

IV. INFORMATIONS ET DOCUMENTS OFFICIELS

**Rapport sur la composition de mathématiques
(classe de Mathématiques)
au Concours général des Lycées, Collèges
et Écoles normales en 1955 ⁽¹⁾**

Dans un plan (P), deux mobiles décrivent les cercles (C), (C') *égaux*, (mais distincts), de manière que leurs mouvements soient uniformes, de même période et de sens contraires. L'objet du problème était l'étude de la famille des droites (D), (D) désignant la médiatrice du segment mm' dont les extrémités m, m' sont les positions des mobiles à un même instant quelconque t .

(1) Le Jury était composé de MM. ROBERT, inspecteur général, président ; BOUSQUET, professeur de Mathématiques Supérieures au Lycée Chaptal ; COSSART, professeur (École Supérieure d'Electricité) au Lycée Chaptal ; DURRANDE, professeur (Centrale) au Lycée Saint-Louis ; ECALLE, professeur (Navale) à l'annexe Stanislas du Lycée Saint-Louis, et de Mme GAZANION, professeur (Fortenay) au Lycée Jules-Ferry.

Voir l'énoncé du problème, *Bulletin* 171, p. 123.

C et C' étant les centres des cercles (C), (C') ; m_0, m'_0 étant les positions à un instant t_0 des mobiles, la correspondance entre m, m' se traduit par la relation angulaire

$$(\vec{Cm}_0, \vec{Cm}) = -(\vec{C'm'_0}, \vec{C'm'}) \mod 2\pi.$$

1° Est-il possible qu'à certains instants t , les vecteurs tournants $\vec{Cm}, \vec{C'm'}$ soient de somme nulle ?

Il faut et il suffit à cet effet (les longueurs $Cm, C'm'$ étant égales), que la relation angulaire $(\vec{Cm}, \vec{C'm'}) = \pi \mod 2\pi$ ait lieu ; ou que $\vec{Cm}$ vérifie la relation

$$(\vec{Cm}_0, \vec{Cm}) + (\vec{C'm'_0}, \vec{Cm}) + \pi = 0 \mod 2\pi.$$

Les vecteurs égaux $\vec{Cm}_0, \vec{C'm'_0}$ ont, après superposition de leurs origines par translation, une bissectrice déterminée ; si $\vec{X}$ est un vecteur non nul porté par cette bissectrice, on sait que

$$(\vec{Cm}_0, \vec{Cm}) + (\vec{C'm'_0}, \vec{Cm}) = 2(\vec{X}, \vec{Cm}) \mod 2\pi.$$

La relation étudiée devient $(\vec{X}, \vec{Cm}) = \frac{\pi}{2} \mod \pi$ (1). Donc le vecteur $\vec{Cu}$, de longueur Cm_0 , dont le support se déduit de $\vec{X}$ par une rotation de $+\frac{\pi}{2}$, est l'une des positions cherchées, telles que

$$\vec{Cu'} = -\vec{Cu}.$$

D'après (1), égalité à π près, une autre est $\vec{Cv}$, opposée à $\vec{Cu}$ et

$$\vec{Cv'} = -\vec{Cv} = \vec{Cu},$$

uv et $u'v'$ sont des diamètres respectivement pour (C) et (C'), ils sont parallèles et les sens des vecteurs $\vec{uv}, \vec{u'v'}$ sont opposés.

Pour unifier les notations, on désignait par O le milieu de CC' , par $x'x$ la droite passant par O et perpendiculaire, dans (P), à uv , et par G le symétrique de O par rapport à uv .

2° La correspondance entre m et m' peut désormais être précisée par la relation

$$(2) \quad (\vec{Cu}, \vec{Cm}) = -(\vec{Cu'}, \vec{C'm'}) \mod 2\pi.$$

Le cas où les points O et G sont confondus exige que uv passe par O et que les cercles (C) et (C') soient symétriques, ainsi que u et u' , par rapport à $x'x$. Inversement, si les deux mobiles traversent en même temps la droite CC' , cette circonstance se présente. Il est visible que la relation (2) est vérifiée quand m et m' sont choisis symétriques par rapport à $x'x$, la correspondance entre les mobiles est donc réalisée par cette symétrie. La médiatrice de mm' est une droite fixe confondue avec $x'x$. Il semble qu'on ne puisse pas parler de la « famille » des droites (D). Cependant :

si (C) coupe $x'x$ en deux points distincts ou confondus A et B, lorsque m est en A (ou B), il est confondu avec m' et l'on peut tenir toute droite passant par A (ou B) comme étant médiatrice du segment AA (ou BB) : d'où deux familles de droites D (distinctes ou non), ayant en commun la droite $x'x$.

Ce cas banal sera exclu dans la suite où l'on supposera $OG \neq 0$.

Dans le cas général, il est naturel de comparer le cercle (C') [et le point m'] au cercle (C'') [et au point m''] symétriques respectivement du cercle (C) [et du point m] par rapport à $x'x$: ω étant le point commun à $x'x$ et à uv , le vecteur $\vec{C''C'} = 2\vec{\omega O}$. D'autre part, ω est milieu de GO d'où $\vec{GO} = 2\vec{\omega O}$ et $\vec{C''C'} = \vec{GO}$. On passe donc du cercle (C'') au cercle (C') par la translation de vecteur $\vec{GO}$; elle amène u'' , point

symétrique de u par rapport à $x'x$, sur u' . En comparant les relations (2) relatives au cas général et au cas particulier des cercles (C) et (C''), on voit que

$$(\vec{C'u'}, \vec{C'm'}) = (\vec{C''u''}, \vec{C''m''}) \mod 2\pi$$

et comme $\vec{C'u'} = \vec{C''u''}$ $\vec{C'm'} = \vec{C''m''}$, il en résulte l'équipollence $\vec{C'm'} = \vec{C''m''}$.

Autrement dit, la translation de vecteur $\vec{GO}$ amène m'' sur m' . On peut donc passer de (C) à (C'), et de manière précise, de m à m' , par la succession (ou produit) de la symétrie d'axe $x'x$ par la translation de vecteur $\vec{GO}$.

3° On appelle (A) cette transformation ponctuelle du plan (P) en lui-même, c'est-à-dire qui fait correspondre à un point p arbitraire de (P) le point p' obtenu après avoir fait subir à p la symétrie d'axe $x'x$ (ce qui donne le point p''), puis la translation de vecteur $\vec{GO}$. Ainsi $\vec{p''p'} = \vec{GO}$, $p''p'$ étant parallèle à $x'x$, le symétrique $\vec{pp''}$ du vecteur $\vec{p''p'}$ par rapport à $x'x$ est équipollent à ce vecteur :

$$\vec{pp''} = \vec{GO} \text{ ou } \vec{p''p'} = \vec{OG}.$$

On passe de p' à p , d'abord par la symétrie d'axe $x'x$ qui transforme p' en p'' , puis par la translation de vecteur $\vec{OG}$ qui fait passer de p'' à p . La transformation inverse de (A) est donc analogue à (A) et en diffère par le changement du vecteur de translation $\vec{GO}$ en son opposé $\vec{OG}$.

Il est visible que le milieu p_1 du segment pp' est le centre du rectangle $pp''p'p'''$; quel que soit p , le milieu p_1 appartient à la droite $x'x$.

Pour que p' fût confondu avec p , donc avec p_1 , le point p devrait nécessairement appartenir à $x'x$. Mais alors p' se déduit de p par la translation de vecteur non nul $\vec{GO}$; il n'existe pas de point confondu avec son transformé par (A). En particulier, il n'y aura pas dans la suite à craindre que se présente encore une indétermination pour la médiatrice de mm' (provenant de la coïncidence de m et m').

Bien entendu, l'ordre des opérations, symétrie et translation dont le « produit » fournit l'opération (A), peut être ici regardé comme indifférent, ce qui tient à ce que la translation laisse globalement invariante l'axe $x'x$ de la symétrie : ce fait résulte de la constatation de l'équipollence de $\vec{p''p'}$ et de $\vec{pp''}$, en d'autres termes. La translation de vecteur $\vec{GO}$ changerait p en p''' , la symétrie d'axe $x'x$ changeant p''' en p' . On dit que cette symétrie et cette translation sont permutable.

La droite uv ne joue dans la définition de (A) aucun rôle privilégié parmi les droites perpendiculaires à $x'x$. Néanmoins le fait que uv est axe de symétrie du cercle (C) lui conférera un certain rôle dans la suite du problème, que nous allons analyser :

Désignons par (S_{uv}) la symétrie d'axe uv ; par (S_o) , (S_ω) , (S_G) les symétries de centres respectifs O, ω , G. La translation de vecteur $\vec{GO}$ est le produit des symétries (S_G) , (S_ω) dans cet ordre, puisque $\vec{GO} = 2\vec{G\omega}$; la symétrie d'axe $x'x$ est le produit des symétries (S_{uv}) et (S_ω) dans un ordre quelconque.

Ceci se note symboliquement

$(A) = (S_G) (S_\omega) (S_\omega) (S_{uv}) = (S_G) (S_{uv})$ puisque (S_ω) , deux fois répétée, équivaut à l'opération identique.

On eût pu noter également, en considérant la translation de vecteur $\vec{GO}$ comme produit des symétries $(S_\omega) (S_o)$ dans cet ordre, et (A) comme produit de la symétrie d'axe $x'x$ par la translation précédente :

$$(A) = (S_{uv}) (S_\omega) (S_\omega) (S_o) = (S_{uv}) (S_o)$$

Regardons sur une figure la signification de ces égalités symboliques, en désignant par q le symétrique de p' par rapport à la droite uv et par q' le transformé de q par (A) :

(A) change p en p' ; (S_{uv}) change q en p' ; c'est donc que (S_G) change p en q . Ainsi p et q sont symétriques par rapport à G .

(A) change q en q' : (S_{uv}) change q en p' , donc (S_O) change p' en q' . Ainsi p' et q' sont symétriques par rapport à O . La transformation (A) est un déplacement « indirect » [c'est-à-dire qui retourne le sens des angles], puisque les symétries par rapport aux droites de (P) sont des déplacements avec retournement.

4° Revenant aux droites (D), on demande de rechercher celles de ces droites qui passent par un point donné p' du plan (P) : on désigne par p , comme ci-dessus, le point dont le transformé par (A) est p' .

m étant un point quelconque de (C), m' son homologue par (A), m' point de C' , les distances pm et $p'm'$ sont égales, (A) étant un déplacement. Pour que la médiatrice (D) de mm' passe par p' , il faut et il suffit que $p'm' = p'm$, ou, ce qui revient au même, que $pm = p'm$; ou encore que m soit sur la médiatrice de pp' (toujours bien déterminée, comme on l'a vu plus haut).

Les points m de (C), s'il en existe, tels que la droite (D) qui correspond à l'un d'eux, passe par O , sont donc les points de rencontre de (C) avec la médiatrice de pp' .

Exemple : droites (D) passant par O ; l'opération inverse de (A) change O en G ; c'est-à-dire que pour p en G , p' est en O ; la médiatrice de OG est la droite uv , qui coupe (C) en u et v : les seules droites (D) passant par O sont les médiatrices (U) de uu' et (V) de vv' . Il était évident qu'on a *a priori* ainsi deux droites (D) particulières.

5° On peut se demander si une droite (D) quelconque, médiatrice du segment mm' et distincte de (U) et de (V), rencontre à distance finie (U) et (V). Deux droites (D) ne sont parallèles que si leurs vecteurs $\overrightarrow{mm'}$ sont parallèles et même équipollents, car la projection de $\overrightarrow{mm'}$ sur un axe de la droite $x'x$ a même mesure que $\overrightarrow{GO}$ sur cet axe : ceci nécessite que les points m , relatifs à ces deux droites, soient sur une droite parallèle à $x'x$. Or, il n'y a pas de point de (C), autre que u (ou v), situé sur une telle parallèle issue de u (ou de v), ces parallèles étant tangentes au cercle (C).

Donc la droite (D) en question coupe (U) en λ' , (V) en μ' , points à distance finie.

λ et μ étant les points dont les homologues par (A) sont λ' et μ' , la construction des droites (D) passant par λ [qui sont (U) et λu] a montré que la droite um est médiatrice de $\lambda\lambda'$, et, de même, la droite vm est médiatrice de $\mu\mu'$.

λ_1 désignant le milieu de $\lambda\lambda'$ et μ_1 celui de $\mu\mu'$, um est confondue avec $u\lambda_1$, vm est confondue avec $v\mu_1$.

Le cercle décrit sur $u\lambda'$ comme diamètre [qui passe par O , puisque $O\lambda'$ soit (U) est perpendiculaire à Ou] passe aussi par λ_1 . De même le cercle décrit sur $v\mu'$ comme diamètre passe par v et par μ_1 .

D'où les égalités d'angles :

$$\begin{aligned} (uO, u\lambda') &= (\lambda_1O, \lambda_1\lambda') \mod \pi, \\ (\mu'O, \mu'v) &= (\mu_1O, \mu_1v) \mod \pi, \end{aligned}$$

λ_1O et μ_1O sont confondues avec $x'x$, $\lambda_1\lambda'$ est perpendiculaire à um et u_1v confondue avec vm est perpendiculaire à um [c'est là qu'intervient l'hypothèse que m est sur (C)]. Les seconds membres des égalités précédentes sont égaux (mod π). Il en est de même des premiers

$$(uO, u\lambda') = (\mu'O, \mu'v) \mod \pi.$$

Autrement dit, les angles $\widehat{Ou\lambda'}$, $\widehat{O\mu'v}$ saillants sont égaux ou supplémentaires : ce sont des angles aigus des triangles rectangles en O : $uO\lambda'$ et $vO\mu'$, ils sont égaux et ces triangles rectangles sont semblables. De manière précise, les triangles orientés $uO\lambda'$ et $\mu'Ov$ sont *directement* semblables [s'ils ne l'étaient pas (uO , $u\lambda'$) et ($\mu'O$, $\mu'v$) seraient opposés (mod π), ce qui n'a pas lieu].

Première conséquence : $\frac{O\lambda'}{Ov} = \frac{Ou}{O\mu'}$ ou $O\lambda' \cdot O\mu' = Ou \cdot Ov$.

Seconde conséquence : soit $X'OX$ l'axe de symétrie (ou bissectrice) des demi-droites d'origine O portant les vecteurs $\vec{Ou}$, $\vec{Ov}$: $X'OX$ est fixe

$$(\vec{OX}, \vec{Ou}) + (\vec{OX}, \vec{Ov}) = 0 \pmod{2\pi},$$

comme $(\vec{Ou}, \vec{O\lambda'}) + (\vec{Ov}, \vec{O\mu'}) = 0 \pmod{2\pi}$ [$\widehat{uO\lambda'} = \widehat{\mu'Ov}$ en gr. et sens] il s'ensuit, par addition membre à membre

$$(\vec{OX}, \vec{O\lambda'}) + (\vec{OX}, \vec{O\mu'}) = 0 \pmod{2\pi},$$

$X'OX$ est donc aussi axe de symétrie (ou bissectrice) des demi-droites d'origine O portant les vecteurs $\vec{O\lambda'}$ et $\vec{O\mu'}$.

6° Portons sur $X'OX$, bissectrice commune des angles $\widehat{uOv}$, $\widehat{\lambda'O\mu'}$, les vecteurs opposés $\vec{OF}$ et $\vec{OF'}$ dont la longueur est

$$OF = OF' = \sqrt{Ou \cdot Ov} \quad F \text{ et } F' \text{ sont fixes.}$$

La médiatrice de FF' est la perpendiculaire $Y'OY$ à $X'OX$ en O. Soit j le symétrique de μ' par rapport à $Y'OY$. $O\lambda'$ et $-Oj$ sont des demi-droites opposées et

$$O\lambda' \cdot Oj = O\lambda' \cdot O\mu' = OF^2, \quad \text{ou} \quad \vec{O\lambda'} \cdot \vec{Oj} = -\vec{OF}^2 = \vec{OF} \cdot \vec{OF'}.$$

Donc les points λ' , j , F , F' appartiennent à un même cercle : $Y'OY$ est un axe de symétrie pour ce cercle qui passe donc aussi par μ' .

Les points λ' et μ' sont ainsi concycliques avec F , F' et sont situés de part et d'autre de la corde FF' .

Réciproquement si deux points λ'_0 de (U), μ'_0 de (V) sont sur un même cercle passant par F et F' et de part et d'autre de la droite FF' , étudions les droites de la famille (D) passant par λ'_0 , dont l'une est (U) ; l'autre coupe (V) en un point μ''_0 ; le couple $\lambda'_0\mu''_0$ est un des couples $\lambda'\mu'$ de l'analyse précédente, le cercle $FF'\lambda'_0$ passe par μ'_0 ; la demi-droite $O\mu''_0$ a déjà en commun avec ce cercle le point μ'_0 donc μ''_0 et μ'_0 coïncident. La droite $\lambda'_0\mu'_0$ est une droite (D).

7° Il existe une hyperbole (H) déterminée par ses foyers F , F' et par sa demi-longueur d'axe a , si $a < OF$. Prenons pour a la projection de OF sur (U) [ou sur (V)], l'inégalité précédente a bien lieu et les tangentes menées de F au cercle principal de (H) sont perpendiculaires à (U) et (V). (U) et (V) sont les asymptotes de (H).

Les tangentes menées de λ' à (H), dont l'une est l'asymptote (U), vérifient le théorème de Poncelet : elles ont mêmes bissectrices que $\lambda'F$ et $\lambda'F'$, qui joignent à λ' les points de rencontre du cercle $FF'\lambda'$ avec $Y'OY$: l'asymptote passant par j , la seconde tangente à (H) issue de λ' passe par μ' , d'après la symétrie de μ' et j par rapport à $Y'OY$. Donc la droite $\lambda'\mu'$ est tangente à (H).

Toute droite (D) est ainsi tangente à (H). Réciproquement soit une tangente à (H), qui coupe l'asymptote (U) en λ'_0 , le raisonnement précédent montre qu'elle coupe (V) en un point μ'_0 tels que λ'_0 et μ'_0 aient la disposition étudiée au paragraphe précédent (6°) ; il s'ensuit que $\lambda'_0\mu'_0$ est une droite (D) : toute tangente à (H) est une droite (D) [et cette proposition vaut pour les asymptotes considérées comme tangentes à (H)].

L'enveloppe des droites (D) est donc l'hyperbole (H).

II

Supposons, sans la discuter, l'existence d'un arc du cercle (C) situé dans la région extérieure de l'hyperbole (H).

1° On prend un point a' sur cet arc. Il existe donc deux tangentes à (H) passant par a' , qui recouperont (C) en des points b' et c' . Ils sont distincts de a' , à moins d'un choix particulier de a' ; ceci nous permet de considérer que a' , b' , c' sont les sommets d'un vrai triangle inscrit à (C).

Les droites $a'b'$, $a'c'$ sont les droites (D) menées de a' , dont on a donné une construction en (I, 4°) : a étant le point dont l'homologue par (A) est a' , la médiatrice du segment aa' coupe (C) en β et γ : (A) fait correspondre à β et γ des points β' et γ' [de (C')] : $a'c'$ n'est autre que la médiatrice de $\beta\beta'$ et $a'b'$ que la médiatrice de $\gamma\gamma'$. Le choix des notations adoptées ici était fixé par l'énoncé. On appelle β_1 et γ_1 les milieux de $\beta\beta'$ et $\gamma\gamma'$, qui sont des points de $x'Ox$; et a_1 le milieu de aa' , qui est également sur $x'x$.

a_1 et γ_1 sont des sommets d'angles droits $a'a_1\gamma$ et $a'\gamma_1\gamma$ dont les côtés passent par a' et γ : ces points sont sur le cercle décrit sur $a'\gamma$ comme diamètre. Les droites $a'\gamma$ et $a_1\gamma_1$ (celle-ci confondue avec $x'x$) sont isogonales par rapport aux droites $a'\gamma_1$, $a_1\gamma$. Autrement dit $a'\gamma$ et $x'x$ sont isogonales par rapport à $a'b'$ (médiatrice $a\gamma_1$ de $\gamma\gamma'$) et $\beta\gamma$.

(Mais a' , b' , β , γ appartiennent au cercle (C) d'où résulte que $a'\gamma$ et $b'\beta$ sont isogonales par rapport à $a'b'$ et $\beta\gamma$.)

La comparaison de ces résultats prouve que $b'\beta$ est parallèle à $x'x$. Autrement dit, sur (C), le point b' est symétrique du point β par rapport à uv .

En considérant de même que a_1 et β_1 sont sur le cercle décrit sur $a'\beta$ comme diamètre, le même raisonnement aboutit à la conclusion que, sur (C), le point c' est symétrique du point γ par rapport à uv .

2° On est conduit à considérer le symétrique α de a' par rapport à uv et le point a' transformé de α par (A), α est sur (C) et a' est sur (C').

D'après les résultats de I, 3°, où il y a lieu de considérer p' comme étant ici le point a' , q comme étant le point α , p comme étant le point a , (A) fait correspondre à α le point symétrique de a par rapport à uv . Donc a' et a sont symétriques par rapport à uv , tout comme α et a' . La médiatrice de $\alpha a'$ est donc symétrique par rapport à uv de la médiatrice de aa' , soit $\beta\gamma$: c'est donc la droite $b'c'$, d'après les conclusions de II, 2°.

α appartenant à (C), la droite $b'c'$ est une droite (D), c'est-à-dire est tangente à H.

Le triangle $a'b'c'$, inscrit au cercle (C), a donc ses trois côtés, prolongés, tangents à l'hyperbole (H).

Comme a' était arbitraire sur un arc de (C), il y a donc une infinité de triangles inscrits à (C) et circonscrits à (H).

3° On peut établir par égalités d'angles de droites, que les droites aa' , $\beta\beta'$, $\gamma\gamma'$ coupent le cercle (C) en un même point ω .

Mais on atteint ce résultat plus rapidement en utilisant à nouveau un des résultats de (II, 2°) « p' et q' sont symétriques par rapport à O » : comme on vient de le voir, on peut supposer que p' est a' et q' comme étant a' .

Le rôle symétrique joué par les sommets a' , b' , c' du triangle $a'b'c'$ rappelle ici que, de même b' et β' , c' et γ' sont symétriques par rapport à O. Bref, le triangle $a'b'c'$ n'est autre que le symétrique par rapport à O du triangle $\alpha'\beta'\gamma'$, inscrit à (C').

$\gamma\gamma'$ est perpendiculaire à $a'b'$, donc aussi à $\beta'a'$ (qui est parallèle à $b'a'$) : c'est la hauteur issue de γ' du triangle $\alpha'\beta'\gamma'$. Le fait que aa' , $\beta\beta'$, $\gamma\gamma'$ concourent en un même point, n'est donc autre que celui du concours des hauteurs du triangle $\alpha'\beta'\gamma'$: si on appelle ω ce point, ω est l'orthocentre du triangle $\alpha'\beta'\gamma'$.

Les milieux $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ des segments $\alpha\alpha', \beta\beta', \gamma\gamma'$ sont les projections respectives de φ sur les côtés $b'c', c'a', a'b'$ du triangle $a'b'c'$: ces points sont sur $x'x$, donc alignés. Il est classique que φ est situé sur le cercle (C) circonscrit au triangle $a'b'c'$.

φ étant l'orthocentre de $\alpha'\beta'\gamma'$, la symétrie de centre O transforme ce résultat en le suivant : le symétrique du point φ par rapport à O est l'orthocentre du triangle $a'b'c'$.

RESULTATS DE L'EPREUVE

Le sujet a moins arrêté les concurrents que ceux des années précédentes. On peut expliquer ce fait, qui a surpris les correcteurs, par diverses raisons :

1° Les considérations de la partie I sont, dès le début, intuitives et des résultats apparaissent sur les figures, comme s'imposant presque à l'évidence sans effort de justification.

2° Les candidats sont guidés étroitement par le texte, et il avait été pris soin de leur indiquer, à point nommé, tel paragraphe antérieur aidant aux démonstrations.

3° Les notations de la partie II dispensent presque de faire la figure, à vrai dire assez embarrassante si on ne veut la construire qu'à partir des seules hypothèses intervenant dans l'ordre du texte. Au contraire, si, après une connaissance suffisante du sujet, on observe qu'elle s'apparente à une figure classique, celle du théorème de la droite de Simson, on la réalise rapidement, sans la considération de l'hyperbole (H).

Somme toute, le travail de débrouillage du sujet avait été assez poussé pour que les candidats n'aient plus à s'égarer en vaines recherches.

Mais, en contre-partie, les correcteurs se sont trouvés dans l'obligation de sérier les copies en faisant intervenir la qualité de leurs exposés, ce qui est tout à fait normal et souhaitable pour ce genre d'épreuve.

Voici leurs observations les plus fréquentes :

1° Le texte est mal lu, pas assez approfondi. Ainsi des questions élémentaires demeurent parfois sans réponse : exemple I, 3° ... p, p' peuvent-ils être confondus ?

2° De nombreuses démonstrations sont inachevées : des réciproques sont négligées. C'est en considérant ce défaut que nous avons conçu la correction qui précède du sujet, en reprenant bien des points qui peuvent paraître à première vue évidents, et que les élèves n'ont pas cru devoir développer.

3° On excuserait ces appels à l'évidence visuelle si les figures, dans les copies, étaient suffisamment claires et suffisamment répétées. Celles que l'on trouve ne sont pas dégagées assez des éléments étrangers qui n'interviennent pas dans la démonstration du moment.

4° La rédaction est souvent illisible, les abréviations sont trop personnelles, on se sert de néologismes dangereux, « un cercle coupant pseudo-orthogonalement un autre cercle ».

Bien des erreurs de raisonnement portent sur des transitions douteuses ou escamotages, « changement opportun du sens des angles orientés », « passage d'angles de droites à des angles de vecteurs ».

5° Certains concurrents paraphrasent le texte de I, 4°, espérant que ce discours leur sera compté comme solution.

Ces critiques visent la masse des copies, mais les correcteurs ont trouvé la partie II, surtout traitée par les meilleurs, beaucoup plus satisfaisante. On y relève alors un souci de clarté, de vigueur et d'élégance, et ceux qui ont fait la figure l'ont presque tous très soignée.

Il faut souligner surtout que beaucoup de nos bons élèves de la classe de Mathématiques se méprennent en progressant d'une manière superficielle, ne faisant que

peut de part au raisonnement, et se réconfortent eux-mêmes en signalant qu'ils rencontrent des figures « de connaissance ».

Tantôt celles-ci sont des triangles ou trapèzes isocèles, et la mentalité de l'élève s'apparente à celle de la classe de Quatrième : géométrie de petits bouts, sans généralité, et dans ces conditions les considérations de produits de transformation ne sont pas goûtées le moins du monde par ces élèves qui débitent en tranches menues les figures (comme le ferait l'épicier, remarque un correcteur).

Ceci nous montre qu'il serait très illusoire de faire fond sur une amélioration apparente du caractère mathématique de l'enseignement : le plus grand nombre de nos élèves reste attaché au concret et au visuel.

Mais, parmi les figures de connaissance que l'on relève dans les copies, il en est de plus photogéniques et savantes, qui donnent parfois à penser que les candidats (trop savants) sont au courant de tout : quadrangle harmonique, produit constant des segments déterminés par une tangente sur les asymptotes de l'hyperbole. Dans l'ignorance du programme officiel de la classe, de telles parties leur paraissent déjà banales, même s'ils ne sont pas capables de faire des démonstrations formelles correctes.

En résumé, nos jeunes apprentis géomètres préfèrent les résultats d'une démonstration à l'esprit de cette démonstration elle-même. Une tradition persistante, qui n'est pas du tout cependant celle de nos professeurs, les y incite. Mais ceci n'atteste qu'un manque de maturité qui n'est pas très grave.

Une copie est nettement au-dessus des autres, par sa précision, sa netteté de langage et sa présentation : elle a été classée première. Tout y a été traité. La copie proposée pour le second prix, également élégante, était moins développée comme exposé de la première partie.

Il a été décerné deux prix seulement, et dix accessits, une coupure sensible, existant entre le second prix et le premier accessit.

Le second prix a été attribué à une jeune fille, ce qui est tout à fait rare dans les annales du concours de cette classe. Le premier des classes parisiennes s'est classé 10^e accessit.

On retrouve dans le palmarès le premier prix du Concours général de Première de 1954, ainsi que le troisième accessit de ce concours, exactement avec les mêmes mentions que l'année dernière. Le 10^e accessit de cette année avait obtenu en Première le 2^e accessit.

L'Inspecteur général président du Jury,
P. ROBERT.