

## **Modèles, objets concrets et symboles**

Le thème de notre troisième Congrès : « Sources concrètes et intuitives de la Mathématique », est un des plus captivants.

Tout d'abord, il est illustré par l'exposition de matériel didactique, ensuite l'usage de ce matériel provoque l'enthousiasme des uns, la résistance de combien d'autres, l'indifférence de certains. L'emploi des modèles mathématiques est une question controversée : c'est donc un excellent sujet de discussion.

Nous l'avons choisi pour thème de nos débats, non seulement parce que l'histoire des Mathématiques nous montre toute la part d'inspiration trouvée par de grands mathématiciens dans l'étude des questions posées à propos de la réalité physique, non seulement parce que notre vie quotidienne et le travail scientifique montrent toute la valeur pratique des Mathématiques dans notre action sur le réel. Nous l'avons choisi parce que, d'un point de vue pédagogique, nous partageons la conviction qu'un usage rationnel et raisonnable de modèles concrets peut insuffler une vie nouvelle à l'enseignement des Mathématiques.

On peut faire des Mathématiques, de très belles et de très hautes, coupées du réel, sans se soucier ni de l'origine expérimentale et psychologique des notions de base et des problèmes, ni de l'emploi concret des résultats : l'œuvre de Charles HERMITE est là pour le prouver.

Mais, s'il s'agit d'enseigner les Mathématiques, il faut apprendre à élaborer les concepts fondamentaux, apprendre à se poser des problèmes, apprendre à les résoudre et à interpréter les résultats. Pourquoi ne pas prendre appui sur le concret, habituer à y découvrir des relations abstraites, raisonner sur elles et confronter les conclusions avec l'expérience ? Expérience étant pris au sens le plus large, on peut faire une expérience de logique, une expérience d'arithmétique, une expérience de géométrie... ; toutes les branches de la Mathématique : logique, arithmétique, géométrie, algèbre, ont un de leurs visages tourné vers l'expérience.

En alimentant la Mathématique par l'expérience, on lui donne tout l'intérêt et l'efficacité d'une langue vivante toujours au contact de l'objet de son expression. Quoi d'étonnant si on la rend plus accessible au plus grand nombre et aussi si on la fait intégrer avec une vigueur plus complète par les bien doués ?

A la base d'un enseignement, il y a une philosophie de cet enseignement. Cette philosophie peut être consciente et s'exprimer en principes, elle peut rester implicite et se montrer dans une façon de faire. Tout enseignement de la Mathématique et de la Physique résout à sa manière le problème des rapports du réel et du pensé, la question des liens du concret et de l'abstrait. Il répond à une vue sur la nature de la Mathématique.

Comme le prétendent les philosophes idéalistes, les relations mathématiques préexistent-elles dans l'esprit indépendamment de toute expérience du réel ? Résultent-elles purement de l'activité créatrice de

l'esprit ? Sont-elles, au contraire, imposées par l'expérience ? Sont-elles extraites du concret comme le veulent les empiristes ?

Ces deux thèses antagonistes décrivent plutôt chacune un aspect de la Mathématique. Elles conviennent sans doute à des mathématiciens de tempéraments et d'esprits opposés et leur donnent des styles de pensée différents. Rappelez-vous comment Henri Poincaré distingue ce qu'il appelle les analystes : Méray, Hermite, Weierstrass, des géomètres : Klein, Riemann, Lie. « Les uns sont avant tout préoccupés de logique ; à lire leurs ouvrages, on est tenté de croire qu'ils n'ont avancé que pas à pas. Les autres se laissent guider par l'intuition et font du premier coup des conquêtes rapides, mais précaires... » (1).

Les deux thèses radicales des idéalistes et des empiristes sont incapables de rendre compte, de façon satisfaisante, de la Mathématique dans son ensemble, en tant qu'activité intellectuelle créatrice ayant une portée sur le réel. Aussi, les thèses conciliatrices n'ont-elles pas manqué. Nous citerons celle de H. POINCARÉ : les notions mathématiques ont été suggérées par l'expérience, mais ensuite reconstruites par l'esprit, qui les a dégagées de tout contenu expérimental. Nous ne nous arrêterons pas à discuter cette formule qui sépare un peu trop le moment rationnel du moment expérimental. Nous remarquerons simplement que les penseurs tels que Brunschwig, Enriques et Gonseth, qui ont apporté sur l'activité mathématique le plus de clarté, ont eu un même souci d'unir et de distinguer la Mathématique abstraite et la réalité physique dans une évolution dialectique.

Il ne s'agit pas ici d'ouvrir un débat philosophique, mais de discuter d'enseignement. Comme enseignants, nous avons une philosophie moins théoricienne, que nous pouvons contrôler et ajuster d'une façon un peu pragmatique d'après nos expériences quotidiennes. Celles-ci nous ont appris que toute intelligence, quel que soit son donné congénital, se développe au cours de l'enfance et de l'adolescence. Notre façon de traiter le problème du concret et de l'abstrait devra considérer non une intelligence adulte, plus ou moins mûre, mais des intelligences juvéniles en devenir dans un milieu naturel et un milieu social. Notre enseignement tiendra compte d'une acquisition génétique des Mathématiques et tirera parti des apports de la psychologie. Et, quand je parle de psychologie, je n'entends pas une psychologie toute faite qui dicterait à l'enseignant ce qu'il doit faire, mais une psychologie que le maître éprouvera par son action et complétera par ses propres constatations.

Les exposés que vous allez entendre mettront l'accent sur certains aspects pédagogiques du passage de l'intuition sensible à la construction rationnelle. C'est pour servir d'introduction, situer la question, éviter des redites et des malentendus que le Comité m'a chargé de présenter les rapports du concret de l'abstrait.

Tâche redoutable si nous avons voulu examiner les solutions que les philosophes et les mathématiciens ont proposées. Tâche plus aisée si

---

(1) H. POINCARÉ : « La Valeur de la Science », première partie, ch. 1<sup>er</sup>, p. 11 et 12.

nous acceptons d'envisager la question au niveau de notre enseignement et de prendre appui sur ce que les élèves nous apprennent quand nous nous mettons à leur école.

L'usage des moyens intuitifs et concrets en Mathématique doit être situé dans notre pédagogie. Nous devons préciser ce que nous attendons de ces moyens, savoir le rôle qu'ils jouent ou que nous voulons ou pouvons leur faire jouer.

Pour éclairer notre travail, je vous préviens que dans les exposés qui vont être faits, ainsi que vous pourrez en juger, les rapporteurs s'entendent tous pour avoir raisonnablement recours au concret. Mais aucun d'eux ne veut défendre un usage en quelque sorte intégral des moyens intuitifs, en toute occasion, à tout propos et hors de propos.

Nous avons pensé que, pour examiner ensemble le rôle du concret, il convenait que ceux qui en sont partisans parlent de leur expérience et expliquent leur point de vue. C'est à partir de ce qui sera ainsi proposé clairement que nous ouvrirons le débat. S'il y a des adversaires de l'emploi du concret, ou de tel recours au concret, ils pourront alors formuler nettement leurs critiques et présenter leurs observations d'une manière positive. Ils nous aideront à mieux poser ensemble les problèmes relatifs à la place de l'intuition sensible dans notre enseignement.

Nous voulons considérer des faits et discuter des idées nettes, effectivement défendues. Nous ne pouvons nous attarder à nous battre contre des moulins à vent, je veux dire à disputer d'opinions caricaturales que les uns pourraient prêter aux autres.

En premier lieu, sommes-nous d'accord pour dire qu'aucun professeur de Mathématiques ne veut remplacer les démonstrations par des démonstrations concrètes ? Dans notre enseignement, les moyens intuitifs seront accompagnés d'abstraction et de raisonnement.

Inversement, tout professeur, même s'il se veut très rigoureux, très logicien, a recours à l'intuition. Qui de nous, dans ses calculs, quelle que soit d'ailleurs leur signification abstraite, ne se repose-t-il pas constamment sur la constatation que les manipulations concrètes de symboles sont bien effectuées ? Qui de nous dirait-il que les figures tracées au tableau sont inutiles, que les élèves pourraient s'en passer ? Qui de nous oserait prétendre que les démonstrations fort honnêtes qui sont faites en classe ne sollicitent dans aucun cas la figure ? En particulier, les questions relatives aux régions déterminées sur une ligne, ou dans un plan ou dans l'espace, par une configuration donnée, sont-elles toujours, et même parfois, étudiées avec rigueur ? Je ne le pense pas.

Depuis qu'il y a des géomètres, ils tracent des figures et s'en servent dans leurs raisonnements. Et qu'est-ce qu'une figure tracée sur le sable ou au tableau noir, sinon un modèle géométrique, un objet concret dans lequel on considère des relations géométriques ? Ces figures concrètes, décrites par nos gestes, parcourues par nos yeux, sont perçues comme un donné sensible pour former dans notre cerveau des images qui sont finalement conçues, c'est-à-dire appréhendées par notre intelligence à l'aide de relations mathématiques abstraites.

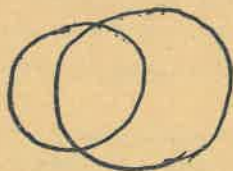
Notre expérience de tous les jours montre que des dessins plans peuvent être très propres à faire concevoir les relations entre les éléments des figures planes. Cette expérience montre aussi que tous les élèves ne sont pas aptes, au même degré, à « voir dans l'espace », c'est-à-dire, plus exactement, à concevoir des relations spatiales souvent d'après des figures planes tracées en fausse perspective. Une telle représentation, basée sur des conventions qui n'ont peut-être pas été introduites, a une signification symbolique qui peut échapper, surtout à un débutant. Et cela, d'autant plus qu'il aurait été plus longtemps conditionné par l'étude exclusive de la géométrie plane. C'est pourquoi des professeurs ont pensé qu'il était plus raisonnable, pour amener à concevoir les relations dans les figures de l'espace, d'étudier d'abord ces figures sur des modèles spatiaux plutôt que de s'entêter à dessiner tout sur un même plan. D'autre part, le programme a prévu une initiation à la géométrie des solides dès les premières années.

Vous le savez, les modèles spatiaux peuvent et doivent être empruntés à l'expérience géométrique des élèves, au local de la classe avec ses murs, ses portes, ses fenêtres et ses meubles. Il est aussi très utile, certains diront indispensable, que les élèves contruisent eux-mêmes quelques modèles spatiaux avec des moyens divers : carton, baguettes et plastique, fil de métal, plexiglass, etc... Il tombe sous le sens que, pour construire un polyèdre par exemple, à partir de ses faces ou de ses arêtes, il est nécessaire, si le professeur a le bon esprit de ne pas commander les opérations successives et de ne pas dicter une définition, de parvenir à dégager pour soi, d'après des exemples connus, une définition convenable du solide à réaliser, et de connaître effectivement des relations entre ses éléments. Pour être construits, les modèles doivent d'abord avoir été conçus d'une façon suffisante. C'est afin que les élèves, même les plus faibles, arrivent à cette conception, qu'il est utile qu'ils prennent part à la construction des modèles.

Mais il convient de souligner que construire des cubes pour construire des cubes, que fabriquer des modèles pour bricoler, n'est pas faire un enseignement de la géométrie comme nous l'entendons. S'il importe d'intéresser les élèves en les mettant en présence de situations mathématiques auxquelles ils s'attachent, nous ne croirions pas trouver une justification suffisante de l'usage du matériel intuitif si nos élèves n'y voyaient que des objets concrets considérés pour eux-mêmes. Nous le disons et le répéterons tous, le matériel concret ne trouvera sa motivation pédagogique que s'il apporte à l'élève l'occasion de s'exercer à la pensée abstraite des relations mathématiques. A ce point de vue, par exemple, un exercice particulièrement fructueux est le passage des modèles spatiaux à leur représentation plane, en perspective cavalière, en projections orthogonales, en axonométrie ou autre. Il suffit d'observer une classe de Sixième traitant, sur une perspective cavalière du cube, des problèmes relatifs au cube, pour comprendre tout ce qu'un tel transfert apporte de connaissance et de formation mathématiques. D'une manière générale, les exemples concrets ne seront vraiment des modèles mathématiques que s'ils favorisent l'activité mathématique qui est

d'appréhender et de concevoir les relations abstraites, de les généraliser, de les spécialiser et de raisonner sur elles.

Mais si des affirmations qui prétendent à tant de généralité ont leur intérêt, il nous faut examiner de plus près l'abstraction mathématique en tant qu'activité pratiquée par les élèves à partir du concret. Lorsqu'une situation concrète se présente, la manière d'y saisir des relations n'est pas univoque. Proposons, par exemple, à nos élèves, et à vous tous, la figure suivante, tracée à main libre (fig. 1).



(fig. 1)

Demandons : Que voyez-vous ?

Les élèves qui sont conditionnés par l'étude exclusive du point de vue euclidien, comme beaucoup de professeurs sans doute, voient l'intersection de deux circonférences, l'intersection de deux cercles, deux circonférences qui se coupent, deux cercles sécants, deux circonférences de rayons inégaux sécantes.

On pourrait croire que les expressions : « deux circonférences qui se coupent » et « l'intersection de deux circonférences », sont équivalentes. Il n'en est rien ; les élèves vous le font comprendre en décrivant des deux mains des circonférences qui viennent se couper ou en circonscrivant uniquement la partie commune intérieure aux deux cercles. Un élève, lui, reconnaît la représentation de deux sphères sécantes ayant leurs centres dans le plan du tableau. D'autres prennent plus de liberté et voient deux lignes fermées qui ont deux points communs, l'intersection de deux surfaces, la réunion de deux surfaces. D'autres disent que la figure représente la réunion, l'intersection de deux ensembles. Un élève affirme explicitement : « C'est la représentation concrète des idées exprimées ci-dessus » ; un second : « Je pense que cette reproduction représente la même chose dans l'abstrait. » Ces deux dernières réponses évoquent, avec le même mot, le rapport concret-abstrait, dans les deux sens, en parlant de représentation concrète d'idées abstraites et de reproduction qui représente dans l'abstrait.

Notons, à partir d'un tracé tout simple, une abondance de réponses variées, toutes correctes d'un certain point de vue. Si nous interprétons ces réponses, nous pouvons dire que, suivant la relation ou les relations saisies, la figure tracée est considérée comme appartenant à des classes diverses, qui peuvent, dans l'exemple, être incluses les unes dans les

autres. Il y a une réponse que je n'ai pas reçue : « Ce sont deux ronds à la craie tracés au tableau. » Aucune indication non plus relative à la mesure des rayons, à la distance des centres, à la détermination de ceux-ci. Le concret pour le concret et l'objet individuel pour lui-même n'intéressent pas l'apprenti mathématicien. Pour tous les élèves, le dessin, le modèle, est un symbole, c'est-à-dire un objet concret qui représente autre chose que lui-même pour le sujet qui interprète ce symbole. Mais alors que les modèles géométriques sont, à première vue, des symboles dont la signification apparaît par une sorte d'évidence naturelle, d'ailleurs variable d'un sujet à l'autre, les expressions littérales de l'algèbre, qui sont à leur manière des modèles concrets, sont des symboles de relation et d'opérations par un décret conventionnel.

Comme on l'a fait pour un tracé, on peut demander aux élèves : Que représente :  $a.b = c$  ?

Suivant leur degré de compréhension et de formation, ils passeront de la multiplication entre nombres connus à la loi de composition entre objets abstraits écrite de façon multiplicative.

Revenons à la question initiale. Si nous désirons avoir une réponse non verbale et observer l'activité, nous pouvons demander de dessiner la figure que nous avons tracée. Certains élèves décrivent des circonférences au compas, d'autres esquissent largement deux courbes convexes fermées ayant deux points communs. La reproduction par un tout jeune enfant (2-3 ans) donne, J. PIAGET l'a observé, et vous pouvez le contrôler :



(fig. 2)

La question est posée de savoir si ce dernier dessin est une bonne reproduction. Comme il fallait s'y attendre, les avis sont partagés. L'un affirme : « Du point de vue rigoureux de la géométrie, l'enfant n'est pas formé pour tracer des figures géométriques. » Un autre répond : « Les ensembles représentés par l'enfant sont sécants, c'est une bonne illustration du modèle donné. » Entre des avis tranchés, des opinions plus nuancées : « Cela dépend du point de vue... » ; « Les ensembles sont mieux représentés dans le dessin de l'enfant qui ne voit que deux lignes fermées qui se coupent. Les dessins sont mauvais pour les circonférences. » Ainsi, la reproduction d'une figure apparaît comme la substitution à cette figure d'une autre équivalente par rapport à certaines relations. Les données d'un problème, l'hypothèse d'une implication circonscrivent une classe d'équivalence. Toute figure concrète répondant à ce que l'on donne convient pour la démonstration, à condition de ne considérer la figure que sous l'angle des relations données, c'est-à-dire comme représentant de la classe définie par ces relations.

Alors que les jeunes enfants ont tant de liberté dans leur manière de copier une figure, comment se fait-il que les débutants en géométrie, tels que nous les connaissons, ont une tendance inflexible à dessiner sur leur cahier une figure semblable à celle tracée au tableau ? Faut-il y déceler une inertie ou la crainte, qu'ils confessent parfois, de prendre une liberté qui compromettrait la démonstration ? Au contraire, faut-il voir, dans le sentiment de sécurité que donne une figure semblable à celle du tableau, la reconnaissance instinctive que toute proposition de la géométrie qu'on lui enseigne reste inaltérée, si on soumet les données à une similitude ? Est-il risqué d'entrevoir que, dans l'expérience de l'élève qui ne connaît pas la théorie de la similitude, se trouve déjà en germe ce que nous énoncerons, avec des concepts élaborés : la géométrie euclidienne a pour groupe fondamental le groupe des similitudes ? De toute façon, faire prendre conscience de cette invariance et amener à concevoir librement la figure générique quelconque correspondant aux données sont, n'est-il pas vrai, deux points importants.

Considérons à nouveau la première figure tracée et, pour amener des élèves à y voir des relations topologiques, qui semblent si bien appréhendées par les jeunes enfants, demandons-leur — autre activité enfantine — de colorier cette figure.

Ne vous récriez pas. J'ai été opposé à l'usage des couleurs en Mathématiques, pour une raison péremptoire autant que myope : parce que les Mathématiques ne traitent pas de couleurs. Mais, depuis que les nombres en couleurs de Georges Cuisenaire ont montré avec quelle vivacité les enfants réagissent aux couleurs, il serait impardonnable de ne pas en tirer parti pour faire ressortir des relations mathématiques. D'ailleurs, le problème du coloriage des cartes n'est-il pas classique en *analysis situs* ?

Un quart d'heure de coloriage vous en apprendra long sur l'entrain des élèves, sur leur imagination et sur leur méthode. Vous constaterez que certains ne colorient pas l'extérieur des cercles. « Je n'y ai pas pensé », diront-ils. Tous couvrent des régions. Il est malaisé de les amener à colorier les arcs de courbes. Cela explique sans doute pourquoi les relations de l'algèbre des ensembles, ou de la logique des classes, trouvent un modèle si commode dans les cercles sécants d'Euler.

Envisageons enfin la figure d'une manière plus conforme à la tradition. Convenons à présent que notre dessin représente deux circonférences sécantes. Demandons aux élèves ce qu'ils désirent faire sur cette figure. Une réponse immédiate : y tracer des droites ; naturellement, la corde commune, la droite des centres médiatrice de cette corde et axe de symétrie de la figure, les tangentes communes, etc...

De même, un modèle spatial pourra s'enrichir progressivement par des constructions qui ouvriront des investigations nouvelles.

Suggérons que les circonférences peuvent varier. Les élèves déplaceront les deux circonférences et étudieront leurs positions relatives. Laissant l'une fixe, ils feront rouler l'autre sur elle, ils parleront du lieu du centre de la circonférence mobile ou de l'hypocycloïde décrite par un

de ses points. Ici, des cercles découpés en carton, en bois, en plexiglass aideront à concevoir les relations entre figures mobiles, à découvrir des propriétés et des lieux qui seront établis par le raisonnement.

Fixons les deux points communs aux cercles : ceux-ci formeront un faisceau ; leurs centres décriront la médiatrice de la corde commune, laquelle a pour support l'axe radical.

Rendons fixes les centres, nous obtenons deux faisceaux. Entre les circonférences de l'un et celles de l'autre, établissons une correspondance par une relation entre les rayons et considérons le lieu des points d'intersection des circonférences homologues. Les relations les plus simples : rayons égaux, somme ou différence de rayons constante, rapport des rayons constant, produit des rayons constant, donneront la médiatrice du segment joignant les centres fixes, des ellipses et des hyperboles ayant ces points pour foyers, les cercles d'Apollonius, les ovales de Cassini.

Dans de telles études dynamiques, dont l'intérêt a été tant de fois souligné par M. CATTEGNO, les modèles qui se déforment, les systèmes articulés, les dessins de familles de figures, les dessins animés, les films, les dispositifs physiques variables sont un soutien de la représentation, un aiguillon de l'imagination : ils ouvrent un vaste champ de découvertes.

Il suffit de quelques barres et tiges de meccano, de quelques aiguilles à tricoter, de quelques élastiques pour créer et multiplier des modèles vivants, pour réaliser des translations, des rotations, des symétries, des homothéties et des inversions. Un lien élastique trace à volonté les sections sur un solide en plexiglass ou les configurations du géoplan. Un plan de lumière donne toutes les sections que l'on veut dans un modèle à fils.

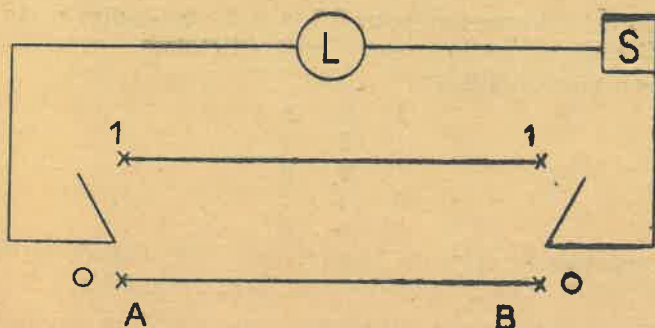
Comment ne pas vouloir favoriser l'acquisition de cette expérience géométrique, dynamique à la mesure de notre temps ? Comment ne pas réussir à donner le goût de l'exploration mathématique ?

Que d'occasions d'exprimer pour soi ce qu'on découvre et d'apprendre à le communiquer avec une rigueur suffisante ! Autant de motivations pour rechercher, au niveau théorique, les démonstrations des découvertes faites sur le plan concret.

À côté des modèles géométriques, la physique nous offre tant de ressources. Et d'abord la lumière qui donne les ombres, les symétries par rapport à un plan, les projections parallèles ou centrales, les surfaces caustiques. Notre collègue RONSMANS vous dira toute la richesse des relations mathématiques contenues dans les chapitres de la physique. Sans vouloir empiéter sur son exposé, je voudrais présenter en bref une situation physique et montrer une manière de l'envisager en mathématicien.

Il s'agit de schémas de montages électriques. Ils comprennent une source S, une lampe L, deux inverseurs A et B dont le levier, dans ses deux positions, permet d'établir le contact respectivement avec deux bornes marquées 1 et 0. Ces éléments sont connectés par un réseau de fils conducteurs.

Prenons le schéma classique de l'allumage d'une lampe à partir de deux interrupteurs à deux directions (fig. 3).



(fig. 3)

Faisons l'inventaire des cas qui se présentent pour les différentes positions des interrupteurs. Il y a deux possibilités 1 et 0 pour A et deux possibilités pour B. Cela donne pour le couple AB les quatre cas :

11, 10, 01, 00

La lampe ne s'allume que pour 11 et pour 00, c'est-à-dire lorsque les positions des leviers de A et de B sont les mêmes.

Il y a donc, dans ce sens, équivalence entre A et B.

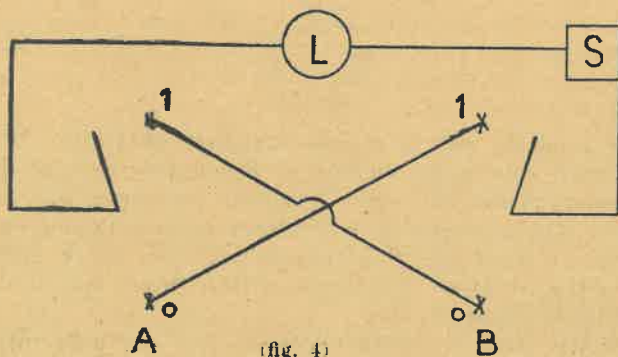
Si nous faisons correspondre 1 à l'allumage de la lampe et 0 à l'extinction, nous pourrions résumer notre inventaire dans le schéma :

| A $\longleftrightarrow$ B |   |
|---------------------------|---|
| 1                         | 1 |
| 1                         | 0 |
| 0                         | 0 |
| 0                         | 1 |

Convenons que A et B représentent deux propositions susceptibles d'être vraies ou d'être fausses, ou deux propriétés qui peuvent s'appliquer ou non. Le tableau précédent, où 1 et 0 désignent respectivement la valeur « vrai » et la valeur « faux », est la matrice de définition de l'équivalence logique (dont le symbole est  $\longleftrightarrow$ ). Il est aussi d'ailleurs le schéma de l'égalité entre les valeurs numériques 1 et 0.

Le montage électrique considéré est donc un modèle de l'équivalence logique ou de l'égalité entre des 1 ou des 0.

Dans le schéma précédent, croisons les fils qui relient les bornes de A à celles de B. Nous obtenons (fig. 4) :



(fig. 4)

La lampe ne s'allume que pour 1 0 et 0 1, c'est-à-dire si les positions de A et de B sont, en quelque sorte, contradictoires.

Le tableau correspondant :

| A | w | B |
|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 |

obtenu par négation de celui de l'équivalence, est celui de la disjonction exclusive (w) entre deux propositions ou deux propriétés.

Remarquons que si nous effectuons une addition module 2, nous avons :

$$\begin{aligned} 1 + 1 &= 0 \\ 1 + 0 &= 1 \\ 0 + 1 &= 1 \pmod{2} \\ 0 + 0 &= 0 \end{aligned}$$

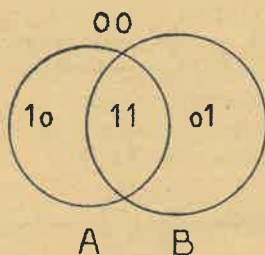
Le montage électrique réalise donc l'addition module 2.

On peut continuer de la sorte et reconnaître que le montage en série des deux interrupteurs est un modèle de la conjonction logique  $A \wedge B$  (A et B) et de la multiplication module 2. Le montage en parallèle est un modèle de la disjonction inclusive  $A \vee B$  (A ou B).

Les schémas considérés sont donc au même titre que les cercles d'Euler des modèles des opérations sur les propositions ou sur les ensembles. La clef interprétative suivante :

- 1 1 : A et B
- 1 0 : A et non B,
- 0 1 : non A et B
- 0 0 : non A et non B.

permet immédiatement le transfert.



(fig. 5)

Tous ces modèles ont la même structure abstraite : on peut leur faire correspondre une même algèbre de Boole dont ils sont des modèles.

Nous n'avons relevé, dans une situation physique, que des relations très sommaires. On pourrait les considérer comme dépourvues d'intérêt si on ne savait le parti que l'on tire de schémas de ce genre dans les machines à raisonner et les machines arithmétiques qui sont des modèles mathématiques géants.

Un physicien, dont le contact avec le réel est plus intime, verrait

dans nos montages bien d'autres relations. Il nous ferait d'abord remarquer que les fils peuvent être déformés, en gardant la même longueur, sans établir de mauvais contacts ; ce qui donne une géométrie des montages. Si, aux fils, on en substitue d'autres, il y a lieu de tenir compte d'un invariant de chaque fil dans tous les montages : sa résistance électrique. Pour calculer l'intensité du courant dans un fil conducteur, il faut faire intervenir la loi d'Ohm, et, pour calculer le réseau, les lois de Kirchhoff ; ce qui conduit à un système d'équations linéaires.

Il n'est pas nécessaire d'en dire autant pour notre objet. Nous avons voulu montrer le rôle des modèles. Afin de parler concrètement, nous avons pris deux exemples simples. Il suffira maintenant d'abstraire.

Pour le mathématicien, un modèle est une situation appartenant soit au concret physique, soit à un niveau de conception devenu concret par l'usage et qui présente les relations que l'on peut ou veut abstraire pour parvenir à les étudier pour elles-mêmes dans leur structure. C'est dans ce sens qu'un cube concret est un modèle du cube de la géométrie euclidienne, que les relations algébriques de la géométrie analytique classique fournissent des modèles de la géométrie euclidienne, de la géométrie affine, de la géométrie projective.

Pour le physicien, un modèle est un schéma qui lui fournit un jeu de relations propres à être engagées dans l'étude du réel. C'est dans ce sens que sont à considérer les modèles mécanistes de lord Kelvin ou les modèles d'éther et, plus près de nous, l'atome de Bohr, l'algèbre matricielle de Heisenberg.

Nous comprenons alors pourquoi, dans la recherche et l'usage des modèles, le mathématicien et le physicien ont des activités complémentaires, chacun pouvant trouver des modèles dans le champ de connaissance de l'autre.

Dans notre enseignement, les modèles doivent être à la fois des objets concrets et des symboles ; comme tels, ils doivent remplir leur double rôle. Nous devons faire en sorte qu'ils servent de moyen d'échange du concret et de l'abstrait et qu'ils soient l'occasion d'un dialogue et d'un ajustement ininterrompus.

Etant tour à tour réalité offerte à la pensée et réalisation dans laquelle la pensée se projette, les modèles permettent de mieux saisir dans les deux sens du mot : comprendre les relations abstraites et avoir une prise sur le réel concret.

W. SERVAIS,  
*Athénée du Centre, Morlanwelz.*