

Retour de Belgique

C'est en novembre 1951, aux Journées de Mathématiques franco-belges de Sèvres, que j'ai rencontré nos collègues de Belgique. M. le Directeur général BRUNOLD m'avait demandé de faire un exposé sur le recours au réel dans l'enseignement des Mathématiques.

Je me proposais deux buts :

— a) montrer le matériel didactique que j'avais fait réaliser pour illustrer mon enseignement, en indiquant le bénéfice de cette illustration ;

— b) montrer le double aspect, éducatif et pratique, de l'enseignement des Mathématiques dans nos écoles techniques.

Nos amis belges ont été intéressés par ces réalisations et m'ont invité à participer à leur Congrès de Berchem les 12 et 13 novembre 1955.

Avec de grosses difficultés, j'ai donc transporté à Anvers une partie du matériel présenté à Sèvres, matériel dont je me sers couramment.

Avant de donner la liste des objets exposés, je ne crois pas inutile de situer brièvement les conditions dans lesquelles nous enseignons dans nos écoles techniques :

a) Nos professeurs doivent s'adapter à des écoles très diverses, comme l'indique le tableau ci-contre.

Formation poursuivie.	Etablissements scolaires donnant cette formation	Sanction des études
Ouvrier qualifié.	Centres d'Apprentissage. Cours Professionnels obligatoires.	C.A.P. (1).
Maîtrise.	Collèges Techniques (C.T.) (2).	Brevet d'Enseignement Industriel, Commercial, Social, Hôtelier.
Technicien.	Ecole Nationale Professionnelle (E.N.P.) (2). Cours de Perfectionnement. Cours de Promotion du Travail.	Diplôme d'élève breveté des E.N.P. Brevet supérieur d'études commerciales. Brevets de techniciens.
Ingénieur.	Ecoles Nationales d'Ingénieur Arts et Métiers. Ecole Nationale Supérieure de Céramique industrielle. Ecole d'Ingénieurs de Strasbourg. Ecole des Arts et Industries textiles de Roubaix. Ecole de radio-électricité et d'électricité appliquée de Clichy.	Diplômes d'ingénieurs.

b) La plupart de nos élèves viennent dans nos écoles pour apprendre un métier ; ils ont un sentiment très vif de l'utile, particulièrement sensible dans les Cours de Promotion du Travail. Il est courant, en effet, dans ces classes, d'être soumis à cette question : « Mais à quoi cela pourra-t-il nous servir ? » Besoin fort compréhensible de la part de tel

(1) C.A.P. : Certificat d'Aptitude Professionnelle.

(2) *Remarque* : Des sections de préparation aux concours d'entrée dans les écoles d'ingénieurs du type E.N.I.A.M. existent dans la plupart des E.N.P. et dans un certain nombre de Collèges Techniques, à partir de la classe de Seconde, pour les élèves les mieux doués. Les programmes de ces classes permettent à ces élèves de se présenter au baccalauréat.

ouvrier qui a le courage, après sa journée de travail, de venir à ces cours. Pour peu qu'on sache le rassurer, lui fournir quelques justifications, on le verra souvent se prendre au jeu et s'intéresser réellement aux Mathématiques. Étudiées d'abord dans un esprit utilitaire, elles deviennent le but essentiel.

c) Le double souci d'apprendre un métier et de former l'esprit a pour conséquence inévitable un horaire hebdomadaire de présence à l'école très lourd : 40 heures au moins. L'élève de l'Enseignement technique dispose donc de peu de temps pour l'étude personnelle, la réflexion, la lecture. L'enseignement doit être conduit de telle sorte que l'essentiel de la leçon soit acquis à la fin du cours ; c'est ce qui explique le recours à une pédagogie particulière.

Un des moyens, particulièrement efficace, de cette pédagogie consiste à accrocher solidement l'enseignement au réel. A l'aide de dessins, de solides géométriques, de figures animées... A l'aide aussi d'exemples pris dans les sciences et dans les techniques, utilisant le langage et l'outil mathématiques.

Nous disons bien *un moyen*, car nous nous proposons de donner à l'élève une réelle éducation mathématique. Nous voulons qu'il sente la nécessité des définitions précises, qu'il comprenne bien aussi la différence entre la preuve logique et la preuve expérimentale. Nous ne le mènerons pas toujours très loin dans le chemin de l'abstraction, mais nous nous efforcerons de tirer de lui le maximum.

On me demande parfois si mes élèves, grâce à ces méthodes, sont plus forts en Mathématiques. Je réponds que je n'en sais rien, qu'il est impossible de le savoir. Ce que je sais, c'est qu'ils sont intéressés et que j'ai amené, de cette manière, un grand nombre d'entre eux à aimer les Mathématiques. Je sais aussi que cela n'a pas freiné l'élan des meilleurs, au contraire.

On m'a reproché de diminuer l'effort, seul profitable, dit-on, pour acquérir une culture. Je réponds que nous disposons de peu de temps et que toute méthode qui permet de gagner du temps pour obtenir un résultat déterminé doit être expérimentée.

Il est possible que quelques professeurs belges se soient inspirés de mes réalisations, — et j'en suis heureux —, mais, ce qui est certain, c'est la moisson d'enseignements que je ramène du Congrès de Berchem, et, en particulier, de la splendide exposition qui l'illustrait. Le matériel exposé était destiné à l'enseignement secondaire et aux deux premières années de licence. Exposition riche par l'abondance et la variété du matériel présenté ; exposition d'une élégance raffinée et d'un très grand attrait.

Qu'il me soit permis d'avoir ici une pensée reconnaissante à l'égard de nos obligeants amis belges.

Voici maintenant la liste des objets que j'ai présentée à Berchem, sous le titre :

**Matériel didactique pour l'illustration
de l'enseignement des mathématiques**

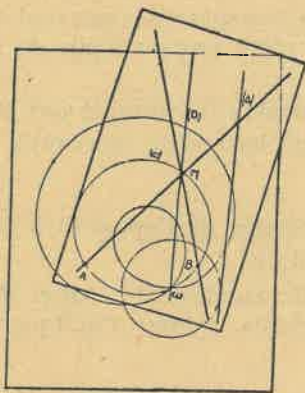
GÉOMÉTRIE PLANE

I. — Glissement d'un plan sur un plan

A) 1^{er} cas. — Deux droites du plan mobile glissent sur deux points A et B du plan fixe.

Réalisation : Dans une plaque de plexiglass de deux millimètres d'épaisseur, deux rainures rectilignes ont été taillées. Elles forment entre elles un angle α .

Après avoir tracé sur une feuille de papier les lieux géométriques ou les enveloppes que l'on veut mettre en évidence, fixer cette feuille à une planche et planter, en deux points A et B convenablement choisis, deux pointes fixes sur lesquelles glisseront les rainures de la plaque mobile.



(fig. 1)

On peut mettre en évidence, à l'aide de ce dispositif :

- a) le lieu des points M d'un plan tels que $\widehat{AMB} = \alpha$;
- b) le lieu des points M tels que $(\vec{MA}, \vec{MB}) = \alpha + k2\pi$;
- c) le lieu des points M tels que $(MA, MB) = \alpha + k\pi$;
- d) l'enveloppe d'une droite du plan mobile ;
- e) le lieu d'un point de ce plan ;
- f) le roulement d'un cercle du plan mobile sur un cercle du plan fixe.

B) 2^e cas. — Deux points du plan mobile glissent sur deux droites du plan fixe (mouvement de la bande de papier dans un tracé de l'ellipse).

Les deux plans sont matérialisés par deux plaques de plexiglass. L'une d'elles porte deux rainures, comme précédemment ; à l'autre sont fixés deux goujons qui glisseront dans les rainures de la plaque fixe.

On peut, à l'aide de ce dispositif, illustrer les propositions suivantes :

a) le mouvement du plan mobile peut être obtenu par le roulement d'un cercle sur un autre cercle ;

b) tout point du cercle mobile décrit un diamètre du cercle fixe (théorème de La Hire) ;

c) tout autre point du plan mobile décrit une ellipse.

MAQUETTES ANIMÉES (système Quevron-Pasquet)

Ces maquettes sont en plexiglass, mais plus complexes que les précédentes et difficilement réalisables dans nos ateliers. Nous avons exposé :

a) l'inverseur de Peaucellier ;

b) un dispositif montrant une génération tangentielle du périmètre d'un carré (principe du mortaisage d'un trou de section carrée) ;

c) distribution de la vapeur dans une machine à tiroir (très suggestif, plus efficace qu'une série de croquis, moins coûteux qu'un film).

Toutes ces maquettes transparentes peuvent être projetées au tableau ou au plafond, même en plein jour, à l'aide de la lanterne L.M.E.

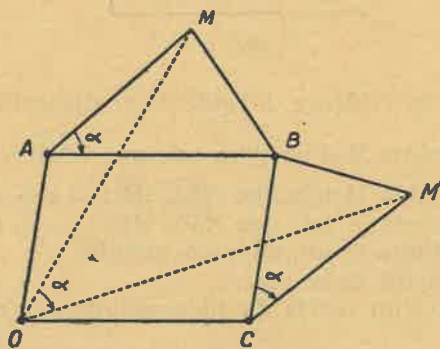
II. — Systèmes articulés (la plupart ont été réalisés à l'aide de barres de meccano)

A) Transformations :

a) Translateur et principe de l'appareil à dessiner.

b) Rotation et similitude.

Principe de l'appareil : Sur les côtés AB et BC d'un parallélogramme articulé OABC sont assujettis, comme l'indique la figure 2, deux trian-



(fig. 2)

gles en carton ABM et CM'B, semblables. Quelle que soit la déformation de l'instrument, le triangle OMM' reste semblable au triangle ABM. Si l'on fixe O, l'appareil réalise une similitude, transformant M en M'.

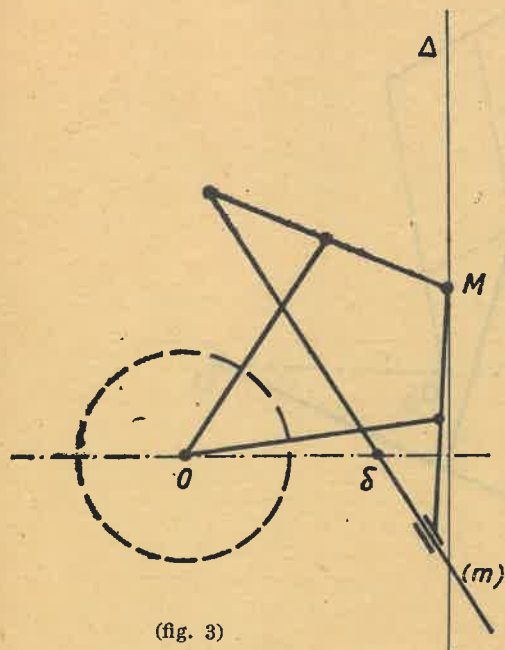
Dans un cas particulier, cette similitude est une rotation.

c) Homothétie (pantographe).

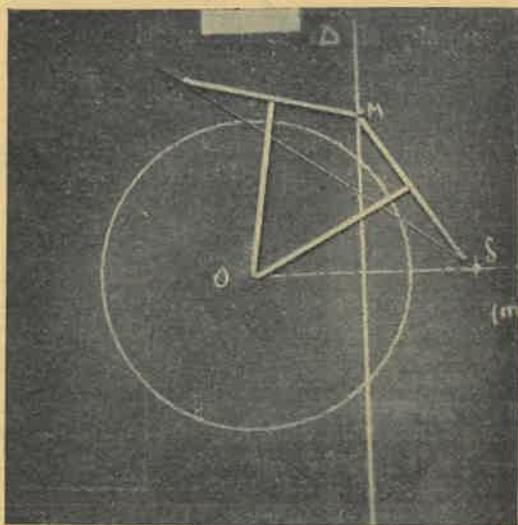
d) Inverseurs de Peaucellier et de Hart.

e) Transformation par polaires réciproques.

Principe de l'appareil : Si l'on supprime deux côtés du losange d'un inverseur de Peaucellier, les autres étant prolongés de leur longueur, la droite passant par les extrémités des segments obtenus est la polaire du sommet libre du losange par rapport au cercle d'inversion (fig. 3).



(fig. 3)



(fig. 3 bis)

A l'aide de cet instrument, on vérifie les propriétés suivantes :

- a) si la polaire de A passe par B, la polaire de B passe par A ;
- b) si un point décrit une courbe (Γ), sa polaire enveloppe une courbe (γ) ;
- c) réciprocity de cette transformation : si un point décrit (γ), sa polaire enveloppe (Γ).

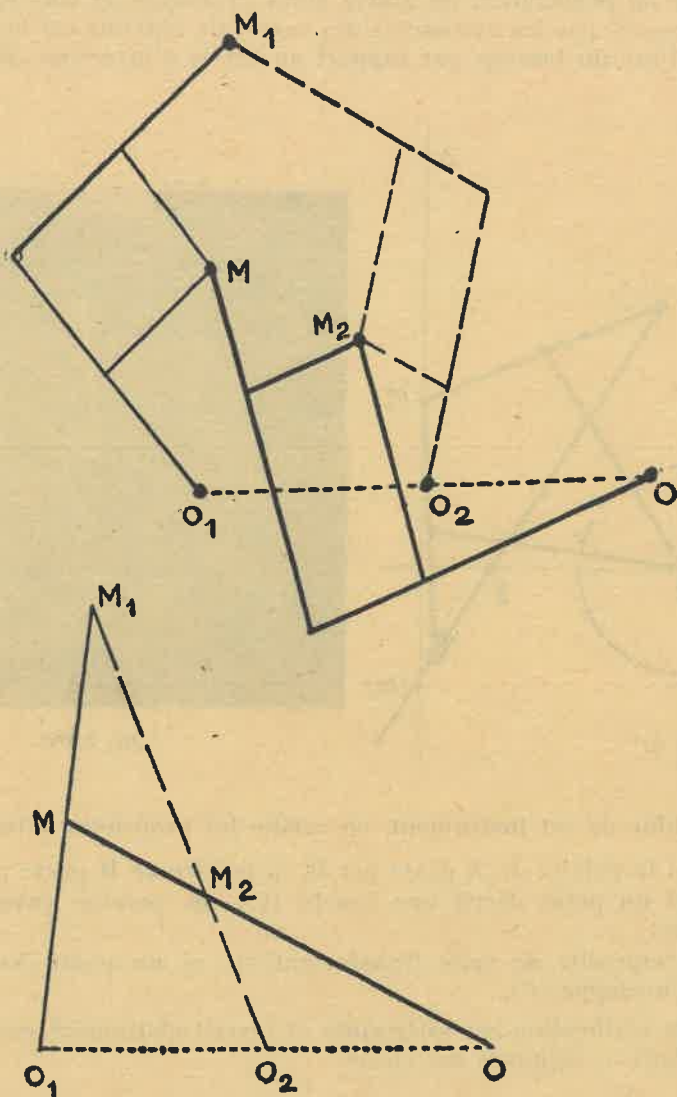
Cette vérification est saisissante et inscrit clairement ces trois propriétés dans la mémoire des élèves.

B) Produits de transformations :

Exemple : Produit de deux homothéties (fig. 4).

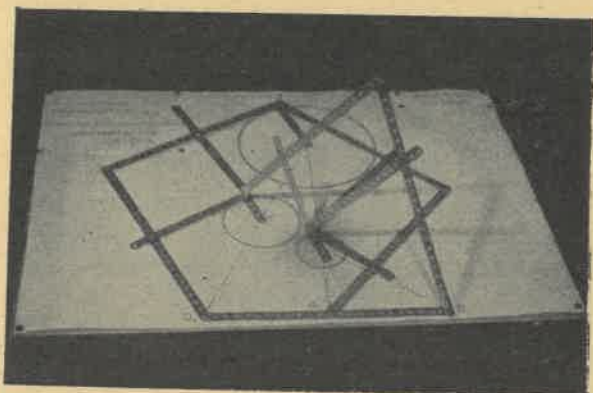
Principe : Dans un plan horizontal, accoupler convenablement deux pantographes P_1 et P_2 , capables respectivement des homothéties (O_1, K_1)

et (O_2, K_2) . Le premier transforme un point M en M_1 , le second transforme M_1 en M_2 . Un pantographe P , capable de l'homothétie de centre O tel que $\frac{\overrightarrow{OO_1}}{\overrightarrow{OO_2}} = \frac{1 - K_2}{K_2(K_1 - 1)}$ et de rapport $K = K_1 K_2$, est placé dans un plan vertical. Il transforme directement M en M_2 .



(fig. 4)

Enoncé concret de la propriété : Un pantographe unique peut réaliser la même opération que deux pantographes accouplés.



(fig. 4 bis)

Cet énoncé est compris d'emblée par les élèves et constitue une passerelle vers l'énoncé abstrait : « Le produit de deux homothéties est une homothétie. »

Sur le même principe, on peut réaliser le produit de deux translations, d'une translation et d'une homothétie, de deux inversions.

III. — Autres illustrations des transformations

1) Trois miroirs formant un trièdre trirectangle permettent d'illustrer le produit de deux et de trois symétries par rapport à des plans. Applications diverses.

2) *Exercices graphiques sur les transformations.* — Ces exercices ont pour but de fixer dans la mémoire des élèves les définitions et les propriétés caractéristiques des transformations.

Construction des transformées de quelques figures (figure quelconque, droite, cercle) :

- 1) dans un déplacement,
- 2) dans une translation,
- 3) dans une rotation,
- 4) dans une homothétie définie :
 - a) par son point double et son rapport,
 - b) par son point double, un point et son transformé,
 - c) par son rapport, un point et son transformé,
 - d) par deux couples de points homologues,
- 5) dans une similitude définie :
 - a) par son point double, son angle et son rapport,
 - b) par deux couples de points homologues.

IV. — Constructions exactes et constructions approchées

Ces exercices ont pour objet de préciser ce qu'est une construction géométrique (construction logique). La réalisation d'une construction géométrique est déjà une construction approchée. Un tracé non exact dans son principe peut être plus précis qu'un tracé dérivant d'une construction géométrique.

V. — Liaison entre le dessin et la géométrie

Tracé de courbes. Perspectives en couleur illustrant les théorèmes de Dandelin.

GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

Les figures de la géométrie plane sont un support et un aide-mémoire pour les raisonnements. Les élèves n'ont pas ce support en géométrie dans l'espace : ils voient mal dans l'espace. L'usage immodéré qu'on fait des démonstrations par l'absurde rend aride l'étude de cette partie de la géométrie.

Le premier enseignement de la géométrie dans l'espace pourrait être expérimental ; il aurait pour but de faire un inventaire et une définition des figures nouvelles à étudier ; on ferait apprendre aux élèves les définitions de ces figures.

Voici quelques-uns des modèles exposés :

- 1) plaques en tôle enduites d'ardoisine ;
- 2) dièdres et trièdres en tôle ;
- 3) diverses réalisations de solides, en tôle, en carton et en bois ;
- 4) cylindres divisés à l'aide de génératrices équidistantes et de parallèles équidistants (illustration des coordonnées cylindriques, étude de l'hélice) ;
- 5) hélice en laiton et gaine hélicoïdale pour montrer que l'hélice peut glisser sur elle-même ;
- 6) tore en bois et sections diverses : section de Villarceau en particulier ;
- 7) sections circulaires d'un cône oblique à base circulaire ; deux sections antiparallèles sont cosphériques (cette maquette, réalisée par un élève, a donné lieu à des problèmes techniques qui ont vivement intéressé le jeune constructeur) ; application : tubulure coudée ;
- 8) tournage conique ; deux maquettes montrant que :
 - a) si la trajectoire rectiligne de la pointe de l'outil rencontre l'axe (réglage correct), on obtient un tronc de cône ; une section parallèle à l'axe est une hyperbole ;
 - b) si cette trajectoire et l'axe ne sont pas dans un même plan (mauvais réglage), on obtient un hyperboloïde de révolution ; une section parallèle à l'axe montre deux génératrices rectilignes.

GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE

- 1) *Travaux dirigés* pour illustrer les premières leçons de géométrie descriptive (pliage de carton).
- 2) *Epure relative à la réflexion d'un rayon lumineux sur trois miroirs formant un trièdre trirectangle.*
- 3) Epure, tracé sur tôle et réalisation d'un raccordement de cylindres.
- 4) Angle de deux plans.

Applications :

- a) angle de pliage d'une cornière servant à assembler deux faces d'une trémie ;
- b) angle du développement de cette cornière.

ALGÈBRE

- 1) Graphiques et abaqués divers.
- 2) Tableau mettant en évidence la croissance des divers termes d'un polynôme lorsque la variable tend vers l'infini.

Principe : Soit le polynôme :

$$y = x^3 + 5x^2 + 20x + 50$$

L'unité de longueur étant le millimètre, x^3 est le volume d'un cube d'arête x , x^2 le volume d'une plaque prismatique à base carrée de côté x et de hauteur 1 ; x est le volume d'une barre prismatique de longueur x dont la base carrée a pour côté 1 ; 1 est la mesure du volume d'un cube d'arête 1.

On dessine la perspective des différents solides représentant les termes du polynôme pour les valeurs suivantes de x : 1 ; 10 ; 100 ; 400. Le dessin montre d'une manière saisissante la prédominance des termes de plus haut degré lorsque x est très grand.

3) *Vitesse moyenne et vitesse à un instant donné* : comparaison graphique d'un mouvement varié et d'un mouvement uniforme ; nous donnerons la reproduction de ce tableau dans un prochain numéro.

A. BIGUENET.
