence, mais elle nous apprend à connaître une unité essentielle des schémas techniques modernes qui transforment notre planète, tout en servant de prétexte pour l'étude des graphiques, de certaines mesures, de certaines erreurs, etc... Et les moteurs ? Pourquoi retarderions-nous leur étude jusque vers dix-sept ans et les écoles techniques ? Puisque tous les élèves utilisent des moteurs (dans leur tourne-disque ou leur aspirateur, etc...), ils ont déjà une introduction à ce domaine et il est permis d'en démonter un et de voir comment le champ, à l'intérieur du moteur, entraîne la rotation, donnant une occasion de calculer des tours, d'étudier le groupe des rotations, le travail, la puissance, la consommation, la chaleur dégagée, etc... Ces diverses expériences vont s'organiser, non sous les catégories classiques, mais autour de problèmes, et il suffira qu'un certain nombre de professeurs assez savants et assez ouverts se mettent sur cette piste pour qu'une esquisse de programme en sorte, que l'on pourrait alors soumettre à la discussion de l'ensemble des Collègues.

Les critères que nous employons sont : Est-ce que les élèves peuvent avancer sur ce front élargi et synthétique ? Est-ce qu'en fin de compte, ils sont mieux équipés que leurs prédécesseurs pour servir le commerce et l'industrie de leur temps ? Est-ce que l'idéal de culture est sauf et l'esprit aussi alerte et alerté que par l'enseignement remplacé ? Est-ce que les élèves et leurs professeurs ont moins de causes de conflits et d'insatisfaction ? Est-ce que la structure administrative de notre pays en sort intacte ou améliorée, grâce à cet enseignement à la fois empirique et réfléchi ? Est-ce que la formation des professeurs gagne par là, ou entre dans de nouvelles phases difficiles ?

Et bien d'autres du même genre.

Pardonnez-moi si, tout en étant si long, je n'ai pas su être assez précis et au goût cartésien de mes amis français. Je ne pouvais que vous dire un peu de ce que la lecture de votre revue a éveillé en moi dans ce domaine où il faudrait penser neuf.

C. GATTEGNO.

*Professeur à l'Université de Londres,
Secrétaire de la Commission Internationale pour l'Etude
et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques.*
