

Géométrie intuitive

(Extraits) (*)

Avant d'entreprendre un exposé rationnel et cohérent de la géométrie élémentaire, nous voulons organiser un premier enseignement dans lequel les fondements ont un caractère concret et où des raisonnements rigoureux apparaissent graduellement. Proclamons donc avec force que nous voulons apprendre à abstraire et que nous ne voulons pas présenter de l'abstraction toute faite.

Ce programme implique à la fois des méthodes de découverte et de redécouverte et des procédés d'enseignement basés sur l'intuition.

Une collègue étrangère visitait dernièrement des Athénées belges afin de s'initier aux méthodes de la géométrie intuitive. Si elle n'identifiait pas cette géométrie à ce fameux bricolage qu'on a caricaturé comme à plaisir, elle nous plaignait du fond du cœur, s'imaginant que la belle ordonnance de la géométrie d'Euclide était à jamais perdue pour les jeunes générations, l'habileté à plier du papier et à manier les ciseaux ayant fait place à l'aptitude à échafauder une démonstration rigoureuse, nos étudiants se contentant de construire des modèles et se satisfaisant de vérifications expérimentales plus ou moins heureuses. Quel ne fut pas son étonnement de rencontrer des professeurs soucieux dans telle classe de présenter aux élèves une axiomatique de la géométrie élémentaire, dans telle autre d'exposer rigoureusement une théorie des nombres irrationnels ! Elle nous écrivait quelques jours plus tard : « Mais vous attachez autant de prix que nous à la rigueur du raisonnement ! Les préoccupations de vos professeurs sont les nôtres. La différence avec notre enseignement, c'est que vos cours de géométrie ont une large base de sustentation expérimentale, exploitée à ciel ouvert ; les manipulations de modèles servant de base et de point de départ à de nouveaux problèmes résolus par le raisonnement. »

On pourrait ajouter à cette heureuse mise au point de notre collègue que, chaque fois que des professeurs ont tenté de présenter des questions classiques sous une forme plus moderne, c'est-à-dire plus rigoureuse et plus abstraite que les exposés traditionnels, ils ont généralement été compris des élèves. Mieux même, ceux-ci — à condition d'y avoir été quelque peu préparés — ont marqué une préférence pour la démonstration la plus abstraite. Nous n'y voyons aucun paradoxe, pas plus qu'au fait que le professeur d'université, qui a été le promoteur en Belgique des méthodes intuitives dans l'enseignement des Mathématiques, est sans doute un des esprits les plus abstraits que nous ayons connus...

...L'enfant doit être au centre de nos préoccupations. Tel que nous l'accueillons au seuil de l'Enseignement secondaire, il a de grandes possibilités, il possède une expérience mathématique assez vaste qu'on est

(*) Faute de place, nous avons dû nous résoudre à quelques coupures dans la conférence de M. Jéronnez. Nous retenons les remarques de portée générale et les instructifs détails sur la progression des études dans les classes secondaires belges. On se reportera à l'article que M. Jéronnez avait bien voulu nous donner (Bulletin 167).

loin d'avoir complètement explorée et dont, en tout cas, on n'a pas tiré suffisamment parti. Perdre cette richesse précieuse est une maladresse ! Mais, *traumatiser* de jeunes cerveaux au contenu si riche, en leur imposant toutes faites et complètement élaborées nos Mathématiques d'adultes, est sans doute beaucoup plus grave !...

...Laissez donc l'enfant manier des réglettes et des bâtonnets, découper du carton, plier du papier, tendre des élastiques entre les clous du géoplan, assembler des tiges de meccano, tendre des fils, manier les ciseaux, la scie à découper, et même le fer à souder ! *C'est à partir de ces actions extérieures qu'il intériorise constamment des abstractions...*

**

En Sixième, nous partons de solides connus globalement avant l'entrée à l'Athénée ou à l'Ecole Moyenne : cubes, parallélépipèdes, prismes réguliers, pyramides régulières, cylindres et cônes. Les sections planes réalisées par les élèves dans ces solides détermineront des *familles de figures* que nous considérons plutôt qu'une figure particulière. C'est ainsi que nous obtenons des familles de rectangles ou de parallélogrammes semblables, des familles de losanges ayant une diagonale commune, des familles de rectangles ayant une même dimension, etc... Il est inutile de mettre en évidence la nécessité de considérer des familles d'objets plutôt qu'un objet isolé. Insistons pourtant sur le fait que, lors de l'étude du triangle isocèle, par exemple, nous faisons construire par nos élèves des triangles très pointus ou très aplatis, de ces triangles qu'on ne dessine jamais parce qu'il est peu commode d'y tracer des hauteurs ou des bissectrices, ou parce que le centre du cercle circonscrit sort des limites de l'épure. Des enquêtes récentes l'ont prouvé : nos élèves admettent difficilement, lors d'une première étude, qu'une propriété démontrée pour un triangle isocèle bien déterminé — pour donner un exemple suggestif — soit encore vraie pour un triangle isocèle de forme très particulière, ou pour un très grand triangle.

Ajoutons enfin que, dès la Sixième, nous considérons des *figures semblables* : par exemple, les polygones obtenus en coupant une pyramide par des plans parallèles à la base. Nous ne manquons pas, évidemment, d'attirer l'attention des élèves sur les propriétés de ces figures pour arriver à des définitions dégagées du concret et à des implications équivalentes entre propriétés.

En Cinquième, la construction de modèles a pour but de maintenir la liaison plan-espace et d'éviter toute solution de continuité avec le cours de l'année précédente. C'est aussi l'occasion de rencontrer des figures planes égales qui ne sont pas situées dans le même plan : la géométrie plane est celle des figures planes et non celle de figures qui ne pourraient jamais sortir d'un seul plan, une espèce de géométrie entre deux plaques de verre.

C'est encore le souci de faire construire par les élèves eux-mêmes des figures, qui doivent être l'objet d'une étude particulière, qui provoque la réalisation de modèles.

Telle pyramide à base carrée, obtenue en décomposant le cube en

trois parties égales, est coupée par un plan perpendiculaire à la base et passant par une diagonale de cette base. Quelle est la nature du triangle obtenu ? Si nous coupons le solide considéré par des plans parallèles au premier plan de section, avons-nous encore un triangle isocèle ? Les triangles ainsi formés sont-ils semblables ? Obtient-on toujours un triangle ?, etc... Bien entendu, les constructions en question ne sont pas faites par tous les élèves et toutes les sections ne sont effectivement réalisées sur le modèle concret, mais suggérées, évoquées à la représentation mentale.

En procédant de cette façon, le sujet d'étude se développe à partir de l'élève et par lui : les difficultés se présentent d'elles-mêmes ; la curiosité et l'activité sont provoquées naturellement. Au contraire, la figure tracée par le professeur, qui impose la recherche d'une propriété déterminée, aura-t-elle jamais, pour l'élève, le même intérêt ?

Notons encore que, lorsque le professeur se contente au moment propice de faire imaginer le modèle et non plus de le construire, il quitte l'intuition sensible et fait alors appel à l'intuition mentale, à cette représentation intérieure abstraite, sans laquelle la Mathématique est impossible.

En Quatrième, nous travaillons dans le même esprit qu'en Cinquième. On fait davantage appel à l'intuition mentale. On continue à considérer des sections dans les solides. Mais, de plus en plus, il s'agit de sections par des plans qui varient suivant une loi déterminée. Il s'ensuit des calculs de variation de longueurs, d'aires, de volumes. L'activité manuelle peut ici n'être qu'un prétexte à l'activité intellectuelle.

Des systèmes articulés illustrent l'étude de lieux géométriques. Quant aux notions de géométrie dans l'espace figurant au programme de Quatrième, elles s'introduisent naturellement et facilement en utilisant les constructions des années précédentes.

Cette partie du cours de Quatrième a le mérite de clôturer un premier cycle d'études de la géométrie en revenant au point de départ, c'est-à-dire aux modèles réalisés en Sixième. Il était inutile d'attendre le cours de Seconde — comme on le faisait traditionnellement — pour commencer l'étude très simple et raisonnée de cette géométrie des solides.

Le cours de Troisième constitue, à nos yeux, un nouveau seuil de l'enseignement de la géométrie : il a un caractère nettement déductif. La conception des figures abstraites se précise par le retour aux premiers éléments de la géométrie démontrée. Si, pour nous, il ne s'agit peut-être pas de tout reprendre, il faut cependant qu'il y ait, de la part de l'élève, à l'occasion d'une révision synthétique, une prise de conscience que nos raisonnements se rapportent aux figures abstraites du mathématicien. *Cela ne veut pas dire que nos cours ne conservent pas une large base concrète.* Et à cet égard, malgré l'accent porté sur l'abstrait, il ne peut y avoir de rupture avec la méthode des cours précédents.

La géométrie enseignée en Troisième continuera à s'enrichir du contact avec le monde physique. On fera encore construire des modèles, on réalisera une géométrie de mouvement, on tirera parti d'expériences du cours de physique comme d'observations faites dans la pratique des

métiers. Il ne s'agit donc pas d'en revenir à ce que le géomètre anglais SIMPSON appelait déjà « un conformisme euclidien trop étroit ».

Il convient de souligner combien le recours aux modèles construits dans les trois classes inférieures facilite l'étude du cours de *Seconde* de géométrie dans l'espace.

La seule difficulté est le passage aux éléments infinis ou illimités : droite, plan, parallélisme. Mais il est possible de préparer ce passage — qui peut être une source de difficultés ou même d'échecs pour certains élèves — dans les classes précédentes. Citons l'exemple très simple de la juxtaposition de cubes ou de parallélépipèdes égaux (construits en Sixième) placés sur une table et formant une espèce de pavage.

On donne ainsi une idée de ces portions de plan « indéfiniment » prolongées. On peut concevoir de même des manipulations préparant une axiomatique que nous verrions volontiers incorporée au programme des *classes de Première*, à la place (nous parlons de la classe de Première latin-grec) des calculs d'aires et de volumes par des méthodes anciennes ne présentant qu'un faible intérêt pour nos rhétoriciens capables de les traiter par le calcul intégral.

Enfin, dans les classes de Première scientifique et de Première latin-mathématiques, il est utile de réaliser des modèles — parfois très simples — expliquant et enrichissant des notions paraissant présenter pour l'élève certaines difficultés.

Vous avez pu voir à l'exposition toute une série de modèles réalisés à partir de quelques situations mathématiques très simples. Par exemple, la considération de deux droites gauches et de leur plus courte distance suggère différents modèles dont la réalisation a posé de nombreux et intéressants problèmes.

Citons encore la figure formée de trois droites gauches deux à deux et de l'ensemble des droites s'appuyant sur ces trois directrices. Dans l'un des modèles se rapportant à cette question, vous aurez pu voir représentée la génération projective d'un conique.

Après avoir pratiqué pendant plusieurs années, d'une façon de plus en plus délibérée ces méthodes d'enseignement rompant résolument avec la routine, après en avoir contrôlé expérimentalement l'efficacité, nous avons la conviction que ces méthodes sont encore susceptibles d'être perfectionnées et qu'elles ouvrent un champ dont on ne peut exploiter toutes les ressources. Au professeur, elles offrent sans cesse la possibilité de modifier constamment les sujets d'étude proposés à lui-même comme à ses élèves, de varier indéfiniment et le choix des exercices et la façon de présenter des notions nouvelles.

Mais nous pensons surtout à tout le profit qu'en tirent nos élèves, au plaisir qu'ils prennent à réaliser des modèles, aux joies esthétiques qu'ils leur donneront, au bonheur qu'ils ressentent à rencontrer des problèmes difficiles et à en vaincre les difficultés. Nous pensons à ces élèves classés hâtivement dans la catégorie des « faibles en Mathématiques » et à qui le contact avec la géométrie intuitive a rendu le goût de la géométrie démontrée, a donné la satisfaction de la découvrir sous un aspect moins abrupt et d'y inventer de façon personnelle.

Il n'est sans doute pas vrai que seule une minorité d'individus est

capable d'accéder au « temple de la Mathématique ». Les méthodes que nous préconisons le prouvent ; elles nous ont permis de récupérer des bons parmi les médiocres, comme aussi de rendre les bons excellents. Parce qu'elles suscitent constamment l'activité créatrice des élèves, — cette activité créatrice qui est, selon M. CHOQUET, ce qu'il y a de plus spécifiquement humain —, elles donnent toute sa signification à un enseignement dont la valeur est primordiale. Parce qu'elles sont plus dynamiques et plus fructueuses que certaines méthodes traditionnelles, elles donneront finalement au pays plus de mathématiciens et de physiciens. La science et l'industrie en ont un besoin pressant et toujours accru. N'est-ce pas pour nous un devoir d'être attentif à ce problème d'ordre social ?

L. JÉRONNEZ,
Athénée Royal de Binche.
