

Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

Publication trimestrielle

Administration : Musée Pédagogique, 29, rue d'Ulm, Paris (5^e)

SOMMAIRE

I. La vie de l'Association.

G. WALUSINSKI : Un <i>Bulletin</i> vivant	1
Quelques lettres	3
Statuts de l'Association	4
L'A.P.M. et la Réforme de l'Enseignement	5
A propos du Baccalauréat (session de juin 1955)	5
G. W. : Les Mathématiques en Sciences Expérimentales	7

II. Informations et documents officiels.

Concours de l'Enseignement Public en 1955	8
Normalisation internationale	10

III. Etudes.

W. SERVAIS : Equations et lieux géométriques, synthèse logique	11
Coordination Physique-Mathématiques	24

IV. Documentation, bibliographie.

J. ITARD : Quatre livres sur l'histoire des sciences	33
A. HERME : Deux livres d'algèbre moderne	35
L. FÉLIX : <i>Initiation à l'analyse mathématique</i> , par G. BOULIGAND	37
G. W. : <i>Notes pratiques pour les observateurs débutants</i> , par J. TEXE- REAU	39
Rectification : A propos de « <i>l'origine des mondes</i> », par M. LABÉRENNE	40
Une nouvelle série de « <i>L'Enseignement Mathématique</i> »	40
A travers les Revues	41

V. Essais et variétés.

G. THOVERT : Plaidoyer pour Menelaüs	43
G. T. : Sur le théorème de Gauss	46
L. F. : Sur le signe = et la relation d'équivalence	46
H. MIRABEL : Orientation scolaire et Mathématiques	51
Une polémique : « <i>La tyrannie des Mathématiques</i> » (P. GUINEPIED, L. SOEP, M. LAFAY, M. WEBER)	52

Cotisations : 600 F

Abonnements : 1.000 F

Expédition des Bulletins : 29, rue d'Ulm, Paris, 5^e

Prix d'un numéro du *Bulletin* ou d'un *Supplément* (prix net) : France **200 F**

Les membres de l'Association (cotisation : 600 francs pour l'année scolaire) reçoivent gratuitement le *Bulletin* ainsi que les *Fascicules d'Enoncés*.

Régler par chèque postal en utilisant l'adresse suivante :

Paris, Cc. 5.708-21

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement public

29, rue d'Ulm, Paris (5^e)

Couverture page II

Présidents d'Honneur

Mlle DIONOT, M. DELCOURT, M. HENNEQUIN

Bureau :

- Président :* M. WALUSINSKI, 32, rue de la Fontaine-aux-Rois, Paris (11^e).
OBE. 56-95.
- Vice-Présidents :* Mlle MASSON, 3, avenue de la Porte-de-Montrouge, Paris (14^e).
M. BIGUENET, 41, rue Mad.-Michelin, Neuilly-sur-Seine.
M. CHAZAL, 2, rue Thimonnier, Paris (9^e).
M. EDDE, 40, avenue du Général-Leclerc, Paris (14^e).
- Secrétaires :* M. GIRARD, 37, rue Davioud, Paris (16^e).
M. ITARD, 6, avenue Paul-Appel, Paris (14^e).
M. ROSTOLLAND, professeur au Lycée Marcel-Roby, St-Germain-en-Laye (S.-et-O.).
- Trésorier :* M. LEGRAND, 3 bis, av. R.-Poincaré, Margny-lès-Compiègne (Oise).
- Comité de rédaction du « Bulletin » :* Mlle FÉLIX, MM. CHAZAL, GIRARD, THOVERT, WALUSINSKI.

Comité :

Membres élus

Sortants en 1956 : Mlle MASSON (*Marie-Curie*) ; M. BAY (*Condorcet*) ; M. CARALP (*Montaigne*) ; M. CROZES (*Henri-IV*) ; M. DELTHEIL (Fac. Sc. Toulouse) ; M. PÉTRUS (*Janson*).

Sortants en 1957 : M. FAVRELLE (Lille, *Faidherbe*) ; M. ITARD (*Henri-IV*) ; M. MAILLARD (*Charlemagne*) ; M. POCHARD (*Condorcet*) ; M. ROSTOLLAND (*Marcel-Roby*) ; M. THOVERT (Lyon, *Ampère*).

Sortants en 1958 : Mlle AFFRE (*Fénelon*) ; M. BIGUENET (*E.N.P. Saint-Ouen*) ; M. CHAZAL (*Saint-Louis*) ; M. EDDE (*E.N. Autueil*) ; M. GIRARD (*Arago*) ; M. LEGRAND (*Compiègne*) ; M. WALUSINSKI (*Voltaire*).

Sortants en 1959 : Mlle FÉLIX (*La Fontaine*) ; M. BENOIST (*Diderot*) ; M. BERTRAND (Marseille, *Thiers*) ; M. FOUCHÉ (*Janson-de-Sailly*) ; M. GUITTON (*St-Louis*) ; M. MINOIS (*St-Louis*).

Membres de droit

Mme NICOUX (Lyon, *Marie-Vidalenc*) ; M. CANONGE (Castres) ; Mlle MASSON (*Marie-Curie*) ; M. BAY (*Condorcet*) ; M. POUX (Saint-Cloud).

Rapporteurs

Classes Nouvelles : Mlle MASSON ; *Enseignement moderne court :* M. BIGUENET ; *Enseignement technique :* M. BIGUENET ; *Ecoles Normales :* M. EDDE ; *Premier Cycle :* M. CARALP ; *Seconde et Première :* M. ROSTOLLAND ; *Philosophie, Sciences Expérimentales, Mathématiques :* M. FAVRELLE, Mlle PROTIN (Sciences Expérimentales) ; *Mathématiques Supérieures et Classes préparatoires aux Grandes Ecoles :* M. DURRANDE ; *Définitions de mots et notations mathématiques :* M. CROZES ; *Sujets des compositions et épreuves orales aux différents examens et concours :* Brevet et Ecoles Normales : M. EDDE. — Baccalauréat : M. FAVRELLE. — Grandes Ecoles : M. CHAZAL. — Concours général : M. MONJALLON ; *Histoire des Mathématiques :* M. ITARD ; *Cinéma d'Enseignement :* M. EUVRARD ; *Matériel d'Enseignement :* M. MONJALLON ; *Enseignement de l'Astronomie :* M. WALUSINSKI.

Correspondants

Aix-Marseille : M. BERTRAND (Marseille, *Thiers*) ; *Besançon :* M. BOUCHAT (Besançon) ; *Dijon :* M. SAUSER ; *Lille :* M. FAVRELLE (Lille, *Faidherbe*) ; *Lyon :* M. THOVERT (Lyon, *Ampère*) ; *Montpellier :* M. DUSSOL (Montpellier) ; *Nancy :* M. MOUGENOT (Nancy, *Henri-Poincaré*) ; *Rennes :* M. RENAULD (Rennes) ; *Strasbourg :* M. EHRHART (Strasbourg, *Kléber*) ; *Maroc :* M. QUEYSANNE (Casablanca, *Lyautéy*) ; *Tunis :* M. SAUVAN (Tunis, *Carnot*).

Bulletin de l'Association
des
Professeurs de Mathématiques
de l'Enseignement public

I. LA VIE DE L'ASSOCIATION

Un bulletin vivant

La rédaction et la diffusion du *Bulletin* de l'A.P.M. ne doivent-elles pas compter parmi nos activités principales ? demande, dans une lettre qu'on lira plus loin, notre Collègue J. ITARD. Sans hésitation, je lui réponds : Oui. L'importance et les avantages d'un *Bulletin* copieux, intéressant, fréquent, ou, pour tout dire, d'un *Bulletin* vivant, me paraissent évidents.

Parce que nous sommes une Association militante, ayant vocation pour développer l'enseignement scientifique, nous devons avoir un organe de discussion, d'expression, d'information et de propagande.

Parce que nous sommes une Association scientifique, parce que chacun de nous est intéressé par les progrès des Mathématiques, par leur histoire et par les problèmes que pose leur pédagogie, nous avons besoin d'une revue qui soit, *pour chacun de nous*, je le répète, un instrument de culture, un outil de travail.

**

Pour traduire en actes ces idées élémentaires, le Comité de Rédaction du *Bulletin* se propose de réaliser le plan suivant :

1° Publication de cinq numéros par année scolaire aux dates suivantes : 15 octobre, 1^{er} décembre, 15 janvier, 1^{er} mars, 15 mai, auxquels s'ajouteront, comme par le passé, les trois fascicules d'énoncés (concours, à paraître courant novembre, baccalauréat, B.E.P.C.). Les numéros de janvier et mars prépareront l'Assemblée générale ; le numéro de mai en donnera compte rendu.

2° Chaque numéro sera composé de cinq parties, à l'image de celui-ci. Des auteurs seront sollicités pour écrire les « Etudes », partie essentielle de notre

AVIS IMPORTANTS

1° Rappelons que la **cotisation annuelle** doit être versée dès octobre. Le Trésorier de l'A.P.M. remercie les Collègues qui collecteront les cotisations dans leur établissement. Les versements sont à effectuer, *avant le 1^{er} janvier 1956* au

C.C.P. 5708-21 Paris
A.P.M., 29, rue d'Ulm, Paris, 5^e

5708-21

Le service du *Bulletin* sera suspendu après cette date aux Collègues ayant omis d'effectuer le règlement.

2° Afin de faire connaître l'A.P.M. à tous les professeurs et futurs professeurs de Mathématiques, un certain nombre d'exemplaires de ce *Bulletin* sont confiés aux bons soins des Correspondants ou des Chefs d'établissement. D'autres exemplaires sont à la disposition des Collègues, dans le même but de propagande.

« concert ». La bibliographie sera une rubrique importante et variée ; tous les instruments de l'orchestre mathématique y joueront leur partie concertante. Quant aux « Essais et Variétés », ils seront des variations, exercices de virtuosité ou encore mieux recherches pratiques qui seront d'autant plus suggestives que les Collègues seront plus nombreux à y contribuer. Je n'ai rien dit des deux premières parties qui sont les deux voix de notre dialogue indispensable avec l'Administration.

Dans ce concert, le Comité de Rédaction joue le rôle du chef d'orchestre ; il en revendique l'honneur... et les responsabilités. Mais il est évident qu'il compte sur la participation sympathique de tous : l'idéal est que l'orchestre soit son propre public : rien que des exécutants... Appel pressant à tous pour nourrir les partitions.

3° Le *Bulletin* doit faciliter la propagande de l'A.P.M. qui ne groupe encore pas tous les professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public. C'est pourquoi ce numéro, où l'on retrouvera les statuts de l'A.P.M., sera largement diffusé, en particulier auprès de nos Collègues de l'Enseignement Technique, des Ecoles Normales d'Instituteurs et des Cours Complémentaires. Surtout nous nous adresserons aux jeunes, élèves des Ecoles Normales Supérieures ou des Centres Pédagogiques régionaux : les témoignages, les recherches des Collègues les plus expérimentés pourront les aider dans leur tâche particulièrement délicate des premières classes à diriger. Des conditions spéciales d'abonnement seront consenties à ces Etudiants (elles leur seront directement communiquées) ; cela ne leur ôtera pas le droit de s'exprimer : leurs questions, leurs découvertes profiteront aussi à ceux qui ne sont plus des débutants.



L'augmentation du volume des publications de l'A.P.M. entraînera, pour sa trésorerie, une augmentation des dépenses. La sage gestion de notre Trésorier, M. LEGRAND, permet de lancer l'entreprise. La réussite de celle-ci devra assurer son avenir. Là encore, il faudra l'active participation de tous. Les plus zélés, dans chaque établissement, auront à cœur de collecter au plus vite les cotisations, de recueillir de nouvelles adhésions (donnant droit à tous les *Bulletins* de l'année scolaire à partir de celui-ci). Mais cette collecte sera plus facile si le *Bulletin* apparaît bien à chacun comme un bon outil.

Qu'on veuille bien, d'ailleurs, ne pas juger définitivement sur ce numéro-essai. Composé en partie pendant les vacances, il souffre surtout d'être « l'opus 1 » d'un Comité de Rédaction qui fera des progrès si vous l'encouragez de vos avis sympathiques et éclairés.

G. WALUSINSKI.

Distinction

Le Bureau de l'A.P.M. est heureux d'adresser ses cordiales félicitations à notre Collègue CAGNAC, professeur de Mathématiques Spéciales au Lycée Louis-le-Grand, qui vient d'être nommé Inspecteur de l'Académie de Paris. Le Bureau se réjouit de cette nomination, qui rend un juste hommage à la belle carrière de professeur de notre ancien Vice-Président. Il le remercie de son constant dévouement à l'œuvre de l'A.P.M. et de la très aimable lettre qu'il vient de lui adresser :

MON CHER PRÉSIDENT,

Devenant aujourd'hui Inspecteur de l'Académie de Paris, je ne peux plus être membre actif de l'Association des Professeurs de Mathématiques. Veuillez transmettre à tous les Collègues si dévoués, que j'avais l'habitude de rencontrer au Comité, l'excellent souvenir que je garde de ces séances où chacun n'avait en vue que le souci de permettre à tous les professeurs de Mathématiques de mieux accomplir leur tâche professionnelle.

J'espère que vous voudrez bien, par l'envoi de votre Bulletin, me tenir au courant des travaux de votre Association.

Croyez, mon cher Président, à mes sentiments les meilleurs.

G. CAGNAC.

Quelques lettres...

De l'abondant courrier du Bureau de l'A.P.M., nous publions des remarques susceptibles d'intéresser tous les Collègues.

De M. J. ITARD (*Henri-IV, Paris*) :

« Puisque nous parlons *Revue*, peut-être serait-il bon d'examiner la politique à suivre. Ne serait-il pas désirable de faire de sa rédaction et de sa diffusion une des activités primordiales de l'Association ? Cela nécessiterait un rédacteur (je ne postule pas ce poste), une composition des articles assez longtemps à l'avance pour que leur correction soit sérieuse, un usage de tous les caractères typographiques mathématiques, en somme tout un travail de longue haleine. Par exemple ne pourrait-on pas différencier les numéros : en avoir de courants, et, par an, un ou deux plus soignés, plus techniques, avec figures ? »

De M. THOVERT (*Ampère, Lyon*), sur le même sujet :

« ...C'est surtout au début de l'année scolaire, et en tout cas avant Pâques, que les Collègues s'intéresseront au Bulletin. Si le nombre de nos adhérents augmente (et en même temps nos ressources), j'espère qu'on arrivera au Bulletin mensuel dans les six premiers mois. Je persiste à penser qu'avec la même qualité de texte, il vaut mieux faire deux Bulletins qu'un seul.

« ...Dès la rentrée, et peut-être par le canal du Bulletin, il faudra faire appel à tous les membres pour des articles « de métier », et particulièrement pour les petites classes. Au lycée *Ampère*, par exemple, les Collègues qui n'ont pas de classes terminales, c'est-à-dire presque tous, se plaignent qu'il n'y ait jamais rien pour eux dans les Bulletins. Des tas de petits problèmes se posent dans l'enseignement du premier cycle ; ils n'ont pas la lustre des spéculations sur l'axiomatique, mais peuvent intéresser un plus grand nombre d'adhérents. »

L'appel de notre Collègue sera d'autant mieux entendu qu'il donne l'exemple, dans deux articles de notre cinquième partie.

M. G. CHABRIER (*Parc Impérial, Nice*) traite de la crise grave de l'enseignement des Mathématiques dans les classes dites littéraires :

« L'ignorance des bases fait que la plupart des élèves ne cherchent plus à comprendre ; ceux d'entre eux qui, par extraordinaire, pourraient avoir du goût pour la cosmographie sont gênés parce qu'ils ne savent à peu près rien en géométrie.

« En général, d'ailleurs, ils ne travaillent qu'en vue de l'examen ; la sanction du Baccalauréat, qui pourrait être un stimulant pour eux, n'existe plus. Je fais partie depuis 25 ans environ du jury du Baccalauréat, les candidats « littéraires » n'ont jamais été, sauf quelques exceptions, bien brillants ; mais actuellement, c'est absolument décevant ; nous assistons à un défilé lamentable de candidats dont on ne peut rien obtenir : il faut souvent que le professeur aille les chercher lui-même s'il ne veut pas les attendre vainement toute la matinée. Il semble que nous parlons une langue qui leur est étrangère...

« ...Et ce qui est grave, c'est que beaucoup de ces candidats sont reçus sans même arriver à la moyenne requise pour être admis. Un Doyen de Faculté, qui n'était pas Président du Jury, est intervenu en faveur d'un candidat qui paraissait l'intéresser personnellement, déclarant qu'il était regrettable qu'une mauvaise note en Mathématiques fasse échouer ce candidat, que cette note d'ailleurs lui paraissait trop sévère (le candidat était un redoublant ; il avait été repêché à l'écrit, il lui manquait 7 points et son livret scolaire était médiocre). En somme, l'examinateur avait plus de torts que le candidat. La maladresse, pour ne pas dire plus, de ce Doyen, a entraîné l'unanimité du Jury contre lui, et le candidat, cette fois, n'a pas été reçu. (Le Jury a demandé, vainement, l'inscription de cet incident au procès-verbal).

« Si l'on admet, contrairement à mon opinion, qu'il y a des élèves qui sont incapables de comprendre les Mathématiques, qu'on les en dispense complètement, comme on dispense certains débiles de l'Education physique. Mais tant que les

Mathématiques seront obligatoires, je demande (et je crois que tous les Collègues qui ont des classes « littéraires » seront de mon avis) qu'il y ait une sanction contre les élèves qui se refusent systématiquement à les apprendre... »

Statuts de l'Association des Professeurs de Mathématiques

Article premier. — Il est formé une Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public. La Société est mise sous le régime de la loi du 1^{er} juillet 1901 (art. 5 et 6). Son siège social est à Paris (5^e), 29, rue d'Ulm.

Article II. — L'Association a pour but l'étude des questions intéressant l'enseignement des Mathématiques et la défense des intérêts professionnels de ses membres. Elle institue ou encourage des réunions, des discussions, des enquêtes sur l'enseignement des Mathématiques en France ou à l'étranger. Elle publie un *Bulletin* qui paraît au moins trois fois par an.

Article III. — L'Association est ouverte à tous les professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public en activité de fonction, en congé ou en retraite, qui y sont admis en qualité de « *membres adhérents* ». Le Comité peut, en outre, y admettre, en qualité de « *membre associé* » toute personne s'intéressant à l'enseignement des Mathématiques.

Article IV. — Les membres de l'Association paient une cotisation annuelle donnant droit au service du *Bulletin*. Le montant de cette cotisation est fixé par le Comité.

Article V. — L'Association se réunit en Assemblée générale ordinaire au moins une fois par an, aux vacances de Pâques. Cette assemblée est formée des membres présents de l'Association et de leurs délégués. Tout délégué doit être membre de l'Association et ne peut disposer d'un nombre de voix supérieur au dixième du nombre des membres adhérents. L'ordre du jour de l'Assemblée générale est établi par le Comité ; il est porté à la connaissance des membres de l'Association un mois au moins avant la date de l'Assemblée générale, sauf addition de questions urgentes. Toute question proposée par un dixième au moins des membres de l'Association sera inscrite d'office à l'ordre du jour.

Article VI. — L'Association est administrée par un Comité et un Bureau.

Le Comité se compose de vingt-quatre membres élus pour quatre ans, à la majorité des suffrages et à bulletins secrets, par l'Assemblée générale ordinaire.

Le Comité élit au scrutin secret, parmi ses membres, un Bureau composé d'un Président, un ou plusieurs Vice-Présidents, un ou plusieurs Secrétaires, un ou plusieurs Trésoriers.

Le Bureau représente l'Association dans toutes les démarches à faire auprès de l'Administration universitaire ou des Pouvoirs publics. Il peut s'adjoindre d'autres membres de l'Association.

Article VII. — Toute modification aux présents statuts ne pourra être décidée que par une Assemblée générale.

Règlement intérieur

I. *Paiement de la cotisation.* — La cotisation doit être versée lors de l'inscription, puis, lors des années suivantes, en octobre. Le non-versement de la cotisation annuelle avant le 31 décembre de l'année scolaire en cours est considéré comme une démission.

II. *Membres de droit du Comité.* — Le Comité s'adjoit comme membres de droit les membres de l'Association qui font partie, comme titulaires ou comme suppléants, des Conseils d'Enseignement de l'Éducation Nationale.

III. *Membres élus du Comité.* — Ne sont éligibles au Comité que ceux des membres adhérents de l'Association qui sont professeurs en activité de fonction. Les membres élus sortants ne sont pas immédiatement rééligibles ; toutefois, ceux d'entre

eux qui assument des fonctions de secrétaire ou de trésorier peuvent être maintenus dans ces fonctions.

IV. *Réunions du Comité.* — Le Comité se réunit au moins trois fois par an. L'ordre du jour, établi par le Bureau, doit être communiqué au moins huit jours avant la date de la réunion, sauf en cas d'urgence. En Comité, le vote est personnel ; le vote par correspondance ou par procuration est admis.

V. *Sections régionales.* — Dans chaque Académie, les membres de l'Association peuvent constituer une Section régionale, qui désigne un ou plusieurs correspondants chargés d'assurer les relations avec le Comité ou le Bureau.

VI. Le présent règlement intérieur ne pourra être modifié que par décision d'une Assemblée générale.

L'A.P.M. et la réforme de l'enseignement

Dans sa réponse à notre demande d'audience, M. le Directeur général de l'Enseignement du Second Degré, en nous donnant rendez-vous pour le début d'octobre, nous écrit :

« A ce moment-là, je pourrai vous indiquer quels sont les problèmes que peut poser la Réforme pour l'enseignement des Mathématiques et attirer, en particulier, votre attention sur la forme que nous avons donnée à l'ancienne section B et les idées que je me fais d'un enseignement des Mathématiques dans cette section. »

Tout en poursuivant la réalisation des vœux émis par notre Assemblée générale, le Comité de l'A.P.M. aura le souci d'informer les Collègues de toutes les incidences de la Réforme sur notre spécialité. Le Comité posera les questions ; nous y répondrons tous ; le Bureau devra agir et faire valoir nos conclusions. Perspective d'un travail délicat, sans doute, mais pourquoi n'y aurait-il pas place aussi pour un espoir de progrès dans notre enseignement scientifique ?

A propos du baccalauréat

Les épreuves de Mathématiques de la session de juin 1955 ont donné lieu à de vives critiques dont il était juste que l'A.P.M. se fasse l'écho. Voici la lettre adressée, le 10 juillet, à M. le Directeur de l'Enseignement Supérieur. A la date de la mise en page de ce *Bulletin*, nous n'avons reçu aucune réponse.

MONSIEUR LE DIRECTEUR GÉNÉRAL,

Au nom de l'Association des Professeurs de Mathématiques, j'ai l'honneur de soumettre à votre attention les remarques suivantes, provoquées par les sujets des épreuves écrites de Mathématiques à la dernière session du Baccalauréat.

1° Série Mathématiques et Mathématiques-Technique. — *Le sujet du problème a été considéré avec une relative faveur par mes Collègues qui lui adressent pourtant les reproches suivants :*

a) *Les questions 1 et 2 font une place trop grande à des calculs, sans doute simples, mais qui ressortissent plus des méthodes de la géométrie analytique que des méthodes propres à la géométrie pure qui doivent être particulièrement développées dans cette classe.*

b) *La question 3 demande de démontrer qu'un lieu (celui du point N) est tangent à un cercle, mais il n'était pas suffisamment précisé que la recherche du lieu du point N n'était pas demandée. Elle ne pouvait l'être puisqu'elle conduit à une courbe hors programme ; mais l'imprécision de l'énoncé sur ce point a gêné plus particulièrement les bons élèves qui ont perdu un temps précieux à chercher un lieu*

qui ne leur était pas demandé. Leur faute n'était pas d'avoir mal lu l'énoncé, la faute était dans l'absence d'une précision utile dans le texte même de cet énoncé.

ic) La rédaction de la question 4 n'a pas paru en général un modèle de clarté et la nécessité même de cette question a été discutée. Ce qui, par contre, n'a pas paru discutable, c'est la gravité d'une faute d'impression : la lettre (Δ) mise à la place de la lettre (D). Les inconvénients d'une telle faute ont été heureusement limités, en raison de sa place en fin d'énoncé. Mais nous pensons qu'il est de notre devoir d'attirer votre attention sur la nécessité d'une correction rigoureuse des textes de composition d'examen.

2° Série Première partie C, Moderne et Technique. — Le sujet de cette épreuve appelle des remarques beaucoup plus sévères que le précédent. Il n'est pas exagéré de dire qu'il a souvent été jugé comme le type même des énoncés à ne pas donner dans un examen. Les remarques principales sont les suivantes :

a) Il est légitime d'exiger des candidats la connaissance des formules apprises en Seconde. Mais il n'est pas bon de faire reposer toute la solution d'un problème du succès ou de l'insuccès dans la recherche d'une formule ou son emploi, alors que le recours à ce procédé n'est en rien suggéré dans le texte.

b) Une fois la formule retrouvée, le candidat pouvait traiter tout le problème en quelques minutes ; les questions 2, 3 et 4 ne présentaient qu'un intérêt très superficiel et en tout cas pas moins de difficultés pour un élève ayant travaillé sérieusement son cours que pour un élève n'ayant écouté que distraitemment les leçons. Comment, dans ces conditions, le problème aurait-il pu permettre aux correcteurs de distinguer les élèves sérieux de ceux qui auront seulement eu la chance, le jour de l'examen, de retrouver « la formule idéale » ?

Nous pensons bien que vous attachez la plus grande importance à la façon dont les sujets des épreuves écrites du Baccalauréat doivent être choisis. C'est pourquoi, à la suite des remarques précédentes concernant les sujets de la dernière session, je crois pouvoir soumettre à votre bienveillante attention des vœux concernant les futures sessions d'examens :

1° La correction des épreuves imprimées doit être effectuée avec un soin tel que la répétition de l'incident de la faute typographique soit matériellement impossible.

2° Le choix des énoncés par la Commission responsable pourrait s'inspirer des règles suivantes : sujet rigoureusement conforme à l'esprit de la classe correspondante (certains sujets peuvent être moins indiqués pour la section C que pour la section Technique), questions graduées et dont la solution puisse être donnée au moins partiellement, même si tous les résultats précédents ne sont pas complètement justifiés, rédaction des questions ne laissant aucun doute sur la nature et l'ampleur de la réponse à fournir.

Il nous semble enfin, que ce dernier énoncé de Première partie illustre bien les inconvénients de l'unicité du sujet pour toute la France : si des fautes ou des maladresses ont échappé à la Commission responsable, la répercussion est nationale. Dans le cas de sujets variés par Académies, de tels inconvénients peuvent aussi se produire, mais alors la répercussion n'en est pas aussi étendue. D'autre part, l'expérience a montré que la diversité des sujets favorisait l'éclosion d'excellents énoncés et inspirait un progrès certain, dans cette partie difficile de la pédagogie des Mathématiques : la rédaction des énoncés de problèmes.

Voilà pourquoi, je ne crois pas pouvoir mieux conclure cette trop longue lettre qu'en vous assurant, Monsieur le Directeur général, de la faveur avec laquelle notre Association verrait le retour à la variété académique des sujets de Baccalauréat. En vous remerciant de l'attention que vous voudrez bien porter à nos remarques, je vous prie d'agréer, Monsieur le Directeur général, l'expression de mon respectueux dévouement.

Les mathématiques en « sciences expérimentales »

Les questions posées sur ce sujet, à l'occasion de notre Assemblée générale 1955, ont provoqué une masse importante de réponses (87), à laquelle s'ajoutent les remarques orales faites à l'Assemblée générale. De cette information relativement large (je dis relativement, car le nombre des réponses est trop faible, eu égard aux effectifs de l'A.P.M.), il est possible de tirer des conclusions.

À la quasi-unanimité, il est déploré que la classe de Sciences Expérimentales ne soit pas, *en fait*, une section scientifique. Elle devrait l'être : voir à ce sujet, p. 33, les propositions de nos Collègues physiciens : elles traduisent bien, me semble-t-il, les conclusions de notre propre enquête. Et, à deux avis contraires près (avis non motivés), l'institution d'une épreuve de mathématiques à l'écrit de l'examen est réclamée. Le Comité devra en tenir compte.

La question de la suppression de l'arithmétique était mal posée, je m'en excuse. Comme l'a dit très justement M. CROZES, il s'agit d'aménager son programme. Tout dépend alors de l'idée centrale qu'on se fait de la section Sciences Expérimentales. S'il s'agit réellement d'une classe où prédomine l'esprit des sciences expérimentales, le programme d'arithmétique ne doit pas insister sur les aspects théoriques abstraits, mais conserver et développer les connaissances qui seront utiles dans les différentes techniques de calcul.

Le cas des Elèves-Maîtres a donné lieu à des contributions contradictoires, mais toutes intéressantes. La place manque ici pour répondre à la question qui s'est ainsi trouvée posée : les futurs instituteurs ne doivent-ils pas pouvoir choisir la classe terminale la mieux adaptée à leurs aptitudes et à leurs goûts ?

Incidemment s'est ainsi dégagée une remarque importante : les classes terminales ne sont pas des classes préparatoires. Autrement dit, elles complètent une formation culturelle générale (orientée, soit vers les sciences théoriques, soit vers les sciences expérimentales, soit vers les sciences techniques, soit vers les sciences humaines ou économiques, soit vers les lettres), mais elles ne prédestinent pas les élèves qui s'y engagent à des études ultérieures strictement délimitées. Comme le dit M. GAIRARD, professeur à l'Ecole Normale de Privas, un ancien élève de Mathématiques Élémentaires s'adapte mieux à l'enseignement du français qu'un ancien de l'actuelle Sciences Expérimentales (dont M. GAIRARD souhaite la suppression).

Sur les additions proposées au programme d'algèbre et d'analyse, sur l'adjonction de quelques chapitres de géométrie, les avis ont été plus variés. Sans aucun doute, et j'en avais bien conscience, les propositions du rapport préparatoire étaient trop ambitieuses. Il faut choisir ; enseigner en profondeur plutôt que tenter un vain « gavage ». Mais l'orientation de ce choix dépendra de l'orientation qui sera donnée à la véritable section scientifique Sciences Expérimentales que nous souhaitons.

En juin dernier, quand le Bureau a eu connaissance de projets qui tendaient à détruire l'actuelle Sciences Expérimentales pour en récupérer les débris dans une sous-section de philo-lettres, il a réagi. Car mieux vaut alors conserver l'actuelle Sciences Expérimentales. Mais il est évident que nous voulons plus et mieux : 1° *un horaire* qui permette un travail dirigé indispensable si l'on veut former des élèves capables de mener ou de comprendre une recherche en physique ou en chimie ; — 2° *une épreuve à l'écrit* de l'examen, assurant la majorité aux coefficients des épreuves scientifiques ; — 3° un programme adapté à l'idée centrale de la classe : les sciences expérimentales.

Cette enquête et le débat de l'Assemblée générale mettent bien en évidence quelle importante information nous pouvons apporter aux Administrateurs qui seront chargés de mettre en forme la future Réforme de l'Enseignement. G. W.

N.-B. — Pour les *Cahiers Pédagogiques du Second Degré*, qui avaient ouvert une enquête sur le même sujet, j'ai pu développer plus qu'ici, en les reproduisant, certains témoignages très instructifs recueillis à cette occasion. Je remercie les auteurs de tous ces témoignages et je m'excuse de renvoyer les lecteurs à cet autre article.

5. C.A.P.E.S. (Nouveau Régime)

Candidats

MM.

BILBAULT (T.B.).
DUPONT (T.B.).
MACABIES (T.B.).
MARIE (T.B.).
MARTY (T.B.).
NIANG (T.B.).
PAULY (T.B.).
SIARRI (T.B.).
BARBUT (B.).
EDELIN (B.).
FERNIQUE (B.).
GARIEL (B.).
GARRIGUES (B.).
JORDANA (B.).
MARCHOU (B.).
MARTIANO (B.).
MOREL (B.).
PARSY (B.).
PAYEN (B.).
PUPIER (B.).
PUPKO (B.).
REYNIER (B.).
SAGUERRE (B.).
SCHIRTZINGER (B.).
SECHAUD (B.).
AUGEREAU (A.B.).

MM.

BEKKOUCHA (A.B.).
BEN CAID (A.B.).
BRONNER (A.B.).
CALVA (A.B.).
CREPIN (A.B.).
EYCHENNE (A.B.).
GIBERTI (A.B.).
KÆSTER (A.B.).
LAUVERGNAT (A.B.).
LE DILY (A.B.).
MOMBOISSE (A.B.).
SALCE (A.B.).
SCHMIDT (A.B.).
SEISS (A.B.).
SERRU (A.B.).
TOUFFAIT (A.B.).
VOGT (A.B.).
BADRIKIAN (P.).
CEYLON (P.).
JACOB (P.).
KAYSER (P.).
LOUBOUTIN (P.).
NUNES (P.).
SCHNEIDER (P.).
SPANG (P.).
TOURI (P.).

Bénéficiaires de l'article 5, 4°

MM.

BRONGNIART.
CLOPEAU.
COLAS.

MM.

MILLE.
MOREAU.
TROCHET.

Candidates

M^{mes} et M^{lles}

ARPINO (T.B.).
BEHAR (T.B.).
DURIEU (T.B.).
LAVÉDRINE (T.B.).
MARBEUF (T.B.).
BONNET (B.).
CADIEU (B.).
CASTAN (B.).
CHANDEBOIS (B.).
CLÉMENT (B.).
DUTHEIL (B.).
LIMOGES (B.).
MARCHAL (B.).
MONTEL (B.).
MONTIBUS (B.).
PARLANGE (B.).

M^{mes} et M^{lles}

BERGER (A.B.).
BERNARD (A.B.).
GONTIER (A.B.).
LE ROUX (A.B.).
LIMAL (A.B.).
LITTY, née RAMET (A.B.).
MOUQUET (A.B.).
PÉRIERS (A.B.).
RENAULD (A.B.).
RICHARD (A.B.).
SÉRAFINO (A.B.).
TOCQUEVILLE (A.B.).
TROLLET (A.B.).
ZEIGMAN (A.B.).
GARRON (P.).
PEYTAVY (P.).

6. Professorat de Sciences Industrielles (A1)

- | | |
|-----------------|----------------|
| 1. SIRÈRE. | 10. DUCASSE. |
| 2. DESHAYES. | 11. PECH. |
| 3. DREVET. | 12. VINCENT. |
| 4. VALENT. | 13. BOMPARD. |
| 5. HOHWeyer. | 14. GUIGNIER. |
| 6. MERLE. | 15. LALANDE. |
| » VEROLET. | » PENOT. |
| 8. CHEFDEVILLE. | 17. CASTILLON. |
| 9. PIAULT. | 18. CARON. |

7. Professorat de Sciences et Arts industriels

- | M ^{mes} et M ^{les} | M ^{mes} et M ^{les} |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| 1. DREVET. | 8. THOMAS. |
| 2. M. BUGÉ. | 9. FORGES. |
| 3. JACQUEMIN. | 10. DUCASSE. |
| 4. BAZIN. | 11. M. NOULARD. |
| 5. VERCLET. | 12. LASSABÉ. |
| 6. RICHEL. | 13. DELVALLE. |
| 7. CHEFDEVILLE. | |

Normalisation internationale

Nous soumettons à nos Collègues, sans commentaire, les recommandations suivantes du Comité Technique de l'Organisation Internationale de Normalisation (Troisième réunion, Copenhague, 20-24 juin 1955) :

« 1. Deux notions différentes sont en usage, à savoir :

« a) L'angle géométrique, qui est la région découpée dans un plan par deux lignes droites se terminant au même point.

« b) L'angle analytique, qui est défini comme le rapport de l'arc découpé sur la circonférence d'un cercle (ayant son centre au point d'intersection des deux droites) au rayon du cercle. »

« 2. Le Comité recommande :

« Pour le signe décimal : , (virgule) ou . (point sur la ligne), le dernier signe devant être uniquement employé dans les documents en langue anglaise.

« Pour le signe de multiplication : · (point à mi-hauteur) ou ~~✕~~ ✕ (croix). Il est entendu que le point à mi-hauteur ne doit pas être utilisé entre des chiffres.

« Le Comité souhaite vivement qu'un signe décimal international unique soit universellement adopté dans l'avenir. »

III. ETUDES

Equations et Lieux géométriques Synthèse logique (*)

La résolution des équations et la recherche des lieux géométriques font intervenir un fondement logique commun de notions relatives aux propriétés et aux ensembles.

L'objet de cet exposé est de présenter, d'une manière élémentaire, cette structure sous-jacente et de montrer par des exemples le parti que l'on peut en tirer dans l'enseignement moyen.

I. — PROPOSITIONS, PROPRIETES, RELATIONS ET PROPOSITIONNELLES

a) Considérons les trois phrases :

Le triangle ABC est isocèle,
7 est multiple de 2,
 $3 + 8 = 11$.

Ce sont des *propositions* logiques, c'est-à-dire des énoncés de jugements vrais ou faux.

L'égalité $3 + 8 = 11$
est exacte ;
l'énoncé 7 est multiple de 2
est faux.

Quant à l'énoncé

Le triangle ABC est isocèle,
il est vrai ou faux suivant le triangle désigné par ABC.

Les trois propositions sont, de plus, *singulières* parce qu'il n'y est question que d'*objets individuels déterminés*.

b) A la place d'un individu déterminé, substituons dans ces énoncés un *élément indéterminé* représenté par la lettre x , par exemple. Nous obtenons :

Le triangle x est isocèle,
 x est multiple de 2, (1)
 $x + 8 = 11$.

Nous pouvons aussi introduire plusieurs arguments indéterminés x, y, z :

x est multiple de y ,
 $x + y = 11$, (2)
 $x + y = z$.

* Article reproduit de « Mathematica et Paedagogia », revue trimestrielle de la Société Belge des Prof. de Math., avec l'aimable permission de l'auteur, Président de la Société.

Profitons de cette note pour souligner la façon sympathique et efficace dont M. Servais a toujours offert de coopérer avec l'A.P.M.

Les expressions que nous obtenons de la sorte ne sont plus des énoncés vrais ou faux. Ce ne sont plus des propositions logiques, mais des formes qui donneront de telles propositions lorsqu'on remplacera x, y, z par des éléments individuels déterminés. Les logiciens modernes nomment de telles expressions des *fonctions propositionnelles* dont les lettres x, y, z désignent les *termes ou arguments*. Nous les appellerons brièvement des *propositionnelles*.

c) Les propositionnelles (1) qui ne renferment qu'un argument expriment une *propriété de celui-ci* :

être isocèle,
être multiple de 2,
être différence entre 11 et 8.

Nous désignerons les propriétés par P, Q et les propositionnelles correspondantes par $P(x)$ et $Q(x)$.

Les propositionnelles (2) qui comprennent plusieurs arguments expriment une *relation entre ceux-ci* :

être multiple de,
avoir une somme égale à 11,
avoir une somme égale à z .

Nous désignerons les relations par R, S... et les propositionnelles correspondantes par $R(x, y)$, $S(x, y, z)$.

Si nous considérons une relation entre x et y comme une propriété du couple ordonné (x, y) , nous pourrions employer le concept de propriété dans tous les cas.

Souvent, d'ailleurs, une propriété d'un être est une relation entre des parties de cet être.

Par exemple, la propriété :

un quadrilatère est un parallélogramme
équivalent à la relation :

les côtés opposés d'un quadrilatère sont parallèles.

Une propriété ou une relation est encore désignée sous le nom de *condition*.

Nous pourrions donc conclure :

Une propositionnelle exprime une condition portant sur un ou plusieurs arguments indéterminés.

Nous désignerons une propositionnelle par la notation :

$P(x, \dots)$.

II. — REFERENTIEL

Lorsque l'on considère une propositionnelle, une question se pose tout de suite : par quels éléments peut-on éventuellement remplacer les arguments indéterminés pour obtenir un énoncé vrai ? Ou, encore, quels sont les éléments qui vérifient la propriété ou la condition ?

Avant de répondre à cette question, il faut d'abord, pour que le problème soit bien posé, savoir dans quel ensemble il est loisible de prendre les éléments individuels à substituer aux arguments de la proposition-

nelle pour que la proposition obtenue ait un sens, c'est-à-dire puisse être soit vraie, soit fausse.

L'ensemble des éléments où l'on pourra prélever des valeurs des arguments de la propositionnelle doit être donné. Nous l'appellerons *l'ensemble de référence ou le référentiel*.

Les énoncés peuvent suggérer eux-mêmes les ensembles de référence.

Dans « Le triangle x est isocèle », il s'agit des triangles, mais encore faut-il spécifier s'ils sont plans ou sphériques.

Pour « x est multiple de 2 », nous penserons qu'il est question de nombres entiers ; mais sont-ils naturels ? Doit-on y adjoindre le zéro et les nombres entiers négatifs ?

Quant à l'équation $x + y = 11$, doit-on prendre pour x et y des nombres entiers, des nombres réels ou des nombres complexes ?

Ce sont là des précisions sur lesquelles il serait superflu d'insister, si elles étaient toujours présentes à l'esprit des élèves et des mathématiciens. Ne trouve-t-on pas sous la plume de M. Emile BOREL, dans la préface de « Algèbre et Géométrie du second degré », l'opinion suivante :

« Au cours de cette étude, nous introduisons la notion fondamentale de racines imaginaires. C'est, en effet, une grave erreur pédagogique que d'enseigner, comme le prescrivent certains programmes officiels, que les équations du second degré dont les racines sont imaginaires n'ont pas de racines. On tient ainsi comme non avenue l'une des plus belles et des plus fécondes découvertes de l'esprit humain ; on habitue les élèves à répéter des énoncés inexacts, qu'ils devront plus tard apprendre à contredire. »

A coup sûr, c'est commettre une faute de logique que d'affirmer, sans plus, qu'une équation du second degré dont le réalisant est négatif n'a pas de racines, parce qu'on ne dit pas quelle est la nature des racines en cause. Comment s'exprimer alors dans un premier enseignement ? Tout simplement en explicitant le référentiel : Une équation du second degré, dont les coefficients sont des nombres relatifs (ou réels) et dont le réalisant est négatif, n'a pas de racine qui soit un nombre positif, nul ou négatif. Un tel énoncé est clair et ne risque pas d'être contredit par l'introduction des nombres imaginaires.

Lorsque, après avoir défini : des droites parallèles sont des droites situées dans le même plan et n'ayant aucun point commun, on en vient ensuite à considérer que deux droites parallèles se rencontrent à l'infini, il convient de dire que, en passant du premier énoncé au second, on a adjoint aux points à distance finie, considérés jusque-là, les points impropres.

En géométrie analytique, il importe aussi de préciser, le cas échéant, si les axes coordonnés, les points et les coefficients des équations considérées sont réels ou imaginaires.

Dans le même ordre d'idées, dire que la quadrature du cercle est impossible n'a de sens que si on précise la nature des lignes que l'on peut employer dans les tracés.

Si nous mettons tant d'insistance, c'est que, faute d'être assez explicite, on risque d'être obscur pour les élèves.

Revenons à la préface de M. Emile BOREL. L'auteur poursuit avec conviction :

« Il faut bien comprendre que les imaginaires existent au même titre que tous les autres êtres mathématiques qui ont été imaginés par les mathématiciens : le cercle, la sphère, l'ellipse, l'hyperbole, le sinus, le cosinus, les logarithmes, etc..., existent parce que les mathématiciens les ont créés ; on n'est pas obligé, bien entendu, de les étudier dans toutes les classes, mais on ne doit jamais en nier l'existence... »

Evidemment, peu de mathématiciens adultes nieront aujourd'hui l'existence des nombres imaginaires. Mais l'histoire est là pour nous rappeler combien il a fallu de temps, et quelles résistances les inventeurs ont dû vaincre, pour faire reconnaître l'existence du zéro, des nombres irrationnels, des nombres négatifs, des nombres imaginaires, des points impropres et des points imaginaires, pour ne parler que des exemples les plus connus.

Cette lente gestation historique a sans doute fait descendre les êtres et relations mathématiques de l'Olympe des vérités platoniciennes pour les faire considérer comme des produits merveilleux de l'invention humaine. Mais, de la création millénaire, nous avons la tendance de ne proposer à nos élèves que les aboutissements. Les aidons-nous assez à élaborer leurs mathématiques, leur proposons-nous des situations qui les poussent, eux aussi, à créer les abstractions ? Le plus souvent, ne nous contentons-nous pas de transmettre dogmatiquement les mathématiques toutes faites ? Pensez aux extensions successives de la notion de nombre où, au lieu d'amener génétiquement les amplifications successives du référentiel numérique, on se borne à poser conventionnellement les définitions des nombres nouveaux. Combien de moments créateurs sont ainsi escamotés et remplacés par des décrets qui n'offrent rien que de sec aux jeunes intelligences ?

Lorsque nous prétendons élaborer une notion à partir du concret, le faisons-nous toujours avec bonheur ? Vous connaissez ces phrases, nous les transcrivons d'un ouvrage de géométrie : « La plus simple de toutes les lignes est la ligne droite. Un fil tendu nous en donne une image... ».

Puis, plus loin : « Dorénavant, quand nous parlerons de droites, il s'agira toujours de droites illimitées, bien qu'en réalité, elles soient limitées par le format du papier. »

Quelle équivoque où sont confondus les êtres physiques concrets perçus par notre expérience et les êtres abstraits conçus par notre imagination ! Que peut-il exister dans un cerveau adolescent si nous pensons si peu ce que nous lui proposons ? Mais, me direz-vous, on parle si peu de tout cela et on ne le demande pas aux examens. D'ailleurs, ces notions se précisent dans la suite.

Encore s'agit-il d'avoir une idée de ce que pensent vos élèves lorsque vous prononcez les mots droite, segment, circonférence, espace. Interrogez-les donc et comptez combien d'entre eux savent que, sur un segment, il y a d'autres points que les extrémités ; qu'une circonférence abstraite

comprend une infinité de points ; que l'espace dont vous parlez au cours est autre chose que l'intérieur de la classe. Questionnez, observez, vous serez déconcertés par la diversité des réponses. Vous verrez alors la nécessité d'aider, par tout moyen, nos élèves à créer les mathématiques qu'ils doivent savoir.

Nous voilà loin des lieux géométriques et des équations, me direz-vous. Au contraire, nous sommes à la fondation même de notre sujet puisqu'il s'agit de connaître ce que savent nos élèves des nombres, des points, des lignes et des relations qui les lient.

III. — EXTENSION D'UNE PROPRIÉTÉ — EXISTENCE, UNICITE, IDENTITE

a) Une fois précisé le domaine de référence où existent les êtres que nous pouvons substituer aux arguments d'une propositionnelle $P(x, \dots)$ pour lui donner un sens, la question se pose s'il y a, dans ce référentiel, au moins un être, soit $x_1, \dots$, pour lequel l'énoncé $P(x_1, \dots)$ soit vrai. On dit alors que $x_1, \dots$ satisfait ou vérifie la propositionnelle $P(x, \dots)$ ou la propriété P , ou, encore, que $x_1, \dots$ est solution de $P(x, \dots)$. En pareil cas, la proposition :

Il existe au moins un x tel que $P(x, \dots)$

est vraie.

Une telle proposition est appelée proposition d'existence. On peut la désigner par :

$$(Ex) P(x, \dots),$$

« il existe un x , au moins, tel que $P(x, \dots)$ ».

b) Nous pouvons aussi considérer l'ensemble ayant pour élément tout x satisfaisant à $P(x, \dots)$. Ainsi, à chaque propriété P , ou propositionnelle $P(x, \dots)$, nous ferons correspondre l'ensemble $E(P)$ des éléments qui la satisfont au sein du référentiel considéré.

L'ensemble $E(P)$ associé à la propriété P est appelé l'*extension* de la propriété P , tandis que toute propriété, telle que P , qui est vérifiée par tout élément de $E(P)$ appartient à la *compréhension* de cet ensemble.

A l'ensemble $E(P)$ est associé le concept de l'*élément courant ou générique* qui satisfait à $P(x, \dots)$, c'est-à-dire de l'*élément quelconque* de $E(P)$. C'est là une notion qu'il faut veiller à faire acquérir à nos élèves, qui pensent au début surtout aux êtres individuels singuliers.

Lorsque $E(P)$ ne contient qu'un nombre fini déterminé d'éléments, nous dirons que les solutions de $P(x, \dots)$ sont déterminées.

En particulier, quand $E(P)$ ne contient qu'un seul être, il y a *existence et unicité* de la solution de $P(x)$.

Enfin, si $P(x)$ n'a aucune solution dans le référentiel, $E(P)$ sera un *ensemble vide*, ne comprenant aucun élément, et la propriété P sera dite *impossible*. Faut-il souligner que l'ensemble $E(P)$ dépend du domaine de référence dans lequel sont pris les éléments qui, portés dans $P(x)$, lui donnent un sens ? Par exemple, sur la sphère, il existe des triangles bi- et trirectangles, tandis qu'il n'y en a pas dans le plan.

Dans l'élaboration de la pensée mathématique des élèves, comme dans l'évolution historique des mathématiques, les référentiels subissent

des extensions successives. De la sorte, une propriété impossible dans un référentiel pourra trouver une solution dans le référentiel élargi.

Ainsi que nous l'avons déjà conseillé, à propos des solutions d'une équation, lorsqu'une même condition sera considérée successivement dans deux référentiels, il conviendra, pour éviter des erreurs, de noter explicitement le référentiel qui est, d'ordinaire, sous-entendu.

Par exemple, puisque l'on considère le lieu des points équidistants des extrémités d'un segment, dans le plan, puis dans l'espace, il sera utile de dire successivement :

Dans le plan, le lieu des points équidistants des extrémités d'un segment est la médiatrice de ce segment.

Dans l'espace, le lieu... est le plan médiateur du segment.

c) D'ordinaire, l'ensemble $E(P)$ des éléments satisfaisant à une propositionnelle $P(x)$ n'est qu'une partie du référentiel.

Un cas remarquable sera celui où $P(x)$ est satisfaite pour tout élément du référentiel ; dans ce cas, l'ensemble $E(P)$ est le référentiel lui-même. Nous dirons alors que $P(x)$ est une *identité*. Nous écrirons :

$$(Tx) P(x)$$

« pour tout x , $P(x)$ ».

La proposition ainsi obtenue est dite *universelle* parce qu'elle s'applique à tout élément du référentiel.

Par exemple, si nous représentons par :

$$x = y,$$

l'énoncé :

« x et y désignent le même élément », nous aurons, dans tout référentiel, l'identité :

$$x = x,$$

étant entendu qu'une même lettre désigne le même élément partout où elle figure dans une relation donnée.

Nous savons que, pour tous les nombres considérés dans l'algèbre élémentaire, la propositionnelle :

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

est satisfaite. Elle est donc une identité de ce référentiel.

d) Les notions que nous avons introduites permettent de faire saisir la nature logique des trois types d'égalités rencontrées en algèbre élémentaire.

1) Une égalité numérique :

$$3 + 5 = 8,$$

est une proposition singulière ;

2) Une identité littérale :

$$x + y = y + x,$$

donne une proposition universelle toujours vraie :

$$(Tx, y) (x + y = y + x) ;$$

3) Une équation :

$$x + y = z,$$

est une propositionnelle ; elle n'est ni vraie, ni fausse tant que x, y, z ne sont pas donnés.

IV. — IMPLICATION DE PROPRIÉTÉS, INCLUSION D'ENSEMBLES

La structure de théorème la plus fréquente est l'*implication* entre propriétés, ou propositionnelles.

On sait que, si dans chaque cas où une propriété P est satisfaite, une propriété Q l'est aussi, nécessairement, on dit que P *implique* ou *entraîne* Q .

On écrit

$$P \rightarrow Q$$

« si P alors Q ».

Pour établir la vérité d'une telle implication, il faut démontrer que si un x , quelconque, satisfait à $P(x)$, il vérifie nécessairement $Q(x)$.

Lorsque l'implication

$$P \rightarrow Q$$

est vraie, il suffit que la propriété P soit satisfaite pour que la propriété Q soit *nécessairement* vérifiée. De sorte que :

la propriété P est *condition suffisante* de la propriété Q , et que

la propriété Q est *condition nécessaire* de la propriété P .

Cette double manière d'exprimer une même relation d'implication se montre particulièrement suggestive. Pour peu que les élèves s'exercent à exprimer quelques implications sous cette double forme, elle leur devient familière.

Aux propriétés P et Q correspondent les ensembles $E(P)$ et $E(Q)$ comprenant les éléments qui satisfont respectivement à P et à Q .

Lorsque l'on a

$$P \rightarrow Q,$$

tout élément qui satisfait à P satisfait aussi à Q . Par suite, tout élément de $E(P)$ appartient à $E(Q)$. On dit que $E(P)$ est *contenu* ou *inclus* dans $E(Q)$, ce qui s'écrit :

$$E(P) \subset E(Q)$$

« $E(P)$ inclus dans $E(Q)$ ».

A l'implication entre propriétés

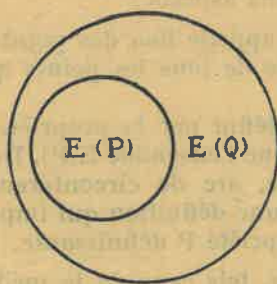
$$P \rightarrow Q$$

correspond l'inclusion entre leurs extensions

$$E(P) \subset E(Q).$$

Si on représente $E(P)$ et $E(Q)$ par les intérieurs de deux cercles, comme le faisait déjà EULER, on a le schéma :

$$P \rightarrow Q$$



(fig. 1)

$$E(P) \subset E(Q)$$

Exemples :

1) Dire : si un quadrilatère est rectangle, il a ses diagonales égales, revient à affirmer : l'ensemble des rectangles est contenu dans l'ensemble des quadrilatères à diagonales égales.

2) Lorsqu'on multiplie les deux membres d'une équation :

$$A(x, \dots) = B(x, \dots) \quad (1)$$

par une expression $C(x, \dots)$, définie pour toute solution de cette équation, mais pouvant être nulle, on obtient l'équation :

$$A(x, \dots) C(x, \dots) = B(x, \dots) C(x, \dots) \quad (2)$$

qui est vérifiée par toute solution de la première.

La première équation implique donc la seconde et l'ensemble des solutions de (1) est contenu dans l'ensemble des solutions de (2).

V. — EQUIVALENCE DE PROPRIÉTÉS, IDENTITÉ D'ENSEMBLES

a) Lorsque l'on a, à la fois, les deux implications réciproques :

$$P \rightarrow Q \\ \text{et } Q \rightarrow P,$$

chacune des propriétés P ou Q est *condition nécessaire et suffisante* de l'autre. Elles sont donc satisfaites dans les mêmes cas. On dit qu'elles sont *logiquement équivalentes* et on écrit :

$$P \rightleftharpoons Q ;$$

alors, on a, entre les ensembles $E(P)$ et $E(Q)$, les deux inclusions réciproques :

$$E(P) \subset E(Q), \\ E(Q) \subset E(P).$$

Par suite, l'ensemble $E(P)$ et l'ensemble $E(Q)$ ont les mêmes éléments ; ils sont *confondus* en un seul et même ensemble :

$$E(Q) = E(P).$$

A l'équivalence de deux propriétés P et Q correspond l'identité de leurs extensions $E(P)$ et $E(Q)$.

b) Du point de vue logique, la question des lieux géométriques de points se présente sous trois aspects :

1) *Par définition*, on appelle lieu des points satisfaisant à une propriété P donnée l'ensemble de tous les points qui satisfont à cette propriété.

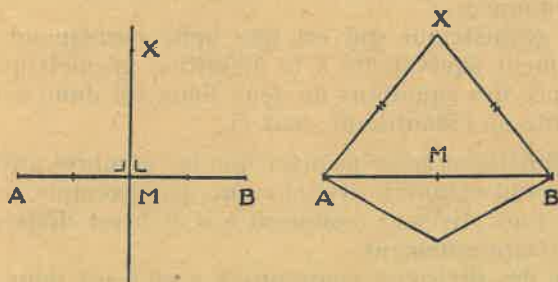
Le lieu géométrique défini par la propriété P de l'élément courant (point, droite, etc...) est donc l'ensemble $E(P)$. De nombreux lieux : demi-plan, circonférence, cercle, arc de circonférence, segment circulaire, etc..., sont introduits par une définition qui impose un nom à l'ensemble $E(P)$ déterminé par la propriété P définissante.

2) Certains *théorèmes*, tels ceux de la médiatrice d'un segment ou de la bissectrice d'un angle, affirment l'identité de deux lieux déterminés par des propriétés P et Q dont on établit l'équivalence.

Pour reprendre l'exemple banal de la médiatrice d'un segment AB, on peut représenter, comme suit, les propriétés P et Q et les ensembles correspondants :

P : $MX \perp AB$
et $AM = MB$.

Q : $AX = BX$.



(fig. 2)

$E(P)$: ensemble des points de la perpendiculaire élevée au segment AB en son milieu (définition de la médiatrice).

$E(Q)$: ensemble des points du plan équidistants des points A et B.

On prouve les deux implications réciproques :

$$P \rightarrow Q \quad \text{et} \quad Q \rightarrow P,$$

ce qui équivaut à :

$$E(P) \subset E(Q) \quad \text{et} \quad E(Q) \subset E(P).$$

On conclut :

$$P \Leftrightarrow Q,$$

ou encore :

$$E(P) = E(Q).$$

3) Dans la *recherche* d'un lieu, on donne la propriété P qui définit le lieu et on demande de trouver une propriété Q équivalente à P.

Lorsqu'on établit, par l'analyse, la proposition directe :

$$P \rightarrow Q,$$

$$\text{ou } E(P) \subset E(Q),$$

certain auteurs appellent « lieu » non pas $E(P)$, mais $E(Q)$, ce qui n'est pas conforme à la définition, ou est prématuré, puisqu'on ne sait pas encore si, réciproquement, $E(Q) \subset E(P)$.

De même, dans la réciproque, ils parleront de « parties utiles de lieu » en désignant des parties utiles de $E(Q)$. Parler de parties utiles de lieu $E(P)$ n'a aucun sens puisque, par définition, $E(P)$ est le lieu déterminé par la propriété P.

Pour éviter ces difficultés, il peut être judicieux d'appeler $E(Q)$ l'ensemble trouvé (par la directe) et de parler, éventuellement, de partie utile de cet ensemble.

c) Deux équations équivalentes sont deux propositionnelles logiquement équivalentes.

Pour établir cette équivalence, on démontre que les ensembles correspondants sont identiques en prouvant que toute solution de l'une des équations est solution de l'autre, et réciproquement.

d) En géométrie analytique, grâce à l'usage d'un système de coordonnées, les points du plan, par exemple, sont mis en correspondance avec leurs coordonnées.

A un lieu géométrique qui est une ligne correspond une équation qui est logiquement équivalente à la définition géométrique de la ligne.

L'équivalence des équations de deux lieux est donc condition nécessaire et suffisante de l'identité de ceux-ci.

e) En arithmétique, pour prouver que les nombres entiers a et b ont le même plus grand commun diviseur que, par exemple, a et $a + b$, on démontre que tout diviseur commun à a et b est diviseur commun à a et $a + b$, et réciproquement.

L'ensemble des diviseurs communs à a et b est donc le même que celui des diviseurs communs à a et $a + b$. D'où :

$$D(a, b) = D(a, a + b).$$

VI. — CONJONCTION DE PROPRIETES,

• INTERSECTION D'ENSEMBLES

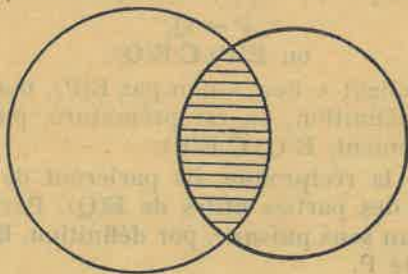
a) Pour terminer, disons quelques mots de deux opérations logiques qui permettent de composer les propriétés et les propositionnelles.

L'une consiste à considérer simultanément deux (ou plusieurs) propriétés P et Q . On obtient ainsi leur *conjonction* :

P et Q ,

qui est satisfaite seulement lorsque les propriétés sont vérifiées à la fois.

A la conjonction des propositions P et Q correspond l'*intersection* des ensembles $E(P)$ et $E(Q)$, c'est-à-dire l'ensemble des éléments communs appartenant, à la fois, à $E(P)$ et $E(Q)$. L'intersection des ensembles figurés par les cercles est donc représenté par la partie hachurée.



(fig. 3)

Lorsque les propriétés P , Q sont *compatibles*, il existe au moins un élément qui vérifie leur conjonction P et Q . L'intersection de $E(P)$ et $E(Q)$ n'est donc pas vide. $E(P)$ et $E(Q)$ *empiètent* l'un sur l'autre (fig. 3).

Lorsque les propriétés P et Q sont *incompatibles* ou *contraires*, l'intersection des ensembles $E(P)$ et $E(Q)$ est vide. On dit que ces ensembles sont *disjoints*.

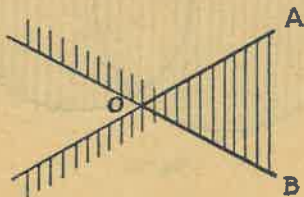
Par exemple, deux droites, ou deux plans parallèles, sont des ensembles disjoints.

On peut figurer des ensembles disjoints par des cercles extérieurs.

b) La méthode de construction géométrique par intersection de lieux est la plus puissante.

Les intersections interviennent aussi dans la définition et la recherche de lieux nouveaux à partir de lieux connus.

Par exemple, un angle saillant AOB (fig. 4) est l'intersection de deux demi-plans.



(fig. 4)

Lorsque nous recherchons le lieu des milieux des cordes interceptées par une circonférence (O, R) sur les sécantes passant par un point fixe A , il convient de faire remarquer que le milieu M d'une corde est intérieur au cercle (O, R) et qu'il appartient à la circonférence de diamètre OA . L'étudiant est alors conduit, dès l'analyse de la question, à prendre l'intersection de ces deux lieux.

c) Le système formé par plusieurs équations (ou inéquations) simultanées est tout simplement la conjonction des propositionnelles que sont ces équations. La notion de compatibilité de plusieurs propositionnelles s'applique immédiatement aux systèmes d'équations.

d) La résolution graphique de systèmes d'équations ramène la détermination des solutions communes à l'intersection des lieux représentant les équations dans un système de coordonnées.

On peut en dire autant de la résolution graphique des inéquations.

e) Pour donner un exemple plus général, remarquons que, puisque être un carré équivaut à être à la fois un losange et un rectangle, l'ensemble des carrés est l'intersection de l'ensemble des losanges et de l'ensemble des rectangles.

VII. — DISJONCTION DE PROPRIÉTÉS, REUNION D'ENSEMBLES

a) Une seconde opération sur des propriétés $P, Q, \dots$ consiste à considérer la *disjonction* de ces propriétés, c'est-à-dire la propriété

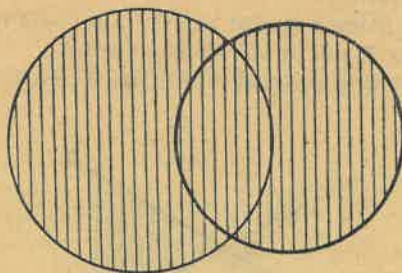
P ou Q

qui est satisfaite lorsque l'une au moins des propriétés P, Q est satisfaite, sans exclure les cas où elles sont simultanément vérifiées (1).

A la disjonction

P ou Q

correspond la *réunion* des ensembles $E(P)$, $E(Q)$, qui est l'ensemble de tous les éléments appartenant tant à $E(P)$ qu'à $E(Q)$ (fig. 5).



(fig. 5)

b) 1) La disjonction de plusieurs équations intervient dans le cas d'une équation qui se scinde.

En effet, lorsque les expressions $A(x, \dots)$ et $B(x, \dots)$ sont définies pour les solutions de l'équation :

$$A(x, \dots) \cdot B(x, \dots) = 0,$$

cette équation a pour solutions toutes celles des équations.

$$A(x, \dots) = 0,$$

$$B(x, \dots) = 0.$$

Il s'ensuit que si les expressions A et B sont définies pour les solutions de l'équation :

$$A^2 = B^2,$$

celle-ci se scinde en :

$$A = B,$$

ou :

$$A = -B,$$

les deux dernières équations pouvant d'ailleurs être simultanément vérifiées si $A = 0$ et $B = 0$.

L'ensemble des solutions de :

$$A^2 = B^2$$

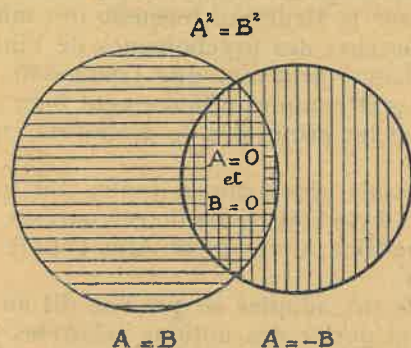
est donc la réunion des solutions de :

$$A = B, \quad A = -B.$$

La conjonction de ces dernières équations est vérifiée par les solutions de $A = 0$ et $B = 0$.

(1) Il y a une seconde espèce de disjonction, dite exclusive, qui exclut la conjonction des propriétés P et Q.

On a ainsi le schéma :

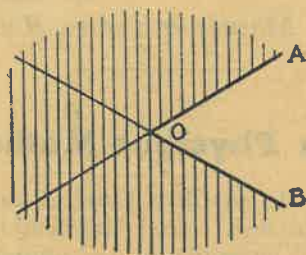


(fig. 6)

2) Dans le même ordre d'idées, en géométrie analytique, l'équation quadratique de deux droites est l'équation de la réunion de ces droites.

c) De nombreux lieux géométriques sont obtenus par la réunion de lieux connus.

Par exemple, un angle rentrant AOB est la réunion de deux demi-plans.



(fig. 7)

Comme nos élèves se contentent souvent d'un seul arc capable lorsqu'il s'agit, dans le plan, du lieu des points d'où un segment donné est vu sous un angle donné, apprenons-leur donc à dire que le lieu est la réunion de deux arcs capables.

d) Il nous suffira de rappeler que la formation du plus grand commun diviseur de plusieurs nombres et celle de leur plus petit multiple commun font intervenir respectivement l'intersection et la réunion des facteurs premiers des nombres donnés pour montrer combien les intersections et les réunions d'ensembles jouent un rôle important en mathématiques élémentaires.

CONCLUSION

Pourquoi, direz-vous, faut-il expliciter ces notions élémentaires qui sont connues pratiquement de tous ?

C'est d'abord parce que ces notions élémentaires sont fondamentales. Elles font partie de la base sur laquelle s'édifient toutes les discipli-

nes mathématiques, ainsi que le montrent encore les travaux récents de l'école des Bourbaki sur la structure formelle des mathématiques.

De plus, les recherches des psychologues de l'intelligence, en particulier celles de J. PIAGET, prouvent que l'inclusion, l'intersection et la réunion d'ensembles sont connues efficacement bien avant les propriétés des nombres entiers et les propriétés de géométrie euclidienne que nous croyons élémentaires.

Enfin, tous les essais pédagogiques tentés par quelques-uns d'entre nous pour rendre les élèves conscients de ces notions ont suscité l'intérêt et facilité la compréhension, notamment dans l'étude des lieux géométriques et des équations.

Il faut, cela va de soi, adapter ce que l'on dit au niveau des classes. Pour montrer toute la portée des notions éclaircies et être accessible à tous, il convient de prendre des exemples dans la langue maternelle et dans la vie pratique.

Les élèves qui dégagent ainsi des structures foncières de leur intelligence ont le contentement que donnent une meilleure compréhension des choses et une plus profonde conscience de soi. Et nous avons senti plus d'une fois le poids de leur reproche lorsqu'ils ont demandé : « Pourquoi ne nous a-t-on pas parlé ainsi plus tôt ? »

W. SERVAIS,

Athénée du Centre, Morlanwelz (Belgique).

Coordination Physique-Mathématiques (*)

S'il était nécessaire de justifier l'intérêt de la coordination entre deux disciplines d'enseignement aussi étroitement dépendantes, il suffirait d'évoquer l'utilisation permanente des connaissances mathématiques au cours de Physique et les possibilités d'applications concrètes qu'offre au professeur de Mathématiques la variété des phénomènes physiques auxquels sont initiés, dans le même temps, les élèves de sa classe.

Dans le cadre du Centre International de Pédagogie de Sèvres, des contacts ont été pris entre des collègues mathématiciens et physiciens. Les opinions confrontées et les réflexions échangées ont permis de dégager quelques idées. Réunies dans cette étude, nous les présentons à nos collègues, moins comme des conclusions qu'à titre d'introduction à un débat plus large.

*
**

Les difficultés de synchronisation ont d'abord retenu notre attention. A tout moment du développement parallèle des deux enseignements, le problème se pose de l'appui réciproque qu'ils doivent être en mesure de se donner.

(*) Rapport du groupe d'études des professeurs de mathématiques, Centre International d'Études Pédagogique de Sèvres.

Le cycle court ayant un caractère particulier, c'est à la confrontation des programmes de Physique et de Mathématiques du 2^e cycle, et, plus spécialement, des classes de Seconde et Première C ou modernes, Mathématiques Élémentaires ou Sciences Expérimentales, qu'il a été procédé dans cette première étude.

Le délai est parfois très important, qui pourra s'écouler avant que le mathématicien, justement soucieux de l'équilibre harmonieux de son propre cours, ne présentât tels développements utiles à son collègue.

Une refonte générale de l'Enseignement du Second Degré devra nécessairement s'inspirer de ce souci majeur de synchronisation.

Dans l'état actuel des programmes, quelques exemples précis montrent dans quel esprit nous pensons devoir rechercher des solutions heureuses.

En classe de 3^e classique ou moderne ont été traités :

- Rapport de deux segments.
- Point divisant un segment dans un rapport donné.
- Projections orthogonales, sinus, cosinus et tangente d'un angle aigu.
- Relations trigonométriques dans le triangle rectangle.

Or, à l'origine du cours de Physique, en Seconde, l'étude statique des forces, composition et décomposition, use de ces notions avec lesquelles nos jeunes élèves sont le plus souvent fort peu familiarisés. Peut-être insuffisamment assimilées à l'occasion d'une première rencontre, elles ont été peu à peu oubliées. Les enfants proviennent de diverses Troisièmes, l'homogénéité de ces bases indispensables n'est donc pas assurée. Une révision initiale, dirigée par le professeur de Mathématiques, semble s'imposer. S'il y consacre les toutes premières séances de l'année scolaire, l'ouverture du cours de Seconde proprement dit ne sera pas différée de façon sensible. L'application de ces notions à laquelle il sera procédé, sans délai, au cours de Physique, consacre dès l'origine l'interdépendance des deux enseignements, au grand bénéfice des élèves trop enclins à considérer, comme étrangers l'un à l'autre, deux domaines réservés à des professeurs différents. L'outil forgé est aussitôt utilisé. Une harmonieuse conjonction des efforts pouvant être aussi vite assurée, rien ne doit être négligé pour y satisfaire.

Ces quelques notions de Mathématiques, destinées à être reprises ultérieurement et développées de façon plus complète devant la même classe de Seconde, trouveront alors, avec avantage, leur soutien concret dans les exemples tirés des premières leçons de Physique. On ne saurait trop insister sur l'efficiencia de cette réciprocité.

Le début du cours de Première en Physique, surtout s'il traite de l'électricité en premier lieu, ne pose pas les mêmes problèmes. Tout au plus, une révision de la relation de Chasles et du faisceau harmonique peut être souhaitable avant l'ouverture du cours d'optique prévue pour le milieu de l'année scolaire, ces questions ayant été traitées en Seconde, ainsi que les notions utiles de trigonométrie.

La synchronisation s'avère plus difficile en « Mathématiques Élémentaires ». Quelles sont les solutions proposées ? Consacrer exclusivement les premières leçons à la chimie pour laisser au mathématicien le

temps de prendre toute l'avance utile ? Outre que ce délai risque d'être insuffisant, on ne saurait retarder sans inconvénient majeur le départ du cours de Physique.

Les notions de cinématique, dont le physicien doit faire usage pour procéder, dès les premières leçons, à l'identification des mouvements de chute des corps dans le vide et dans l'air, ou à l'étude des applications pratiques de la relation fondamentale de la Dynamique, n'ont été que très sommairement introduites en Première dans le chapitre d'Algèbre.

« Equation horaire d'un mouvement rectiligne. Mouvement rectiligne uniforme. Mouvement rectiligne uniformément varié défini par une équation horaire. Valeur de la vitesse à un instant donné. Diagrammes de ces mouvements ».

L'exposé rigoureux des questions de cinématique figurant au programme de la classe ne sera présenté que beaucoup plus tard. Il suffirait que le professeur de Mathématiques pût donner, dès la rentrée, à titre de complément de la révision des notions acquises en Première, une version préalable, simplifiée, de ce qui sera revu ultérieurement, de façon plus pénétrante. Les élèves disposeront ainsi de données utiles sommaires, mais immédiatement exploitables, telles que : vecteur vitesse, vecteur accélération, équations horaires, diagrammes et hodographes. L'ensemble théorique, édifié plus tard au cours de l'année, dans toute sa rigueur mathématique, se trouvera, de fait, justifié par la portée de ses applications pratiques préalablement étudiées.

Les trois premiers mois de l'année scolaire étant consacrés en Physique à l'étude de la dynamique, de l'énergétique, des notions de thermodynamique et de l'électronique, les considérations générales sur les mouvements périodiques, introduction à l'étude des vibrations mécaniques, sonores, lumineuses, électriques et électromagnétiques, peuvent n'être abordées qu'en janvier. Le mathématicien dispose ainsi de tout le temps désirable pour traiter des relations trigonométriques dont fait usage la théorie des vibrations, y compris les dérivés des fonctions $x = a \sin \omega t$ et $x = a \cos \omega t$.

Sans nous attarder plus longtemps sur les palliatifs actuels, et convaincus de ce qu'un remaniement total des programmes pourrait seul tenter d'assurer, de la façon la plus satisfaisante, la synchronisation souhaitée, nous avons surtout voulu montrer l'efficacité de la coordination des deux disciplines lorsqu'elles recherchent les plus nombreux contacts et se donnent un appui mutuel permanent.

*
**

Abordons dans cet esprit le sujet de l'entraînement aux calculs, et tout spécialement aux calculs numériques. Les physiciens soulignent ce fait navrant. Les élèves de Seconde ne savent pas calculer. Un temps précieux est perdu, en conséquence, pour l'initiation à la Physique. Cette insuffisance regrettable, dont il faut rechercher l'origine dans les classes élémentaires et les toutes premières classes du premier cycle, prend le plus souvent un caractère définitif, et les classes terminales elles-mêmes souffrent profondément de cette inaptitude aux calculs les plus simples.

Nous croyons qu'initiés aux mécanismes élémentaires, les élèves devraient être entraînés avec régularité à ce genre d'exercices au cours des classes antérieures à la Seconde. L'opportunité semble s'imposer d'une heure hebdomadaire consacrée en Quatrième et en Troisième à des travaux pratiques de calcul. Les mesures géométriques pratiques de longueurs, périmètres, aires et volumes pourraient n'être pas seules à fournir la matière de ces exercices. Pourquoi ne pas exploiter des expériences de Physique fort simples, qui seraient exécutées par les enfants, sans qu'il soit question, bien entendu, de donner un enseignement prématuré de la Physique. Telles ont été évoquées à titre d'exemple :

- L'étude pratique de l'allongement d'un ressort élastique par un poids suspendu.
- La mesure comparée des diamètres et des périmètres d'une série de poids cylindriques de cuivre.
- La mesure des aires par pesée (série de cercles découpés dans du carton d'épaisseur uniforme).
- La mesure des volumes par pesée (série de ballons sphériques de laboratoire pesés vides et pleins d'eau).
- L'étude de l'équilibre d'un levier chargé par des poids inégaux, à distance inégale de l'axe de suspension, pour compenser l'effet permanent d'un contrepoids à distance fixée de l'autre côté de ce même axe, etc...

Les premières recherches de précision, les premières utilisations de graphiques peuvent être déjà introduites utilement à la faveur de ces exercices, accoutumant l'élève, par avance, à une attitude d'esprit qui ne lui est pas du tout familière. Peut-être comprendra-t-il l'illogisme de l'emploi du nombre abusif de décimales auquel trop souvent il se complait.

Mais, si le physicien souhaite recevoir des élèves initiés aux divers procédés et méthodes de calcul, il se doit, en contre-partie, de multiplier les occasions d'appliquer à des fins concrètes ces procédés et ces méthodes. Le temps est mesuré à consacrer aux calculs dans le développement du cours de Mathématiques. Les exercices proposés en Physique seront donc très utilement mis au service d'un entraînement systématique.

Composition et décomposition des forces parallèles se prêtent fort bien aux opérations de calcul mental sur les partages directement et inversement proportionnels. L'équilibre des moments des forces, leurs sommes et leurs différences, est une autre mine d'exercices rapides sur les produits et les rapports. D'abord surpris, les élèves prennent très vite, après un certain temps d'adaptation, le plus vif intérêt à ce genre de compétition dans une classe rendue vivante. Le sens des opérations arithmétiques s'en trouve précisé.

Avec la composition et la décomposition des forces concourantes, ce sont les occasions de calcul rapide sur les lignes trigonométriques des angles remarquables.

Si le but poursuivi n'est plus seulement de familiariser les élèves avec l'idée de composition et décomposition des forces, mais de les initier à l'usage des tables numériques (lignes trigonométriques, inverses et carrés), dont l'existence leur a été révélée en Troisième, il est facile d'assi-

gner ce rôle aux mêmes types d'exercices en les proposant dans le cas d'angles quelconques. Cette extension a de plus l'avantage de ne pas conformer l'élève dans cette idée regrettable qu'on ne s'intéresse pratiquement qu'à des cas très particuliers.

Bien entendu, et nous revenons ainsi au souci de synchronisation, il importe de connaître l'époque précise à laquelle il convient de se livrer à telle application pratique. C'est en fin de Seconde seulement qu'il sera proposé en Physique à propos des révisions terminales, des problèmes dont la mise en équation conduit à une relation du deuxième degré. Exemples :

a) On plonge verticalement sans aspirer une pipette cylindrique de 20 cm. de hauteur dans du mercure. Elle est remplie à moitié. On bouche l'orifice supérieur et on la sort du mercure.

1° Montrer qu'il s'écoule nécessairement du mercure.

2° Jusqu'à quelle hauteur en reste-t-il ? Quelle est alors la pression de l'air dans la pipette ?

b) Un endiomètre à mercure, de section uniforme dans toute sa longueur, est placé sur une cuve à mercure ; il contient du gaz ammoniac sur une longueur de 10 cm. ; le mercure s'élève dans le tube à 20 cm. au-dessus de la surface libre dans la cuvette. On fait passer dans l'endiomètre une longue série d'étincelles électriques jusqu'à ce que le gaz soit complètement décomposé. Trouver la longueur occupée par le gaz revenu à la température ambiante. (P. atm. = 76 cm. de Hg. Niveau invariable dans la cuvette).

Ce sont ainsi de tels exemples que peut emprunter, parmi d'autres, le professeur de Mathématiques, lorsqu'il cherche un cas concret à soumettre au calcul, en application de l'étude théorique à laquelle il vient de se livrer.

— Recommander l'utilisation des puissances positives et négatives de 10 et saisir toutes les occasions de les introduire est un autre point essentiel sur lequel doit porter l'effort commun des deux professeurs. Avec les fréquents changements d'unités, avec l'expression des valeurs numériques très élevées ou très faibles de certaines constantes, le physicien est bien placé pour répondre à cette préoccupation. Résistivités d'ordre de grandeur 10^{-6} cm., coefficients de dilatation 10^{-5} ou 10^{-4} , charge élémentaire de l'électron $1,6 \times 10^{-19}$ coulomb, célérité de la lumière 3×10^{10} cm./s. lui procurent les très nombreuses circonstances d'emploi. La sûreté dans la conduite des opérations sur ces exposants devra être acquise en classe terminale.

— L'usage permanent des méthodes du calcul approché, la recherche préalable, toujours recommandée, de l'ordre de grandeur des résultats constituent un autre entraînement de grande valeur. L'élève, *à priori* réticent, se montre plus satisfait par la poursuite d'une fallacieuse exactitude dont il croit s'assurer en demandant à ses opérations un nombre inconsideré de chiffres décimaux. Il faut lui faire comprendre au plus tôt que l'incertitude avec laquelle sont obtenues les données physiques, non seulement s'accommode, mais justifie en toute logique l'emploi des mé-

thodes de calcul et des formules approchées. On usera à tout instant des expressions :

$1 + \varepsilon + \varepsilon'$ pour $(1 + \varepsilon)(1 + \varepsilon')$, $1 - \varepsilon$ pour $\frac{1}{1 + \varepsilon}$, $1 \pm \frac{\varepsilon}{2}$ pour $\sqrt{1 \pm \varepsilon}$ etc, des valeurs approchées de $\sin \alpha$, de $\operatorname{tg} \alpha$ et de $\cos \alpha$ pour les petits angles exprimés en radians.

Pour la recherche immédiate de l'ordre de grandeur, on utilisera des valeurs telles que 10 pour 9,81, π pour $\sqrt{10}$, π^2 pour g , 12,5 pour 4π , conscient de n'introduire que des approximations respectives de 2 %, 0,66 %, 8 %, 0,6 %.

Ces procédés trouveront leur couronnement naturel dans la conduite des calculs d'incertitude et la recherche des variations par faibles différences dans les classes terminales de Mathématiques Élémentaires et Sciences Expérimentales.

*
**

L'utilisation des segments orientés en optique de Première est très controversée. Bon nombre de collègues physiciens considèrent volontiers qu'il est plus facile d'initier les élèves aux calculs de position et de grandissement en associant le signe (+) aux mesures des segments qui définissent par rapport à la surface du miroir, ou par rapport au plan de la lentille mince, la situation des objets et images réels, et le signe (—) pour les objets et images virtuels.

Cette méthode oblige les débutants à rechercher, d'abord, la nature des objets et des images, afin de choisir les signes. La nécessité de procéder à l'étude des phénomènes physiques avant de les livrer au calcul est un sérieux argument en faveur de cette méthode. Celui de la facilité plus grande et de la diminution des chances d'erreurs de signe est-il aussi valable ? Y a-t-il intérêt à éviter l'obstacle en dispensant l'élève de recourir à l'emploi des segments algébriques orientés, auquel son professeur de Mathématiques l'a déjà initié ? N'est-ce pas une superbe occasion de coordonner les deux enseignements voisins ? Où trouver une application plus directe d'un chapitre du cours de Mathématiques dont la portée pratique se trouvera aussitôt confirmée ?

Pour définir la position des objets et des images, quelle qu'en soit la nature, l'adoption des segments orientés n'empêche d'ailleurs pas de donner une place prédominante à l'étude proprement dite du phénomène, en utilisant le tracé géométrique minutieux des parcours réels (traits pleins) et virtuels (tirets interrompus).

De tous les exercices d'optique auxquels il est procédé, et après en avoir épuisé les enseignements physiques concrets, il pourra être tiré une application très simple de la théorie des segments orientés. Cette extension, qui ne doit pas alourdir de façon sensible la tâche du physicien, est vivement souhaitée, on le conçoit, par le mathématicien, au titre même de la coordination, dont nous poursuivons la mise au point.

Au symbolisme, se rattache la question de notation. Il est du plus haut intérêt que l'unité de vue soit assurée à cet égard, aussi bien dans

la façon d'exprimer les résultats des mesures de grandeurs que dans celle d'écrire les relations mathématiques dont il est fait usage. L'élève ne doit pas avoir à transposer d'un langage dans un autre. Aucune disparité ne lui doit être perceptible, sous peine de rompre le contact souhaité en toutes circonstances entre les deux enseignements.

Cette unité est parfois délicate à assurer : faut-il bannir du cours de Physique l'usage du symbole $\frac{dx}{dt}$? Sans inconvénient en dynamique, ce renoncement semble plus difficile à consentir lorsqu'il s'agit d'établir les valeurs instantanées de l'intensité et de la tension en courant alternatif à partir des phénomènes d'induction.

**

Au fur et à mesure de leur introduction dans les classes consécutives du 2^e cycle, les notions de trigonométrie trouvent normalement leur application dans la résolution des exercices de Physique. Nombreux et variés, ils peuvent être aussi bien proposés par le physicien, dans son cours, que par le mathématicien en quête de cas concrets.

Tels sont les problèmes d'équilibre sur plan incliné, ceux qui requièrent l'usage des projections ou l'évaluation d'une composante utile. L'expression du travail mécanique d'une force invariable en direction, sens et intensité peut donner lieu à de très nombreux problèmes, soit que l'on assigne encore à $\cos \alpha$ des valeurs remarquables, soit qu'au contraire, pour provoquer l'occasion d'utiliser les tables trigonométriques, on fasse prendre à ce même $\cos \alpha$ des valeurs quelconques.

L'équilibre des liquides dans deux tubes communicants d'égale section différemment inclinés sur l'horizontale, l'évaluation de la pression d'un gaz emprisonné dans un tube calibré, fermé par un long index pesant de mercure, sont, parmi beaucoup d'autres, autant d'exemples possibles d'utilisation immédiate. Le cours de Première, avec les équilibres des équipages magnétiques d'une part, les déviations des rayons lumineux d'autre part, offre de nombreuses possibilités d'emploi des relations dans le triangle rectangle et de la relation des sinus dans le triangle quelconque.

Dans les classes de Mathématiques Élémentaires et de Sciences Expérimentales, dont les programmes portent, pour les deux tiers, sur l'étude des vibrations, tant en mécanique physique et acoustique qu'électricité, l'interpénétration Physique-Trigonométrie est constante. Les occasions de contact ne sont plus à rechercher, elles s'imposent. Il convient seulement de pallier au mieux les défauts de synchronisation auxquels il a déjà été fait allusion.

**

Aux travaux pratiques de Physique, enfin, doit être dévolu un rôle prépondérant dans la liaison recherchée. Il convient de les exploiter dans ce dessein, fournissant matière à l'exécution de nombreux calculs, à l'établissement de tableaux de chiffres, à l'usage des tables numériques, et, plus spécialement, en Mathématiques Élémentaires, des tables de logarithmes et de la règle à calcul.

La règle à calcul a l'avantage énorme d'épargner à l'élève un calcul numérique fastidieux et de l'obliger à réfléchir à l'ordre de grandeur du résultat recherché, question primordiale en Physique. Elle peut déjà être utilisée avec succès par les élèves de Première.

De plus, ces travaux pratiques fournissent la matière à un entraînement à l'utilisation des diagrammes et des graphiques dont les tracés sont les images fidèles de courbes algébriques étudiées par ailleurs. Les coordonnées y sont l'expression de mesures de grandeurs de natures différentes, ce qui ne manque pas d'abord de déconcerter l'élève accoutumé de façon trop exclusive au tracé des courbes vers l'emploi généralisé des graphiques par lesquels seront redécouvertes ou vérifiées les lois physiques d'interdépendance de deux grandeurs.

Citons parmi les très nombreuses expériences de travaux pratiques utilisables à ces fins :

1) L'étude du plan incliné le long duquel un fil tendu parallèlement, par poids suspendu, tiré sur un ressort élastique. Les valeurs relevées au rapporteur des divers angles d'inclinaison du plan seront les abscisses d'un graphique dont les longueurs prises par le ressort seront les ordonnées.

2) Le même type de graphique est obtenu avec le rapport $\left(\frac{h}{l}\right)$ des mesures des dénivellations à celles des longueurs de liquide, selon la pente d'un tube communiquant, par sa partie inférieure, avec une cuve-réservoir de large section. Le tube prenant successivement diverses inclinaisons (α) par rapport à l'horizontale, les valeurs de $\left(\frac{h}{l}\right)$ sont portées en ordonnées, celles de (α) en abscisses.

3) La conversion d'un graphique hyperbolique en un graphique linéaire, plus facilement exploitable, sera utilement réalisée dans les cas suivants :

a) Valeurs des poids (p) et bras de levier (l), à l'extrémité desquels il convient de faire agir ces poids pour équilibrer le même contrepoids fixe de l'autre côté de l'axe de suspension d'une barre rigide.

Porter (p) et (l), puis (p) et $\left(\frac{1}{l}\right)$ en abscisses et ordonnées.

b) Expressions du volume de la chambre, de longueur (x), délimité par un index de mercure, pesant, de longueur (l), dans un tube calibré fermé. Donnant à ce tube une inclinaison variable, on relève les valeurs correspondantes de (x) et de l'expression ($H + l \sin \alpha$), représentant respectivement, à une même température, le volume et la pression de l'air enfermé pour chaque valeur de l'inclinaison du tube (H , pression atmosphérique extérieure).

On prendra pour coordonnées :

x et ($H + l \sin \alpha$), puis $\frac{1}{x}$ et ($H + l \sin \alpha$)

c) La vérification de la loi de Pouillet offre les mêmes possibilités de transformation, selon qu'on prend pour coordonnées R et I ou R et $\frac{1}{I}$.

(R = résistance variable du circuit, I = intensité du courant continu qui le parcourt alors qu'il est fermé sur le même générateur).

4) La conversion d'un graphique parabolique en un graphique linéaire. Après avoir relevé les coordonnées de points de la courbe tracée par une bille lancée normalement à la ligne de plus grande pente d'un plan incliné, on construira la courbe :

$$y = f(t^2), \text{ c'est une droite.}$$

Le tracé des tangentes à cette même trajectoire aux points de passage à époques équidistantes et la translation de ces tangentes pour les rendre concourantes permettent d'établir un éventail de directions, de pente régulièrement croissante (loi des vitesses).

5) L'évaluation des aires sur papier millimétré, ou par pesée d'une silhouette de carton, peut être mise au service du calcul de certaines fonctions, telles la valeur moyenne sur une période ou sur un grand nombre de périodes de $(I \sin \omega t)^2$.

*
**

Une refonte générale des programmes assurera, nous l'espérons, une synchronisation plus satisfaisante, mais, d'ores et déjà, c'est par l'esprit dans lequel sont donnés nos deux enseignements que nous assurerons le plus efficacement leur coordination. Le souci permanent de l'expérimentation ne doit jamais faire perdre au professeur de Physique l'occasion qui s'offre d'illustrer un procédé de calcul ou de raisonnement mathématique. Le souci de la rigueur des développements ne doit pas empêcher le professeur de Mathématiques de rechercher le plus grand nombre des applications concrètes dont il a besoin parmi les phénomènes physiques connus des élèves. Par l'accord étroit des notations et du symbolisme, les efforts convergents des deux professeurs tendront vers la précision et la rigueur du langage scientifique proposé à l'élève. La démarche en sera plus sûre et les fins plus rapidement atteintes.

Un appui mutuel constant et un développement harmonisé assureront à nos deux enseignements complémentaires la plénitude de leur valeur formative.

M. CONTOUR (*Jacques-Decour*), M. BERTRAN
(*Louis-le-Grand*), Mlle CLAVIER (*Lycée de
Sèvres*), Mme MOREAU-TAUZIN (*Lycée de
Sèvres*).

Remarque

On rapprochera du rapport précédent les propositions soumises aux membres de l'Union des Physiciens par une Commission spécialement chargée d'étudier la Réforme de l'Enseignement. Dans le cadre de la future organisation de l'Enseignement, cette Commission envisage :

1° *Un enseignement préliminaire* de la physique, dans la deuxième année de l'Enseignement général (élèves de 14 à 15 ans). Ou bien il serait donné par le professeur de mathématiques à raison d'une heure par semaine. Ou bien il serait donné par le professeur de physique sous la forme de séances de travaux pratiques, à

raison de deux heures par quinzaine. Dans les deux cas, il s'agirait d'entraîner les élèves au calcul numérique et de leur faire prendre contact avec l'esprit des méthodes expérimentales, tout en les familiarisant avec l'emploi des instruments de mesure.

2° L'amélioration de l'enseignement de la physique dans les 3^e, 4^e et 5^e années de l'Enseignement général (élèves de 15 à 18 ans). L'horaire hebdomadaire de physique en 3^e et 4^e années serait de 3 heures (cours) et 1 h. 1/2 (travaux pratiques). Pour la 5^e année, les séries scientifiques (non-techniques) seraient :

— l'une à prédominance des mathématiques (sciences physiques : cours, 5 h. 1/2 ; travaux pratiques, 1 h. 1/2) ;

— l'autre à prédominance sciences physiques (sciences physiques : cours, 6 h. 1/2 ; travaux pratiques, 1 h. 1/2 ; mathématiques, 6 heures ; sciences naturelles, 4 heures ; philo, 3 heures. Cette classe se substituerait à l'actuelle classe dite de Sciences Expérimentales).

Ces propositions, qui nous ont été obligeamment communiquées par M. LE RÉVÉREND, Président de l'Union des Physiciens, sont actuellement soumises à l'approbation de nos Collègues physiciens.

G. W.

IV. DOCUMENTATION, BIBLIOGRAPHIE

Quatre ouvrages sur l'histoire des Sciences

Histoire abrégée des Sciences mathématiques, par Maurice d'OCAGNE, Membre de l'Institut. Ouvrage recueilli et achevé par René DUGAS, Maître de Conférences à l'Ecole Polytechnique, Vuibert, Paris, 1955, 405 pages.

Der Briefwechsel von Johann Bernoulli, Birkhäuser verlag, Bâle, Suisse, 1955, 531 pages.

Concepts of Space. The history of theories of space in physics. By Max JAMMER. Harvard University press, Cambridge, Massachusetts, 1954, 196 pages.

Causalités et accidents de la découverte scientifique, par René TATON, Masson et C^{ie}, Paris, 1955, 171 pages.

*
**

Ces quatre ouvrages présentent quatre aspects très différents de l'histoire des sciences. Le travail posthume de Maurice d'Ocagne tient du dictionnaire bio-bibliographique ordonné chronologiquement. Il s'étend des origines à l'époque contemporaine. Rédigé, puis revu et achevé par deux mathématiciens de valeur, il apportera au lecteur, surtout pour les XIX^e et XX^e siècles, des renseignements succincts mais précieux. Cependant, au point de vue historique, il devra être consulté avec précautions, la bibliographie n'étant pas toujours très assurée. Le chapitre consacré aux Bernoulli confond par exemple les travaux de Jacques avec ceux de Jean. Par ailleurs les passages qui traitent de la période pré-hellène et du Moyen Âge, ne sont pas au fait des études qui, depuis quelque cinquante ans, ont modifié très profondément nos connaissances.

Le second des ouvrages que nous signalons est le tome premier de la correspondance de Jean Bernoulli. Les notes et commentaires sont en allemand. La correspondance est reproduite dans la langue même où elle fut écrite, généralement en français, parfois en latin, en allemand, en néerlandais. L'essentiel en est constitué par les lettres échangées entre Jean Bernoulli et le Marquis de l'Hôpital.

Guillaume-François Marquis de l'Hôpital et du Montellier, Comte de Saintemesme et d'Antremonts, Seigneur d'Ouques et autres lieux (1661-1704) est célèbre en Mathématiques pour son *Analyse des infiniment petits, pour l'intelligence des lignes courbes*, ouvrage édité anonymement en 1696, réédité sous le nom de l'auteur en 1715, traduit en anglais en 1730, en latin en 1764, réédité à nouveau en français en 1768 et en 1781. On lui doit aussi un *Traité analytique des sections coniques*, œuvre posthume parue en 1707, rééditée en 1720 et en 1776, traduite en anglais en 1723.

Dans notre enseignement nous désignons sous le nom de théorème de l'Hôpital une proposition sur les formes indéterminées qui fut rendue publique en 1696 dans *L'Analyse*, mais qui est la propriété de Jean Bernoulli.

Ce dernier, né à Bâle en 1667, fut en Mathématiques l'élève de son frère Jacques (1655-1705). Mort en 1748, il eut parmi ses disciples Euler et exerça sur le XVIII^e siècle une influence considérable.

Venu, jeune et obscur, à Paris, en 1692, il s'y lia avec Varignon et l'Hôpital qu'il initia aux mystères les plus subtils des procédés de Leibniz. Il y eut même un contrat assez étrange pour nous entre le jeune mathématicien et le Marquis. L'Hôpital avait déjà acquis, par la lecture des mémoires alors parus de Leibniz, une teinture des nouveaux calculs, mais pendant son séjour en France, Bernoulli lui donna des leçons qui forment le noyau autour duquel fut bâtie *L'Analyse des infiniment petits*. De retour à Bâle, le jeune savant était toujours sans situation stable et sur le point de se marier. C'est alors qu'en mars 1694 l'Hôpital lui accorde une pension, à charge de lui donner quelques heures de son temps pour travailler sur ce que le Mécène lui demanderait. Il devait aussi communiquer à ce dernier ses propres découvertes, et n'en faire part à aucun tiers. Bernoulli reçut ainsi 300 livres en 1694, 200 en 1695 et 300 en 1696.

Il ne faudrait pas conclure de cela que le travail personnel du Marquis, savant de valeur, ait manqué d'intérêt. Son *Analyse*, qu'il sut bien ordonner et rédiger dans une langue élégante, lui doit plusieurs détails importants. Cet ouvrage vulgarise cependant, essentiellement, les idées de Leibniz et des deux frères Bernoulli, surtout celles de Jean. Précisons qu'il ne concerne que le calcul différentiel à l'exclusion du calcul intégral.

Ces faits étaient déjà connus, mais la *Correspondance* apporte de nouveaux et précieux détails. Le manuel de l'Hôpital, qu'il est toujours bon de consulter par quiconque veut connaître les débuts du calcul infinitésimal, gagne à cette publication une fraîcheur toute nouvelle.

Le docteur Max Jammer, qui a écrit le petit traité *Concepts of Space*, professe à Jérusalem. Son travail a été honoré d'un avant-propos par Albert Einstein. Cette histoire du concept d'espace en physique, en macrophysique pour préciser, nous conduit de la science hellène aux études les plus récentes sur l'Espace-Temps de la Relativité généralisée. Contrairement aux errements habituels, elle n'escamote ni l'Antiquité, ni le Moyen Age. On peut ainsi constater que l'intelligence humaine est stable depuis au moins quatre mille ans, seul son outillage s'étant perfectionné.

Depuis Pascal, refusant de polémiquer avec le Père jésuite Noël, science et théologie sont en France deux domaines nettement distincts. Il n'en fut jamais de même dans les pays anglo-saxons, et le second chapitre de *Concepts of Space*, « Judeo-Christian ideas about space », ainsi que plusieurs passages des deux sui-

vants, apporteront au lecteur français des aperçus fort intéressants. Le dernier chapitre. « The concept of space in modern science », est évidemment le plus étoffé et donne un bon résumé de l'évolution de ce concept depuis la fin du siècle dernier.

Notre collègue René Taton n'a pas écrit, dans l'ouvrage que nous signalons en dernier lieu, une histoire suivie des sciences. Il a simplement puisé, dans le très riche matériel mis à sa disposition par ses recherches historiques, des exemples précis, nombreux et variés, à des fins épistémologiques et psychologiques. Il a ainsi réussi à nous donner un travail des plus attachants, qui, dans un domaine beaucoup plus général, rejoint par l'intérêt qu'il éveille, la Correspondance de Jean Bernoulli et l'étude du D^r Jammer.

Jean ITARD.

(Lycée Henri-IV, Paris).

Deux livres d'algèbre moderne

I. *Algèbre*, par P. DUBREIL.

II. *Leçons sur la théorie des treillis*, par Mme DUBREIL-JACOTIN, L. LESIEUR et R. CROISOT. Volumes n^{os} XX et XXI, collection des « Cahiers Scientifiques », Gauthier-Villars, Paris.

— I. La première édition de l'*Algèbre*, de P. DUBREIL, parue en 1946, a été rapidement épuisée ; cette seconde édition (1954) constitue un livre nouveau.

L'objet de cet ouvrage est l'étude d'ensembles dans lesquels sont définies une ou plusieurs opérations. Dans un premier chapitre, l'auteur expose les notions essentielles de la théorie générale des ensembles : intersection, réunion, ensemble-produit, relations binaires, applications uniformes et multiformes. Une importance particulière est attachée aux relations d'ordre et d'équivalence. Dans un paragraphe consacré aux treillis, l'auteur achemine rapidement son lecteur jusqu'au théorème de Moore, souvent utilisé dans la suite.

Muni de ces notions fondamentales, le lecteur peut aborder l'étude des ensembles comprenant une seule opération : groupoïdes, demi-groupes, etc... Les groupes font l'objet de plusieurs définitions dont l'équivalence est soigneusement établie. Dans le chapitre III nous trouvons encore les notions d'isomorphisme, d'extension, ainsi que la définition des anneaux et des corps.

L'étude des équivalences est reprise et complétée à propos des équivalences régulières par rapport à une opération. La question est étudiée successivement dans les groupoïdes, les groupes et les anneaux. Les opérations sur les idéaux donnent lieu à d'amples développements.

La construction d'une extension d'un ensemble prend le nom d'immersion lorsque cette extension est assujettie à des conditions imposées d'avance. Le chapitre V traite plusieurs de ces problèmes, dont certains présentent de sérieuses difficultés. Ce chapitre se termine par l'étude des corps ordonnés où nous voyons apparaître pour la première fois la notion de suite convergente.

Au chapitre VI, les résultats du n^o 14 du chapitre IV sont utilisés pour étudier le problème de la factorisation et pour établir les conditions de Krull pour qu'un domaine d'intégrité soit un anneau à factorisation unique. Les anneaux de polynômes font l'objet d'un dernier paragraphe.

Au dernier chapitre, nous assistons à une mise en œuvre de toutes les considérations développées dans le corps de l'ouvrage pour l'étude des zéros d'un polynôme. Dans ce même chapitre, nous trouvons encore une application géométrique (théorème de Noëther) et l'étude des fonctions symétriques.

Plusieurs notes terminent l'ouvrage. Dans la note I, l'auteur établit l'équivalence des différentes définitions d'un ensemble fini. La note II est consacrée aux ensembles naturels. Les ensembles péaniens, convenablement ordonnés, entrent dans cette catégorie. La note III traite des théorèmes de Zermelo et de Zorn. Ce dernier est utilisé plusieurs fois dans l'ouvrage sur les treillis. Deux autres notes traitent des espaces et des correspondances biunivoques.

De nombreux exemples et exercices intercalés dans le texte constituent une illustration des théories fort abstraites exposées dans l'ouvrage. Le choix de ces exemples permet au lecteur d'opérer des rapprochements entre des domaines mathématiques fort éloignés les uns des autres à première vue.

Les démonstrations sont suffisamment développées pour qu'un lecteur, muni de la culture mathématique d'un licencié et bien habitué au raisonnement abstrait, puisse les suivre sans avoir à en rétablir les petits détails.

Dans l'introduction, l'auteur annonce un deuxième volume, sans parler d'autres projets plus lointains.

— II. Le sujet traité dans les « Leçons sur les Treillis » est étroitement apparenté au précédent. Ici, il sera principalement question d'ensembles ordonnés.

La première partie, due à R. CROISOT, a pour objet la théorie générale des treillis. Après avoir exposé, dans un premier chapitre, les notions indispensables sur les ensembles ordonnés, l'auteur définit les demi-treillis et les treillis. Nous retrouvons ici des ensembles munis d'une ou de deux opérations. Chacune d'entre elles est associative, commutative et idempotente. Des catégories particulières de treillis sont obtenues en attribuant d'autres propriétés, soit à une seule opération (treillis complets), soit aux deux opérations (par exemple, la distributivité de l'une par rapport à l'autre). Le dernier chapitre traite de l'indépendance dans les demi-treillis et les treillis. (Un rapprochement intéressant est à faire avec le chapitre I de *l'Algèbre et Analyse linéaire*, de A. LICHNEROWICZ).

Dans la seconde partie, Mme DUBREIL-JACOTIN traite des structures algébriques ordonnées. Il s'agit d'ensembles ordonnés dans lesquels est définie une opération désignée sous le nom de multiplication. Un cas remarquable est celui où la multiplication est distributive par rapport à l'union.

Au cours des chapitres qui suivent, l'auteur édifie une véritable arithmétique des ensembles ordonnés. Parmi les autres questions traitées, signalons l'étude des congruences, la recherche des conditions pour qu'un complexe d'un demi-groupe soit classe d'une congruence, la recherche des congruences dans une algèbre Γ .

Viennent ensuite les théorèmes de décomposition et l'étude des demi-groupes de Dedekind où cette décomposition est possible d'une seule façon.

Au cours de la troisième partie, L. LESIEUR traite des treillis géométriques. L'étude porte sur des treillis à élément nul et élément universel dont les éléments sont les variétés linéaires. Les treillis géométriques de dimension finie ou infinie sont des treillis qui satisfont à un système de trois ou quatre postulats.

En ajoutant aux postulats précédents le dual du postulat II (loi de couverture), on obtient une géométrie projective de dimension finie ou infinie.

Nous retrouvons ici des treillis appartenant aux diverses catégories étudiées dans la première partie.

La définition des variétés parallèles, jointe au postulat d'Euclide, permet de construire la géométrie affine.

Un chapitre traite de la géométrie plane caractérisée par deux axiomes simples. Un troisième axiome, joint aux deux autres, caractérise la géométrie plane affine dont le rôle est particulièrement important.

Le dernier chapitre traite des espaces vectoriels et de leurs correspondances avec les géométries affines d'une part, et avec les géométries projectives irréductibles d'autre part.

Dans tout l'ouvrage, comme dans l'*Algèbre* de P. DUBREIL, des exemples sont là pour illustrer des théories abstraites. La lecture des deux livres exige à peu près le même degré de culture mathématique ; toutefois le second demandera au lecteur une plus grande part de travail personnel ; le but des exercices est surtout de compléter des développements qui n'ont pu trouver place dans le texte.

La lecture des deux livres est un travail de longue haleine. Le compte rendu qui précède ne peut donner qu'une faible idée de l'abondance des matières traitées. Le lecteur qui aura le courage d'entreprendre cette étude verra sa culture mathématique considérablement enrichie, sans compter les recherches qu'il pourra entreprendre.

Il importe d'ajouter en terminant que les auteurs des deux ouvrages ont joué, par leurs propres recherches, un rôle de premier plan dans l'édification des théories exposées.

A. HERME (*Lycée Henri-IV*).

Remarque sur le vocabulaire : Les termes définis sont très nombreux. Un index permet de retrouver rapidement les définitions oubliées.

Certaines notions sont susceptibles de plusieurs définitions. Il y a lieu d'insister sur le soin qu'ont mis les auteurs à en établir l'équivalence et à adapter les définitions aux différents problèmes abordés. Citons comme exemple remarquable les différentes définitions des idéaux (*Treillis*, deuxième partie, chapitre IV).

Faute de pouvoir insister sur tous les mots nouveaux, contentons-nous de quelques mots d'explication sur le mot « idempotent ». Ce qualificatif s'applique, soit à un élément d'un ensemble, soit à une opération.

Soient a et b deux éléments d'un ensemble E dans lequel est définie une opération O . Le résultat aOb de cette opération est *par définition* un élément bien défini du même ensemble E . (Un ensemble dans lequel est définie une telle opération prend le nom de groupoïde).

Un élément a est dit idempotent si $aOa = a$.

Exemple : dans l'ensemble des nombres réels ou complexes, O et 1 sont idempotents par rapport à la multiplication.

Une opération O est dite idempotente si tout élément de E satisfait à la condition $aOa = a$.

Exemple : dans l'ensemble des nombres naturels, la formation du P.G.C.D. ou du P.P.C.M. sont des opérations idempotentes.

Un treillis est un ensemble ordonné dans lequel deux éléments quelconques a et b admettent toujours un plus petit majorant désigné par aUb , et un plus grand mineur désigné par $a \cap b$. D'après la définition $aUa = a$; $a \cap a = a$, les opérations U , union, et $\cap$, inter(section) sont idempotentes.

A. H.

Une initiation à l'analyse

Initiation à l'analyse mathématique, par G. BOULIGAND, cinquième édition, Vuibert, Paris, 1955.

La nouvelle édition de ce livre bien connu nous est une occasion de le relire et de prendre conscience d'une richesse de mieux en mieux perceptible au fur et à mesure que nos préoccupations évoluent. Nous sommes en effet invités à reprendre l'ensemble de l'exposé dans le cadre d'une pensée de forme plus moderne qui nous est proposée dans la note additionnelle (Note III).

Cette note est annoncée comme destinée aux étudiants : « Cet important complément, la note III, montre comment s'exerce le pouvoir généralisateur de l'algèbre moderne. Elle prépare ainsi l'accès à d'autres ouvrages... » Certes ! Mais, d'une façon plus pressante encore, elle s'adresse aux professeurs que nous sommes. La conclusion nous en avertit formellement :

« En notre période fébrile, le matériel des *notions* et *termes* afférents a proliféré, ce qui ne peut se justifier qu'en vue d'une meilleure organisation de l'ensemble. Cette situation impose, sur le plan didactique, une refonte qui doit s'opérer dès le premier cycle. Il ne s'agit pas ici d'une question de préférence, d'une enquête sur ce qui conviendrait le mieux à tel ou tel... » Et M. BOULIGAND esquisse la direction à donner à l'enseignement des mathématiques dès la Sixième et la Cinquième, puis ajoute : « Dans l'immédiat, la génération actuelle a un sérieux retard à rattraper. C'est à son intention qu'a été rédigée la note III avec laquelle on voudra bien développer peu à peu les contacts à mesure qu'on avance dans les huit chapitres du texte. » En effet, par exemple, p. 196, à propos, ou plutôt, à côté des nombres complexes ordinaires, une remarque (remplacement de $y^2 + 1$ par y^2) ne prend son plein intérêt que lorsque, une notion générale d'anneau étant acquise, nous comprenons qu'il s'agit de donner un exemple simple d'anneau où zéro a des diviseurs non nuls.

Mais que contient donc cette note III ? Il ne s'agit pas d'un exposé rigide : définition, axiome, axiome, définition, etc..., mais d'une visite d'ensemble, sans plan trop strict, d'un domaine déjà connu que nous voulons revoir d'un point de vue plus élevé, d'un retour en arrière pour récolter, non plus des énoncés de théorèmes, mais des *structures* diverses organisées elles-mêmes en structures de plus en plus générales. Elle présente « après des remarques sur la logique, *les points de départ de l'algèbre moderne* ».

« Plusieurs fois au siècle dernier, et sur un rythme qui s'accélère, les parties vitales des mathématiques ont été renouvelées dans leurs exposés... Les théories regroupées sont alors mieux comprises. ... (La note III) attirera (le lecteur) vers un idéal très fécond depuis un demi-siècle, idéal qui se transmet aujourd'hui à tous sur le plan didactique. »

Voici les principaux paragraphes de la note :

- Généralité sur les ensembles. Rencontre avec la logique.
- Généralité sur les relations.
- Groupe de transformations. — Conception axiomatique de la géométrie affine.
- La traduction : les figures. — Géométrie métrique.
- Des groupes vers l'algèbre.
- Les algèbres (algèbre de Boole, quaternions). — Corps, anneaux. — Bénéfice géométrique de l'algèbre.

L'importance d'une révision du vocabulaire est indiquée à plusieurs reprises dans l'ouvrage (par exemple à propos des mots elliptique et hyperbolique, nous voyons combien « la formation de la terminologie a eu ses caprices »). Mais « le présent livre s'est efforcé d'instruire sans abus de langage ou de symbolisme. La méthode doit s'acquérir avant la terminologie, cadre destiné finalement à mieux fixer les connaissances ».

L'essentiel est d'arriver progressivement à prendre conscience de « l'importante idée de structure... Par le prix qu'elle accorde aux divers types de *relations* et de *structures*, par le vocabulaire qu'elle offre pour les caractériser, l'algèbre donne à la Mathématique dans son ensemble une *méthode d'organisation à la base* désormais indispensable et d'un accès facile après la lecture du présent livre ».

Si maintenant quelque collègue demande : « Mais où voir simplement ce que recouvrent les mots « anneau, corps », ces mots en « morphisme » que l'on entend maintenant constamment ? » nous pouvons leur répondre : « Dans la note III de *l'Initiation à l'Analyse mathématique*, cinquième édition, et dans l'index des termes employés qui clôt l'ouvrage. »

L. FÉLIX (*Lycée La Fontaine, Paris*).

Astronomie

Notes pratiques pour les observateurs débutants, par Jean TEXEREAU, Edition Société Astronomique de France ; un volume in-8°, 24×16, 64 pages, sous couverture illustrée, avec 27 figures et cartes. Pour les membres de la S.A.F., 200 francs, franco, 240 francs. En librairie, 300 francs.

Tous les Collègues qui suivent l'effort de la Société Astronomique de France pour initier les jeunes à l'observation du ciel et à la connaissance des grandes découvertes astronomiques, connaissent déjà la part de Jean TEXEREAU dans cette entreprise. Ingénieur au Laboratoire d'optique de l'Observatoire de Paris, Secrétaire de la Commission des Instruments de la S.A.F., il est le principal auteur de la « Revue des constellations » (avec cartes) qui paraît, mois après mois, dans l'*Astronomie*.

Dans ce nouvel ouvrage, J. TEXEREAU a réuni, pour les débutants, tous les conseils qu'il a eu maintes occasions de répéter lors des innombrables « consultations » d'amateurs jeunes... et moins jeunes, désirant profiter de sa grande expérience d'observateur. On y trouve donc tout ce qu'il faut savoir et pour comprendre les annuaires, les catalogues, les cartes (et en particulier la « Revue des constellations » de l'*Astronomie*), et pour utiliser les instruments les plus modestes avec le rendement maximum.

La première partie, consacrée aux instruments, sera comprise par nos jeunes élèves n'ayant pas encore étudié l'optique. Ils apprendront à bien régler des jumelles et à construire une lunette peu coûteuse. De la façon la plus directe, ils apprendront ainsi beaucoup de choses... que ne savent pas tous nos élèves de Première.

La seconde partie, sur l'usage des instruments, indique des observations élémentaires que tout le monde (?) doit avoir faites. En particulier, J. TEXEREAU insiste avec juste raison sur la difficulté de l'identification d'un objet faible : les moindres jumelles révèlent un champ stellaire si riche qu'on ne reconnaît plus les cartes...

La troisième partie explique les données et les notations de la « Revue des constellations ». Puis les observations à faire à l'œil nu ou à la jumelle permettent une exploration sommaire du ciel (sommaire, mais que beaucoup de nos élèves des classes terminales n'ont malheureusement pas faite). En appendice, on trouve une bibliographie détaillée pour les observateurs, des adresses utiles, etc...

En commençant, je disais combien J. TEXEREAU était qualifié pour écrire cette brochure. Comme ses précédents ouvrages (rappelons : « La construction du télescope d'amateur », et, en collaboration avec G. DE VAUCOULEURS, « L'Astrophotographie d'amateurs »), on en recommanderait volontiers la lecture « les yeux fermés » s'il n'était justement l'homme à vous donner envie de les ouvrir.



L'ouvrage précédent sera particulièrement apprécié des Collègues qui animent des « Clubs astronomiques ». L'activité de ceux-ci est trop libre pour s'accommoder de l'usage d'un manuel ; mais il faut des ouvrages de référence tel que celui-ci.

Pour les plus jeunes des astronomes débutants, c'est justement la tâche du Club astronomique de leur donner la première initiation. Je rappelle à ce sujet que tel est le propos du Bulletin ronéotypé du Club astronomique du Lycée Voltaire, « Alcor et Mizar ».

Je reste à la disposition de tous les Collègues intéressés par les Clubs astronomiques pour leur donner, dans la mesure de mes moyens, les renseignements désirés.

G. W.

Rectification

La note bibliographique du *Bulletin* de mars-avril 1955, consacrée à l'ouvrage de notre Collègue M. LABÉRENNE, sur *L'Origine des Mondes*, peut donner à entendre, à tort, que cet ouvrage a été écrit en collaboration avec M. Evry SCHATZMAN. M. LABÉRENNE nous a demandé, pour mettre les choses au point, de publier le passage de la préface où il remercie M. SCHATZMAN. Le voici :

« Je tiens aussi à exprimer toute ma gratitude à Evry SCHATZMAN qui a bien voulu m'aider à relire les épreuves de cette réédition et dont les remarques et les conseils m'ont été précieux. »

Une nouvelle série de « L'Enseignement Mathématique »

Nombreux sont les Collègues qui ont formulé le désir de connaître une revue accessible à tous, qui permette de conserver et de compléter la culture mathématique que chacun a pu recevoir comme étudiant.

C'est avec plaisir que nous annonçons la parution prochaine du premier numéro de la nouvelle série de *L'Enseignement mathématique*. (La vente pour la France sera assurée par le Service d'édition et de vente des publications de l'Education Nationale, 13, rue du Four, Paris, VI^e). Les membres de notre Association utiliseront cet outil de travail avec profit et de nombreux Collègues useront de l'hospitalité de la revue qui accueillera avec sympathie les articles intéressants.

Nous rendrons compte du premier fascicule dès sa parution. Nous reproduisons ici le prospectus annonçant la nouvelle série :

L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Revue internationale

Organe officiel de la Commission Internationale de l'Enseignement mathématique

Fondé en 1899, l'Enseignement mathématique a pris place au rang des grands périodiques internationaux. Sous la direction de son fondateur et directeur Henri FÉHR, avec, successivement, C. LATSANT, A. BUHL et H. LEBESGUE, ont paru quarante tomes formant la première série.

Une seconde série paraîtra dès 1955 à raison d'un tome par an. Tout en demeurant dans l'esprit de la première série, la nouvelle série de l'Enseignement mathématique se propose le programme suivant :

Articles d'exposition et de mise au point dont le but est de rendre accessible aux mathématiciens non spécialisés — la revue s'adresse en particulier aux professeurs d'Université et de l'Enseignement Secondaire — l'état actuel et le développement d'une discipline moderne ou de telle ou telle question récemment renouvelée.

Articles didactiques relatifs à la réforme même de l'enseignement des Mathématiques et naturellement d'un point de vue international en tenant surtout compte du développement rapide ou des idées nouvelles de la Science ainsi que des progrès accomplis dans l'étude de la formation psychologique des notions mathématiques. Les auteurs auront l'occasion d'exposer leur opinion personnelle sur le sujet, donnant ainsi à leurs articles la forme d'une enquête permanente.

Articles d'histoire et de philosophie des Mathématiques, comportant entre autres des biographies de mathématiciens éminents, avec des analyses de leurs travaux, des études comparatives et critiques sur le développement des diverses disciplines mathématiques et, à l'occasion, de courtes mises au point sur l'état actuel des questions de fondements.

Brèves communications originales, d'intérêt scientifique ou touchant à l'enseignement des Mathématiques à tous les niveaux.

Rubrique de la C.I.E.M. destinée à exposer son activité et les résultats des enquêtes.

Secrétariat et Rédaction : J. KARAMATA, Institut de Mathématiques, Université de Genève.

D'autre part, l'Enseignement mathématique se propose de publier en fascicules séparés certains travaux que l'on aimera conserver à part. Le premier de ces fascicules sera une réimpression de

La mesure des grandeurs, par Henri LEBESGUE

Comme le tirage de cette œuvre si demandée sera rapidement épuisé, il serait prudent de s'inscrire dès maintenant (prix approximatif 1.500 francs). Le Bureau de l'A.P.M. reçoit les inscriptions.

A travers les Revues

Le signe (p) figure après le titre des revues dont les sommaires ne sont que partiellement reproduits.

MATHEMATICA & PAEDAGOGIA, revue trimestrielle publiée par la Société Belge de Professeurs de Mathématiques, n° 6 : G. PAPY, Le produit en géométrie ; J. NIJS, Fouten van leerlingen kunnen ons Wat leren ; L. FÉLIX, Les Mathématiques modernes et l'Enseignement du Second Degré ; P. BOLL, Le concept d'opération et la construction des nombres relatifs et rationnels ; L. JERONNEZ, Sur les nombres en couleurs ; A. CLAIRAULT, préface des éléments de géométrie ; W. VANHAMME, Le « Gécylan » ; M. DUPONT, Sur l'équivalence des équations ; H. LORENT, Une leçon active d'algèbre ; A. Van TWEMBEKE, Over de integraalrekening en de driehoeksmeting in het M.O. ; P. SIMON, Exemples de réduction de l'équation du second degré ; M. JACOB, Unités de compte et unités de mesure. Contacts, Miettes, Livres et revues, Questions et problèmes, Administration.

BULLETIN DE LA SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE, tome 82, année 1954 (fascicules I à IV) : Robert PALLU DE LA BARRIÈRE, Sur les algèbres d'opérateurs dans les espaces Hilbertiens ; Dov. TAMARI, Monoïdes préordonnés et chaînes de Malcev ; István FARY, Notion axiomatique de l'algèbre de cochaînes dans la théorie de J. Leray ; François NORGUET, Sur les domaines d'holomorphie des fonctions uniformes de plusieurs variables complexes. (Passage du local au global) ; R. CROISOT, Automorphismes intérieurs d'un semi-groupe ; R. DESCOMBES, Etude diophantienne de certaines formes linéaires non homogènes liées au problème de l'approximation des nombres réels par des fractions satisfaisant à des conditions de congruences ; Claude BERGE, Sur une convexité régulière non linéaire et ses applications à la théorie des jeux ; Marie-Hélène SCHWARTZ, Formules apparentées à celles de Nevanlinna-Ahlfors pour certaines applications d'une variété à n dimensions dans une autre ; Emile DURAND, Identités conduisant aux solutions des équations aux équations aux dérivées partielles linéaires et à coefficients constants.

Tome 83, année 1955, fascicule I : M.-A. TRESSE, Théorie élémentaire des géométries non-euclidiennes (suite, début de cette étude dans le tome 81, fascicule II) ; Kentaro YANO, Quelques remarques sur les variétés à structure presque complexe ; S.-N. BOSÉ, Solution d'une équation tensorielle intervenant dans la théorie du champ unitaire.

NOUVELLES MATHÉMATIQUES INTERNATIONALES, Wien, avril 1955 : Nouvelles de l'Union Mathématique Internationale. Informations universitaires, Nouveaux livres et analyses.

BOLLETINO DELLA UNIONE MATEMATICA ITALIANA, série III, anno X, N. 1 (mars 1955), (p) : G. ASCOLI, Sulla preparazione degli insegnanti delle scuole secondarie e sull'abbinamento della Matematica e della Fisica.

THE MATHEMATICS TEACHER (U.S.A.), may 1955, (p) : M. F. ROSSKOPF et R. M. EXNER, Some concepts of logic and their application in elementary mathematics ; A. S. HOUSEHOLDER, Mathematics, The schools and the Oracle ; P. BROCK, The new role of mathematics in education ; C. M. WITCHER, The teaching of mathematics to the blind.

LES HUMANITES SCIENTIFIQUES, juin 1955, (p) : G. BOULIGAND, Logique et mathématiques.

REVUE D'HISTOIRE DES SCIENCES, tome VII, 1954, (p) : F. DE DAINVILLE, L'enseignement des mathématiques dans les Collèges Jésuites de France du XVI^e au XVIII^e siècle ; J. HADAMARD, Le centenaire de Henri Poincaré ; dans le fascicule 4, consacré à l'œuvre de Paul Tannery, signalons en particulier : J. ITARD, Sur la méthode de Paul Tannery en Histoire des Mathématiques.

Tome VIII, fascicule 1, janvier-mars 1955. (p) : R. TATON, L' « Essay pour les Coniques », de Pascal (texte complet et commentaires de R. T.) ; A. KOYRE, Pour une édition critique des œuvres de Newton.

FACTEUR X, Sommaire du dernier numéro de la seconde année, n° 18, juillet-août 1955 : Un automate joueur d'échecs (A. H.) ; La découverte de la Terre Adélie (E. D.) ; Sothis (G. W.) ; Le magicien de la rue Galande (R. M.) ; Propos sur le mot atome (R. G. d'H.) ; Problèmes et jeux pour les vacances ; Le coin des grands (A. F.).

Rappelons que pour tout renseignement sur cette sympathique revue de variétés scientifiques, destinée à nos grands et moyens élèves, les Collègues sont priés de s'adresser à Edition du Levier, 15, rue du Louvre, Paris, 1^{er}.

Livres reçus

Eléments de calcul matriciel, par Gilbert CAHEN, Dunod, éditeur. (Cours professé à l'Ecole Nationale Supérieure du Génie Maritime).

L'algèbre moderne, par Michel QUEYSANNE et André DELACHET, collection « Que sais-je ? », Presses Universitaires de France.

Algèbre et géométrie, par E. GILET, deux volumes du cours de Mathématiques, G. CAGNAC et L. THIBERGE, classe de Seconde A et B, classe de Première A et B ; Masson, éditeur.

Géométrie du Dessin technique, 1. Constructions planes, par R. RUBIO DE TÉRAN et R. GARNIER (Cours de dessin technique) ; Masson, éditeur.

La Classe de Mathématiques, par M. MONGE et M. GUINCHAMP, quatre volumes pour les classes de Sixième, Cinquième, Quatrième et Troisième ; Librairie classique Eugène Belin.

Algèbre, par M. MONGE, suite de la collection précédente pour la classe de Seconde A', C et M ; Belin, éditeur.

Géométrie, par F. BRACHET, J. DUMARQUE et R. ROSTOLLAND, classe de Mathématiques ; Delagrave, éditeur.

Mathématiques (de la classe de Sciences Expérimentales), par F. BRACHET, J. DUMARQUE et R. ROSTOLLAND ; Delagrave, éditeur.

Arithmétique (classe de Sixième), Mathématiques (classe de Cinquième), par H. SCHAEFFER et J. LEBAILLE ; Delagrave, éditeur.

Le problème de Mathématiques au B.E.P.C. et au concours d'entrée aux Ecoles Normales, par Marcel BOMPARD ; Delagrave, éditeur.

V. ESSAIS ET VARIÉTÉS

Plaidoyer pour Ménélaüs

1. — Le théorème de Ménélaüs semble l'objet d'un ostracisme incompréhensible dans les programmes de l'Enseignement Secondaire. Les manuels le relèguent dans les applications du produit de deux homothéties, où il vient, qu'on me pardonne l'expression, comme un cheveu sur la soupe.

Personnellement, je considère ce théorème comme un *théorème de base du 3^e Livre*. Il dérive directement du théorème fondamental sur les parallèles coupées par des sécantes (conservation du rapport).

On peut d'abord en montrer la nécessité logique. Etant donné un triangle ABC, un point M sur la droite BC est bien déterminé par le rapport $\frac{\overline{MB}}{\overline{MC}}$, même s'il s'agit du point à l'infini (rapport $+1$). Si donc il existe une relation de position entre trois points M, P, Q, placés respectivement sur les droites BC, CA, AB, il doit exister une relation correspondante entre les trois rapports qui déterminent ces points.

Si les trois points sont colinéaires, on obtient facilement cette relation en projetant la figure sur une sécante quelconque à la droite MPQ, parallèlement à cette droite. On obtient trois nouveaux rapports, formés avec quatre termes distincts seulement, placés alternativement au numérateur et au dénominateur (en écrivant convenablement ces rapports). Il en résulte que leur produit est égal à $+1$:

$$\frac{\overline{MB}}{\overline{MC}} \cdot \frac{\overline{PC}}{\overline{PA}} \cdot \frac{\overline{QA}}{\overline{QB}} = +1$$

La relation de Ménélaüs est réciproque ; la démonstration, d'un type classique dans le 3^e Livre, consiste à identifier par exemple le troisième point Q avec le point Q' de rencontre de AB avec la droite MP, en appliquant le théorème direct. Ces démonstrations sont valables pour le point conventionnel à l'infini.

Il est quelquefois intéressant de présenter la relation sous une forme résolue relativement à l'un des rapports ; par exemple :

$$\frac{\overline{MB}}{\overline{MC}} = \frac{\overline{PA}}{\overline{PC}} \cdot \frac{\overline{QA}}{\overline{QB}}$$

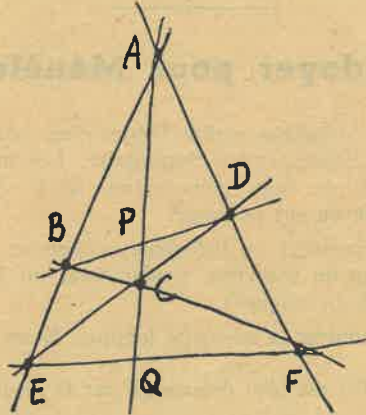
2. — *Théorème de Jean Ceva*. — La même nécessité logique exposée plus haut conduit au théorème de Jean Ceva, lorsque les points M, P, Q sont tels que les droites AM, BP, CQ, soient concourantes. La démonstration peut se faire en appliquant le théorème de Ménélaüs aux triangles ABM et ACM, coupés respectivement par les transversales CQ et BP et en éliminant le rapport contenant le point de concours. On obtient :

$$\frac{\overline{MB}}{\overline{MC}} \cdot \frac{\overline{PC}}{\overline{PA}} \cdot \frac{\overline{QA}}{\overline{QB}} = -1 \quad \text{ou} \quad \frac{\overline{MB}}{\overline{MC}} = - \frac{\overline{PA}}{\overline{PC}} \cdot \frac{\overline{QA}}{\overline{QB}}$$

Le théorème de Jean Ceva est réciproque. Les relations sont valables pour les points à l'infini.

3. — Il est inutile de souligner ici l'utilisation de ces théorèmes dans la géométrie du triangle. Mon but est de montrer leur emploi dans certaines questions classiques du cours de Mathématiques Élémentaires.

4. — Ils donnent d'abord immédiatement la *propriété fondamentale du quadrilatère complet*. Soit ABCDEF, un tel quadrilatère, où la diagonale AC coupe en P



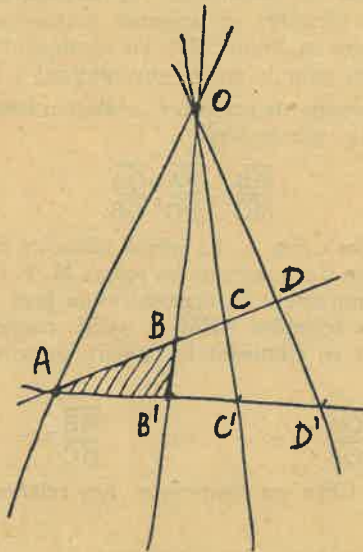
et Q les diagonales BD et EF. La démonstration utilise un triangle ayant la diagonale AC pour côté, par exemple ABC. On a :

$$\frac{\overline{QA}}{\overline{QC}} = \frac{\overline{FB}}{\overline{FC}} : \frac{\overline{EB}}{\overline{EA}} \text{ (Ménélaüs, transversale QFE),}$$

$$\frac{\overline{PA}}{\overline{PC}} = -\frac{\overline{FB}}{\overline{FC}} : \frac{\overline{EB}}{\overline{EA}} \text{ (Jean Ceva, Ceviennes DB, DC et DA).}$$

D'où la division harmonique (PQ, AC).

5. — La *propriété fondamentale du faisceau de quatre droites* (harmonique ou non) dérive aussi directement du théorème de Ménélaüs.



On constate d'abord que des sécantes parallèles déterminent des divisions ayant même birapport (théorème de Thalès). On choisira alors deux sécantes ABCD et

AB'C'D' ayant un point commun A sur l'un des rayons du faisceau. Soit O le sommet du faisceau ; il suffit d'appliquer le théorème de Ménélaüs au triangle ABB', coupé par les transversales OCC' et ODD'. Il vient :

$$\frac{\overline{OB'}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{CB}} : \frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}} = \frac{\overline{DA}}{\overline{DB}} : \frac{\overline{D'A}}{\overline{D'B}},$$

d'où l'égalité des birapports :

$$\frac{\overline{CA}}{\overline{CB}} : \frac{\overline{DA}}{\overline{DB}} = \frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}} : \frac{\overline{D'A}}{\overline{D'B}}.$$

(Si l'un des birapports est égal à -1 , il en est de même de tous les autres, et l'on a le faisceau harmonique).

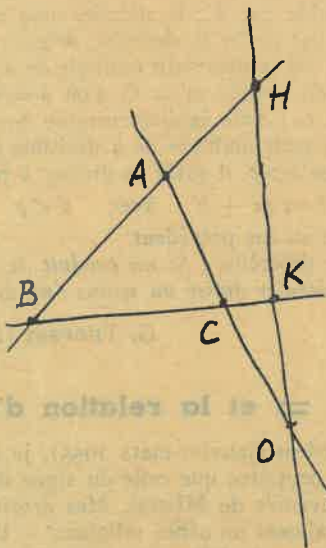
6. — Enfin, le produit de deux homothéties s'étudie aussi avec le théorème de Ménélaüs, et il est intéressant de noter que cette étude est *purement ponctuelle*. De plus, elle peut d'abord se développer sans calculs.

Soit A un point ; l'homothétie de centre H et de rapport h lui fait correspondre un point B ; l'homothétie de centre K et de rapport k , fait correspondre au point B le point C. La droite AC coupe la droite HK au point O ; tous ces points sont coplanaires.

Lorsque A varie, les mesures algébriques $\overline{HA}$, $\overline{HB}$, $\overline{AB}$ restent dans des rapports constants ne dépendant que de h ; les mesures algébriques $\overline{KB}$, $\overline{KC}$, $\overline{BC}$ restent dans des rapports constants ne dépendant que de k .

Le théorème de Ménélaüs, appliqué au triangle HBK coupé par la transversale AC, montre que O partage HK dans un rapport bien déterminé ; donc AC passe par un point fixe.

Le même théorème de Ménélaüs, appliqué au triangle ABC, coupé par la transversale HKO, montre que le rapport $\frac{\overline{OC}}{\overline{AO}}$ est constant (si O est à distance finie). Donc le produit des deux homothéties est une homothétie. Si O est à l'infini, le vecteur $\overrightarrow{AC}$ reste parallèle au vecteur $\overrightarrow{HK}$ et dans un rapport constant avec lui ; le produit est une translation.



On termine l'étude en calculant effectivement, par la relation de Ménélaüs, le rapport qui fixe le point O sur la droite HK et le rapport de l'homothétie-produit :

$$\frac{\overline{OH}}{\overline{OK}} = \frac{\overline{CB}}{\overline{CK}} : \frac{\overline{AB}}{\overline{AH}} = \frac{k-1}{k} : \frac{1-h}{1}$$

$$\text{et } \frac{\overline{OC}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{HB}}{\overline{HA}} : \frac{\overline{KB}}{\overline{KC}} = h : \frac{1}{k} = hk$$

G. THOVERT (Lycée Ampère, Lyon).

Sur le théorème de Gauss

Dans son article du *Bulletin* n° 154 (juin 1953). M. LENTIN donne une très intéressante démonstration du théorème sur l'unicité de la décomposition d'un nombre en facteurs premiers.

Il remarque au début que la méthode classique exige, par l'intermédiaire du « théorème de Gauss », la théorie du P.G.C.D. Ce n'est, je crois, qu'une apparence. En effet, il suffit de connaître le théorème en question pour un *diviseur premier* seulement. Or ce théorème a une démonstration directe que NIEWENGLOWSKI signale, sous le nom de « raisonnement de Gauss », dans son arithmétique pour la classe de Mathématiques Élémentaires.

Voici cette démonstration, qui a une structure très analogue à celle donnée par M. LENTIN, du moins au départ.

Supposons qu'un nombre *premier* p divise un produit ab et plaçons-nous d'abord dans le cas où $b < p$.

Soit am le *plus petit* multiple de a qui soit divisible par p . On aura donc :

$$am \leq ab \text{ d'où } m \leq b \text{ et par suite } m < p.$$

Divisons p par m :

$$p = mq + m' \text{ avec } 0 \leq m' < m.$$

Multiplions par a :

$$ap = amq + am' \text{ avec } 0 \leq am' < am.$$

Le nombre ap est divisible par p ; le nombre amq aussi (hypothèse sur am) ; donc am' est aussi divisible par p . Or la dernière inégalité est en contradiction avec l'hypothèse selon laquelle am est le plus petit multiple de a divisible par p . Donc seule l'égalité limite est valable ; on a donc $m' = 0$ d'où $p = mq$. Mais p est un nombre premier et il est supérieur à m ; cette égalité entraîne donc $m = 1$.

Il en résulte que le plus petit multiple de a divisible par p est $a \times 1 = a$.

Si maintenant on suppose $b > p$, il suffit de diviser b par p :

$$b = pc + b' \text{ avec } b' < p$$

et l'on est ramené facilement au cas précédent.

On a donc finalement le théorème : *Si un produit de deux facteurs est divisible par un nombre premier, ce dernier divise au moins l'un des deux facteurs.*

G. THOVERT (Lycée Ampère, Lyon).

Sur le signe = et la relation d'équivalence

I. Dans un article précédent (janvier-mars 1955), je signalais la dévaluation du signe =, encore plus grave peut-être que celle du signe de parenthèse.

Dans les charmants souvenirs de Mistral, *Mes origines*, nous lisons que, pour ses parents, « écrire était vraiment un office religieux ». Et il montre bien ce respect pour le mystère de la plume, dans le début d'un récitatif usité jadis chez nous :

Monseigneur saint Anselme lisait et écrivait :

*Un jour de sa sainte écriture,
Il est monté au haut du ciel.*

Que reste-t-il de ce sentiment dans les gribouillis informes de nos élèves ? Les jeunes ne distinguent pas A de a , ni : de $=$, et le beau signe d'intégrale devient chez les grands un vague trait informe. Parallèlement, la valeur des signes s'estompe, de même que le sens des mots qui pénètrent le grand public (par exemple, lieu géométrique).

Voici quelques exemples d'emploi du signe $=$. On allongerait aisément cette liste !

a) Dans les journaux : 1 litre de lait $=$ 1 kg. de raisin (équivalence en calories).

b) Dans un tableau généalogique, au cours d'histoire : Ferdinand V $=$ Isabelle la catholique (marié à).

c) Dans le traité d'Halmos, intitulé *Measure Theory*, « We consider the set
 $\{t : 0 \leq t \leq 1\}$

(= the closed unit interval). »

Le signe $=$ signifie ici « ce que l'on nomme ».

d) Chez nos élèves :

1. « $1.275 \text{ cm}^3 = 1.275 \text{ dm}^3 = 1.275 \text{ l.} = 1.275 \text{ kg.}$, car c'est de l'eau » (examen de Sixième).

2. $AB = D$ (pour : on nomme D la droite AB).

3. $D = y = -2x + 4$ (pour : l'équation de D est). — $A = x = 2y = O$ (même emploi avec faute de ponctuation dans la pensée).

4. Direction de $D =$ direction de D' (pour : est la même que) (Copies de B.E.P.C.).

5. $AB = AC = \hat{B} = \hat{C}$ (avec deux espaces isolant le 2^e signe $=$).

e) 1. Chez un collègue, professeur de Mathématiques :

« A la fin de la résolution par l'algèbre, on ne peut accepter $3 = x$ à la place de $x = 3$, car $x = 3$ signifie « le nombre cherché est 3 », tandis que 3 peut être bien autre chose que le nombre cherché. »

2. A rapprocher de l'objection d'un jeune élève de Cinquième (12 ans, octobre 1953) communiquée par notre collègue ARNAUDIÈS : Après les explications sur l'addition des nombres entiers, l'enfant demanda la parole : « Ce que je ne comprends pas, c'est le mot « égale ». Vous nous dites, par exemple que $3 + 4$ égale 7, que $3 + 4$ c'est 7. Mais 7 peut aussi bien être $2 + 5$! »

Voici l'interprétation de M. ARNAUDIÈS dans la fiche qu'il a bien voulu m'envoyer :

« Dans la définition de l'addition, nous disons aux élèves : « Additionner 3 billes et 4 billes, c'est les réunir en un seul tas et les recompter, on trouve 7 billes. » Il y a donc deux opérations successives ou deux temps dans l'addition. Or $3 + 4 = 7$ s'écrit au moyen de deux signes. Il est donc naturel que pour certains élèves (+) représente la réunion et (=) le nouveau décompte. Cela se traduit d'ailleurs dans la formulation courante « 3 et 4, ça fait 7 ». Conséquence fâcheuse : persistance de la faute $3 + 4 = 7 + 2 = 9...$ »

Finalement, on peut sans doute distinguer dans l'emploi usuel du signe $=$ plusieurs sens :

— Une correspondance plus ou moins vague, quantitative ou non, la loi de correspondance étant sous-entendue (valeur énergétique, volume et poids, parallélisme, etc.), « ce qui équivaut à » ;

— L'indication que la même pensée est exprimée différemment (exemples c , d_2), « c'est-à-dire » ;

— Une équivalence logique (le deuxième signe de d_5) ;

— Une déduction (e_1) « est donc », ou une action « fait donc » (e_2).

Tout ceci est valable comme pensée. Ce n'est même, ni vague, ni ambigu. Aussi nos élèves persistent à employer le signe $=$ dans tous ces sens. Seulement, c'est une *abréviation et non pas un signe mathématique* (ceci est parfaitement net dans le livre de Halmos dont la rédaction est très soignée ; ce que nous avons cité est indiqué comme « illuminating example »).

Pour les enfants, les signes de l'arithmétique sont des abréviations. Dans l'exemple d_1 , par exemple, quel est le signe le plus mauvais ? Le dernier, parce qu'il sous-entend trop de choses, mais le premier n'est-il pas choquant ? En tout cas, rien n'est fautif puisque l'enfant lit « ça fait ».

Finalement, l'essentiel est de marquer solennellement le passage de l'emploi vulgaire, et, si j'ose dire, arithmétique, du symbole (je veux dire arithmétique au sens de l'école primaire), à son emploi en *Algèbre*.

II. Signification du signe $=$.

Pourrions-nous être d'accord sur les propositions suivantes :

1° *Le signe $=$ ne peut être employé que pour indiquer une relation d'équivalence.*

Une relation d'équivalence est (voir Conférence CHOQUET, *Bulletin* d'octobre 1953) une relation binaire (c'est-à-dire entre deux éléments) qui satisfait aux trois conditions :

être symétrique (un élément est équivalent à lui-même) ;

être réciproque (si a est équivalent à b , b est équivalent à a) ;

être transitive (a équivalent à b et b à c entraîne a équivalent à c).

Naturellement, il a fallu d'abord préciser dans quel ensemble sont choisis les éléments a , b .

A ce point de vue, les exemples a) et d_4) ne sont pas fautifs, tandis que b) est absurde.

2° *Il est conseillé d'utiliser des signes spéciaux* pour indiquer les relations d'équivalence nouvellement introduites dans le but d'éviter autant que possible les confusions : certains sont usuels, par exemple $D \parallel D'$ pour le parallélisme, d'autres ont été rejetés peut-être prématurément ; par exemple, pourquoi ne pas conserver $\overrightarrow{AB} \equiv \overrightarrow{CD}$ (avec trois traits), pour l'équipollence des vecteurs ? du moins jusqu'à ce que les élèves réclament d'eux-mêmes le signe $=$? Il n'y aurait que des avantages, je trouve, pour les jeunes enfants, tant qu'ils n'ont pas la notion de nombre rationnel,

à écrire $\frac{2}{3} \equiv \frac{8}{12}$, avec trois traits, pour les fractions « équivalentes ». Et comme les

jeunes de Quatrième et Troisième seraient contents si nous acceptions un symbole pour les triangles « congrus », si mal nommés « égaux », ou, si vous préférez, nommés si savamment « égaux » à un stade où, pour l'enfant le mot « égal » évoque trop des nombres.

3° *Il ne faut pas indiquer par le signe égal une simple dénomination :*

« je nomme y la fonction $2x + 3$ » ; « je la nomme $f(x)$ » ;

« je nomme D la droite AB ».

Aucun emploi du signe ($=$) ne serait ici correct. N'écrit-t-on pas $f(x) = 2x + 3$? Non, si vous voulez dire : « parmi toutes (?) les fonctions $f(x)$, celle que je consi-

rière est $2x + 3$ ». Mais comment écrire : « j'associe à x le nombre $2x + 3$ » ? Il ne s'agit pas ici d'une relation d'équivalence, mais de la définition d'une fonction. Dans le cours photocopié de M. L. SCHWARTZ (*Mathématiques générales*, 1954-55), ceci est noté

$$\begin{array}{ccc} R & \xrightarrow{f} & R \\ x & \longmapsto & 2x + 3 \end{array}$$

La première ligne symbolise : f est une application de l'ensemble R des nombres réels dans ce même ensemble. La seconde ligne indique qu'au nombre x correspond le nombre $2x + 3$. On convient de poser $y = 2x + 3$, y étant le nombre associé à x . Alors, étant entendu qu'il s'agit de nombres, le symbole simplifié sera

$$x \longmapsto y = 2x + 3.$$

Mais la fonction n'est pas y ; c'est l'association entre x et y . La notation de fonction par $f(x)$ ne peut intervenir que lorsque l'élève est capable de comprendre que $2x + 3$ et $2t + 3$ sont la même fonction si x et t désignent des éléments du même ensemble, de même que la translation de vecteur donné est la même transformation quel que soit le nom des points ou des figures auxquels elle est appliquée. Même à ce moment, le nom de la fonction est f , et $f(x)$ est le nombre associé à x par la fonction. Sommes-nous si pressés que nous ne puissions écrire : « Soit la fonction $x \xrightarrow{f} f(x)$ » ?

Mais si nous portons notre attention sur le nombre $f(x)$ obtenu, nous écrirons : Soit $f(x) = 2x + 3 \quad \forall x$ (c'est-à-dire, quel que soit x).

III. Equations. Identités.

On a proposé d'écrire avec un point d'interrogation le signe égal d'une équation, car il s'agit, en quelque sorte, d'une question posée. D'accord, mais quelle question ? « Existe-t-il un nombre, ou des nombres satisfaisant à telle égalité ? » Il est clair que la question porte, non sur la *vérité* de l'égalité, mais sur l'*existence* du nombre nommé x . Ce n'est donc pas le signe $=$ qui doit porter le point d'interrogation, mais le *symbole d'existence*. Pour celui-ci on a proposé $(\exists x)$, mais la lettre E a déjà tant d'occasion d'être utilisée ! Le symbole le plus usité est $(\exists x)$ avec la lettre E renversée. Il se lit « il existe au moins un x tel que ». Avec un point d'interrogation, nous obtenons $(\exists x) ?$ c'est-à-dire : « Existe-t-il au moins une valeur de x telle que. »

Ainsi une équation sera $(\exists x) ? \quad 2x + 3 = 4x - 5.$

Et une identité sera une affirmation $(\forall x) \quad 2(x + 3) = 2x + 6.$

Le point d'interrogation sur le signe $=$ ne peut correspondre qu'à une vérification : « Est-il vrai que le premier membre est égal au second ? »

Les signes $\exists$ et $\forall$ se nomment des *quantificateurs*. Ils ne sont pas indispensables, pas plus que n'importe quel symbole, pas plus que n'importe quelle dénomination, et il faudra toujours appliquer la règle de Pascal : remplacer les définis par leur définition. Mais nous savons bien que l'algèbre est l'utilisation d'un formalisme ; si nous voulons faire acquérir une idée nouvelle à nos élèves, c'est les aider que de leur proposer un symbole pour la signaler. Après avoir introduit sans précaution les symboles fondamentaux dès les premiers âges, je ne vois que des avantages à introduire, au début officiel de l'algèbre (classe de Quatrième) les deux symboles qui précisent le signe trop général d'égalité.

Dans ce qui précède, nous avons supposé que l'ensemble où x prend ses valeurs est l'ensemble des nombres connus par l'enfant, ensemble qui s'étend progressivement. Mais s'il s'agit d'ouvriers, de livres ou de pigeons, il faut écrire naturellement ($\exists x$ entier positif) ? $2x + 3 = 4x - 5$ (avec le symbole ou en toutes lettres, comme on voudra, mais sans abréviations de fantaisie).

Quand commencent à se présenter des ensembles variés, l'ensemble de référence où x prend ses valeurs ne peut plus être sous-entendu ; le *symbole d'appartenance* devient utile pour abréger une phrase qui se répète : c'est ϵ , remplacé éventuellement pour raisons typographiques par un épsilon ϵ (appartient à »).

IV. Quant à l'emploi fautif de l'exemple *ds*, on l'éviterait si l'on proposait franchement le signe de l'équivalence logique $\Longleftrightarrow$, avec, naturellement, le signe de l'implication logique $\Rightarrow$. Ce serait bien plus net que les « nécessaires » et les « suffisants », même précisés par les « à », « pour que », etc...

On ne peut exiger une rédaction précise avant d'avoir obtenu une pensée précise, et c'est celle-ci qui est exprimée par les symboles.

Conclusion. — Les erreurs commises au sujet du signe $=$ proviennent du fait que l'enfant n'a pas nettement conscience de ce qu'est une relation d'équivalence, la réciprocité (pour $x = 3$ ou $3 = x$) et surtout la transitivité. De plus, le symbolisme par le signe $=$ non quantifié est imprécis et une phrase ou un symbole complémentaire est obligatoire.

De plus, on veut faire rendre à l'algèbre plus qu'elle ne peut donner : l'algèbre ne peut nous dire si 3 est un nombre de mètres ou un nombre de lapins. A partir d'un énoncé de problèmes, il faut, comme chacun sait, faire la « mise en équations », c'est-à-dire la traduction en langage algébrique d'une partie de l'énoncé ; celle qui concerne des nombres abstraits, indépendamment de ce qu'ils signifient. L'algèbre alors nous conduit à $x = 3$ ou $3 = x$; c'est la même chose. Mais, dans une troisième partie, nous répondrons dans la langue de l'énoncé, « la fermière a cassé trois œufs ».

Encore une remarque : il est scandaleux de prétendre que l'algèbre puisse donner, en sortant du moulin, autre chose que ce qu'on a mis à l'entrée. Ne voit-on pas, sous prétexte « d'interpréter le résultat », accepter « $x = -3$ » pour « il y a trois ans », alors que la mise en équation a supposé x positif par essence, faute de convention de signe et que $x = 3$ signifie « dans 3 ans » ?

Si x est un nombre non affecté de signe, $x + 3 = 0$ n'a pas de solution. Mais, naturellement, ce résultat de l'algèbre peut nous alerter : « Et si nous avions fait une convention de signe ? ». Alors on précise celle-ci et l'on regarde si la mise en équation est encore valable. La prochaine fois, on devra penser dès le départ à faire les conventions utiles pour le problème.

Le besoin actuel d'abréviations, de symboles (code de la route, signes du conducteur de voiture), l'habitude des graphiques, des schémas, tout cela, en un certain sens, facilite la tâche du professeur de Mathématiques. Cela nous permet d'enseigner à des enfants de 10, 12 ou 14 ans, ce qui était considéré, il n'y a pas tant d'années, comme des Mathématiques réservées aux spécialistes. Mais c'est à nous de proposer à l'enfant les symboles dont il a besoin et de les codifier d'une façon rigide. Faute de quoi, il utilise les quelques signes qu'il connaît sans discernement, sans avoir pour eux le respect dû à leur valeur scientifique, sans les associer à une signification précise, sans même prendre la peine de les dessiner correctement.

L. FÉLIX (Lycée La Fontaine, Paris).

Orientation scolaire et mathématiques (*)

La Réforme de l'Enseignement va faire dans quelques jours l'objet des délibérations des divers Conseils d'Enseignement. L'un des buts principaux qu'elle se propose est le renversement de la proportion de littéraires et de scientifiques qui sortent chaque année de l'Enseignement Secondaire, renversement qui est, à l'époque actuelle, d'un intérêt essentiel pour la Nation. Il y aurait donc lieu de rechercher la cause de l'inadaptation actuelle des vocations aux besoins de la société.

Elle résulte :

- des désirs plus ou moins exprimés des Parents ;
- des réactions des enfants aux études qui leur sont offertes et principalement, du point de vue qui nous intéresse, aux études scientifiques.

Le principal souci du père de famille qui présente son fils au Lycée est de préserver l'avenir. Souhaitant voir son fils ou sa fille appelé aux meilleures destinées, il désire avant tout préserver sa liberté d'orientation ultérieure.

Les voies qui lui sont offertes au départ ne se distinguent que par la présence ou l'absence du latin qui, là où il n'est pas étudié, n'est remplacé par rien. Pourquoi limiterait-il, *a priori*, l'effort de l'enfant dont il ne connaît pas les possibilités ? L'étude des Mathématiques étant identique dans toutes les sections, il ne risque rien en dirigeant son enfant vers la section classique. Mieux, il préserve l'avenir. Ce n'est qu'un échec total qui lui fera abandonner le latin. D'où l'afflux vers les Sixièmes et les Cinquièmes classiques et le caractère péjoratif affecté à la section moderne. Et c'est le premier, aiguillage regrettable.

De son côté, le comportement de l'enfant intervient. Ayant à faire une version latine ou un thème, il l'émaillera de fautes qu'il est incapable de repérer (sans quoi il les éviterait). Mais ces fautes n'entacheront que partiellement son œuvre. Si elles sont peu nombreuses, bien que graves, il pourra tout de même avoir fait un travail passable et ce passable l'encouragera à faire effort pour progresser.

Il en est autrement en Mathématiques. Une faute n'est jamais pardonnée ; commise au début du problème, elle entache la solution tout entière ? Et c'est l'échec total, échec dont il a lui-même conscience, la vérification étant souvent facile. Cette faute dont il prend conscience par lui-même l'affecte bien plus profondément et amène vite le découragement. L'ambiance familiale étant, pour les raisons mêmes qui motivent la réforme, surtout littéraire, aucun réconfort positif ne lui vient de son entourage. Quand une aide est possible, bien souvent elle accroît son désarroi intime ; n'est-il pas remarquable qu'à toute demande d'aide sur un problème, la réponse vienne toujours sous la même forme, après un peu de réflexion : « C'est bien facile... ». L'enfant en retire un complexe d'infériorité qui fera dire à ses Parents, s'il s'aggrave : « Que veux-tu, tu n'as pas le don, tu n'as pas la « bosse des math. ». Moi-même, je n'y ai jamais rien compris, etc... ». L'effort fructueux cessera et l'enfant deviendra vite rebelle aux sciences qu'il ne peut connaître que sous la forme mathématiques. L'orientation est faite négativement, irrémédiable et définitive.

Quel remède ?

Un seul : celui que les latinistes ont trouvé depuis longtemps et qu'ils proclament à tous vents : la culture (littéraire étant sous-entendu et latine en particulier) ne peut être que l'effet d'une lente imprégnation...

Les professeurs de Mathématiques ne sont pas plus habiles que leurs collègues littéraires. S'ils avaient la possibilité de multiplier les exercices, de les faire fréquents et quotidiens, les échecs en mathématiques se feraient moins nombreux. Le succès constaté par l'enfant lui-même lui serait un stimulant très vif et l'effort ainsi encouragé en mathématiques comme en latin, produirait le résultat cherché.

L'ensemble des problèmes proposés à nos lycéens est affaire de bon sens et de fort peu de connaissances. Il est accessible à tout esprit moyennement intelligent. Mais la précision qu'exigent les mathématiques, le fait qu'elles ne sauraient se contenter d'à peu près, demandent à la plupart des enfants un effort continu et de la persévérance.

(*) Alors que la question de la Réforme de l'Enseignement était discutée, en juin dernier, jusque dans la « grande presse », par de nombreuses personnalités non-scientifiques, notre collègue MIRABEL a adressé cet article à un grand quotidien du soir. Il n'a pas paru. En le publiant ici, nous rappelons que tous les articles du *Bulletin* peuvent être reproduits avec indication de l'origine.

Les professeurs de Mathématiques ont souvent pensé jusqu'ici que la version latine développait chez le jeune collégien les qualités dont le mathématicien et le physicien futur auront besoin. Les résultats constatés, en particulier quant à l'orientation des élèves, montrent qu'ils avaient tort.

Aussi pensent-ils maintenant que si l'on veut renverser la tendance, il faut donner les moyens accordés jusqu'ici aux seuls littéraires. Il faut que, dès la Sixième et la Cinquième, l'étude du français et des mathématiques concourent à l'orientation des enfants avec les mêmes moyens, c'est-à-dire avec l'exercice quotidien. Il faut que le professeur de Mathématiques cesse d'être cet individu que l'on voit une fois ou deux par semaine et qui pose des questions insidieuses que seuls certains privilégiés savent résoudre. Il faut que chaque jour l'enfant soit mis devant l'effort. Il en sera récompensé et le succès l'encouragera.

L'orientation initiale ainsi mieux préparée, à partir de la Quatrième l'enseignement du français doit rester le même pour tous les élèves. Inutile de savoir résoudre un problème si on ne sait expliquer clairement ce qu'on a trouvé, explication qui ne doit pas être donnée dans une langue vague et « poétique » (?), mais une langue simple, précise et claire.

Mais, à partir de cet âge, il va falloir trouver la vocation de l'enfant et développer les qualités nécessaires au scientifique. Il faut donc donner aux professeurs de Mathématiques, pour compléter l'œuvre du professeur de français dans la section scientifique, les mêmes moyens que ceux qui ont toujours été reconnus nécessaires au professeur de latin et de grec dans la section littéraire.

A ce prix, si les classes ne sont pas surchargées, si le travail individuel peut, par suite, être convenablement suivi, le succès dans les études mathématiques, qui sont de plus en plus la base des études scientifiques, s'affirmera et ne sera plus réservé à ceux qui ont la « bosse des math. » et qui, eux, peuvent réussir sans autant d'efforts, mais sont l'exception.

Celui qui aura suivi la voie scientifique sera peut-être moins habile à chercher dans l'expression et la pensée d'autrui ce que l'auteur n'y a peut-être pas mis lui-même, mais, mieux rompu au calcul précis et méthodique, il sera devenu un bon ouvrier de la Cité. C'est le but cherché. Il ne sera pas atteint sans un long et persévérant effort.

La Réforme de l'Enseignement, attendue depuis longtemps, peut faire beaucoup dans cette voie.

Le fera-t-elle ?

H. MIRABEL,

(Mathématiques Supérieures, Lycée Saint-Louis).

Une polémique

Sous le titre « La tyrannie des mathématiques » et dans le « Courrier des Lecteurs », Le Figaro, du 22 juin 1955 a publié l'article suivant :

A l'heure où l'on se préoccupe, à juste titre, de l'orientation scolaire et de la réforme des examens de fin d'études, il serait opportun de s'occuper également de l'orientation de l'enseignement et de se demander si les programmes, dans leurs grandes lignes, restent adaptés aux nécessités actuelles.

Le but de l'enseignement est de former des hommes et de donner aux jeunes une somme de connaissances qui leur permette de se faire une place au soleil. Il faut donc que cet enseignement soit en harmonie avec l'état actuel des activités humaines et si l'enseignement primaire ne semble pas devoir comporter beaucoup de modifications, il n'en est peut-être pas de même du secondaire.

L'Université est une vieille dame et, par essence, conservatrice, réticente aux réformes, et, parfois, imbuë de préjugés. Pendant longtemps et de nos jours encore son enseignement s'est divisé en deux branches : les lettres et les sciences, les lettres étant le domaine du latin et les mathématiques celui des sciences. Peu à peu on fit une petite place aux langues étrangères et les mathématiques accueillèrent avec condescendance des sciences mineures comme la physique, la chimie et ce qu'on est convenu d'appeler les sciences naturelles.

Mais le monde a évolué. C'est de la chimie, des sciences naturelles aussi qu'il tire les ressources nécessaires à ses besoins croissants. Cependant, l'enseignement de ces sciences dans les classes secondaires est resté rudimentaire. La raison en est bien simple, on la trouve dans la présence des mathématiques sur toutes les disciplines scientifiques. A telle enseigne que pour exercer le professorat de sciences naturelles en passant par l'Ecole Normale Supérieure, il faut présenter un baccalauréat de mathématiques (sic). Le bacca-

lauréat sciences expérimentales, qui correspond aux besoins du professorat envisagé, n'est pas admis, il faut être mathématicien d'abord.

Il en est de même pour toutes les études scientifiques. Si la mathématique a toléré qu'on leur fit une place, une toute petite place dans l'enseignement secondaire, elle intervient au seuil des études supérieures pour dire : halte-là ! On ne peut aller plus loin sans un laissez-passer de mathématiques.

Le plus singulier est que le public, même éclairé, nourri dans ce dogme que la mathématique est la science pure, la clef de toutes les sciences, le bon public admet la chose et s'incline respectueusement. J'entends encore un de mes amis, proviseur d'un lycée, me dire : J'aurais voulu faire de mon fils un chimiste... Hélas ! il ne mord pas aux mathématiques, c'est regrettable, car je crois à l'immense avenir de la chimie et des industries qui s'en servent.

Avant d'aller plus loin, je veux bien préciser que mon dessein n'est pas de dénigrer les mathématiques et nier leur importance là où leur application est nécessaire et justifiée, mais protester contre le barrage qu'elles imposent à des jeunes gens parfaitement doués pour d'autres sciences dans lesquelles leur rôle est très limité.

Qu'on le veuille ou non, la science est avant tout expérimentale et la découverte est rarement le fruit du calcul.

Une objection dogmatique ne manquera pas d'être faite : l'étude des mathématiques est nécessaire à la formation de l'esprit, nécessaire à la culture. A cette affirmation gratuite on peut répondre qu'il n'en est rien et que le contraire serait même admissible. En effet, le mathématicien peut raisonner juste sur des bases fausses et c'est là une des plus funestes erreurs de l'esprit humain.



Je ne voudrais pas être accusé de formuler moi-même les affirmations gratuites que je reproche à d'autres et je viens d'écrire que la découverte est rarement le fruit du calcul. Il faudrait, pour le démontrer, faire l'inventaire de toutes les découvertes qui ont profondément modifié en l'améliorant la condition humaine. Un livre de Pierre ROUSSEAU (*L'Energie*), qui n'est pas écrit pour justifier cette thèse, en fait néanmoins l'éclatante démonstration. Si l'on considère que l'amélioration de la condition humaine est due pour une grande part à la domestication des énergies naturelles pour remplacer le travail des bras, on constate que les grandes découvertes ont été l'utilisation de la vapeur et de l'électricité.

A l'origine de la machine à vapeur on trouve le légendaire Denis PAPIN, qui était un médecin de Blois, et à la réalisation de la machine (à quoi Denis PAPIN n'avait pas pensé) un forgeron du nom de NEWCOMEN et un artisan nommé James WATT.

Quant à la machine électrique (motrice ou génératrice), elle est due à un ouvrier menuisier spécialisé dans les rampes d'escalier, j'ai nommé Zénobe GRAMME. Peut-être GRAMME était-il un esprit mathématique, direz-vous, M. Pierre ROUSSEAU va vous renseigner :

GRAMME n'était pas, à coup sûr, bien calé. Autodidacte, il possédait cette érudition bric-à-brac que l'on acquiert en bouquinant. Il est certain que la théorie ne l'avait guidé en rien lorsque, en 1869, il eut l'idée de faire tourner entre les branches d'un aimant un tore entouré de fil... Quand les électriciens eurent connaissance des tentatives de GRAMME ils n'eurent pas assez de sarcasmes pour cet ancien menuisier, les physiciens, de leur côté, écrasèrent le malheureux sous le poids de leurs objections péremptoires.

Cependant, le génial bricoleur vint à bout de sa magnéto et, deux ans plus tard, il remplaça l'aimant par un électro-aimant et réalisa la dynamo.

P. ROUSSEAU qualifie ces inventeurs de « bricoleurs de génie ». Ce sont aussi des chercheurs intelligents dont la finesse d'esprit a suppléé à la déficience d'une éducation scientifique qu'ils n'ont pas eue. Il ne faut pas en conclure qu'une éducation scientifique les eût détournés de leur voie, bien au contraire ; mais il est hors de doute que si GRAMME avait tenté de réaliser le moteur électrique en partant de données mathématiques, il eût, comme tous les savants de son temps, y compris AMPÈRE, échoué dans son entreprise, car les mathématiques en démontraient l'impossibilité.

N'est-il pas regrettable que, dans une ère scientifique comme la nôtre, l'invention, la découverte énorme reste le privilège des autodidactes ou des observateurs ? Il n'y a qu'une explication, c'est que la masse des scientifiques instruits sont paralysés dans leur génie par l'éducation mathématique.

Les grandes améliorations récentes de la condition humaine sont celles qui touchent sa santé et son bien-être.

Considérons d'abord sa santé. La longévité accrue de l'homme relève des efforts de la médecine et il est difficile de rattacher aux mathématiques, les travaux de Claude BERNARD, de PASTEUR.

Le biologiste FLEMING a découvert la pénicilline en omettant de jeter aux ordures une culture polluée et en cherchant à connaître les raisons de sa pollution.

En dehors de ces thérapeutiques, la chimiothérapie nous apporte mille moyens de cure ou de soulagement, l'anesthésie, la sédation et le traitement de nombreuses affections organiques. (Je vois ici les apôtres des « math » dresser l'oreille au mot « chimie », science qu'ils pensent bien s'annexer).

Je dois ici m'excuser auprès de la majorité de mes concitoyens, laquelle considère encore la chimie comme intimement liée aux mathématiques. Leur excuse est que, n'étant pas chimistes, ils ont eu l'occasion de voir, de contempler peut-être, d'imposantes formules de chimie dont la lecture peut s'apparenter (avec beaucoup de bonne volonté), aux équations algébriques.

Pour ne pas entrer dans des détails techniques, je dirai que l'équation algébrique est un mode de calcul et que la formule chimique est le portrait d'un corps.

J'ai un jour hasardé dans un article publié en janvier 1955 par le journal *La Voix des Parents* que les besoins ordinaires de la chimie ne dépassaient guère la règle de trois. Cela m'a valu des protestations indignées non de chimistes, mais de professeurs dont l'opinion a été jugée plus valable que celle d'un chimiste industriel vieilli dans le métier. La cocasserie des raisons invoquées contre mon assertion m'a largement dédommagé. Je reviendrai, s'il y a lieu, sur ce sujet technique, mais voici un cas concret : l'essor de la chimie des dérivés du pétrole.

Chacun sait aujourd'hui que l'industrie des dérivés du pétrole est celle des matières plastiques et des détergents. Or, les détergents ont remplacé le savon dans la proportion de 50 %. Quant aux matières plastiques, elles envahissent de jour en jour davantage notre vie quotidienne, depuis la brosse à dents jusqu'à l'automobile.

Or, s'il m'est permis d'employer à l'égard de cette industrie chimique une expression que je ne considère pas comme irrespectueuse, je dirai que, souvent, elle relève beaucoup plus de la cuisine que des mathématiques.

A l'éloge de la cuisine, je dirai qu'elle est une science d'observation et j'étends cet éloge à la chimie des dérivés du pétrole. Celle-ci repose entièrement sur la polymérisation des carbures naturels, laquelle s'obtient par catalyse. Or, l'action des catalyseurs ne se calcule pas, elle s'observe et se constate. Cette action est comparable à celle des ferments ou des hormones dont une quantité minime provoque des effets considérables. C'est par la variation des conditions expérimentales, conditions de pression, de température et de durée que l'on obtient des corps différents.

Le métier de chimiste consiste alors à introduire dans le Grignard (qui est une marmite autoclave), de nouveaux corps susceptibles de procurer des qualités nouvelles d'élasticité, de résistance, d'incombustibilité, etc... Alors intervient l'arithmétique pour déterminer les proportions utiles. C'est tout et c'est bien regrettable, car si les mathématiques transcendantes pouvaient nous aider à prévoir des corps aux propriétés inédites bien des problèmes seraient résolus.

Mon grand-père qui, lorsque j'avais cinq ans (comme le temps passe !), m'initiait aux vertus de l'accusatif et de l'ablatif, tentait de m'encourager en me disant : « Le latin suffit à tout. »

Je ne crois pas qu'un homme sensé professe encore cette opinion. Hélas, il en propose une autre : la mathématique est indispensable à toute science. C'est beaucoup plus grave que plus facilement accepté.

P. GUINEPIED.

L'article précédent a entraîné de nombreuses réactions. Le Figaro du 28 juin 1955 signalait la satisfaction de « ceux qui, depuis leur âge scolaire, avaient gardé une solide rancune à l'égard de cette discipline austère ». (On comprend que cela désigne les mathématiques...). Il publiait aussi les deux lettres suivantes :

1. Le petit inventeur isolé est un mythe

J'ai lu avec étonnement dans votre rubrique « Les lecteurs ont la parole » une diatribe contre l'obligation d'une certaine instruction en *mathématiques* pour les étudiants en sciences naturelles. Etant chimiste aussi bien que mathématicien et ayant une expérience

de près de trente ans dans l'industrie chimique, je dois protester contre les assertions mal fondées de l'auteur de la lettre.

L'étude de la chimie et de la physique moderne exige un minimum de connaissances mathématiques, pour comprendre. Les découvertes ne sont plus du tout du domaine de l'autodidacte ou de l'observateur inspiré. Les exemples des antibiotiques, des hormones, des agents détersifs prouvent le contraire de ce que l'auteur prétend.

Le célèbre petit inventeur isolé est un mythe : je défie n'importe qui de citer une invention vraiment importante aux concours « Lépine » des dernières années.

D'autre part, j'estime que la logique mathématique, cartésienne (à ne pas confondre avec le coupage de cheveux en quatre par bon nombre de philosophes) est une excellente base pour le développement de la pensée. Les connaissances mathématiques indispensables pour l'étude de la chimie sont accessibles à tout élève moyen, s'il veut se donner le mal à cet effet, mais, s'il veut en savoir davantage, cela ne peut que lui être utile dans son métier de chimiste. Ainsi, je peux vous dire par expérience que certaines études plus avancées de statistique et de calcul des probabilités m'ont rendu de très grands services dans l'appréciation de résultats d'essais chimiques.

LÉO SOEP.

2. L'empirisme n'a plus cours dans la recherche chimique

Le jour même où l'un des sujets de dissertation philosophique au baccalauréat est : « Pourquoi les mathématiques jouent-elles un rôle dans les autres sciences ? », *Le Figaro* publie, sous le titre : « La tyrannie des mathématiques », une longue lettre d'un lecteur, M. GUINEPIED. Celui-ci se plaint de ce que l'on exige une solide culture mathématique des futurs ingénieurs chimistes. Il semble surpris qu'un article analogue paru dans la *Voix des Parents* ait soulevé de nombreuses critiques dans les milieux universitaires.

La lettre de M. GUINEPIED pouvant donner des idées fausses aux jeunes en quête d'orientation et à leurs parents, je crois devoir exprimer une opinion qui est celle des professeurs de sciences physiques enseignant dans les classes préparatoires aux grandes Ecoles scientifiques. *Tous regrettent* que, contrairement à l'étranger, la France maintienne une prédominance mathématique excessive dans la formation des futurs ingénieurs.

Le technicien doit, avant tout, conserver le sens du concret et ne pas raisonner dans l'abstrait et en fonction de conditions idéales. L'ingénieur a plus besoin d'un « outil mathématique » pratique que d'une recherche poussée de la rigueur des démonstrations ; il est conduit à des approximations qui peuvent paraître choquantes à un esprit purement mathématique. Il est souhaitable que la réforme des programmes en tienne compte.

En revanche, il est abusif de soutenir que la règle de trois suffit au chimiste et que la chimie est restée une « cuisine ». Sans doute est-ce vrai au stade « fabrication industrielle » : on y applique des procédés préalablement mis au point au laboratoire ; il en est de même pour les contrôles de fabrication où il suffit de peu de connaissance pour répéter constamment les mêmes dosages.

M. GUINEPIED semble faire une fâcheuse confusion entre « don d'observation, intuition, expérimentation méthodique » et « empirisme ». L'empirisme pur n'a plus cours dans la recherche chimique. Le temps est révolu où l'on mélangeait des corps et où on les chauffait pour « voir ce que cela donne ».

La création d'antibiotiques, de plastiques, de détergents de synthèse ne se fait pas au hasard. Elle suppose de longues études structurales qui mettent en évidence le lien existant entre la présence de certains groupements d'atomes et les propriétés, tant physiques que biologiques, des corps. Les recherches de structure (fondées sur l'étude des propriétés électriques, magnétiques, optiques, etc.), conduisent à de difficiles calculs où il faut souvent faire appel à la mécanique quantique et à la mécanique ondulatoire : le chimiste ne peut alors même plus se contenter des connaissances mathématiques d'un élève de Mathématiques Spéciales.

Chimiste industriel, M. GUINEPIED ne doit pas ignorer que le facteur « temps » est important dans l'industrie où de nombreuses dépenses lui sont proportionnelles. Il ne s'agit plus de chercher à accélérer une réaction en ajoutant au petit bonheur des impuretés dont on espère que l'une d'entre elles voudra bien jouer le rôle de catalyseur. Une étude précise de la cinétique chimique amène obligatoirement à résoudre des équations différentielles.

On pourrait multiplier les exemples. Dans la recherche chimique théorique ou industrielle, l'expérimentation et le calcul sont inséparables : sans l'une ou l'autre, le chimiste est un manchot. Une formation mathématique est nécessaire au véritable chimiste, mais il est indéniable qu'il serait bon d'en modifier les méthodes.

M. LAFAY,

Professeur agrégé de Physique au Lycée Saint-Louis.

Le Figaro n'a publié que des extraits sans signification des autres et nombreuses lettres qu'il a reçues à cette occasion. Parmi celles-ci, retenons la réplique documentée de notre collègue WEBER.

Une thèse insoutenable

« Le Figaro » du 22 juin a publié une lettre vraiment étonnante (au sens racinien du mot).

Il s'y manifeste un tel manque d'information sur l'évolution des sciences et un tel manque de réflexion critique qu'on serait tenté de croire que son auteur s'est amusé à mystifier ceux qui devaient lire sa lettre. Quelles que soient ses intentions, qu'il parle sérieusement ou ironiquement, l'audience du « Figaro » est telle qu'il est impossible de ne pas répondre à cette lettre que des lecteurs non avertis pourraient prendre au sérieux. A un moment où la question de la Réforme de l'Enseignement se pose de façon particulièrement aiguë et où on se préoccupe de donner à un beaucoup plus grand nombre d'élèves une formation scientifique, les considérations développées dans cette lettre pourraient exercer une très néfaste influence. Il est donc nécessaire de s'expliquer avec quelques détails et de faire justice d'une grande partie des arguments qui y sont développés. Si l'auteur avait profité davantage de l'enseignement de la Géométrie qu'il a dû recevoir au cours de ses études, il aurait mieux compris la différence radicale qui existe entre une *condition nécessaire* et une *condition suffisante* ; certes les mathématiques ne suffisent pas à l'étude des Sciences physico-chimiques et naturelles, mais elles en constituent un préalable nécessaire.

Pour commencer par ce qui paraîtra le moins évident sans doute, je parlerais d'abord du cas de Pasteur que M. G. cite triomphalement en demandant ce que les Mathématiques ont à voir dans l'œuvre pasteurienne. M. G... ne s'est pas demandé pourquoi, alors que tous les médecins n'avaient rien compris aux maladies contagieuses, c'est un savant qui n'était pas médecin, qui n'était même pas chimiste, mais plutôt physicien, qui en a trouvé le secret. La raison m'en paraît fort simple, c'est que Pasteur avait préparé l'Ecole Normale, section des sciences, dans une classe de Mathématiques Spéciales et que c'est là qu'il avait appris à raisonner. Sa thèse de doctorat établissait un lien entre la structure des cristaux de l'acide tartrique et la déviation du plan de polarisation de la lumière. Il était manifestement impossible à quelqu'un n'ayant pas fait d'études abstraites d'avoir l'idée de s'attaquer à un pareil sujet. Toute l'œuvre pasteurienne a son origine dans cette thèse. Si M. G... s'intéressait à autre chose qu'à la « cuisine » de la science, s'il s'intéressait tant soit peu à l'histoire de la pensée scientifique, il aurait lu le magistral ouvrage de Valléry-Radot sur la vie de Pasteur et il aurait compris.

M. G... confond Mathématiques et Calcul : c'est une confusion fréquente. Les calculs que l'on a à faire en Chimie et Sciences naturelles sont sans doute fort simples, mais les concepts nécessaires à la compréhension de ces sciences ne peuvent se passer d'un minimum de culture mathématique. D'ailleurs, M. G... se trompe en affirmant que le baccalauréat de mathématiques est exigé pour les études scientifiques : des élèves ayant le baccalauréat de Sciences Expérimentales entrent effectivement dans les préparations aux sections de Sciences chimiques et naturelles de l'Ecole Normale. Mais la formation scientifique donnée par le programme de Sciences Expérimentales est insuffisante, même pour comprendre à fond les cours du P.C.B. dont le niveau n'est pourtant pas très élevé.

M. G... nous raconte une histoire naïve sur l'origine de la machine à vapeur : certes cette origine est due à des observations très simples, mais si la Thermodynamique ne s'était pas développée au cours du XIX^e siècle, M. G... s'imaginerait-il qu'on aurait pu aboutir aux machines à vapeur contemporaines, notamment aux puissantes locomotives et aux moteurs Diesel ? Or, la Thermodynamique n'a aucun sens sans une culture mathématique suffisante. Les concepts fondamentaux d'énergie et d'entropie reposent sur la définition des intégrales curvilignes et sur ce théorème sans lequel on ne peut rien comprendre à la Physique : « La condition nécessaire et suffisante pour qu'une intégrale curviligne ne dépende que des positions initiales et finales, est que l'expression sous le signe d'intégration soit une différentielle totale exacte... » Il y a effectivement beaucoup de gens qui prononcent les mots d'énergie et d'entropie sans connaître ce théorème ; mais alors les mots qu'ils prononcent sont vides de sens pour eux.

M. G... nous parle ensuite de la découverte de Gramme. Croit-il vraiment que les dynamos, les moteurs, les réseaux de distribution électrique auraient pu se développer jusqu'au point où nous les voyons maintenant sans la théorie de l'induction électromagnétique ? Et comment comprendre l'induction, si l'on ne sait pas ce que c'est qu'une dérivée ; la force électromotrice d'induction étant proportionnelle à la dérivée du flux par rapport au temps ? Il y a sans doute beaucoup de gens dans l'industrie électrique qui ne savent pas cela, mais ce ne sont alors que des manœuvres.

M. G... trouve fort naturel en tournant le bouton de son poste, d'entendre les émissions radiophoniques. Mais s'il n'y avait pas eu un savant de génie, nommé Maxwell, qui arriva par le calcul à pressentir l'existence d'ondes dont Hertz vérifia ensuite expérimentalement la réalité, il n'y aurait ni radiophonie, ni télévision, ni téléphone sans fil, etc...

J'ose à peine parler de l'Astronomie car, sans doute, M. G... considère-t-il que cette science ne présente aucun intérêt « culinaire ». S'il en est ainsi, il se trompe, car, ainsi que l'a fait remarquer H. Poincaré, c'est l'étude de l'Astronomie qui nous a permis de dégager les principes de la Mécanique. Ce n'est que lorsque le calcul infinitésimal a été créé puis développé, que l'Astronomie et la Mécanique ont pu faire les immenses progrès qu'elles ont réalisés depuis le XVII^e siècle. Si M. G... méprise la Mécanique rationnelle, il admettra sans doute que la théorie de l'élasticité et la résistance des matériaux qui en est une conséquence ont quelque utilité dans le monde contemporain. Et que serait l'aviation sans la Mécanique des Fluides ?

M. G... imagine-t-il que la chronométrie de précision, indispensable notamment pour la navigation, aurait pu se développer sans de très nombreuses théories mathématiques ? Qu'il pense à la multiplicité des sciences à base mathématique qui sont appliquées dans la construction, l'organisation et la direction d'un grand paquebot. Je n'ose pas parler de la théorie de la Relativité dont l'importance est considérable, mais dont M. G... trouvera sans doute qu'elle n'intéresse que les esprits spéculatifs détachés du réel. Cependant il n'ignore peut-être pas que l'origine de l'énergie nucléaire est exprimée dans la formule $W = mc^2$ qu'Einstein énonça dès 1905 et qui établit l'équivalence de la matière et de l'énergie. Il a sans doute entendu parler du microscope électronique et de ses applications industrielles. On en rencontre même dans les laboratoires de Chimie et de Biologie. Ignore-t-il que le microscope électronique tire son origine de la thèse de Louis de Broglie (1925-1927), qui était purement mathématique.

Arrivons à la Chimie. Sans doute il y a dans cette science une part de cuisine, mais une cuisine qui ne serait pas dirigée par des idées théoriques à base mathématique n'aboutirait à rien qu'à un amas de faits incohérents (1). Les formules de constitutions, la Stéréochimie, la représentation des corps de la série aromatique par l'hexagone de Kékulé, la prévision des isomères, des dérivés, para, méta, ortho ne fait-elle pas appel à l'habitude des Mathématiques ? De même, la prévision des réactions par la Thermochimie, par la loi d'action de masse, l'explication des valences et des isotopes par la constitution de l'atome. Même en Pharmacologie ces considérations interviennent. En Cristallographie, on fait nécessairement appel à la théorie géométrique des réseaux de Bravet. En Minéralogie, il est nécessaire d'utiliser la théorie ondulatoire de la lumière qui s'appuie sur des considérations mathématiques élevées. En Optique, la théorie des instruments optiques, si indispensable même dans la cuisine chimique, utilise la notion d'homographie, les propriétés des lignes de courbure des surfaces, le principe de Fermat, le théorème de Malus, etc... En Biologie, la Thermodynamique intervient. En Génétique, le calcul combinatoire et le calcul des probabilités sont indispensables à la compréhension des théories. L'idée naïve et primaire que les exécutants n'ont pas besoin de savants est complètement déraisonnable. M. G... est-il d'accord avec le Président du Tribunal Révolutionnaire qui déclarait à Lavoisier que la République n'a pas besoin de savants (2) ?

Je pense que ces exemples sont suffisamment éloquentes et que les lecteurs de cette lettre, si vous voulez bien l'insérer, seront convaincus que la thèse de M. G... est complètement insoutenable.

Cela ne veut pas dire que les programmes scientifiques et les méthodes pédagogiques de l'enseignement secondaire actuel ne doivent pas être modifiés. Bien au contraire, il y a certainement lieu de répartir plus judicieusement les différentes disciplines scientifiques dans les diverses sections. Il y aura lieu aussi certainement d'améliorer la formation des professeurs, mais ceci est une autre histoire.

Je vous prie d'agréer, Monsieur le Directeur, l'assurance de ma considération distinguée.

M. WEBER,

Ancien élève de l'Enseignement Primaire et Primaire Supérieur.

Ancien élève de l'Ecole Normale Supérieure.

Professeur honoraire de Mathématiques Spéciales au Lycée Condorcet.

(1) Un ingénieur chimiste doit être autre chose qu'un garçon de laboratoire supérieur.

(2) L'authenticité de cette déclaration est controversée. Mais on peut la rapprocher de cette phrase, attribuée par son ministre, Dundas, au roi George III d'Angleterre, alors qu'un pogrom antirévolutionnaire venait de détruire le laboratoire de Priestley à Birmingham (14 juillet 1791) : « I cannot but feel better pleased that Priestley is the sufferer. » — (Note de G. W.).

DELAGRAVE

Vient de paraître

COURS BRACHET, DUMARQUÉ, ROSTOLLAND

GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE ET COTÉE

Classe de Mathématiques
NOUVELLE ÉDITION, ENTIÈREMENT REFONDUE

MATHÉMATIQUES

Classe de Sciences expérimentales
NOUVELLE ÉDITION, ENTIÈREMENT REFONDUE.

GÉOMÉTRIE

Classe de Mathématiques et Technique
PRÉPARATION AUX ARTS ET MÉTIERS

Avec la collaboration de **P. JEANGIRARD**, professeur agrégé
au Collège Moderne et Technique Benjamin-Franklin, à ORLÉANS

Pour les révisions :

AIDE-MÉMOIRE ILLUSTRÉ DE MATHÉMATIQUES

Classes de Première, A, B, C et Moderne
Tout le cours condensé dans un cahier de 20 pages, abondamment illustré

Catalogue et Spécimens sur demande : **15, rue Soufflot, PARIS (5^e)**

MASSON & C^{ie}, Éditeurs, 120, Bd St-Germain, Paris-6^e

— COURS DE MATHÉMATIQUES G. CAGNAC ET L. THIBERGE —

Nouveauté :

Nouveauté :

ALGÈBRE ET GÉOMÉTRIE

Classes de 1^{re} A et B

par

E. GILET

Censeur des Etudes du Lycée J.-B. Say

Un volume de 240 pages, avec figures et problèmes, broché..... **680 F.**

FERNAND NATHAN, EDITEUR

présente un nouvel ouvrage qui
complète le cours de mathématiques

C. LEBOSSÉ et C. HEMERY

GÉOMÉTRIE

CLASSE DE MATHÉMATIQUES

• On retrouve dans ce volume les
qualités de clarté et d'efficacité qui
ont fait le succès des livres précédents

UN VOLUME CARTONNÉ. 1.200

RAPPEL DES OUVRAGES EN VENTE :

Enseignement long. Lycées et Collèges

Classe de 6 ^{me} gris	330
Classe de 5 ^{me} gris	360
Corrigé des exercices, classe de 5 ^{me} ...	235
Classe de 4 ^{me} gris	400
Classe de 3 ^{me} gris	435
Algèbre. Classe de 2 ^e	445
Géométrie plane. Classe de 2 ^e	465
Algèbre et Trigonométrie. Classe de 1 ^{re} .	495
Géométrie dans l'espace. Classe de 1 ^{re} .	465
Compléments d'Algèbre et Géométrie descriptive. Classe de 1 ^{re} technique..	465

Enseignement court. Collèges Modernes

Classe de 6 ^{me} gris	330
Classe de 5 ^{me} brique	410
Classe de 4 ^{me} brique	445
Classe de 3 ^{me} brique	465
Corrigé des exercices, classe de 5 ^{me} ..	235
Corrigé des exercices, classe de 4 ^{me} ..	330
Corrigé des exercices, classe de 3 ^{me} ..	330

CATALOGUES SUR SIMPLE DEMANDE
N° 3 Cours Complémentaires — N° 5 Lycées et Collèges

18, rue Monsieur-le-Prince, PARIS-VI^e

LIBRAIRIE CLASSIQUE EUGÈNE BELIN

8, rue Férou - PARIS VI^e

LA CLASSE DE MATHÉMATIQUES

par

M. MONGE

et

M. GUINCHAN

Ancien élève de l'Ecole Normale Supérieure
Professeur agrégé au Lycée Michelet

Licencié ès Sciences
Professeur de Cours Complémentaire

Nouveautés :

ALGÈBRE, par M. MONGE, classe de 2^e A', C et M.

Un volume (16×21,5) de 286 pages, illustré. Cartonné..... 800 F.
Broché..... 650 F.

GÉOMÉTRIE, par M. MONGE, classe de 2^e A', C et M.

En préparation

Précédemment parus :

ARITHMÉTIQUE, GÉOMÉTRIE, TRACÉS GÉOMÉTRIQUES, classe de 6^e.

Un volume (16×21,5) de 184 pages, illustré. Cartonné..... 350 F.
Broché..... 240 F.

ARITHMÉTIQUE, ALGÈBRE, GÉOMÉTRIE, classe de 5^e.

Un volume (16×21,5) de 236 pages, illustré. Cartonné..... 455 F.
Broché..... 335 F.

ARITHMÉTIQUE, ALGÈBRE, GÉOMÉTRIE, classe de 4^e.

Enseignement long, un volume 292 pages, illustré. Cartonné..... 500 F.
Broché..... 370 F.
Enseignement court, un volume 368 pages, illustré. Cartonné..... 450 F.
Broché..... 335 F.

ARITHMÉTIQUE, ALGÈBRE, GÉOMÉTRIE, classe de 3^e.

Enseignement long, un volume 372 pages, illustré. Cartonné..... 570 F.
Broché..... 430 F.
Enseignement court, un volume 494 pages, illustré. Cartonné..... 800 F.
Broché..... 650 F.

NOUVELLE COLLECTION DE MATHÉMATIQUES...

COLLECTION BREARD

La classe de Sixième étant considérée comme une classe de mise au point et d'initiation, le manuel correspondant a mis l'accent sur **le développement du calcul mental, l'apprentissage de la géométrie** (utilisation de la règle, du rapporteur) et **la révision systématique des notions déjà acquises** dans les classes précédentes.

En 5^e, 4^e, 3^e, l'auteur, par **un exposé** nouveau et original de l'Arithmétique et de l'Algèbre, **basé sur les notions de segments et de vecteurs**, initie progressivement le jeune élève au mécanisme de l'algèbre.

En Géométrie, une place importante est laissée à **la réalisation des figures**. Le cours se caractérise par une utilisation systématique des symétries, des bandes, des notions vectorielles, comme le stipulent les programmes officiels.

Chaque ouvrage comprend de nombreux exercices gradués et progressifs (environ 2.000 dans chaque manuel).

MATHEMATIQUES, classe de Sixième **390 fr.**

ARITHMETIQUE et ALGEBRE,
classes de 5^e, 4^e, 3^e **480 fr.**

GEOMETRIE, classes de 5^e, 4^e, 3^e **540 fr.**

LES ÉDITIONS DE L'ÉCOLE

11, rue de Sèvres - PARIS

MATHÉMATIQUES

Collection BENOIT

Mathématiques , cl. de 6 ^e , par BENOIT.....	200 F.
Mathématiques , cl. de 5 ^e , par BENOIT et CANAPALE..	238 F.
Mathématiques , cl. de 4 ^e , par BENOIT et CANAPALE..	238 F.
Mathématiques , cl. de 3 ^e , par BENOIT et CANAPALE..	285 F.
Algèbre et Géométrie , cl. de 2 ^e A et B, par BENOIT et CANAPALE.....	550 F.
Algèbre , cl. de 2 ^e C et M, par BENOIT et CANAPALE....	238 F.
Géométrie (et Trigonométrie) , cl. de 2 ^e C et M, par BENOIT et CANAPALE.....	500 F.
Géométrie et Algèbre , cl. de 1 ^{re} A et B, par BENOIT..	190 F.
Géométrie , cl. de 1 ^{re} C et M, par BENOIT.....	190 F.
Algèbre et Trigonométrie , cl. de 1 ^{re} C et M, par BENOIT	190 F.
Arithmétique , cl. de Mathématiques et Sciences exp., par BENOIT et CANAPALE.....	600 F.
Algèbre , cl. de Mathématiques, par BENOIT.....	450 F.
Trigonométrie , cl. de Mathématiques, par BENOIT....	350 F.
Mécanique , cl. de Mathématiques, par BENOIT.....	300 F.
Géométrie , cl. de Mathématiques, par BENOIT et CANAPALE	900 F.
Descriptive et cotée , cl. de Mathématiques, par BENOIT	95 F.
Cosmographie , cl. de Math., Sciences exp. et Philo., par BENOIT et BACCHUS.....	400 F.
Algèbre, Trigonométrie et Mécanique , cl. de Sciences expérimentales, par BENOIT.....	550 F.
Trigonométrie et Algèbre , cl. de Philosophie, par BENOIT.....	200 F.

Les différents ouvrages de la Collection BENOIT sont adressés gracieusement à MM. les Professeurs de Mathématiques qui en font la demande.

L'Education Mathématique , 58 ^e année, par A. MONJALLON.....	700 F.
Journal de Mathématiques élémentaires , 80 ^e année, par A. BENOIT, A. MONJALLON et P. BACCHUS.....	700 F.
Revue de Mathématiques spéciales , 66 ^e année, par A. HENNEQUIN, P. BACCHUS et G. FLORY.....	1.400 F.

MATHÉMATIQUES

Vient de paraître :

LESPINARD et PERNET. — ALGÈBRE, classe de Première C.M. Br. : 535 f., cart. : 645 f.

En préparation :

LESPINARD et PERNET. — GEOMETRIE, classe de Première C.M.

LESPINARD et PERNET. — MATHÉMATIQUES, classe de Première A.B.

Nouveautés :

LESPINARD et PERNET. — MATHÉMATIQUES, classe de Seconde C.M.

Algèbre : 1 volume Br. : 395 f., cart. : 495 f.

Géométrie : 1 volume Br. : 565 f., cart. : 685 f.

LESPINARD et PERNET. — MATHÉMATIQUES, classe de Seconde A.B.

Algèbre et géométrie : 1 volume Br. : 525 f., cart. : 645 f.

COURS COMPLET DU 1^{er} CYCLE

Vient de paraître :

LESPINARD et PERNET. — MATHÉMATIQUES, classe de Cinquième, *Livre de Corrigés*.

En préparation :

LESPINARD et PERNET. — MATHÉMATIQUES, classe de Sixième, *Livre de Corrigés*.

LESPINARD et PERNET. — MATHÉMATIQUES, classe de Troisième.

Edition Lycées et Collèges Br. : 450 f., cart. : 550 f.

Edition Cours Complémentaires cart. : 570 f.

LESPINARD et PERNET. — MATHÉMATIQUES, classe de Quatrième.

Edition Lycées et Collèges Br. : 420 f., cart. : 520 f.

Edition Cours Complémentaires cart. : 550 f.

LESPINARD et PERNET. — MATHÉMATIQUES, classe de Cinquième.

Edition Lycées et Collèges Br. : 300 f., cart. : 380 f.

Edition Cours Complémentaires cart. : 410 f.

LESPINARD et PERNET. — MATHÉMATIQUES, classe de Sixième.

Edition Lycées et Collèges Br. : 235 f., cart. : 330 f.

Edition Cours Complémentaires cart. : 350 f.

Classe de SCIENCES EXPERIMENTALES :

LESPINARD, PERNET et GAUZIT. — MATHÉMATIQUES. (Arithmétique, Algèbre et Trigonométrie, Mécanique et Cosmographie) Br. : 815 f., cart. : 915 f.

Classe de PHILOSOPHIE :

LESPINARD, PERNET et GAUZIT. — ALGÈBRE ET COSMOGRAPHIE Br. : 390 f., cart. : 495 f.

Classe de MATHÉMATIQUES :

COURS COMPLET

LESPINARD et PERNET. — GEOMETRIE Br. : 690 f., cart. : 790 f.

» — GEOMETRIE DESCRIPTIVE ET COTÉE Br. : 275 f.

» — ARITHMETIQUE Br. : 285 f.

» — MECANIQUE Br. : 245 f., cart. : 335 f.

LESPINARD, PERNET et GAUZIT. — COSMOGRAPHIE, ... Br. : 330 f., cart. : 425 f.

LESPINARD et PERNET. — ALGÈBRE Br. : 595 f., cart. : 695 f.

» — TRIGONOMETRIE Br. : 375 f., cart. : 470 f.

» — SOLUTIONS DE PROBLEMES DE MATHÉMATIQUES, Bac.,

2^e partie, classe de Mathématiques 335 f.

Classe de Première C. et M.

LESPINARD et PERNET. — SOLUTIONS DE PROBLEMES DE MATHÉMATIQUES, Bac.,
1^{re} partie, séries C. et M. 280 f.

EDITIONS GAUTHIER - VILLARS

55, Quai des Grands-Augustins, 55 — PARIS (VI^e)

MECANIQUE
à l'usage de la Classe
de Mathématiques Élémentaires

PAR

M^{lle} N. DEQUOY

Ancienne élève de l'Ecole Normale Supérieure
de Jeunes Filles de Sèvres
Agrégee de l'Université,
Docteur ès-sciences mathématiques

Préface de M. Albert CHATELET

Volume in-8 (10×25), 210 pages, 68 figures, 1954..... **950 F.**

PROBLÈMES ÉLÉMENTAIRES
de Physique Atomique
et de Chimie Nucléaire
avec tableaux et solutions

PAR

V. CHARLES

Ingénieur A. & M. et E.S.E.
Professeur Honoraire
à l'Ecole Nationale d'Ingénieurs Arts-et-Métiers
d'Aix-en-Provence

Préface de Ch. N. MARTIN

Volume in-8 (16×25), 145 pages, 6 figures, 1955..... **900 F.**

ÉDITIONS DIDIER & RICHARD
GRENOBLE (Isère)

COURS DE MATHÉMATIQUES

PAR

ROUX & MIELLOU

Professeurs au Lycée de Grenoble

Programmes du 18 avril 1947

Tarif janvier 1955

Arithmétique 6°	220	»
Dessin Géométrique 6° et 5°	185	»
Géométrie 5° et 4°	375	»
Arithmétique 5°	350	»
Arithmétique et Algèbre 4°	300	»
Arithmétique et Algèbre 3°	350	»
Géométrie 3°	295	»
Compléments d'Algèbre et de Géométrie		
Géométrie 3° Moderne court	100	»
Algèbre 2° A.B.C.M.	500	»
Géométrie 2° A.B.C.M.	465	»
Algèbre 1° A.B.	180	»
Algèbre et Trigonométrie 1° C.M.	550	»
Géométrie 1° A.B.C.M.	500	»
Questions de Cours de Mathématiques du Baccalauréat, 1° partie, A.B.C.M.	390	»
Géométrie 5°, 4°, 3° (pour les Lycées, Col- lèges et Cours Complémentaires), car- tonné	800	»
Nouveauté :		
Les Mathématiques au B.E.P.C.	410	»

Roland MAILLARD
 Professeur de Mathématiques Spéciales
 au Lycée Charlemagne
 Chargé d'un cours
 à l'École Normale Supérieure

et **Albert MILLET**
 Professeur agrégé
 au Lycée Janson-de-Sailly
 et à l'École Normale Supérieure
 de l'Enseignement Technique

COURS DE MATHÉMATIQUES

Enseignement du Second degré

- Classe de Sixième. *Un volume.* + Corrigés.
- Classe de Cinquième. *Un volume.* + Corrigés.
- Classe de Quatrième. *Un volume.* + Corrigés.
- Classe de Troisième (Nouvelle édition). *Un volume.* + Corrigés.
- Classes de Seconde Classique A et B. *Un volume.*
- Classes de Seconde Classique C et Moderne :
 Algèbre. *Un volume.*
 Géométrie. *Un volume.* + Corrigés.
- Classes de Première Classique A et B. *Un volume.*
- Classes de Première Classique C et Moderne :
 Algèbre et Trigonométrie. *Un volume.*
 Géométrie. *Un volume.* + Corrigés.
- ★ Classe de Sciences expérimentales. *Un volume.*
- Classes de Philosophie et Sciences expérimentales :
 Cosmographie. *Un volume.*
- Classe de Philosophie :
 Trigonométrie et Algèbre. *Un volume.*
- ★ Mathématiques (Trigonométrie, Algèbre et Cosmographie).
Un volume.
- Classe de Mathématiques :
 Algèbre. *Un volume.* Géométrie descriptive. *Un volume.*
- ★ Arithmétique. *Un volume.* Trigonométrie. *Un vol.*
- Cosmographie. *Un vol.* ★ Mécanique. *Un vol.*
- Géométrie. *Un volume.*
- Classe de Mathématiques (Technique) :
 ★ Algèbre. *Un volume.*
 Géométrie. *Un volume.*
 Trigonométrie. *Un volume.*

Cours Complémentaires

- ★ Classe de Sixième. *Un volume.* + Corrigés.
- ★ Classe de Cinquième. *Un volume.* + Corrigés.
- ★ Classe de Quatrième. *Un volume.* + Corrigés.
- ★ Classe de Troisième (en préparation).

+ Les Corrigés, hors commerce, sont exclusivement réservés à MM. les Professeurs de Mathématiques.

★ NOUVEAUTÉS.

