

L'enseignement des mathématiques en Allemagne Occidentale

Der mathematische Unterricht für die sechzehn-bis einundzwanzigjährige Jugend in der Bundesrepublik Deutschland (L'enseignement des Mathématiques pour les élèves de 16 à 21 ans), Göttingen, Vandenhoeck und Ruprecht, 1954.

L'ouvrage dont il s'agit ici a son origine dans une initiative de la Commission Internationale de l'Enseignement mathématique, initiative prise lors du Congrès mathématique qui s'est tenu à Amsterdam en septembre 1954. Le sujet de l'ouvrage est l'enseignement des mathématiques pour les élèves de 16 à 21 ans dans la République fédérale allemande (ou Allemagne de l'Ouest).

Plutôt que d'en donner un bref compte rendu sans grand intérêt, nous croyons qu'il est préférable d'en faire un résumé assez détaillé pour qu'on puisse se faire une idée de l'enseignement actuel des Mathématiques en Allemagne.

Renseignements statistiques. — La République fédérale se compose de sept pays d'importance inégale. Le moins peuplé est le Schleswig-Holstein, qui a 2,6 millions d'habitants ; le plus important en a 13,2 millions, c'est la Rhénanie du Nord-Westphalie. A quoi il faut ajouter les villes autonomes de Brême et Hambourg, et enfin Berlin-Ouest. Le tout correspond à une population de 50 millions, et chaque pays jouit, en matière d'enseignement, d'une large autonomie, ce qui a pour conséquence quelques différences dans les horaires ou les programmes.

A la base, l'Enseignement du Premier Degré, qui va de 6 à 13 ans, reçoit 5.850.000 enfants, dont 2.880.000 filles. A 10 ans, la possibilité est offerte, aux élèves qu'on croit assez doués, d'entrer dans l'Enseignement du Second Degré long, qui dure neuf ans, ou dans l'Enseignement court, qui se termine à 15 ans. 15 % des élèves profitent de la première possibilité, 4 % de la deuxième. Enfin, après des études primaires menées jusqu'à leur terme normal, s'ouvre l'accès à l'Enseignement professionnel ou technique sous diverses formes. Il retient jusqu'à 16 ans les 1.820.000 élèves qui l'ont choisi (parmi lesquels 776.000 filles).

Nous laisserons de côté pour le moment l'Enseignement Supérieur, universitaire ou technique. Et, naturellement, nous ne dirons rien de l'enseignement court, technique ou autre, puisqu'il n'entre pas dans les limites que s'est assignées l'ouvrage que nous étudions.

L'Enseignement du Second Degré. — Comme nous l'avons dit, sa durée est

généralement de neuf ans, répartis en trois cycles de trois ans chacun. L'enseignement privé y intervient pour 21 % dans le nombre des écoles, pour 13 % dans le nombre des élèves. A titre d'exemple, voici comment se répartissent les élèves entre les neuf années, dans les établissements du pays le plus important, la Westphalie : 16,5 % ; 15,6 % ; 15,6 % ; 14,3 % ; 12,1 % ; 11,0 % ; 6,3 % ; 4,8 % ; 3,8 %, en allant du début à la fin des études.

En gros, on peut dire que trois options se présentent aux élèves : une option classique ; une option moderne, orientée vers l'étude des langues vivantes, et une option scientifique. Dans l'ensemble de la République fédérale, il y a, en moyenne, pour 100.000 habitants, 3,1 établissements du Second Degré, ce pourcentage variant de 2,0 dans le Schleswig-Holstein à 4 dans le pays de Bade-Wurtemberg. Et en moyenne, les établissements de plein exercice, c'est-à-dire offrant les neuf années d'études, possèdent 4,8 classes de chaque niveau.

Si l'on tient compte maintenant des options, on constate que, dans l'ensemble de la République fédérale, les établissements se répartissent comme suit : classique : 24,4 % ; moderne : 41,4 % ; scientifique : 29,6 %.

Le minimum du classique, soit 9,5 %, est atteint en Schleswig-Holstein, et le maximum, soit 43,3 %, est atteint en Bavière, mais il faut remarquer que les statistiques relatives au Schleswig-Holstein ont bloqué ensemble les établissements masculins et féminins, tandis que celles des autres pays ne concernent que les établissements masculins. En ce qui concerne les sections scientifiques, le maximum 50,3 correspond à la Bavière, et le minimum 25,5 correspond à la Rhénanie-Westphalie. Ce dernier pourcentage a de quoi surprendre, si l'on se rappelle que cette région est, de loin, la plus fortement industrialisée de l'Allemagne fédérale. Sans doute, cette anomalie s'explique-t-elle par l'existence d'établissements techniques offrant des études plus directement utilisables dans l'industrie.

Il faut noter aussi que la répartition des élèves diffère quelque peu de celle des établissements ; en Westphalie, les établissements classiques forment un quart du total, mais ne contiennent qu'un cinquième des élèves.

A titre de comparaison, citons la répartition des établissements en Prusse en 1909 : classique : 60,1 % ; moderne : 24,7 % ; primaire supérieur : 15,2 %.

Horaires hebdomadaires. — En 1901, le nombre des heures hebdomadaires consacrées aux Mathématiques était le suivant :

Pour le classique, dans la suite des neuf années d'étude : 4-4-4 ; 3-3-4 ; 4-4-4, soit en tout 34 heures.

Pour le moderne : 4-4-4 ; 5-5-5 ; 5-5-5, soit en tout 42 heures.

Et pour le primaire supérieur : 5-5-6 ; 6-5-5 ; 5-5-5, soit en tout 47 heures.

Actuellement, en Westphalie, avec de petites modifications dans les autres pays :

Classique : 4-4-4 ; 3-3-3 ; 3-3-3, soit en tout 30 heures.

Moderne : 4-4-4 ; 3-3-3 ; 3-3-3, mêmes horaires que pour le classique.

Scientifique : 4-4-4 ; 5-5-5 ; 5-4-4, soit en tout 40 heures.

Comme exemple de modification selon les régions, signalons que ce dernier total de 40 heures pour l'option sciences est ramené à 37 dans le Palatinat.

On constate donc une baisse sensible des horaires de Mathématiques depuis le début du siècle ; la même conclusion s'impose si l'on compare les horaires accordés à l'ensemble des sciences. En 1901, le total des heures consacrées aux sciences était : pour le classique : 52 ; pour le moderne : 71 ; pour le primaire supérieur : 83, tandis qu'on trouve actuellement, en Westphalie : 52 heures pour le classique ; 52 heures pour le moderne et 81 pour l'option sciences.

La section classique a donc maintenu son total, les Mathématiques ayant simplement cédé des heures aux autres sciences. Par contre, la section moderne a perdu son caractère scientifique, pour s'orienter vers les langues vivantes.

En ce qui concerne l'enseignement féminin, les horaires sont généralement les

mêmes que pour les garçons, dans les sections classique et moderne ; dans la section sciences, on trouve en Westphalie 35 heures pour les Mathématiques, réparties comme suit au cours des neuf années : 4-4-4 ; 3-3-5 ; 4-4-4.

Les programmes. — Les programmes dont il va être question concernent naturellement le troisième cycle seulement, les trois dernières des neuf années d'études, puisque ce sont les seules qui rentrent dans le cadre de l'ouvrage. Les principales rubriques indiquées sont :

Puissances à exposants fractionnaires ; logarithmes ; progressions arithmétique et géométrique ; calcul infinitésimal ; nombres complexes ; trigonométrie plane et sphérique ; géométrie analytique et synthétique ; géométrie descriptive.

Dans l'ensemble de l'Allemagne fédérale, on peut distinguer deux catégories de pays : ceux qui prévoient strictement les matières correspondant à chaque année d'études, et d'autre part ceux qui laissent une assez grande liberté dans la distribution du programme.

A propos des logarithmes, on insiste en Bavière sur le soin qu'il faut apporter à leur étude ; on semble craindre que l'élève sache faire des calculs logarithmiques, mais qu'il n'en comprenne pas la signification. En Westphalie, dans l'option sciences, on admet l'emploi de la règle à calcul dès la 4^e année, et les logarithmes en 6^e année seulement. Quant au Palatinat, il souhaite l'abandon des logarithmes au profit de la règle, et invoque, à l'appui de son opinion, le rôle de plus en plus important des machines à calculer.

Les progressions semblent de plus en plus délaissées ; elles sont un peu isolées dans les programmes, sans guère de liaison avec les autres chapitres. Elles ne trouvent guère d'application que dans certaines questions comme les calculs financiers, et on est tenté de les abandonner.

La grande question qui a été agitée au début du siècle, aussi bien par les gens compétents que par les autres, notamment vers 1907, est celle de l'introduction du calcul infinitésimal dans l'enseignement moyen. Le problème semble résolu aujourd'hui, l'analyse a sa place indiscutée dans l'enseignement. La Bavière, cependant, ne l'admet dans la section classique que dans la dernière année d'études, et à titre facultatif. Pratiquement, il semble que la plupart des bacheliers connaissent cette partie du programme.

La plupart du temps, les fonctions étudiées sont les fonctions entières rationnelles, parfois aussi, les fonctions trigonométriques, en vue de la physique. A ce même chapitre se rattachent des questions comme les calculs d'erreurs et la résolution des équations par approximation. Le développement en série des fonctions, fort utilisé il y a 25 ans, apparaît beaucoup plus rarement aujourd'hui. On rencontre parfois le développement de Taylor avec reste, et aussi quelques équations différentielles, toujours en vue de la physique.

En tout cas, on met en garde contre l'abus du formalisme, et les dangers de notions ou notations qui seraient inaccessibles à l'intelligence des élèves, par exemple ce que les Allemands appellent « Epsilontik ». On insiste sur la nécessité de recourir à l'intuition, notamment en utilisant largement les représentations graphiques. Certains critiquent sévèrement l'emploi des différentielles, et l'accord n'est pas fait sur ce qui doit avoir la priorité : calcul différentiel ou calcul intégral ? et on préconise parfois l'utilisation d'exposés sur le développement historique du calcul infinitésimal.

Comme les progressions, les nombres complexes souffrent d'un certain discrédit. Les études mathématiques moyennes se déploient dans le domaine réel, et la physique et la technique, dans celles de leurs parties où les nombres complexes sont si riches d'applications, sont étrangères à l'enseignement moyen. Par contre, on fait parfois une incursion dans la théorie des nombres, la répartition des nombres premiers et les théorèmes de Fermat.

La trigonométrie plane est abordée en général dans la 6^e année, et la trigonomé-

trie sphérique a généralement disparu des plans d'études, bien que la Saxe offre le choix entre la trigonométrie sphérique et l'étude des intérêts composés et des calculs de rentes. Ici encore, on craint de tomber dans le formalisme et la jonglerie avec les formules, bien que certains désapprouvent l'abus des applications pratiques et déclarent que le lycée n'est pas une école pratique pour arpenteurs. La trigonométrie sphérique a encore des défenseurs ; on peut y lutter contre le danger de formalisme en utilisant les procédés graphiques ; on peut aussi se tourner vers l'observation, et l'on songe aussitôt à l'astronomie. Enfin, un autre argument, pour ne pas abandonner la trigonométrie sphérique, est qu'elle mène à un exemple très accessible de géométrie non-euclidienne et qu'elle permet donc d'aborder d'importantes idées modernes.

En géométrie dans l'espace, les calculs de volumes sont surtout matière à applications trigonométriques ou de calcul infinitésimal ; de même la géométrie descriptive n'est pas un corps de doctrine ; les projections servent, dans les applications, autant qu'outils. Notons que la Bavière, où le calcul infinitésimal est facultatif, inscrit dans ses programmes l'étude des polyèdres réguliers.

La géométrie analytique avait une large place dans les programmes au cours des cinquante dernières années ; elle a donné lieu, elle aussi, à de longues discussions. Sa place est maintenant plus restreinte ; on se contente souvent de l'étude du cercle, parfois aussi des coniques, au moins dans leurs propriétés les plus simples.

Les idées les plus en honneur et les plus discutées sont celles qui ont trait à la théorie des transformations, à la théorie des groupes, et au calcul vectoriel. Les idées émises par Klein, dans son programme d'Erlangen, pénètrent de plus en plus les plans d'études, et non pas seulement pour l'option scientifique. Tout l'enseignement de la géométrie s'en inspire, et on s'efforce de vivifier la vieille conception euclidienne par l'emploi des transformations telles que la symétrie, la translation, la rotation, l'affinité. En particulier, l'étude des coniques du point de vue de l'affinité et de la projectivité est spécifiée pour l'option sciences, et conseillée pour les autres. Mais la géométrie traditionnelle n'est pas méprisée pour autant ; on y voit le meilleur outil pour la formation logique et, dit-on, ce n'est pas parce que l'élève est parfois rétif qu'on doit y renoncer.

Le calcul vectoriel a également pénétré dans les programmes, sous ses formes les plus élémentaires : addition des vecteurs, multiplication par un scalaire, produit scalaire, produit vectoriel, dérivation par rapport à un scalaire ; ici encore, la liaison avec la physique est présente à l'esprit.

En liaison avec le calcul vectoriel, on trouve aussi, parfois dès la 5^e année, une prudente introduction des déterminants, pour les 2^e et 3^e ordres seulement, en vue de la résolution des équations et de l'étude de l'indépendance linéaire, et aussi de la géométrie analytique.

A. HUISMAN.

(A suivre).