

IV. PROBLÈMES PÉDAGOGIQUES

PROJET DE NOUVEAUX PROGRAMMES

Mandatée par le Comité de l'A.P.M. une Commission des Programmes a été constituée et placée sous la responsabilité de notre Collègue SIROS. Nous publions ici ses premiers travaux relatifs aux classes du second cycle.

La Commission continue son travail, car il lui reste à préciser : mécanique, géométrie descriptive et astronomie en classe de Mathématiques ; programmes des classes non scientifiques du second cycle ; programmes des classes du premier cycle.

Quoi qu'il en soit, il a paru intéressant de présenter cette première partie du travail. Les Collègues pourront y réfléchir et, éventuellement, en discuter à l'Assemblée générale de 1957.

*

**

Classe de Seconde

ALGÈBRE. — Idée générale : Etude du premier degré.

L'étude des vecteurs, inscrite au programme de géométrie, permet de transférer à ce chapitre, comme cas particulier de la somme vectorielle, l'étude de la relation de Chasles et la notion de coordonnées d'un point dans un plan.

I. *Rappel* : Nombres positifs, nuls, négatifs. Opérations.

II. *Compléments de calcul algébrique* : Puissances d'exposants entiers positifs et négatifs.

Rapports et proportions.

Monômes. Polynômes. Fractions rationnelles (addition, multiplication, identités remarquables).

III. — *Equations et inéquations* : Résolution et discussion de l'équation du premier degré à une inconnue. Résolution d'équations numériques se ramenant au premier degré.

Inéquations à une inconnue.

Résolution et discussion d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues.

IV. *Fonctions d'une variable* : Croissance. Représentation graphique.

Fonction linéaire. Représentation par une droite.

Application des graphiques à la résolution et à la discussion des équations et inéquations du premier degré à une inconnue, des systèmes d'équations et inéquations du premier degré à deux inconnues.

Fonctions $y = \frac{1}{x}$, $y = \frac{a}{x}$.

V. *Mouvement rectiligne uniforme* : Fonction horaire, vitesse, diagrammes.

VI. *Problèmes du premier degré*.

TRIGONOMÉTRIE. — I. Définition des fonctions circulaires $\cos x$, $\sin x$, $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{cotg} x$ pour x quelconque.

Relations entre les fonctions circulaires d'un même arc.

II. Fonctions circulaires des arcs opposés, supplémentaires, complémentaires. Résolution des équations $\sin x = \sin \alpha$, etc...

III. Courbes représentatives des fonctions circulaires.

IV. Usage des tables. Cas des petits angles.

GÉOMÉTRIE. — I. *Rappel, contrôle et mise au point des notions suivantes* :

Angles, droites perpendiculaires, triangle isocèle, cas d'égalité des triangles et des triangles rectangles. Inégalités dans le triangle. Perpendiculaire et obliques menées d'un point à une droite.

Propriété caractéristique des points de la médiatrice d'un segment et de la bissectrice d'un angle.

Propriétés caractéristiques des droites parallèles.

Somme des angles d'un triangle et d'un polygone convexe.

Parallélogramme.

II. *Introduction de la géométrie dans l'espace*.

Détermination d'un plan et d'une droite.

Parallélisme des droites et des plans.

Droites et plans perpendiculaires. Perpendiculaire et obliques menées d'un point à un plan.

Dièdres, plans perpendiculaires.

Projection orthogonale sur un plan.

III. *Le cercle et la sphère*.

1° Le cercle, intersection avec une droite. Tangente. Cordes et arcs. Positions relatives de deux cercles.

2° La sphère, intersection avec une droite et avec un plan.

Tangente et plan tangent.

Positions relatives de deux sphères.

IV. *Vecteurs* : Vecteur libre, somme vectorielle, définition de la translation.

Rapport de deux vecteurs de même direction.

Théorème de Thalès (plan et espace).

Triangles homothétiques, triangles semblables.

Division harmonique, propriété des bissectrices d'un angle, d'un triangle.

Faisceau harmonique.

V. Extension de la notion d'arc de cercle et d'angle orienté mesuré à $k\pi$ près ou à $2k\pi$ près.

Angle inscrit et angle au centre.

Lieu des points M du plan, tels que, A et B étant deux points du plan :

$$\overrightarrow{(\overline{MA}, \overline{MB})} = \alpha \quad \text{ou} \quad (\overline{MA}, \overline{MB}) = \alpha.$$

Quadrangle inscriptible.

VI. *Translation, rotation, symétrie.*

Définitions, constructions.

Exemples de figures admettant des centres, plans ou axes de symétrie.

VII. *Homothétie* dans le plan ou dans l'espace.

Commentaire. — 1) Le professeur est libre de commencer, soit par un rappel des notions supposées connues, qu'il précisera et complétera, en profitant par exemple des séances de travail dirigé, soit par un exposé systématique de ces notions dans un cours magistral.

2) Il est également libre de choisir l'ordre dans lequel il développera tout le cours.

3) Les questions comportant des études parallèles en géométrie plane et en géométrie dans l'espace seront développées dans le même esprit.

4) Les questions faisant l'objet du paragraphe VI ne seront pas étudiées systématiquement sous la forme de correspondances ponctuelles, mais leur étude aura cependant pour but de conduire les élèves à acquérir cette notion de correspondance ponctuelle.

5) Il est très recommandé d'habituer les élèves à utiliser les procédés de représentation et de recherche suivants : perspective cavalière, projections orthogonales sur un plan ou sur deux plans, ou sur un plan et avec des cotes. Ces questions ne feront pas l'objet d'un cours magistral.

Classe de Première

ALGÈBRE. — Idée générale : Etude du second degré. Introduction des notions de dérivées et de primitive.

I. Equation et trinôme du second degré.

II. Etude de la fonction trinôme et de la fonction homographique.

Formes canoniques. Changement de variables linéaire et homographique.

III. Définition de la dérivée d'une fonction pour une valeur donnée de la variable. Application à la détermination des tangentes aux courbes représentatives des fonctions étudiées.

Fonction dérivée. Fonction dérivée d'une fonction polynôme de degré 3 au plus.

Le signe de la dérivée permet de trouver le sens de variation d'une fonction (sans démonstration).

IV. Notion de primitive (on admettra la notion d'aire).

Calcul des fonctions primitives de la fonction linéaire et de la fonction du second degré.

Applications au calcul de certaines aires et de certains volumes : aire du cercle, volume de la sphère. Aire de la sphère. Volume du cylindre circulaire. Volumes de la pyramide et du cône circulaire. (On admettra la formule donnant la longueur de la circonférence).

V. Cinématique : mouvement rectiligne uniformément varié. Vitesse instantanée. Diagrammes.

VI. Problèmes du second degré.

TRIGONOMÉTRIE. — I. Rappel des définitions des fonctions circulaires.

II. Résolution et discussion des équations de la forme $\sin x = a$, etc...

III. Fonctions circulaires de la somme et de la différence de deux arcs.

Expressions rationnelles de $\cos x$, $\sin x$, $\operatorname{tg} x$ en fonction de $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$.

IV. Usage des tables naturelles.

V. Problèmes conduisant à une équation du premier degré ou du deuxième degré quand on prend pour inconnue un sin, un cos ou une tg.

VI. Relations trigonométriques dans le triangle.

GÉOMÉTRIE. — I. *Exercices sur l'ensemble du cours de Seconde.*

II. Relations métriques dans le cercle.

III. Relations métriques dans les triangles.

IV. Trièdres, orientation de l'espace ; triangles sphériques ; trièdres supplémentaires ; cas d'égalité.

V. Polyèdre : parallélépipèdes, prismes, pyramides (définitions et propriétés simples).

VI. Révision des formules relatives aux aires planes, et application à l'aire des facettes des polyèdres.

Volume des prismes.

VII. Surfaces cylindriques et coniques ; définitions, plan tangent. Cône et cylindre circonscrits à une sphère.

(N.-B. — La question de l'introduction des triangles sphériques et des trièdres supplémentaires a été controversée).

Classe de Mathématiques Élémentaires

Commentaires : ARITHMÉTIQUE. — Dans le libellé du premier paragraphe, il n'est fait explicitement aucun appel aux méthodes et au langage de l'algèbre moderne ; cependant, la façon dont les questions sont enchainées indique que le professeur est libre de choisir, s'il le veut, une méthode axiomatique pour définir les nombres (nombres irrationnels exclus).

Pour les exposants généralisés, il se bornera à exposer les règles de calculs et les justifications de celles-ci.

Au troisième paragraphe, il se bornera de même au cas où les mesures sont des nombres rationnels.

GÉOMÉTRIE. — On a introduit les points à l'infini (dont la définition peut se faire élémentairement de façon précise en géométrie plane) pour faciliter et éclairer certaines questions où cette notion se présente de façon naturelle.

La notion de groupe, qui s'introduit naturellement plusieurs fois dans tout le cours de mathématiques sera précisée avec soin (mais on ne détaillera pas quelles différentes catégories de groupes on pourrait rencontrer).

CONIQUES. — L'étude des coniques a été réduite aux définitions. L'équivalence de celles-ci peut être établie et discutée facilement en ayant recours à leur origine : sections planes. Le professeur pourra faire étudier, à titre d'exercices, quelques problèmes usuels simples en application immédiate des définitions, et en particulier des équations (telles qu'elles sont précisées).

ALGÈBRE. — La définition de la différentielle d'une fonction d'une variable a été introduite pour les besoins de la physique ; on pourra, si l'on veut, définir celle-ci comme coefficient dans le terme principal de l'accroissement de la fonction.

Le programme de TRIGONOMÉTRIE reste identique à l'ancien, à cela près qu'on y ajoute : Résolution et discussion des inéquations de la forme $\sin x > a$, etc...

ARITHMÉTIQUE. — I. Nombres naturels. Addition, soustraction.

Nombres relatifs. Addition, soustraction.

Multiplication, division.

Fractions, opérations. Nombres rationnels.

Divisibilité. Diviseurs communs, P.G.C.D., P.P.C.M. Nombres premiers.

Classes mod. d . Congruences. Opérations.

Exposants fractionnaires et négatifs.

II. Numération décimale ; exercices relatifs à d'autres systèmes de numération.

Explication des règles usuelles des opérations.

Fractions décimales. Fractions égales à une fraction décimale.

Nombres décimaux. Opérations. Quotients approchés.

III. Mesure des grandeurs. Rapport de deux grandeurs. Le rapport de deux grandeurs est égal au quotient des nombres qui les mesurent.

Grandeurs directement et inversement proportionnelles.

IV. Exercices de dénombrement ; notions d'analyse combinatoire. Probabilités (exercices simples).

ALGÈBRE. — I. *Calcul algébrique* : monômes, polynômes ; addition, soustraction, multiplication des polynômes à une ou plusieurs variables.

Division par $x - a$. Pratique de la division des polynômes à une variable ordonnés suivant les puissances décroissantes de la variable.

Fractions rationnelles (on ne parlera pas de la décomposition en éléments simples).

II. Définition d'une fonction d'une variable.

Théorèmes sur les limites (on pourra si on veut démontrer ces théorèmes).

Définition de la continuité.

Systèmes d'axes de coordonnées. Translation, affinité (ou changement d'unités).

Sens de variation d'une fonction.

III. Notions sommaires de géométrie analytique.

Représentation d'une droite par l'équation $ax + by + c = 0$.

Distance de deux points, droites perpendiculaires et représentation d'un cercle en coordonnées rectangulaires normales.

IV. Equations et inéquations. Equivalence.

Résolution et discussion d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues.

Exemples numériques d'équations se ramenant à des équations du premier ou du second degré.

Equations et inéquations irrationnelles.

V. Dérivées et différentielles (fonctions d'une variable). Significations géométriques. Théorèmes généraux.

Variation et représentation graphique des fonctions étudiées en classe de Première et des fonctions suivantes :

$$ax^4 + bx^2 + c ; x^3 + px + q ; \frac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c'}$$

fonctions irrationnelles de la forme

$$y = ax + b + \sqrt{ax^2 + \beta x + \gamma}$$

(exemples numériques).

VI. Fonctions primitives. Application au calcul de certaines aires et de certains volumes.

VII. Définition d'une suite. Suites arithmétiques et géométriques. Questions de limites relatives à ces suites.

VIII. Calculs numériques, logarithmiques. Intérêts composés. Usage de la règle à calcul et du papier logarithmique.

GÉOMÉTRIE. — I. Vecteur libre. Somme vectorielle ; définition et propriétés ; multiplication par un scalaire. Projection. Décomposition suivant deux ou trois vecteurs. Produit scalaire ; applications.

Orientation du plan. Mesure des angles orientés de vecteurs ou de droites par les classes mod. 2π ou mod. π .

A et B étant deux points fixes du plan, lieu des points M tels que

$$(MA, MB) = \alpha \pmod{2\pi \text{ ou mod. } \pi}.$$

Orientation de l'espace.

II. Définition d'un déplacement dans le plan et dans l'espace.

Etude des correspondances suivantes : Translation (plan et espace), rotation (*idem*) ; transposition dans l'espace ; translation ou rotation unique équivalente à un déplacement-plan ; groupe des déplacements-plans.

Symétries dans l'espace par rapport à un point et par rapport à un plan. Produit de deux symétries.

Homothéties. Produit de deux homothéties.

Définition des figures semblables dans le plan et dans l'espace.

Similitude plane directe définie comme transformation ponctuelle. Homothétie-rotation unique équivalente.

Groupe des similitudes planes directes.

III. Définitions de la projection cylindrique et de l'affinité.

Affinité orthogonale. Propriétés ; applications simples.

IV. Définition de la perspective d'un point, d'une droite.

Définition des points à l'infini du plan, de la droite à l'infini du plan. Applications simples.

Définition du birapport de quatre points alignés. Invariance dans une perspective.

Division harmonique, etc... (voir programme actuel).

Transformation par polaires réciproques en géométrie plane.

V. Inversion. Définition du point à l'infini du plan. Applications de l'inversion ; notions de géométrie anallagmatique plane.

CONIQUES. — Définition des coniques comme sections planes d'une surface conique (ou cylindrique) de révolution.

En appliquant les propriétés de la perspective (ou de la projection cylindrique), démontrer les propriétés suivantes :

Une conique et une droite de son plan ont au plus deux points communs.

Une conique admet en tout point une tangente.

Par un point quelconque de son plan on peut mener au plus deux tangentes à une conique.

L'hyperbole et la parabole ont des branches infinies admettant des directions asymptotiques.

L'hyperbole a deux asymptotes.

Définition plane de l'ellipse, l'hyperbole et la parabole par foyer, directrice et excentricité.

Définitions planes bifocales de l'ellipse et de l'hyperbole.

Equations des coniques rapportées à deux axes de coordonnées rectangulaires dont l'un, au moins, est axe de symétrie.

Définition de l'ellipse comme projection orthogonale ou transformée par affinité orthogonale du cercle.

Equivalence de ces définitions.

Projets pour le 1^{er} cycle.

La Commission désire mettre au courant de ses travaux tous les collègues : elle examine actuellement les programmes du premier cycle. Deux points de vue différents se manifestent, comme en témoignent les deux projets suivants :

Projet C M : il concerne seulement les classes de Sixième et de Cinquième, et sera complété d'ici peu pour les autres classes du premier cycle.

Projet F : il consiste plutôt en des indications sur une façon, un « esprit » selon lesquels on peut enseigner les Mathématiques dans le premier cycle ; il ne concerne d'ailleurs que la géométrie.

Si ces deux projets semblent inconciliables à première vue, il est cependant souhaitable — et sans doute possible — d'élaborer une rédaction qui permette à chaque professeur d'interpréter le programme à sa façon et de choisir, pour l'enseigner, la méthode qu'il juge la meilleure. Il est bien entendu, par exemple, que l'ordre dans lequel les paragraphes d'une rédaction sont rangés n'est jamais impératif.

Il est entendu également — et ceci est vrai pour toutes les classes — que la rédaction, toujours sommaire, d'un programme peut être accompagnée d'« indications » — non impératives — apportant certains éclaircissements ou certaines suggestions.

Enfin, il faut ajouter que ces projets ont été établis en supposant que les établissements disposeront d'un « matériel d'enseignement ». On nous en a fait la promesse, la question est à l'étude.

Classe de Sixième.

ARITHMÉTIQUE ET NOTIONS DE GÉOMÉTRIE.

I. Etude des segments de droite, droite, demi-droite. Egalité des segments. Addition, multiples et sous-multiples d'un segment. Mesure ; mesures de longueur.

Problème sur les échelles.

II. Angles : quelques définitions, égalité, addition, multiples et sous-multiples (par calque et pliage).

III. En se servant des grandeurs précédemment étudiées, définition et propriétés simples des sommes, différences et produit par un entier. Application de ces propriétés au calcul mental et au calcul rapide.

IV. Etude du cercle et de la sphère.

A) Mesure des arcs au rapporteur ; mesure des angles au centre ; exercices sur les nombres complexes.

B) La sphère (en liaison avec la géographie) ; cercles tracés sur la sphère : méridiens, équateur, parallèles, longitude et latitude.

C) Mesure du temps ; unité de temps ; lecture de l'heure ; exercices de calcul.

V. Les polygones : quelques définitions : triangle, triangle rectangle, carré, rectangle... hauteur d'un triangle.

Formules de calcul des aires ; exercices de calcul.

VI. Les solides : parallélépipède, cube, prisme, pyramide... Réalisation pratique de quelques solides en liaison avec le travail manuel ; développement ; aires latérales ; volumes ; exercices de calcul.

VII. Usage de la balance : poids, poids spécifique ; mesures de volumes, surfaces, longueurs, à l'aide de la balance en utilisant les solides construits et les surfaces réalisées.

NOTIONS D'ASTRONOMIE.

I. Observation du mouvement diurne.

II. Exercices : 1) mesure de la hauteur du soleil ; 2) variation de la hauteur maxima du soleil au lieu d'observation.

III. Inégalité des jours et des nuits au lieu d'observation.

IV. Saisons au lieu d'observation.

V. Phénomènes remarquables au cours de l'année au lieu d'observation.

Classe de Cinquième.

(Ce programme est établi dans l'hypothèse d'un nombre convenable d'heures de cours).

ARITHMÉTIQUE

— Notion de nombre entier ; suite naturelle des entiers. Nombres égaux, nombres inégaux. Représentation des nombres par des lettres.

— Numération décimale. Idée de quelques autres systèmes de numération.

— Notion de somme. Propriétés de l'addition. Pratique de l'opération.

— Notion de différence. Propriétés de la soustraction. Pratique de la soustraction.

— Propriétés des suites d'additions et de soustractions. Emploi des parenthèses.

— Notion de produit de deux ou plusieurs nombres. Propriétés. Emploi des parenthèses. Pratique de la multiplication.

— Notion de quotient exact. Propriétés. Définition du quotient à une unité près et du reste.

— Caractères de divisibilité.

— Puissance d'un nombre. Produit de deux ou plusieurs puissances d'un même nombre. Quotient, lorsque l'exposant du dividende est supérieur à celui du diviseur.

— Nombres premiers : définition. Pratique de la décomposition d'un nombre en facteurs premiers.

— Multiples et diviseurs d'un nombre. Utilisation de la décomposition en facteurs premiers pour leur recherche.

— Recherche pratique du P.G.C.D. et du P.P.C.M. de deux ou plusieurs nombres.

— Notion de fraction de grandeurs (angles, segments, arcs d'un même cercle). Fractions égales. Simplification des fractions. Comparaison. Réduction au même dénominateur.

— Opérations sur les fractions.

— Fractions décimales. Nombres décimaux.

— Opérations sur les nombres décimaux : addition, soustraction, multiplication.

— Division. Division à $1/10^0$, $1/100^0$, $1/1\ 000^0$ près de deux nombres entiers ou décimaux. Calcul du quotient et du reste.

— Emploi des lettres pour traduire un énoncé d'arithmétique. Propriétés des égalités. Application à la résolution de quelques problèmes simples.

Tout le cours donnera lieu à de nombreux exercices de calcul mental et de calcul rapide.

GÉOMÉTRIE

- Notion de plan, droite, demi-droite, segment de droite.
- Angles : définition, égalité, bissectrice. Somme de deux angles. Angle plat. Angle droit. Angles supplémentaires. Angles complémentaires. Angles opposés par le sommet.
- Symétrie par rapport à une droite. Perpendiculaire menée d'un point à une droite. Usage de l'équerre. Médiatrice d'un segment.
- Cercle. Arc. Angle au centre. Corde. Rappel de la mesure des angles au rapporteur et des unités d'angle.
- Triangle. Triangles particuliers. Droites remarquables dans le triangle. Construction de triangles.
- Les deux premiers cas d'égalité des triangles.
- Première étude du triangle isocèle.
- Troisième cas d'égalité des triangles. Cas spéciaux aux triangles rectangles.
- Propriétés de la médiatrice d'un segment et de la bissectrice d'un angle.

Le programme de géométrie doit permettre de donner des notions précises sur quelques figures simples et de faire progressivement comprendre aux élèves ce qu'est une hypothèse, une démonstration, une conclusion, un théorème.

Notions d'astronomie : même programme d'observations qu'en Sixième.

Mlle CLAVIER (*Sèvres*) et Mlle MASSON (*Marie-Curie*).

Géométrie pour le premier cycle.

SIXIÈME. — *Observation, description, construction et développement de corps de forme simple* :

Cube, parallélépipèdes, prismes et figures planes qui y apparaissent.

Carré, rectangles, triangles rectangles isocèles, familles simples de sections planes.

Vocabulaire nécessaire à la description de ces figures ; rédaction de projets de constructions dans l'espace (pliage) ou planes (usage des instruments).

La sphère et le cercle ; liaison avec le programme de géographie et premières notions d'astronomie : le jour et la nuit, les éclipses, les phases de la lune.

Remarque : les êtres géométriques seront reconnus par l'ensemble de leurs propriétés observées à la façon des sciences naturelles. On habituera les élèves à extraire des éléments choisis de la figure globale (par coloriages par exemple).

CINQUIÈME. — Continuation des exercices de Sixième dans le but de rechercher une classification des êtres étudiés (toujours comme en sciences naturelles) :

Cas particuliers plus ou moins généraux, cas d'exception, apparaissant dans les figures construites. (Relation d'inclusion des ensembles).

Familles de triangles égaux ou semblables, de quadrilatères.

Dessins à une échelle donnée.

Vocabulaire concernant les angles ; mesure des angles.

Vocabulaire concernant les triangles et leurs droites remarquables.

Constructions où les données ne sont pas toutes numériques.

Mesures de longueurs rectilignes, d'aires (liaison avec l'étude des fractions).

Dessin au tableau de quelques solides (liaison avec le cours de dessin).

Astronomie : les constellations (liaison avec la mesure des angles).

QUATRIÈME. — *Dépendance logique des propriétés des figures globalement connues.*

Premières *définitions logiques*, c'est-à-dire système de propriétés *suffisantes* à la détermination d'un être ou d'une famille d'êtres mathématiques. Possibilité de *déduire* de nombreuses conclusions (et même une infinité) par enrichissement d'une figure donnée.

Incompatibilité de certaines conditions. *Vocabulaire logique* (en particulier, conjonctions).

L'étude sera faite à partir des figures simples de géométrie plane (angles, triangles, cercles, parallélogrammes) que l'on retrouve dans l'espace : droites perpendiculaires à un plan, droites parallèles à un plan (étudiées par exemple dans le cube).

TROISIÈME. — 1) Le nombre de paramètres dont dépend une figure. Figures articulées. Lieux géométriques simples.

2) Possibilité de calculer ce que l'on sait construire : théorème de Thalès, triangles semblables, relations métriques dans le triangle rectangle, cos, sin, et tg d'angles aigus. Exercice de calculs sur les solides simples construits et sur leur développement, leur aire, leur volume. *Astronomie* : mouvement des astres. Leurs distances.

N.-B. — a) La première construction d'ensemble de la géométrie est réservée pour la classe de Seconde. — b) En Quatrième et Troisième, on admettra une base intuitive aussi large que l'exige la mentalité des jeunes élèves.

Mlle FÉLIX (*La Fontaine*).
