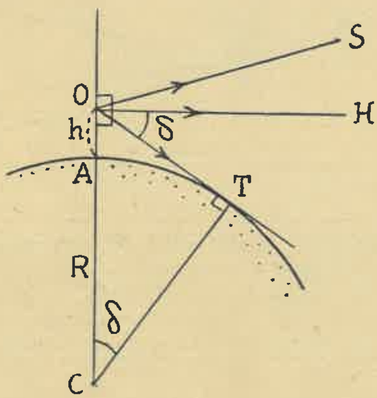
UNE APPLICATION DES ANGLES
à l'observation de l'horizon

Considérons un point d'observation O d'élévation h par rapport au niveau de la mer. Le rayon visuel OT tangent à la surface de la mer se trouve un peu au-dessous de l'horizontale OH ; soit δ l'écart angulaire $\widehat{HOT}$. Cet angle est appelé *dépression de l'horizon.* Sa connaissance est indispensable en navigation dans la mesure de la hauteur $\widehat{HOS}$ d'un astre S (Soleil) ; en effet, l'instrument dont on se sert, le *sextant,* se réfère à l'horizon : il indique $\widehat{TOS}$. Pour obtenir la hauteur, il faut retrancher de $\widehat{TOS}$ la dépression de l'horizon. Celle-ci dépend de l'élévation h (pont du navire) ; il s'agit donc de trouver δ en fonction de h. Nous découvrirons, chemin faisant, un autre intérêt pratique de ce calcul.



L'angle δ se retrouve en C, centre de la Terre, car on a deux angles à côtés perpendiculaire. Soit R le rayon terrestre, on a aussitôt : $\cos \delta = \dfrac{R}{R + h,}$ ce qui définit δ.

Or δ est petit, $\cos \delta$ est proche de l'unité, il est tout indiqué de prendre $1 - \cos \delta$ et d'appliquer la formule d'approximation $1 - \cos \delta = \dfrac{\delta^2}{2}$; on obtient ainsi :

$$\frac{\delta^2}{2} = 1 - \frac{R}{R + h} = \frac{h}{R + h} \simeq \frac{h}{R},$$

d'où la formule :

$$\delta = \sqrt{\frac{2h}{R}}.$$

On remarque immédiatement que δ varie comme la racine de h.

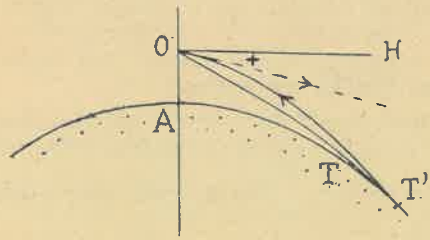
Il reste à rendre utilisable cette formule. On a $R = 6\,366$ km environ, mais on prendra commodément h en mètres. De plus, dans l'approximation, δ est en radian, alors qu'il est intéressant de l'obtenir en minutes.

Le calcul numérique qu'on doit faire à cette occasion, avec la question des changements d'unités, donne finalement : $\delta = 1{,}93\sqrt{h}.$

Cependant, si l'on tient à posséder une formule bien réelle, on doit tenir compte de la *réfraction atmosphérique.* On admettra que celle-ci réduit d'environ 8 % le résultat précédent, si bien que le vrai coefficient de la formule est $1{,}93 \times 0{,}92 = 1{,}78$.

Or, la formule qui donne δ en minutes présente un autre intérêt pratique, et qui touche davantage à l'observation de la nature. Elle fournit la ***distance de l'horizon,*** vu d'une élévation h. En effet, l'arc $\overset{\frown}{AT}$ est proportionnel à l'angle au centre δ. Même, si l'on prend comme unité de longueur le ***mille marin,*** on a cette loi remarquable que ***le nombre de milles est*** δ, d'après la définition même du mille.

Là aussi, pour disposer d'une formule vraie, il faut tenir compte de la réfraction, qui, cette fois, augmente le résultat. Nous admettrons que l'augmentation est encore de 8 %, ce qui donne le coefficient $1{,}93 \times 1{,}08 = 2{,}08$. Ainsi on possède la distance de l'horizon par la formule : $\delta = 2{,}08\sqrt{h}$ (δ en milles, h en mètres).



Exemple. — La carte d'Etat-Major indique comme côte élevée sur les hauteurs de Boulogne : 85 mètres. Calculer la distance de l'horizon visible depuis cet observatoire.

Réponse : $1{,}852 \times 2{,}08 \times \sqrt{85} = 35{,}500$ km.

On comprend qu'on aperçoive parfaitement de ces hauteurs, par temps clair, les falaises d'Angleterre, qu'on sait distantes, en effet, d'une trentaine de kilomètres.

Autre exercice : à Paris, calculer la distance de l'horizon pour une observation effectuée du haut de la *Tour Eiffel.*

Autre application : la même formule donne évidemment la ***portée d'un phare.*** En inversant le problème on demandera l'élévation d'un phare dont la portée est par exemple de 21 milles (Penmarc'h).

Réponse : $h = \left(\frac{}{2{,}08}\right)^2 = \left(\frac{21}{2{,}08}\right)^2 = 102$ mètres.

Pour ces calculs numériques l'emploi de la *règle à calcul* est opportun.

On peut faire dresser une *Table* des distances, avec l'argument h variant par exemple de 10 en 10 m, de 0 à 100 m, voire jusqu'à 500 m pour les côtes montagneuses. Cette petite table peut présenter pour les élèves, au cours d'un voyage par exemple, un intérêt de curiosité.

C. Delapierre (*Ecole Militaire Préparatoire, Les Andelys*).