

Retour à l'expérience pédagogique

L'intéressante étude de logique que M. CHAUVINEAU propose à nos réflexions montre bien l'impossibilité de faire, à l'occasion de notre enseignement des Mathématiques, une analyse approfondie des bases de la logique utilisée. J'avais tenté de mettre en garde contre les monstres nés de la dévaluation des symboles ; M. CHAUVINEAU n'évoque-t-il pas les spectres nés de leur sur-évaluation ? Entre ces spectres et les moutons à cinq pattes ou crocodiles à deux têtes que créent nos élèves (on en trouvera plus loin un exemple !), on peut préférer les derniers : si le professeur de

Mathématiques, en agissant, devait choisir, il lui faudrait s'abstenir et compter sur la vie pratique et sociale pour donner aux enfants un élément de formation logique : ce serait la non-évaluation totale !

Mais que nous dit l'expérience pédagogique des difficultés théoriques soulevées dans l'article qui précède ?

I. *Equivalence logique entre deux propositions.* — Le signe $\Leftrightarrow$ est parfaitement compris sans explications verbales, accepté, utilisé, tout en restant facultatif dans un résumé d'étude tel que : « Il s'agit d'un triangle ABC (1).

$$AB = AC \Leftrightarrow \widehat{B} = \widehat{C}$$

ce qui se lit « l'égalité $AB = AC$ est équivalente à l'égalité $\widehat{B} = \widehat{C}$ ». Le symbole souligne la compréhension de la relation entre un théorème et sa réciproque, en la séparant du vocabulaire de la traduction : « faut », « suffit », « nécessaire à », « pour que », etc...

II. *Les relations d'équivalence entre termes*, telles que $2 + 3 = 5$, $\overline{AB} = -2$, $2/3 = 4/6$, $x'x/y'y$, etc... n'ont rien de mystérieux si elles sont introduites convenablement, avec reconnaissance de la réflexivité, de la symétrie et de la transitivité. Seul, ce dernier mot, je crois, est vraiment utile pour souligner une propriété qui n'est pas évidente pour l'enfant. Notons, du reste, que ces équivalences, établies dans un ensemble à préciser (référentiel), sont toujours relatives au point de vue précisé : il est faux que, dans tous les exercices, $2/3$ puisse remplacer $4/6$; il est faux que deux morceaux de ruban de 2 m et 3 m puissent toujours remplacer un morceau de 5 m.

Quant à l'égalité-indiscernabilité, c'est beaucoup trop primordial pour être étudié par d'autres que des spécialistes, car à quoi de plus primordial le ramener ? Pourtant, nous savons tous comme il faut insister pour un bon usage des articles « le » ou « un ».

La classification des équivalences suivant leur force, malgré la difficulté du double point de vue (compréhension ou extension), ou à cause de cette difficulté qui les intéresse, est parfaitement comprise en Quatrième à l'occasion des parallélogrammes, rectangles, losanges, carrés. (On revoit alors les triangles quelconques, rectangles, isocèles et rectangles isocèles).

III. Nous n'aurons jamais, il me semble, à écrire « $x < y$ », désigne la relation $x < y$, bien que M. CHAUVINEAU nous invite à le faire de temps en temps. Mais son étude nous montre la nécessité d'explicitier une convention qui n'est jamais formulée : « Toute relation écrite est affirmée ; toute proposition qui n'a pas la forme interrogative est affirmée comme vraie. » Pour nous $x < y$ doit se comprendre : « Il est vrai de dire : x est inférieur à y . » Sinon, ne serions-nous pas conduit à dire parfois : « Il est vrai qu'il est vrai que x est inférieur à y », etc..., ce que le logicien, naturellement, étudie ? Mais est-ce clair pour nos élèves ? Non, puisque, même, en Mathématiques Élémentaires, mes élèves commencent souvent par affirmer la conclusion, en en faisant une sorte de titre, d'annonce, suivant en cela des énoncés mal rédigés, alors qu'il faudrait une forme interrogative. Nous savons que de nombreux collègues exigent le point d'interrogation, tant que le résultat n'est pas acquis $x < y$?

Quant à la définition, ou plutôt à la *dénomination*, nous sommes, là encore, sur un terrain fondamental. Je ne crois pas qu'un seul livre de Mathématiques formalise

(1) M. CHAUVINEAU me fait remarquer qu'il faut préciser « un vrai triangle ».

Si, au lieu de la vieille terminologie par *figures*, j'avais, comme le recommande M. CHOQUET, parlé d'ensembles, j'aurais dit avec toute la précision nécessaire : « Il s'agit d'un ensemble de trois points quelconques non alignés. »

ici. Suivons les livres rédigés en bon français, quel que soit leur niveau (BOURBAKI, par exemple), et exigeons une rédaction précise chaque fois que l'on introduit une nouvelle lettre, un angle auxiliaire, etc... Par exemple, nul n'a le droit (même au tableau ou en résumé) d'omettre les mots des expressions clefs :

« nommons x' et x les racines, si elles existent, de ».

« J'appelle $f(x)$ le trinôme ».

« Je pose $u = \cos x$ » avec le sens de « je nomme u le nombre défini par $u = \cos x$ ».

« J'appelle α l'angle compris entre $-\pi/2$ et $\pi/2$ tel que $\operatorname{tg} \alpha = m$ », etc...

Conclusion. — Il est certain qu'une étude élémentaire de la logique fait partie, non seulement de la culture générale souhaitable pour tout professeur, mais encore de l'apprentissage de notre spécialité. Seulement ce n'est heureusement pas l'objet de notre enseignement. Dans nos classes, nous prétendons aider l'enfant à affermir cette logique du sens commun qu'il a en lui, à en prendre conscience, à la manière dont on développe les muscles en gymnastique : on n'y pense pas quand tout va bien et l'on admire les progrès accomplis. Mais le professeur de gymnastique doit avoir des connaissances d'anatomie et prendre des précautions pour ne pas être réduit à la nécessité d'une gymnastique corrective tardive, dont l'efficacité est bien douteuse lorsqu'il s'agit, non du corps, mais de l'esprit.

L. FÉLIX.

Un monstre !

(Fiche)

Classe Troisième M. Elève : fille, 16 ans 7 mois, redoublante, novembre 1955.

Composition écrite. Question posée : racine carrée de 73142.

Réponse écrite. $= \sqrt{270}$ — reste 242.

Lecture par l'élève. $=$ (cela fait :) $\sqrt{\quad}$ (la racine carrée est) 270 (deux cent soixante-dix) — (:) reste (le reste est) 242 (deux cent quarante-deux).

Réaction. Les compagnes rient ; l'élève se défend : « Le signe —, ce n'est pas « moins », c'est pour séparer. »

Remarque. L'absence des verbes dans son rébus. N'est-ce pas accepté à l'école primaire ?

L. F.